

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO ESCUELA DE POSGRADO MAESTRÍA EN EDUCACIÓN



TESIS

DESARROLLO DE NOCIÓN DE CUADRILÁTEROS A TRAVÉS DEL MODELO DE VAN HIELE EN ESTUDIANTES AIMARAS DE HUANCANÉ 2018

PRESENTADA POR:

BERTHA HANCCO ZELA

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAESTRO EN EDUCACIÓN MENCIÓN EN EDUCACIÓN INTERCULTURAL BILINGÜE

PUNO, PERÚ

2019



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

TESIS

DESARROLLO DE NOCIÓN DE CUADRILÁTEROS A TRAVÉS DEL MODELO DE VAN HIELE EN ESTUDIANTES AIMARAS DE HUANCANÉ 2018

PRESENTADA POR:

BERTHA HANCCO ZELA

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAGISTER SCIENTIAE EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN EDUCACIÓN INTERCULTURAL BILINGÜE

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

PRESIDENTE

Dr. WENCESLAO QUISPE YAPO

PRIMER MIEMBRO

Dr. GODOFREDO HUAMÁN MONROY

SEGUNDO MIEMBRO

M.Sc. CARLOS JAVIER QUIZA MAMANI

ASESOR DE TESIS

Dr. LINO VILCA MAMANI

Puno, 08 de Noviembre del 2019

ÁREA: Calidad de la Educación Bilingüe e Intercultural.

TEMA: Noción de cuadriláteros a través del modelo de Van Hiele en estudiantes aimaras de

Huancané

LÍNEA: Nivel de aprendizaje en el proceso de la EBI.



DEDICATORIA

Con todo cariño y reconocimiento a:

Mis queridos padres: Simón y Eufracia quienes con su cariño y apoyo moral han sido pilares fundamentales para el logro de esta meta a ellos les doy gracias por confiar siempre en mí, por darme fuerza y valor.

Por otro lado, a mi hija Diana Esther y mis hermanos: Jenry y Mardy porque ellos fueron fuente de motivación, aliento moral y perseverancia para seguir adelante.



AGRADECIMIENTOS

Un profundo y sincero agradecimiento:

- A la Universidad Nacional del Altiplano de Puno y a sus autoridades que la conducen, por haber permitido a la interesada seguir estudios de Posgrado.
- A los docentes de la Maestría en Educación, mención educación intercultural bilingüe.
- A los Jurados del presente trabajo de Investigación: Dr. Wenceslao Quispe Yapo, al Dr. Godofredo Huamán Monroy, al Dr. Carlos Javier Quizá Mamani y a mi asesor de tesis Dr. Lino Vilca Mamani.
- A los compañeros de la promoción 2016 de la Maestría en Educación mención Educación Intercultural Bilingüe.
- Al director y sus estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de Huancané, por su valiosa colaboración en la aplicación de los instrumentos de recolección de datos.
- A todas las personas familiares y amigos por haber apoyado en varios aspectos la culminación de la Maestría y posterior obtención del Grado Académico.



ÍNDICE GENERAL

		Pág.
DEDICAT	ORIA	i
AGRADEC	CIMIENTOS	ii
ÍNDICE GI	ENERAL	iii
ÍNDICE DI	ETABLAS	vi
ÍNDICE DI	E FIGURAS	vii
ÍNDICE DI	E ANEXOS	ix
RESUMEN	I	X
ABSTRAC	Т	xi
INTRODU	CCIÓN	1
	CAPÍTULO I	
	REVISIÓN DE LITERATURA	
1.1 M	arco teórico	2
1.1.1	Desarrollo de noción de cuadrilátero	2
1.1.2	Propiedades de los cuadriláteros	3
1.1.3	Clasificación de los cuadriláteros	4
1.1.4	Clasificación de los trapecios:	6
1.1.5	Propiedades en los trapecios	7
1.1.6	Clasificación de los trapezoides	7
1.1.7	Dimensiones de desarrollo de noción de cuadriláteros.	8
1.1.8	Modelo Van Hiele	10
1.1.9	Dimensiones del modelo de Van Hiele.	11
1.2 De	efinición de términos	12
1.3 Aı	ntecedentes	13
	CAPÍTULO II	
	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	
2.1 Id	entificación del problema	21
2.2 Er	nunciados del problema	23
2.2.1	Enunciado general del problema	23
2.2.2	Enunciados específicos del problema	23
2.3 Ju	stificación	24
2.4 Ol	pjetivos	25
		iii



2.	4.1	Objetivo general	25
2.	4.2	Objetivos específicos	25
2.5	Hip	oótesis	25
2.	5.1	Hipótesis general	25
2.	5.2	Hipótesis específicas	26
2.6	Sis	tema de variables	26
2.	6.1	Variable independiente.	26
2.	6.2	Variable dependiente.	26
2.7	Sis	tematización de las variables de estudio	27
		CAPÍTULO III	
		MATERIALES Y MÉTODOS	
3.1	Lug	gar de estudio	28
3.2	Pol	plación	28
3.3	Mu	estra	29
3.4	Mé	todo de investigación	29
3.	4.1	Tipo	29
3.	4.2	Diseño	30
3.5	De	scripción detallada de métodos por objetivos específicos	30
3.	5.1	Técnica	30
3.	5.2	Instrumento	31
3.6	Pro	cedimiento del experimento	31
3.7	Hip	pótesis estadística	32
3.	7.1	Determinación del nivel de significancia	33
3.	7.2	Aplicación de la zeta calculada	33
3.	7.3	Regla de decisión	33
		CAPÍTULO IV	
		RESULTADOS Y DISCUSIÓN	
4.1	Res	sultados obtenidos en la pre prueba	34
	1.1	Comparación de resultados en la pre prueba	34
	1.2	Prueba de hipótesis con los resultados obtenidos en la pre prueba	37
4.2		sultados obtenidos en el proceso del experimento	38
	2.1	Dimensión Reconocimiento	38
	2.2	Dimensión Análisis	44
4.	2.3	Dimensión Deducción.	49
			iv



Universidad Nacional del Altiplano

4.3 Re	sultados obtenidos en la post prueba	55
4.3.1	Prueba de hipótesis con los resultados obtenidos en la posprueba	57
CONCLUSIONES		59
RECOMENDACIONES		61
BIBLIOGRAFÍA		62
ANEXOS		67



ÍNDICE DE TABLAS

		Pág.
1.	Población de niños y niñas de sexto grado de la I.E.P. Nº 72229	
	"Glorioso 842" Huancané - 2018	29
2.	Niños y niñas de sexto grado de la I.E.P. Nº 72229 "Glorioso 842"	
	que conforman la muestra - Huancané - 2018	29
3.	Resultados obtenidos en la pre prueba sobre desarrollo de noción de	
	cuadriláteros en estudiantes de la I.E.P. Nº 72229 "Gloriosos 842" - Huancané	-
	2019	35
4.	Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión reconocimiento	
	en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019	42
5.	Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión análisis en	
	estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019	48
6.	Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión Deducción en	
	estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019	53
7.	Resultados obtenidos en la posprueba sobre desarrollo de noción de	
	cuadriláteros en estudiantes de la I.E.P. Nº 72229 "Gloriosos 842" - Huancané	-
	2019	55



ÍNDICE DE FIGURAS

		Pág.
1.	Cuadrilátero.	3
2.	Rectángulo.	4
3.	Cuadrado.	4
4.	Rombo.	5
5.	Romboide.	5
6.	Trapecio.	6
7.	Trapecio escaleno.	6
8.	Trapecio rectángulo.	7
9.	Trapecio isósceles.	7
10.	Trapezoide.	7
11.	Trapezoide simétrico.	8
12.	Trapezoide asimétrico.	8
13.	Resultados obtenidos en la pre prueba sobre desarrollo de noción de	
	cuadriláteros en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancano	<u> </u>
	2019	35
14.	Ficha de Trabajo A	39
15.	Ejercicio en ficha de trabajo	40
16.	Ficha de trabajo B	41
17.	Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión reconocimiento	
	en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019	42
18.	Ficha de trabajo C	45
19.	Ficha de trabajo D	46
20.	Ficha técnica E	47
21.	Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión análisis en	
	estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019	48
22.	Ficha técnica F	50
23.	Ficha técnica G	51
24.	Ficha técnica H	52
25.	Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión Deducción en	
	estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019	53



26. Resultados obtenidos en la posprueba sobre desarrollo de noción de cuadriláteros en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019 55



ÍNDICE DE ANEXOS

		Pág.
1.	Prueba de entrada y salida	68
2.	Sesiones y actividades de aprendizaje.	71
3.	Lista de cotejo	74



RESUMEN

El presente investigación tiene como objetivo de determinar el nivel de desarrollo de noción de cuadriláteros a través del modelo de Van Hiele, debido a que se observó que notar que los niños y niñas aimara hablantes del sexto grado en la institución educativa N° 72229 "Glorioso 842" de Huancané, tienen dificultades en la resolución de problemas de matemática en especial problemas de geometría (cuadriláteros), denominadas el logro de los niveles de aprendizaje de los estudiantes, es por ello que aplicando un diseño de investigación cuasi experimental a una muestra de 46 estudiantes del sexto grado, se pudo llegar a las siguientes conclusiones: El nivel de desarrollo de noción de cuadriláteros es el nivel de logro destacado dentro del baremo del ministerio de educación del Perú, debido a que este modelo a través de sus actividades de información, orientación dirigida, explicación, orientación libre e integración, permiten obtener una media aritmética de 16,05 puntos en el grupo experimental, mientras que en el grupo de control 13,18 puntos (tabla 6), esta información se ratifica con la prueba de hipótesis de diferencia de medias cuyo valor fue Zc = 4,32 (). El nivel de reconocimiento de cuadriláteros se encuentra entre los niveles de logro previsto y logro destacado en 33,33% y 29,17% en promedio respectivamente (tabla 3), por lo que el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele hizo posible este logro en los estudiantes mencionados. El nivel de análisis de cuadriláteros que lograron alcanzar se encuentra entre los niveles de logro previsto y logro destacado en 37,5% y 29,17% en promedio respectivamente (tabla 4), por lo que el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele hizo posible este logro en los estudiantes mencionados. El nivel de deducción de cuadriláteros se encuentra entre los niveles de logro previsto y logro destacado en 41,67% y 27,04% en promedio respectivamente (tabla 5), por lo que el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele hizo posible este logro en los estudiantes mencionados.

Palabras clave: Análisis, cuadrilátero, deducción, modelo Van Hiele, noción, reconocimiento..



ABSTRACT

The research aims to determine the level of development of the notion of quadrilaterals through the Van Hiele model, because it was noted that noting that children aymara speakers of the sixth grade in school's Huancane province of Puno, have difficulty in resolving problems of mathematics especially geometry problems (quadrilaterals), called the achievement of students' learning levels, that is why applying a quasi experimental research design to a sample of 46 sixth graders, is could reach the following conclusions: The level of development of ring awareness is the level of achievement highlighted within the scale of Peru's ministry of education, because this model through its information activities, targeted guidance, explanation, free guidance and integration, allow to obtain an arithmetic average of 16.05 points in the experimental group, while in the control group 13.18 points (table 6), this information is ratified with the hypothesis test of difference of means whose value was Zc x 4.32 (). The level of recognition of quadrilaterals is among the levels of expected achievement and achievement highlighted at 33.33% and 29.17% on average respectively (table 3), so Van Hiele's geometric reasoning model made this achievement possible in students mentioned. The level of quadrilateral analysis they achieved is among the levels of expected achievement and achievement highlighted at 37.5% and 29.17% on average respectively (Table 4), so Van Hiele's geometric reasoning model made this achievement possible in the students mentioned. The level of deduction of quadrilaterals is between the levels of expected achievement and achievement highlighted at 41.67% and 27.04% on average respectively (table 5), so Van Hiele's geometric reasoning model made this achievement possible in students mentioned.

Keywords: Analysis, deduction, quadrilateral, notion, recognition, Van Hiele model.



INTRODUCCIÓN

El trabajo titulado: Desarrollo de noción de cuadriláteros a través del Modelo de Van Hiele en estudiantes aimaras de Huancané, se realiza debido a que los niños y niñas de sexto grado de dicha Institución Educativa tienen dificultades en la resolución de problemas geométricos, como es el caso de los resultados de la Evaluación Censal (ECE) del año 2018, muestra los resultados siguientes: en la UGEL Huancané en la evaluación de los estudiantes del cuarto grado del nivel primario, el 5,1% de ubican en el nivel previo al inicio; el 19,7% en el nivel inicio, el 40,3% en el nivel en proceso y el 34,9% en el nivel satisfactorio. (MINEDU-SICRECE, 2019); frente a este problema se procedió a ejecutar una investigación en un diseño cuasi experimental buscando el nivel de logro que facilita el Modelo de Van Hiele como estrategia en el desarrollo de noción de cuadriláteros. La investigación está estructurada en cuatro capítulos:

El capítulo I trata sobre la revisión de la literatura que comprende el marco teórico y los antecedentes de estudio.

El capítulo II se refiere al planteamiento del problema que comprende: la identificación del problema, los enunciados del problema, la justificación de la investigación, los objetivos y las hipótesis de investigación.

El capítulo III concierne sobre los materiales y métodos en la que se describe el lugar de estudio, la población y muestra, el método de investigación y la descripción de los métodos por objetivos específicos.

El capítulo IV aborda sobre los resultados y discusión en la que se puede notar las conclusiones, las recomendaciones, bibliografía y los anexos correspondientes.



CAPÍTULO I

REVISIÓN DE LITERATURA

1.1 Marco teórico

1.1.1 Desarrollo de noción de cuadrilátero

Considerando la propuesta de Godino (2004) quien referente a la noción de cuadriláteros manifiesta realizar clasificaciones de estos objetos geométricos no solo ayuda a entender mejor sus propiedades sino a establecer relaciones entre ellos.

Después de los triángulos, los polígonos más sencillos, por tener menor número de lados, son los cuadriláteros. Todos conocemos dibujos de diversos tipos de cuadriláteros (cuadrados, rectángulos, rombos, etc.) pero realizar clasificaciones de estos objetos geométricos no solo ayuda a entender mejor sus propiedades sino a establecer relaciones entre ellos. Para clasificar hay que estudiar las características comunes que tienen estas figuras, lo que dependerá a su vez de los criterios o variables que observemos: - Paralelismo de lados - Igualdad de lados - Igualdad de ángulos - Número de ángulos rectos - Posición relativa de las diagonales - Concavidad y convexidad. (Godino, 2003)

El desarrollo de la noción de cuadrilátero que comprende: reconocer los cuadriláteros, analizar las características y propiedades de los cuadriláteros; deducir las relaciones a partir de ciertas propiedades particulares y dar una noción de un cuadrilátero.

A continuación, presentamos los referentes al desarrollo de noción de cuadriláteros, a partir de las sesiones de actividades de aprendizaje basadas en



ejemplos propuestos por: Miller, Heeren y Hornsby (2006), de manera que esta presentación facilite el desarrollo de la noción de cuadrilátero en los estudiantes.

El cuadrilátero, es un polígono que tiene 4 lados y 2 diagonales. Sea el cuadrilátero ABCD, como se muestra en la figura 1.

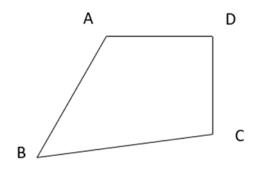


Figura 1. Cuadrilátero.

De acuerdo a la figura 1, tenemos lo siguiente: *AB AD BC y CD*, son los lados del cuadrilátero. A, B, C y D son los vértices del cuadrilátero.

1.1.2 Propiedades de los cuadriláteros

Los lados opuestos son los que no tienen ningún vértice en común; en la figura 1, son pares de lados opuestos. ; *AB y CD AD y BC*

Los lados consecutivos son los que tienen un vértice común; en la figura1, son pares de lados consecutivos. *AB y AD BC y CD BC y AB AD y CD*.

Los vértices opuestos son los que no pertenecen a un mismo lado; los ángulos opuestos son los que tienen vértices opuestos. A y C; B y D son pares de vértices opuestos.

La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es igual a 360°.

Desde un vértice sólo se puede trazar una diagonal.

Andonegui (2014) considera que otros dos aspectos a destacar son el perímetro (suma de las longitudes de los lados) y el área (medida de la región interior del cuadrilátero). Su cálculo tiene particular interés en algunos casos especiales de cuadriláteros que se estudiarán más adelante. En términos generales, el área de un



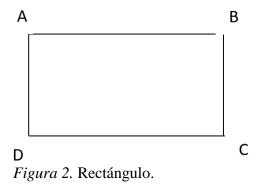
cuadrilátero puede obtenerse a partir de la suma de las áreas de los dos triángulos en que se descompone al trazarse una diagonal.

1.1.3 Clasificación de los cuadriláteros

Los cuadriláteros se clasifican en paralelogramos y no paralelogramos.

Los paralelogramos son cuadriláteros que tienen sus dos pares de lados opuestos paralelos. Se clasifican en rectángulos, cuadrados, rombos y romboides. Los no paralelogramos son cuadriláteros que tienen sólo un par de lados paralelos. Se clasifican en trapecios y trapezoides.

Rectángulo: Es un paralelogramo cuyos lados consecutivos no son congruentes, además tiene 4 ángulos rectos.

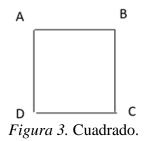


De acuerdo a la figura 2, tenemos lo siguiente:

$$AB // CD y AD // BC$$
 $A = B = C = D = 90^{\circ} y$ $AB \perp CB ; AD \perp DC$ $AD = BC y AB = CD$

Sus diagonales son congruentes.

Cuadrado: Es un paralelogramo que tiene sus 4 lados congruentes, además tiene cuatro ángulos rectos.





De acuerdo a la figura 3, tenemos lo siguiente:

$$AB // CD y AD // BC$$
; $A = B = C = D = 90^{\circ}$; $AB \perp CB y$

$$AD \perp DC$$
; $AD = BC = AB = CD$

Sus diagonales son congruentes.

Sus diagonales son perpendiculares entre sí.

Sus diagonales son bisectrices de sus ángulos.

Rombo: Es un paralelogramo que tiene sus 4 lados congruentes.

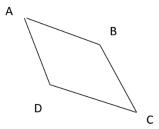


Figura 4. Rombo.

De acuerdo a la figura 4, tenemos lo siguiente:

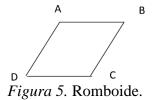
$$AD = BC = AB = CD$$
; $AB // CD y AD // BC$;
$$A = C y B = D$$

Sus diagonales no son congruentes.

Sus diagonales son perpendiculares entre sí.

Sus diagonales son bisectrices de sus ángulos.

Romboide: Es un paralelogramo que tiene los lados y los ángulos consecutivos de diferente medida (no congruentes).



De acuerdo a la figura 5, tenemos lo siguiente:

Los lados opuestos no son congruentes.

Los lados consecutivos no son congruentes.

Los ángulos opuestos son congruentes

Los ángulos consecutivos son suplementarios.

Trapecio: Es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos llamados bases y dos lados no paralelos. Además, a la distancia entre las bases se denomina altura.

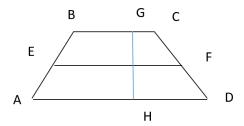


Figura 6. Trapecio.

De acuerdo a la figura 6, tenemos lo siguiente:

La distancia *GH* es la altura y *EF* es la base media.

1.1.4 Clasificación de los trapecios:

Trapecio escaleno: Todos sus lados son de diferente medida (no congruentes).

$$AD \neq BC \neq AB \neq CD$$

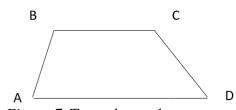
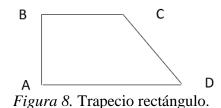


Figura 7. Trapecio escaleno.

Trapecio rectángulo: Tiene 2 ángulos consecutivos rectos.

$$A = B = 90^{\circ}$$





Trapecio isósceles: Tiene los lados no paralelos congruentes.

$$AD = BC$$

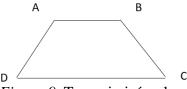
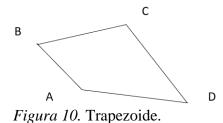


Figura 9. Trapecio isósceles.

1.1.5 Propiedades en los trapecios

- El segmento de recta que une los puntos medios de los lados no paralelos, es paralelo a la base e igual a la semi suma de ellas.
- El segmento de recta que une los puntos medios de las diagonales de un trapecio, es paralelo a las bases e igual a la semi diferencia de ellas.

Trapezoide: Es un cuadrilátero en el cual ningún par de lados opuestos son paralelos. Se clasifican en trapezoides simétricos y trapezoides asimétricos.



1.1.6 Clasificación de los trapezoides

Trapezoide simétrico: Si una de sus diagonales es mediatriz de la otra diagonal.



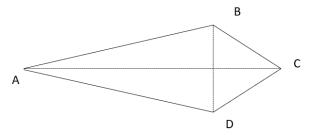


Figura 11. Trapezoide simétrico.

Trapezoide asimétrico: No tiene lados congruentes.

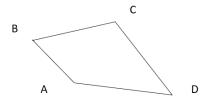


Figura 12. Trapezoide asimétrico.

1.1.7 Dimensiones de desarrollo de noción de cuadriláteros.

Como dimensiones de la variable desarrollo de noción de cuadriláteros, presentamos los niveles alcanzados por los estudiantes dentro del modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele la misma fue tomada de Corberán (1994). Cabe mencionar que elegimos la descripción de este autor porque para cada nivel de razonamiento presenta ejemplos relacionados con nuestro tema de investigación.

Nivel 1: Reconocimiento

Los estudiantes identifican varios tipos de cuadriláteros, tales como: cuadrados, rombos, trapecios, etc. por su aspecto físico. Sin embargo, consideran cada clase disjunta con las demás, es decir, una figura es vista de manera aislada.

Los estudiantes pueden reproducir los diferentes tipos de cuadriláteros conocidos. También puede reconocer cuadriláteros en diferentes contextos y utilizar sus nombres estándar. No obstante, este reconocimiento está supeditado a la posición de la figura en el plano.

Nivel 2: Análisis

Los estudiantes definen los cuadriláteros mediante una enumeración exhaustiva de sus propiedades. Por ejemplo, identifican un rectángulo como una figura de 4 lados,



paralelos dos a dos, con 4 ángulos rectos, con diagonales iguales, etc. Es decir, no son capaces de establecer propiedades mínimas para caracterizar a una figura.

Los estudiantes no relacionan todavía los diferentes tipos de cuadriláteros. Es decir, las siguen percibiendo de manera aislada. No obstante, es capaz de deducir propiedades mediante experimentación y eventualmente puede generalizar estas propiedades.

Nivel 3: Deducción informal

Los estudiantes son capaces de hacer clasificaciones lógicas de las figuras en base a sus propiedades. También pueden reconocen que cualquier cuadrado es un rombo pero que no todos los rombos son cuadrados, etc.

Los estudiantes pueden deducir, aunque de manera informal, unas propiedades a partir de otras. Por ejemplo, paralelismo implica igualdad de lados, perpendicularidad implica paralelismo de lados opuestos, etc.

Los estudiantes ya son capaces de definir correctamente los diferentes tipos de cuadriláteros que conocen, mediante condiciones necesarias y suficientes. También pueden seguir una demostración, pero no comprenden el significado de la misma.

Nivel 4: Deducción formal

Los estudiantes pueden manejar las propiedades de los cuadriláteros dentro de un contexto formal. En este nivel, un estudiante es capaz de construir una demostración, por ejemplo.

Los estudiantes pueden comprender y aceptar la existencia de diferentes definiciones de una figura, analizarlas y relacionarlas entre sí. Por ejemplo:

Un rectángulo es un cuadrilátero con los ángulos interiores rectos.

Un rectángulo es un cuadrilátero con diagonales congruentes que se cortan en el punto medio.

Un rectángulo es un paralelogramo que posee un ángulo interior recto.



1.1.8 Modelo Van Hiele

Pérez (2009) manifiesta que el modelo de los esposos Van Hiele, presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes. Dado que, por un lado, explica cómo se produce el desarrollo de los niveles del pensamiento geométrico y por otro lado, sus fases de aprendizaje guían el trabajo del docente, de manera que, este pueda facilitar el ascenso de estudiantes de un nivel de razonamiento al inmediato superior. Según esta teoría, en la base del aprendizaje de la geometría hay dos elementos importantes, el lenguaje utilizado y la significatividad de los contenidos. El primero, implica que los niveles y su adquisición, van unidos al lenguaje adecuado y; el segundo, que sólo se asimila aquello que se presente en el nivel de razonamiento que le corresponde a la persona. Si no es así, se debe esperar a que lo alcance para enseñar un nuevo contenido matemático. Los componentes principales del modelo de Van Hiele son los niveles de razonamiento, y las fases de aprendizaje.

Propiedades del Modelo Van Hiele

El modelo Van Hiele, al igual que otros modelos, está caracterizado por determinadas propiedades. En este sentido, Jaime (1993), mencionan que las principales propiedades de modelo son:

Recursividad: Los conocimientos de los alumnos están caracterizados por elementos, tanto implícitos como explícitos, pero al transitar de un nivel a otro los elementos implícitos se hacen explícitos en el nuevo nivel adquirido.

Secuencialidad: Un alumno no puede alcanzar un determinado nivel sin haber superado de forma ordenada los niveles inferiores. Esto garantiza que los alumnos obtengan mayores grados de adquisición en los distintos niveles de razonamiento.

Especificidad del lenguaje: El lenguaje de los estudiantes está intrínsecamente relacionado al vocabulario matemático que este posee. Es decir, el lenguaje del alumno le permite al docente determinar el nivel en el que se encuentra su aprendiz. En este sentido, el docente deberá situarse en el mismo nivel de sus estudiantes.



Continuidad: El paso de un nivel a otro se produce de forma continua y pausada. Si bien es cierto, los tres primeros niveles pueden alcanzarse rápidamente, el proceso de adquisición de los dos últimos es lento. Se puede dar el caso de que el individuo no llegue a alcanzar estos niveles de razonamiento.

Localidad: A menudo sucede que un alumno no se encuentra en el mismo nivel de razonamiento en relación a todos los objetos geométricos, pues sus saberes previos son un elemento determinante en su habilidad de razonamiento. Es decir, un alumno puede encontrarse en el nivel 3, respecto a los triángulos, pero no necesariamente se encontrará en el mismo nivel respecto a las circunferencias, por ejemplo.

Estas propiedades están presentes en cada una de las actividades diseñadas en nuestra propuesta didáctica ya que con ello lograremos que los estudiantes transiten ordenadamente de un nivel a otro. Además, para que nuestros estudiantes puedan actuar con éxito en un determinado nivel deben haber adquirido las estrategias de los niveles precedentes.

1.1.9 Dimensiones del modelo de Van Hiele.

Las dimensiones que aquí presentamos, es una descripción de las fases de aprendizaje propuesta por Corberán *et al.*, (1989).

Es importante resaltar que el objetivo principal de las fases de aprendizaje es ayudar al docente a organizar la estructura de sus clases de tal manera que esta secuencia le permita a su aprendiz progresar en su nivel de razonamiento.

Fase 1: Información En esta primera fase el docente debe determinar los saberes previos de sus estudiantes, ya sea mediante el diálogo o a través de un test con ítems de respuestas abiertas. Además, el docente debe exponer qué dirección tomará el estudio del objeto matemático en cuestión. También, es importante resaltar que en esta fase, el docente debe introducir el vocabulario específico del nivel que se trate.

Fase 2: Orientación dirigida Una vez determinado los saberes previos de los estudiantes sobre el objeto matemático en cuestión, los aprendices exploran dicho concepto a través de las actividades que de forma secuencializada les presenta el docente. Estas actividades deben estar organizadas de tal manera que le permitan al estudiante adquirir nuevas estructuras mentales. Las actividades a plantear por el



docente deben ser precisas y sin ninguna ambigüedad de tal manera que estas revelen las propiedades que los estudiantes deben aprender.

Fase 3: Explicitación Por lo general, se recomienda que esta fase se desarrolle en parejas o en grupos con el fin de promover el diálogo. Es decir, los estudiantes a partir de sus experiencias previas expresan e intercambian sus opiniones acerca de los nuevos conocimientos adquiridos. En este sentido, el docente debe estar alerta en relación al lenguaje empleado por los estudiantes ya que este debe ser apropiado de acuerdo al nivel en el que se encuentre.

Fase 4: Orientación libre El objetivo de esta fase es consolidar los conocimientos adquiridos por los estudiantes en las fases anteriores. Para ello, el docente debe proponer actividades mucho más complejas, pero de estructura comparable a las estudiadas en las fases previas.

Fase 5: Integración En esta fase los estudiantes deben establecer una visión global de todo lo aprendido sobre el objeto matemático en cuestión. El docente, por su parte debe presentar un resumen de todos los conocimientos ya adquiridos, es decir, en esta fase el docente no debe presentar ninguna actividad la cual implique nuevos conocimientos. En este trabajo de investigación, tomaremos en cuenta las cinco fases de aprendizaje, sin embargo, sólo consideraremos los tres primeros niveles de razonamiento.

1.2 Definición de términos

- a) Modelo de razonamiento. Es una teoría de aprendizaje de la geometría, que describe las formas de razonamiento de los estudiantes en geometría.
- b) Ccuadrilátero. un cuadrilátero o tetrágono es un polígono que tiene cuatro lados y cuatro vértices que se dividen en complejos y simples, y estos a su vez se dividen en cóncavos y convexos, y estos a su vez pueden estar o no inscritos o circunscritos.
- c) Reconocimiento. Percepción de objetos en su totalidad, descripción de los objetos por su forma física.
- d) Análisis. Percepción de objetos como partes dotados de propiedades, sin identificar la relación entre ellos.



e) **Habilidad.** Es la destreza o capacidad para conseguir los objetivos a través de hechos en relación con las personas.

1.3 Antecedentes

En cuanto a los antecedentes de investigación, podemos mencionar a los siguientes:

Para Fernández (2018) tuvo como objetivo determinar la influencia de la propuesta didáctica basada en el modelo de Van Hiele en el aprendizaje de las secciones cónicas del 4° de secundaria de la I.E. Saco Oliveros 2017. Aplicando un diseño cuasi experimental, en una muestra conformada por dos grupos aulas de clase; aplicando una prueba de conocimiento llegó a la conclusión que al comparar la pretest y el postest, según la prueba no paramétrica de U de Mann-Whitney se comprueba que la aplicación de la propuesta didáctica basada en el modelo de Van Hiele en estudiante del 4° de secundaria de la I.E. Saco Oliveros 2017, son estadísticamente iguales en el pretest, ya que el valor de significación observada Sig = 0.617 es superior al nivel de significación teórica α = 0.05. Finalmente, se comprueba que el en el aprendizaje de las secciones cónicas son estadísticamente diferentes en el postest, ya que el valor de significación observada Sig = 0.00 es menor al nivel de significación teórica α = 0.05, lo cual permite concluir que la aplicación de la propuesta didáctica basada en el modelo de Van Hiele influye significativamente en el aprendizaje de las secciones cónicas del cuarto de secundaria de la I.E. Saco Oliveros 2017.

Carhuapoma y Huamán (2018) formuló el objetivo de determinar la influencia del modelo Van Hiele en el aprendizaje de cuadriláteros, en los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa José Carlos Mariátegui de Pampacracra – Huancavelica; aplicando un pre experimental con pre test y post test, a un total de 12 estudiantes del cuarto grado, utilizando como instrumento las pruebas pedagógicas y los resultados obtenidos nos indican que el nivel de aprendizaje de los cuadriláteros, al comienzo de la investigación fue en inicio al 100%. Después de la aplicación del Modelo de Van Hiele, en los estudiantes de cuarto grado, el nivel de aprendizaje en los cuadriláteros fue de 8% en proceso, 42% en logro esperado y 50% en logro destacado. En sumo, la aplicación del modelo Van Hiele influye de manera favorable y significativa en el aprendizaje de cuadriláteros de los estudiantes.

Se considera también a Segovia (2018) persigue el objetivo de establecer la relación de las construcciones geométricas con la identificación significativa de los elementos fundamentales de un triángulo en los Alumnos de segundo de secundaria del colegio María Reina Marianistas. San Isidro, 2017, concluye que la construcción geométrica se relaciona



directa y significativamente con el aprendizaje significativo en los estudiantes del segundo grado de secundaria del colegio maría reina marianista san isidro, 2017 (p = 0.000 < 0.05, Rho de Spearman = 0.811 siendo correlación positiva alta). Por lo tanto, una apropiada estrategia de lectura genera adecuado, comprensión lectora, favoreciendo de esta manera la estrategia de lectura de los estudiantes del sexto grado de educación primaria y se recomienda dar a conocer el trabajo de investigación, las construcciones geométricas y el aprendizaje significativo de propiedades básicas de la geometría plana en estudiantes del segundo grado de secundaria del colegio María Reina Marianistas, San Isidro, 2017.

Por su parte, Carbajal (2017) persigue el objetivo de determinar los efectos que produce la modelación de Van Hiele mediado por GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas, aplicando el diseño cuasi experimental a una población de 184 estudiantes y a una muestra de 80, utilizando la encuesta como instrumento y la pre prueba y pos prueba, concluye que la aplicación del modelo de Van Hiele mediado por geogebra mejoró significativamente en el aprendizaje de las secciones cónicas. Sin embargo, el logro de los estudiantes mediante la aplicación del modelo de van Hiele llegó hasta el nivel 3. La prueba U de Mann Whitney aplicada al grupo de control y experimental en el post prueba, el nivel de significancia fue menor a 0,05 lo cual indica que tienen diferencias significativas en sus promedios, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa.

Por otro lado, Jara (2015) en su investigación aplicando un diseño cuasi experimental, concluye que: En la variable de expresión oral en la salida de grupo control y experimental el 44% y 56% se ubica en el nivel logrado después de la aplicación de la propuesta didáctica basada en el modelo de Van Hiele influye significativamente en el aprendizaje de las secciones cónicas. Sobre los resultados obtenidos para la hipótesis general, de la investigación se concluye que la aplicación de la propuesta didáctica basada en el modelo de Van Hiele influye significativamente en el aprendizaje de las secciones cónicas del 4° de secundaria de la I.E. Saco Oliveros 2017. A un nivel de confianza del 95% y una significancia (α) de 0,00, con lo que quedó demostrada la validez de la hipótesis general del estudio. Asimismo en la dimensión matematiza situaciones en la salida de grupo experimental después de la aplicación del programa se ubica en el nivel logrado que representa el 76%. Con respecto a la hipótesis específica 1, se concluye que la aplicación de la propuesta didáctica basada en el modelo de Van Hiele influye significativamente en matematiza situaciones del 4° de secundaria de la I.E. Saco Oliveros 2017. A un nivel de confianza del 95% y una significancia (α) de 0,00, con lo que quedó demostrada la validez de la hipótesis específica 1, del estudio. También se arribó en la comunica y representa ideas matemáticas en el post test se observa después de



aplicar el programa el 40% y 56% se ubican en el nivel logrado. Con respecto a la hipótesis específica 2 se concluye que la aplicación de la propuesta didáctica basada en el modelo de Van Hiele influye significativamente en comunica y representa ideas matemáticas del 4° de secundaria de la I.E. Saco Oliveros 2017. A un nivel de confianza del 95% y una significancia (α) de 0,00, con lo que quedó demostrada la validez de la hipótesis específica 2, del estudio. Finalmente en la dimensión elabora y usa estrategias se obtuvo el post test del grupo control y experimental el 20% y 8% se ubican en el nivel inicio, el 56% y 32% se ubica en el nivel proceso y el 24% y 60% se ubica en el nivel logrado. Con respecto a la hipótesis específica 3 se concluye que La aplicación de la propuesta didáctica basada en el modelo de Van Hiele influye significativamente en elabora y usa estrategias del 4° de secundaria de la I.E. Saco Oliveros 2017. A un nivel de confianza del 95% y una significancia (α) de 0,00, con lo que quedó demostrada la validez de la hipótesis específica 3, del estudio.

Checya (2015) en su tesis comprensión del objeto triángulo en estudiantes del sexto grado de primaria a través de una propuesta basada en el modelo Van Hiele, como objetivo analizó el nivel de comprensión del objeto triángulo en los estudiantes del sexto grado de educación primaria a través de una propuesta según el modelo Van Hiele. Para cuyo efecto ha aplicó los instrumentos de investigación a tres estudiantes del sexto grado en la IE 57002 de la ciudad de Sicuani, Departamento de Cusco. Los resultados obtenidos muestran una evolución en su nivel de comprensión del triángulo, porque los sujetos investigados presentan rasgos del nivel 2 según el modelo teórico de nuestra investigación.

Vidal (2015) expone una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros en base al modelo de Van Hiele para estudiantes del quinto grado de educación primaria. Este modelo consta de dos aspectos, que son, la descriptiva y la prescriptiva. La descriptiva busca identificar el nivel de razonamiento del estudiante y, la prescriptiva, que es la parte metodológica permite diseñar actividades en cada nivel de razonamiento, que puede permitir al estudiante, transitar al nivel inmediato superior de razonamiento. De esta manera se busca identificar las prácticas pedagógicas que contribuyan a que los estudiantes alcancen una actitud más asertiva en la apropiación de las definiciones geométricas y establecer relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros. Por otro lado la metodología de investigación—acción busca mejorar la práctica docente, al integrar el trabajo intelectual y la reflexión con la experiencia. La aplicación de una propuesta didáctica, diseñado en actividades didácticas, nos permite analizar y describir el proceso de adquisición de los niveles de razonamiento en los estudiantes de primaria sobre el objeto matemático cuadriláteros. Lo que nos permite afirmar, que la aplicación de una secuencia de actividades diseñadas en base al modelo de



Van Hiele, permite a los estudiantes de quinto grado de primaria, lograr el nivel II de razonamiento geométrico.

Ixcaquic (2015) en su tesis sobre Modelo de Van Hiele y geometría plana tuvo como objetivo, verificar como la aplicación del modelo Van Hiele se relaciona con el aprendizaje de la Geometría Plana. Se trabajó con estudiantes de primero básico. Utilizando una base de investigación cuasiexperimental, en ella se manejaron un pre y pos test la cual comprobó significativamente que existe una evolución entre el antes y el después de aplicar el modelo de Van Hiele. De acuerdo a los resultados obtenidos de los educandos no importando edad ni género, comprenden mejor cuando se les muestra la información de una manera ordenada, como lo es el modelo de Van Hiele. Este permite el logro de aprendizaje de conocimientos conceptuales y procedimentales en el área de Geometría por los niveles y fases que se aplican. Así también el desarrollo de habilidades, destrezas y el razonamiento lógico del estudiante, para poder desarrollarlas en el entorno en que se desenvuelve. Llegando así a al punto esencial de aprobarse la efectividad del Modelo Van Hiele aplicada a la enseñanza de la Geometría Plana la cual esta se relaciona positivamente.

Maguiña (2013) realizó la tesis con el objetivo de promover el desarrollo del pensamiento geométrico respecto a los cuadriláteros y ayudarlos a avanzar a un nivel de razonamiento superior. Finalmente, se les aplicó una prueba de salida para verificar si habían incrementado su nivel de razonamiento respecto a los cuadriláteros. Según los resultados obtenidos, la propuesta didáctica permitió que los estudiantes lograrán un grado de adquisición alta en el nivel 1, un grado de adquisición intermedia en el nivel 2 y se encuentren desarrollando habilidades en el nivel 3, pasando de un nivel de adquisición nula a una adquisición baja.

Corimanya (20015) realiza una investigación en la que propone una estrategia didáctica basada en el modelo de Van Hiele, para el aprendizaje significativo de cuadriláteros haciendo uso del software Geogebra en los estudiantes del cuarto grado de Educación Secundaria. El estudio, está centrado en el enfoque cualitativo educacional, de tipo aplicada proyectiva. La muestra fue intencional, de grupos intactos compuesta por 23 estudiantes, y 3 docentes del área de matemáticas, mediante instrumentos de acopio de datos cuantitativos y cualitativos como: encuestas, observación y prueba pedagógica. En el diagnóstico pedagógico se ha utilizado métodos teóricos, empíricos y estadísticos que brindaron la información objetiva acerca de las potencialidades y dificultades que tienen los docentes en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje, así mismo se evidencian que en el nivel 1 del modelo los estudiantes tienen dificultades cuando una figura geométrica cambia de posición y no utiliza el vocabulario adecuado para describirla, en el nivel 2; no relaciona las propiedades con otras y en el nivel 3, no



realizan un planteamiento lógico de los problemas, clasificaciones lógicas y demostraciones sencillas. A partir de ello, tomando como referentes el marco teórico y el enfoque cognitivo; se diseñó una estrategia didáctica a través de actividades y talleres utilizando las fases de Van Hiele, las cuales están orientadas a desarrollar el aprendizaje significativo para contribuir en la formación de los estudiantes

Cabello (2013) expone una investigación sobre la implementación curricular del modelo de Van Hiele y la comprobación experimental de su eficacia. La propuesta consiste en aplicar el aspecto prescriptivo o metodológico de dicho modelo, partiendo del conocimiento de las imágenes conceptuales de los Alumnos, de sus conocimientos previos y errores, utilizando el software de geometría dinámica cabri, para constatar la significatividad del aprendizaje de la Geometría. De dicha experimentación se han obtenido prescripciones instructivas para la aplicación del modelo de Van Hiele insertada en la dinámica del aula. Previamente se han estudiado las teorías sobre la comprensión de la geometría y la formación del concepto geométrico y se han analizado las investigaciones realizadas con dichos marcos teóricos, determinando su viabilidad en el aula. La innovación radica, por una parte, en el punto de partida para la aplicación del modelo, que consiste en el conocimiento de las imágenes conceptuales y errores de los Alumnos. Para ello se han diseñado dos instrumentos metodológicos, el primero, un cuestionario de detección de errores (y de imágenes conceptuales) que sirve para medir el rendimiento en Geometría y, el segundo, unas unidades didácticas, basadas en las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele y elaboradas teniendo en cuenta dichas imágenes conceptuales y errores, y utilizando el software de Geometría Dinámica Cabri. Se han analizado dichos errores y las respuestas del grupo experimental a determinadas cuestiones, lo cual ha permitido, identificar el nivel de razonamiento de los Alumnos y, establecer los criterios y prescripciones instructivas para la aplicación de dicho modelo, lo cual constituye el segundo aspecto innovador de la tesis.

Huamán y Robles (2012) tuvieron el propósito de determinar el aprendizaje de ángulos en la circunferencia mediante los niveles de razonamiento de Van Hiele, en los estudiantes de segundo grado de educación secundaria, se planteó el objetivo general para determinar de qué manera influye el aprendizaje de ángulos en la circunferencia en los estudiantes, aplicando los niveles de razonamiento de Van Hiele. La hipótesis de investigación fue: El aprendizaje de ángulos en la circunferencia mediante los niveles de razonamiento de Van Hiele influye de manera significativa en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa José Carlos Mariátegui — Huancayo. El tipo de investigación es aplicada, como método general se utilizó el método científico y el método experimental como



método específico. El diseño utilizado es cuasi-experimental con dos grupos no equivalentes, con pre y post test, haciendo una muestra total de 60 estudiantes de sexo masculino y femenino con edades fluctuantes de 12 a 14 años, pertenecientes a la Institución Educativa José Carlos Mariátegui de Huancayo. En el procesamiento de datos se utilizó la estadística descriptiva e inferencial, tales como la media aritmética, desviación estándar, coeficiente de variación, la t de Student, con $\alpha=0.05$ llegando a la conclusión que efectivamente el aprendizaje de ángulos en la circunferencia mediante los niveles de razonamiento de Van Hiele produce efectos positivos en el aprendizaje de ángulos en la circunferencia en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria.

Barreda (2001) en su afán de evaluar los Niveles de Razonamiento Geométrico en Estudiantes de la Licenciatura en Educación Integral de la Universidad del Oriente de Sucre Venezuela en el año 2001, en una investigación aplicada de tipo descriptivo y un estudio de campo. En la que fue necesaria construir una prueba que consta de treinta (30) problemas seleccionados de acuerdo a las características de los niveles de Van Hiele, de manera que cada seis (6) problemas corresponden a un nivel específico, colocados de forma ascendente dentro del instrumento. Cada seis (6) problemas correspondientes a un nivel poseen ciertos elementos que aseguran que un estudiante se encuentra en un nivel en particular, como por ejemplo en el nivel 0, los problemas planteados están dirigidos al reconocimiento, diferenciación y descripción de superficies geométricas. En el nivel 1 se plantean problemas donde el estudiante puede dividir las figuras dadas en partes o en sus elementos, y puede utilizar algunas propiedades para resolver. En el nivel 2, los enunciados de los problemas llevan a que el estudiante utilice la definición de tareas de figuras planas y las propiedades de estas para resolver. En el nivel 3 se presentan problemas que involucran, para su resolución, las definiciones de área y superficie, y propiedades de figuras planas, además del conocimiento de algunos teoremas, y en el nivel 4 se plantean situaciones donde se solicita la demostración a través del uso de teoremas, axiomas, entre otros y donde es posible observar la capacidad de análisis, síntesis y abstracción del estudiante. Los resultados obtenidos, en la prueba administrada a la muestra seleccionada, se trataron a través de un análisis porcentual, Para el nivel 0; sólo el 28,21% de la muestra resolvió la totalidad de los problemas planteados; para el nivel 1; el 2,56% de la muestra resolvió cinco de los seis problemas propuestos; Para el nivel 2; el 7,69% resolvieron dos problemas, mientras que el 53,85% de ellos no pudieron ni siquiera abordar uno de los problemas planteados para su resolución; Para el nivel 3; el 82,05% de la muestra no resolvió ningún problema, mientras que un 17,95% resolvió



uno o dos problemas propuestos para este nivel; Para el nivel 4; el 100% de la muestra no resolvió ningún problema propuesto para este nivel de razonamiento. De acuerdo a estos resultados se tiene que los estudiantes evaluados se encuentran ubicados mayormente en el nivel 0 o nivel de visualización (28,21 %), con alguno que otro presentando características del nivel 1 o del nivel 2, pero es necesario recordar, que de acuerdo al modelo de Van Hiele, para que un estudiante se encuentre en un nivel de razonamiento específico, debe exhibir todas las características de este nivel, no basta con mostrar una o dos de ellas. Los estudiantes que intervinieron en la investigación presentaron edades que oscilan entre los 18 años hasta más de 38 años.

Van Hiele (1957) estudia el problema de la comprensión en escolares dentro del aprendizaje de la geometría, utilizando un estudio experimental de observación y análisis cualitativos interpretativos, de alumnos de educación secundaria y de su propia hija una niña de 7 años, en el tema de la comprensión que a través de diferentes argumentos demostrativos, difiere con psicólogos dedicados al estudio de aprendizaje tales como el de estímulo y respuesta de Guthie y el conexionismo de Throndike, que los considera dentro de la noción mecanicista; planteando para que se de comprensión en geometría, el estudiante debe partir de los datos y relaciones geométricas que suministra, y es capaz de llegar a una conclusión, que para ello se necesita la comprensión del concepto de un determinado término y la comprensión de la situación que se crea al aplicar el concepto de dicho término; ello avanza mediante un modo de razonar siguiendo una secuencia lógica. Puede fallar el proceso de comprensión cuando el estudiante: No entiende la secuencia, porque no entiende el sentido de una o varias afirmaciones. No entiende la secuencia porque no ve la relación lógica entre las afirmaciones. No entiende la secuencia porque, a pesar de entender paso a paso la relación entre distintas afirmaciones, no puede aceptar el hecho de que de las premisas se saque la conclusión halada en último lugar. Entender la secuencia no supone sin más el máximo grado de comprensión, con el tipo de comprensión referido en c). La comprensión existe en el estudiante cuando él ofrece para cada paso una explicación que él mismo ha encontrado. La comprensión y situación de aprendizaje van unidas; por el cual no es lo mismo aprender y adquirir comprensión, porque aprender puede revelar tendencias no adecuadas que obedece a una estructura formada; mientras que para que haya comprensión es necesaria que el silogismo sea presentada en forma concreta, siendo por tanto conocidas las premisas. La otra condición para que exista comprensión es que la actuación de obtención de la respuesta sea



adecuada. Finalmente Van Hiele propone los procesos de comprensión en geometría, considerando que el aprendizaje es un proceso de formación de ciertas estructuras y que las estructuraciones aprendidas, sirven como punto de arranque para la nueva estructuración. Difiriendo a sí con varios psicólogos del aprendizaje que consideran que en el aprendizaje se forman nuevas estructuras y que las anteriores son reemplazadas, que para Van Hiele no es así sino más bien una conexión que va en forma e espiral para lo cual propone los siguientes procesos de comprensión. Estructuración del campo perceptivo (Visualización). Estructuración del campo perceptivo unida a palabras (Gráfico). La estructuración lingüística (Verbal y lógico). La estructuración lingüística agrupada a premisas (Lógico y de aplicación). Por lo tanto cuando se han realizado los tres primeros momentos del proceso decimos que hay comprensión; cuando se ha realizado el cuarto proceso sea llegado a una estructuración superior y por ende a una comprensión superior.



CAPÍTULO II

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Identificación del problema

El presente trabajo de investigación surge a raíz de la experiencia en las aulas de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de Huancané, al notar que los niños y niñas aimara hablantes del sexto grado tienen dificultades en la resolución de problemas de matemática en especial problemas de geometría (cuadriláteros), a pesar de las actuales exigencias de calidad académica de parte del Ministerio de Educación del Perú (MINEDU) implantadas en todas las instituciones educativas peruanas caso del distrito de Huancané, denominadas el logro de los niveles de aprendizaje de los estudiantes.

La propuesta de Educación Intercultural Bilingüe (EIB), desde que se inició en el Perú con carácter experimental en los años ochenta la práctica de la "Educación Bilingüe", como entonces se le denominaba aplicadas en instituciones educativas de comunidades de lengua originaria en este caso el aimara, que en la actualidad, la experiencia acumulada en el área de Matemáticas en Educación Intercultural Bilingüe (EIB) se ha traducido en alternativas metodológicas para desarrollar procesos de enseñanza y aprendizaje, en la elaboración de materiales educativos en algunas lenguas originarias, así como también en el diseño y aplicación de estrategias metodológicas para sistematizar la etnomatemática en poblaciones indígenas, con el fin de mejorar la calidad de la educación matemática a través del enfoque centrado en la resolución de problemas.

Por otro lado, la Dirección General de Educación Intercultural Bilingüe y Rural (DIGEIBIR) del Ministerio de Educación del Perú, en el marco de una educación bilingüe con enfoque intercultural, a fin de generar sinergias que posibiliten a los estudiantes de



comunidades cuyas raíces culturales son autóctonas, el logro de mejores niveles de aprendizaje que favorezcan el desarrollo humano sostenible. que ha demandado durante años orientaciones más precisas para generar oportunidades de aprendizaje que aseguren el logro de competencias matemáticas, no está dando efectos significativos en el aprendizaje de los estudiantes del nivel primario, como evidencia se tiene que en la evaluación PISA del año 2015 en el área de matemática, los estudiantes de las instituciones educativas primarias de la Unidad de gestión educativa Local (UGEL) de Huancané se ubican en el nivel debajo del nivel "1a" el 37,7%, seguido del 28,4% en el nivel "1a", mientras que en los niveles 2, 3, 4 y 5 corresponden el 21%, 4,8%, 2,7% y 0,4% respectivamente. (MINEDU, 2015)

Asimismo, la Evaluación Censal (ECE) del año 2018, muestra los resultados siguientes: en la UGEL Huancané en la evaluación de los estudiantes del cuarto grado del nivel primario, el 5,1% de ubican en el nivel previo al inicio; el 19,7% en el nivel inicio, el 40,3% en el nivel en proceso y el 34,9% en el nivel satisfactorio. (MINEDU-SICRECE, 2019)

Estos resultados mostrados en los anteriores párrafos del presente informe de investigación, resultan ser preocupantes para los docentes que nos interesan la enseñanza de las matemáticas en el nivel primario; pues algo falla talvez sean las estrategias metodológicas que utilizan los docentes ya que los niños para poder desenvolverse con eficacia y eficiencia, necesitan adquirir una formación integral; que implica la capacidad de comprender la realidad del mundo en el cual vive, ello se requiere, una educación matemática básica que desarrolle la capacidad de utilizar el razonamiento matemático en la resolución de problemas de la vida cotidiana; es decir, una educación matemática que no se circunscriba solamente al conocimiento de la terminología y las operaciones matemáticas; sino en la resolución de problemas.

En tal sentido, como dice Brousseau (2007) la matemática constituye el campo en el que el niño puede iniciarse más tempranamente en la racionalidad, en el que puede forjar su razón en el marco de relaciones autónomas y sociales; pues a manera nuestra una educación matemática básica implica, también, desarrollar la capacidad de identificar y entender el papel que la matemática tiene en la vida de las personas para hacer juicios bien fundamentados.



De allí la necesidad de experimentar el Modelo de Van Hiele en el desarrollo de la noción de cuadriláteros en los estudiantes de nivel primario de habla aimara en la institución educativa N° 72229 "Gloriosos 842" de Huancané, de manera que los resultados servirán para responder con eficiencia y efectividad a las necesidades de aprendizaje que tienen los estudiantes aimaras en su formación básica.

Finalmente, nuestra formación académica en la maestría en educación intercultural bilingüe de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, nos hace suponer que la educación matemática con enfoque intercultural bilingüe es un proceso complejo cuya calidad depende, no solamente de buenas propuestas pedagógicas, sino también de condiciones tales como:

- La adecuada formación en EIB de docentes y especialistas, que en la práctica actúen como profesionales investigadores e innovadores.
- La disponibilidad de materiales básicos, principalmente impresos y concretos.

2.2 Enunciados del problema

2.2.1 Enunciado general del problema

¿Cuál es el nivel de desarrollo de noción de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes del sexto grado de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de la Provincia de Huancané en el año 2018?

2.2.2 Enunciados específicos del problema

- a. ¿Cuál es el nivel de reconocimiento de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes del sexto grado de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de la Provincia de Huancané en el año 2018?
- b. ¿Cuál es el nivel de análisis de propiedades de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes del sexto grado de la Institución Educativa Primaria Nº 72229 "Glorioso 842" de la Provincia de Huancané en el año 2018?



c. ¿Cuál es el nivel de deducción informal de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes del sexto grado de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de la Provincia de Huancané en el año 2018?

2.3 Justificación

El presente trabajo de investigación, se justifica por las siguientes razones:

Como Justificación metodológica se plantea que si cuestionamos a alguien ajeno al campo del pensamiento geométrico sobre la posibilidad de introducir el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele en educación primaria o en educación infantil, es posible que la respuesta fuera una negación.

A priori, esos contenidos pueden considerarse "demasiado avanzados" o "difíciles" para estudiantes de esas edades. Sin embargo, estudios recientes argumentan que el razonamiento geométrico desde edades tempranas puede favorecer el desarrollo de conceptos matemáticos complejos.

Como Justificación práctica, las ideas expuestas son algunas de las que conforman la base de la propuesta curricular denominada orientación espacial que está inmersa en el currículo de la educación peruana, y el uso de del modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele es beneficioso para los estudiantes durante su formación en el nivel de educación primaria; por tanto consideramos que el presente trabajo de investigación está enmarcado dentro del ámbito técnico pedagógico establecido, que la misma responde a la sub área de logro de aprendizajes como línea de investigación dentro de niveles de logro de aprendizaje y desarrollo de competencias y capacidades profesionales

Como Justificación metodológica, referente al modelo de Van Hiele, el presente trabajo de investigación se realiza con el propósito de describir, de qué manera este modelo permite mejorar el desarrollo de la noción de cuadriláteros en los estudiantes aimara hablantes de la zona rural de Huancané, en vista de que el Diseño Curricular Nacional de nuestro país, sugiere contenidos de geometría espacial desde los primeros grados de educación primaria, por lo que nuestra investigación servirá de gran utilidad para promover los nuevos modelos y tendencias de la enseñanza de la geometría, además de contribuir en el desarrollo del razonamiento geométrico de los estudiantes investigados.



2.4 Objetivos

2.4.1 Objetivo general

Determinar el nivel de desarrollo de noción de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes del sexto grado de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de la Provincia de Huancané en el año 2018.

2.4.2 Objetivos específicos

- a) Identificar el nivel de reconocimiento de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes del sexto grado de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de la Provincia de Huancané en el año 2018.
- b) Precisar el nivel de análisis de propiedades de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes del sexto grado de la Institución Educativa Primaria Nº 72229 "Glorioso 842" de la Provincia de Huancané en el año 2018.
- c) Identificar nivel de deducción informal de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes del sexto grado de la Institución Educativa Primaria Nº 72229 "Glorioso 842" de la Provincia de Huancané en el año 2018.

2.5 Hipótesis

2.5.1 Hipótesis general

El nivel de desarrollo de noción de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes del sexto grado de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de la Provincia de Huancané en el año 2018 es de logro destacado.



2.5.2 Hipótesis específicas

- a) El nivel de reconocimiento de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes es de logro destacado.
- b) El nivel de análisis de propiedades de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes es de logro previsto
- c) El nivel de deducción informal de cuadriláteros que se logran a través del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele en estudiantes aimara hablantes es de nivel inicio.

2.6 Sistema de variables

2.6.1 Variable independiente.

Razonamiento Geométrico de Van Hiele

2.6.2 Variable dependiente.

Noción de cuadrilátero.



2.7 Sistematización de las variables de estudio

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ESCALA
VI: Modelo de Van Hiele	 Fase de información Fase de orientación dirigida Fase de explicitación Fase de orientación libre Fase de orientación libre 	 Saberes previos Direccionamiento del objeto matemático Exploración de conceptos Actividades secuenciadas Diálogo en grupos de trabajo Lenguaje apropiado Consolidación de conocimientos Actividades complejas Visión global del objeto matemático Resumen total de lo aprendido. 	
	integración.	-	
VD: Desarrollo de noción de	Reconocimiento	 Reconoce un cuadrilátero por su forma global. Reconoce que las propiedades de un cuadrilátero se mantienen, aunque cambie su posición en el plano. Reconoce que la construcción de una figura responde a propiedades geométricas. Reconoce y construye un organizador visual sobre la clasificación de cuadriláteros. 	Logro destacado: AD = 17 - 20 Logro previsto: A = 13 -
cuadrilátero	Análisis	 Analiza la situación y usa adecuadamente los símbolos en notación matemática Analiza y justifica las propiedades de los cuadriláteros. Analiza y define las propiedades de los cuadriláteros. 	Logro en proceso: B = 11 - 12
	Deducción	 Deduce el nombre se los cuadriláteros en función a ciertas propiedades dadas. Demuestra las propiedades de los cuadriláteros. Emite una noción de un cuadrilátero. 	Logro en inicio: C = 0 - 10

Fuente: (Isaza y López, 2012)



CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 Lugar de estudio

La Institución Educativa Primaria N° 72229 "Gloriosos 842" se encuentra ubicado a una cuadra del Mercado de Abastos de la Provincia de Huancané, al lado este de la Plaza de Armas, vino funcionando bajo la dirección del profesor Hilber Quisocala Mamani en el año escolar 2019. En la actualidad la Institución Educativa en mención, cuenta con 266 niños y niñas aproximadamente en turno de la mañana.

3.2 Población

La población está constituida por los alumnos de nivel de educación primaria de la Institución Educativa Nº 72229 "Glorioso 842" de Huancané, con un total de 266 estudiantes.



Tabla 1
Población de niños y niñas de sexto grado de la I.E.P. Nº 72229 "Glorioso 842"
Huancané - 2018

GRADO Y SECCIÓN	A	В	N° DE ALUMNOS	PORCENTAJE
Primero	23	20	43	16.17%
Segundo	21	24	45	16.92%
Tercero	20	25	45	16.92%
Cuarto	22	21	43	16.17%
Quinto	22	22	44	16.54%
Sexto	24	22	46	17.29%
TOTAL	132	134	266	100%

Fuente: Nómina de matrículas 2018 I.E.P. Nº 72229 "Glorioso 842" Huancané.

3.3 Muestra

La muestra es no probabilística; debido a que se ha seleccionado en forma intencionada y por fácil acceso a los estudiantes del sexto grado de manera que la sección "A" con 24 estudiantes constituye el grupo experimental y la sección "B" con 22 estudiantes constituye el grupo de control, dichos grupos son distribuidos al zar simple que se especifican en la siguiente tabla:

Tabla 2 Niños y niñas de sexto grado de la I.E.P. N° 72229 "Glorioso 842" que conforman la muestra - Huancané - 2018

GRADO Y SECCIÓN	VARONES	MUJERES	N° DE ALUMNOS POR
GRUPO			SECCIÓN
Sexto "A" – Grupo	09	15	24
Experimental			
Sexto "B" – Grupo de	12	10	22
Control			
TOTAL	21	25	46

Fuente: Tabla 1

3.4 Método de investigación

En esta parte de la investigación se presentan el tipo y diseño de investigación utilizadas para lograr los objetivos planeados los cuales son los siguientes:

3.4.1 Tipo

El presente trabajo de investigación es de tipo experimental, porque se trata de manipular a la variable independiente denominado Modelo de Van Hiele para medir



la variable dependiente desarrollo de noción de cuadriláteros en estudiantes de educación primaria aimara hablantes.

3.4.2 Diseño

El diseño de investigación que se considera es cuasi experimental, con prueba de entrada (pre test) y prueba de salida (post test) en grupos intactos, un grupo de control y otro grupo experimental, cuyo esquema es el siguiente:

GC: O1......O2

Dónde:

GE: Grupo experimental

GC: Grupo de control

O1: Prueba de entrada

O2: Prueba de salida

X: Experimento (Modelo de Van Hiele)

3.5 Descripción detallada de métodos por objetivos específicos

Para lograr los objetivos específicos de la investigación, se han diseñado diferentes materiales de investigación que se utilizaron durante el proceso de investigación para su recolección y tratamiento de los datos las mismas que están constituidas por las sesiones de aprendizaje.

La actividad de aprendizaje significativo tiene sus propias características y estructura, estas actividades comprenden: la parte informativa, la selección de competencias, capacidades y desempeños de evaluación, las estrategias metodológicas compuestas por los momentos, estrategia o actividades, el tiempo y los recursos.

Así mismo se han utilizado las siguientes técnicas e instrumentos de recolección de datos:

3.5.1 Técnica

En el presente trabajo de investigación se ha utilizado la técnica de examen.



3.5.2 Instrumento

Se ha aplicado una prueba de entrada (pre prueba) y prueba de salida (post prueba), sobre el desarrollo de noción de cuadriláteros dichas pruebas son recuperadas de Gómez (2015).

3.6 Procedimiento del experimento

Para concretar el presente trabajo de investigación se procedió de la siguiente manera:

- a. Se solicitó al director de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de la ciudad de Huancané, para desarrollar las sesiones de aprendizaje aplicando el Modelo de Van Hiele como estrategia en el desarrollo de noción de cuadriláteros.
- b. Aplicación de las pruebas de entrada (pre test) a ambos grupos (experimental y control), para obtener información sobre el nivel de desarrollo de noción de cuadriláteros previo al tratamiento experimental.
- c. Desarrollo de actividades de aprendizaje sobre desarrollo de noción de cuadriláteros, en este momento se planean y se desarrollan dichas actividades en el grupo experimental teniendo en cuenta el modelo de Van Hiele, utilizando material didáctico adecuado para facilitar el aprendizaje. Se evalúan las capacidades y desempeños de los estudiantes.
- d. Al concluir el desarrollo de las actividades se procedió con la aplicación de la prueba de salida o pos test a ambos grupos para determinar el nivel de logro en el desarrollo de noción de cuadriláteros.
- e. Procedimiento de los datos recolectados para su análisis e interpretación, para lo cual se siguió los siguientes pasos:

Elaboración de tablas y figuras estadísticas del grupo experimental y del grupo control, basándose en las pruebas de entrada (pre test) y salida (post test). Aquí, se analizaron los datos obtenidos en relación a las variables de estudio.

Para interpretar la diferencia de medias aritméticas de los dos grupos motivo de investigación se ha empleado la estadística de medidas de tendencia central y de dispersión para analizar la prueba de entrada y salida, la prueba de hipótesis de estadística



de diferencia de medias y la distribución de Zeta calculada (Zc), cuya fórmula requiere de los valores estadísticos de tendencia central y de dispersión para establecer la diferencia que el experimento ha producido en el grupo experimental. A través de ella se establecen la mejora en el desarrollo de noción de cuadriláteros en los estudiantes del sexto grado de nivel primario.

A. Media aritmética:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Donde:

 \overline{X} = Media Aritmética

X_i = Calificativos Obtenidos

n = Muestra Investigada

B. Varianza:

$$s^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_{i} - \overline{X}\right)^{2}}{n-1}$$

Donde:

 S^2 = Varianza

 \overline{X} = Media Aritmética.

 X_i = Marca de Clase.

n = Número total de Estudiantes.

3.7 Hipótesis estadística

- **H**₀: El promedio de las notas obtenidas por los estudiantes del grupo experimental es igual a los obtenidos por el grupo control.



- **H**_a: El promedio de las notas obtenidas por los estudiantes del grupo experimental es diferente a los obtenidos por el grupo control.

3.7.1 Determinación del nivel de significancia

Se utilizará $\alpha = 0.05$, para comprobar el grado de error de 5%. y el grado de significación es 0.95 es decir 95% sumados es igual a 1.

3.7.2 Aplicación de la zeta calculada

Se aplicará para determinar la validez de la hipótesis.

$$Zc = rac{(\overline{X}e - \overline{X}c)}{\sqrt{rac{Se^2}{ne} + rac{Sc^2}{nc}}}$$

Donde:

 \overline{X}_{c} = Promedio de grupo control

 \overline{X}_{e} = Promedio de grupo experimental

 S_C^2 = Varianza del grupo control

 S_e^2 = Varianza del grupo experimental

n_c = Tamaño de muestra del grupo control

n_e = Tamaño de muestra del grupo experimental.

3.7.3 Regla de decisión

Si la Z calculada " \mathbf{Z}_c ", se ubica en la región de aceptación, de la " \mathbf{H}_0 ", se acepta la hipótesis nula, en caso contrario se acepta la hipótesis alterna " \mathbf{H}_a ".



CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Resultados obtenidos en la pre prueba

4.1.1 Comparación de resultados en la pre prueba

Para el procesamiento de datos se tuvo en cuenta los resultados de la aplicación de la prueba de entrada tanto del grupo experimental y control, sobre la influencia del modelo Van Hiele en el desarrollo de noción de cuadriláteros.

Así mismo el análisis y procesamiento de datos se realizó en relación con los objetivos, el diseño de investigación, a fin de contrastar estadísticamente la hipótesis de investigación, mediante una estadística de prueba no paramétrica, que responden a la matriz de evaluación.

Finalmente, la codificación y el procedimiento de los datos se realizaron con el soporte del software estadístico SPSS (paquete estadístico para las ciencias sociales) y la hoja de cálculo Microsoft Excel.

La variable desarrollo de noción de cuadriláteros se medió al inicio de la investigación antes de haber aplicado el modelo Van Hiele, cuyo nivel de medición es de intervalo, lo cual nos permitió transformar o llevar al nivel ordinal para su interpretación cualitativa. En referencia al fundamento se estableció cuatro niveles para categorizar el aprendizaje de los cuadriláteros con los nominativos de "en inicio", "en proceso", "logro previsto" y "logro destacado", tal como se muestran en las siguientes tablas:



Tabla 3 Resultados obtenidos en la pre prueba sobre desarrollo de noción de cuadriláteros en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019

NIVEL D	DE LOC	GRO	GRUPOS						
		CON	TROL	EXPE	RIMENTAL				
			f	%	f	%			
LOGRO DESTAC.	AD	[17-20]	0	0	0	0			
LOGRO PREV.	A	[13-16]	1	4,55	1	4,17			
EN PROCESO	В	[11-12]	6	27,27	6	25			
EN INICIO	C	[00-10]	15	68,18	17	70,83			
TOTAL			22	100	24	100			

Fuente: Resultados de la pre prueba.

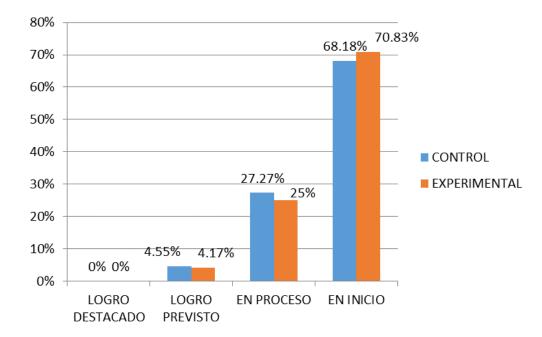


Figura 13. Resultados obtenidos en la pre prueba sobre desarrollo de noción de cuadriláteros en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019

En la tabla 3 y figura 13, se puede apreciar la información concerniente a los resultados de la pre prueba sobre el desarrollo de noción de cuadrilátero en la que se visualiza que, de un total de 22 estudiantes del grupo de control y 24 estudiantes del grupo experimental, lo siguiente:

Tanto en el grupo control como en el grupo experimental, ningún estudiante se ubica en el nivel de logro destacado en su desarrollo de noción de cuadriláteros.



Por otro lado, en el grupo de control, un estudiante que representa el 4,55% y otro estudiante del grupo experimental que representa el 4,17%, se ubican en el nivel de logro previsto en su desarrollo de noción de cuadriláteros.

Así mismo en el grupo de control, 6 estudiantes que representan el 27,27% y otros 6 estudiantes del grupo experimental que representan el 25%, se ubican en el nivel de logro en proceso en su desarrollo de noción de cuadriláteros.

Finalmente, en el grupo de control, 15 estudiantes que representan el 68,18% y otros 17 estudiantes del grupo experimental que representan el 70,83%, se ubican en el nivel de logro en inicio en su desarrollo de noción de cuadriláteros.

Esta información permite deducir que los estudiantes del grupo control y del grupo experimental no superan los bajos niveles de logro en el desarrollo de noción de cuadriláteros al aplicarles la pre prueba.

Cálculos estadísticos de:

Media aritmética del grupo de:

Control :
$$\overline{X}_c = 9,41$$

Experimental :
$$\overline{X}_e = 9.09$$
.

Control :
$$S^2c = 5,30$$

Experimental :
$$S^2e = 3.32$$

En consecuencia, los estudiantes de ambos grupos, se encuentran en niveles equivalentes, tomando como referencia las medias aritméticas de ambos grupos (Control: $\overline{X_c} = 9,41$ y Experimental: $\overline{X_e} = 9,09$), se puede deducir que los estudiantes de ambos grupos se encuentran en el nivel en inicio.



4.1.2 Prueba de hipótesis con los resultados obtenidos en la pre prueba

Con los datos anteriores se procede a probar la hipótesis estadística, para ello se analiza la diferencia de medias que existe en los resultados de pre prueba en ambos grupos, en la cual se utiliza la distribución Z_c Zeta calculada con un nivel de significancia del 5%, es decir $\alpha=0.05$, cuyo valor en la tabla responde a $Zc=\pm1,96$ se plantean las siguientes hipótesis estadísticas:

- **H**₀: El promedio de las notas obtenidas en el pre test por los estudiantes del grupo experimental es igual a los obtenidos por el grupo control.

•
$$\overline{X}_e = \overline{X}_c$$

- **H**_a: El promedio de las notas obtenidas en el pre test por los estudiantes del grupo experimental es diferente a los obtenidos por el grupo control.

•
$$\overline{X}_e \neq \overline{X}_c$$

Aplicando la fórmula de Z calculada, se obtiene:

$$Zc = \frac{(\overline{X}_e - \overline{X}_c)}{\sqrt{\frac{S_e^2}{n_e} + \frac{S_c^2}{n_c}}}$$

$$Z_c = -0.89$$

Este valor ubicamos en el esquema siguiente:





Observamos que el valor de $Z_c = -0.89$ se ubica en la zona de aceptación a la hipótesis nula, por lo cual decidimos aceptar a la hipótesis nula Ho, que significa: El promedio de las notas obtenidas en el pre prueba por los estudiantes del grupo experimental es igual a los obtenidos por el grupo control, por lo cual se confirma la equivalencia de los grupos en consecuencia, se puede aplicar el modelo Van Hiele como material experimental en el desarrollo de noción de cuadriláteros.

4.2 Resultados obtenidos en el proceso del experimento

4.2.1 Dimensión Reconocimiento

Según el marco teórico, esta dimensión, se refiere a que las figuras son juzgadas por su apariencia.

Aquí los conceptos geométricos son considerados como entes globales más que como entes con componentes y atributos. Las figuras geométricas se reconocen por su forma, por su apariencia física y no por sus partes y propiedades.

El alumno aprende algo de vocabulario, identifica diferentes figuras y reproduce una figura dada. Por ejemplo, un estudiante reconocerá el dibujo de un rectángulo pero quizás no sea consciente de muchas propiedades de los rectángulos.

En este nivel los estudiantes:

- Manejan objetos reales observados globalmente y como unidades.
- Identifican figuras en dibujos, conjuntos determinados, con orientaciones variadas y en objetos físicos que rodean al estudiante.
- Describen figuras geométricas por su aspecto físico.
- Clasifican en base a semejanzas y diferencias físicas globales.
- Crean formas usando papel cuadriculado, geo planos, etc., construyendo figuras con fósforos, palillos, plastilina, etc.
- Aprenden vocabulario geométrico, identifican formas, dada una figura la pueden reproducir.
- Realizan actividades de manipular, colorear, doblar y modelar figuras.



Se observan por ejemplo la figura 14 referido a reconocimiento de un cuadrilátero por su forma global.

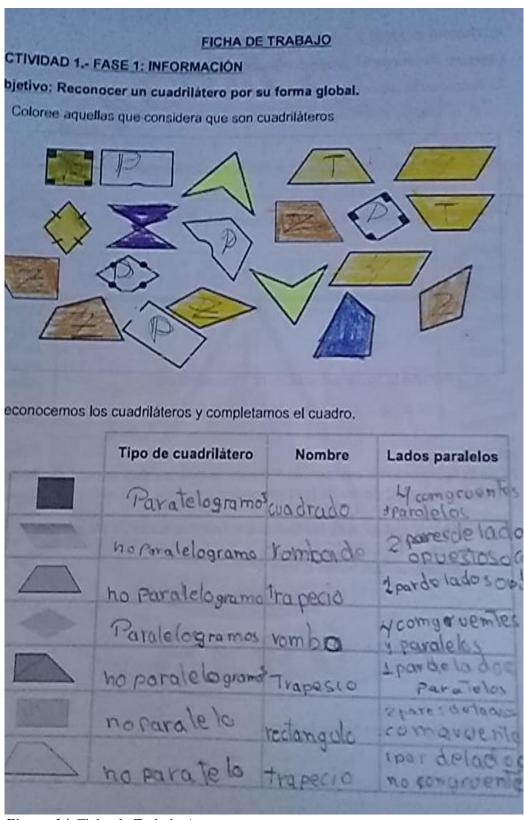


Figura 14. Ficha de Trabajo A



Como se pueden apreciar que el estudiante en este caso ha reconocido los cuadriláteros en forma global, coloreándolo cada figura que tenga cuatro lados, las mismas que para el estudiante dichas figuras constituyen un cuadrilátero, en la parte inferior de la imagen, tipifican los cuadriláteros, nominan e identifican sus lados paralelos.

Así mismo se observan la figura 15 referido a reconocimiento de las propiedades de un cuadrilátero, aunque cambie de posición.

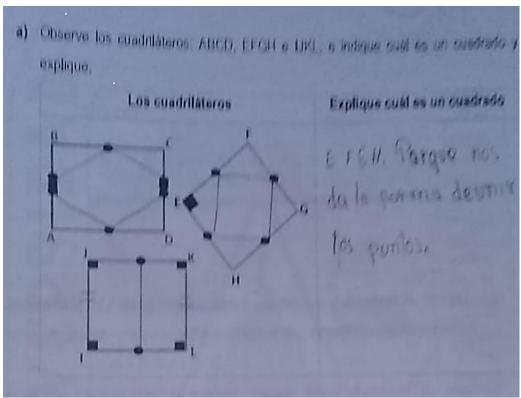


Figura 15. Ejercicio en ficha de trabajo Fuente: Ficha de Trabajo (Anexo 2)

De la misma manera el estudiante reconoció las propiedades por ejemplo del cuadrado que ha cambiado de posición, el estudiante mencionó que la figura EFGH es un cuadrado y justifica sus razones.

Mientras que en la figura 16 referido a la clasificación de cuadriláteros.

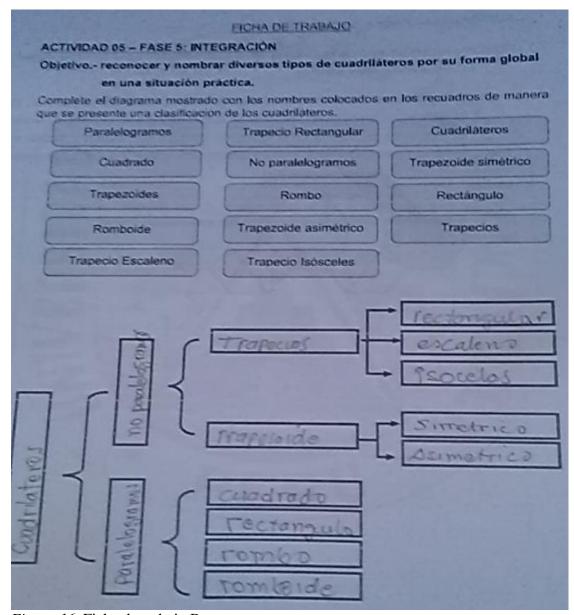


Figura 16. Ficha de trabajo B

En la imagen el estudiante ya ha integrado el nivel de reconocimiento a través del uso de un organizador visual, sobre la clasificación de cuadriláteros.

Esto significa que los estudiantes al igual que el estudiante tomado como ejemplo ya están desarrollando su noción de cuadrilátero a través del modelo de Van Hiele.

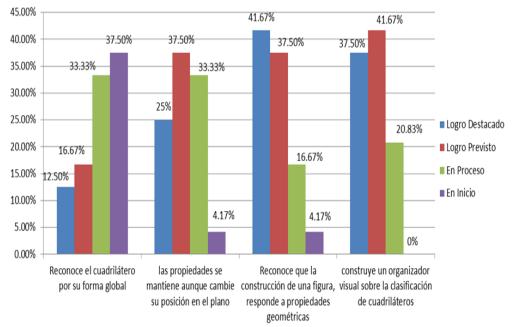
Esta información procesada cuantitativamente se presenta en la tabla y figura siguiente:



Tabla 4 Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión reconocimiento en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019

NIVEL DI	E LOGI	RO	DIMENSIÓN RECONOCIMIENTO								
			Reconoce el cuadrilátero por su forma global		Reconoce que las propiedades se mantienen, aunque cambie su posición en el plano		Reconoce que la construcción de una figura, responde a propiedades geométricas		Reconoce y construye un organizador visual sobre la clasificación de cuadriláteros		
			f	%	f	%	f	%	f	%	
LOGRO DESTACADO	AD	[17- 20]	3	12.50	6	25.00	10	41.67	9	37.50	
LOGRO PREVISTO	A	[13- 16]	4	16.67	9	37.50	9	37.50	10	41.67	
EN PROCESO	В	[11- 12]	8	33.33	8	33.33	4	16.67	5	20.83	
EN INICIO	C	[00- 10]	9	37.50	1	4.17	1	4.17	0	0.00	
TO	ΓAL		24	100	24	100	24	100	24	100	

Fuente: Registro de notas de evaluación de proceso



 $\it Figura~17$. Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión reconocimiento en estudiantes de la I.E.P. Nº 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019



En la tabla 4 y figura 17, se puede apreciar la información referente al desarrollo de noción de cuadrilátero en la dimensión reconocimientos que lograron los 24 estudiantes del grupo experimental lo siguiente:

En el indicador reconoce el cuadrilátero por su forma global, 9 estudiantes que representan el 37,50%, se ubicaron en el nivel en inicio; 8 estudiantes que representan el 33,33% se encuentran en el nivel en proceso, 4 estudiantes que representan el 16,67% se encuentran en el nivel de logro previsto y 3 estudiantes que representan el 12,50% se ubican en el nivel de logro destacado.

Así mismo, en el indicador reconoce que las propiedades mantiene aunque el cuadrilátero cambie de posición, un estudiante que representa el 4,17% se ubicaron en el nivel en inicio; 8 estudiantes que representan el 33,33% se encuentran en el nivel en proceso, 9 estudiantes que representan el 37,50% se encuentran en el nivel previsto y 6 estudiantes que representan el 25% se ubican en el nivel logro destacado.

Como también, en el indicador reconoce que la construcción de una figura responde a propiedades geométricas, un estudiante que representa el 4,17% se ubicaron en el nivel en inicio; 4 estudiantes que representan el 16,67% se encuentran en el nivel en proceso, 9 estudiantes que representan el 37,50% se encuentran en el nivel previsto y 10 estudiantes que representan el 41,67% se ubican en el nivel logro destacado.

Finalmente, en el indicador reconoce y construye, un organizador visual sobre la clasificación de cuadriláteros, ningún estudiante se ubica en el nivel en inicio; 5 estudiantes que representan el 20,83% se encuentran en el nivel en proceso, 10 estudiantes que representan el 41,67% se encuentran en el nivel previsto y 9 estudiantes que representan el 37,50% se ubican en el nivel logro destacado.

En consecuencia, se puede deducir que los estudiantes del grupo experimental, desarrollaron el nivel de reconocimiento de cuadriláteros dentro del modelo de Van Hiele a través de actividades de información, orientación, explicación, orientación libre e integración.



4.2.2 Dimensión Análisis

Esta dimensión, se refiere a que el estudiante reconoce que las figuras geométricas están constituidas por partes o elementos y están dotadas por propiedades matemáticas, deducen las propiedades mediante experimentación para luego generalizarlas a todas las figuras de la misma familia, pero no establece clasificaciones a partir de las relaciones entre las propiedades, la demostración de las propiedades se realiza mediante su comprobación en uno o pocos casos, en este nivel los estudiantes:

- Inician un análisis de los conceptos geométricos, con la observación y
 experimentación, los estudiantes empiezan a distinguir sobre las
 características de las figuras, no se pueden explicar las relaciones entre
 las propiedades, no se entiende todavía las definiciones.
- Clasifican figuras de acuerdo a ciertas propiedades, incluyendo una clasificación de todas las cosas de una clase y de las que no están en ella.
- Descubren propiedades de figuras específicas, empíricamente y generalizan propiedades para esa clase de figura.
- Resuelven problemas geométricos por el conocimiento y uso de propiedades de figuras o por intuición.

Se observan por ejemplo la figura 6 referido al análisis situacional y uso adecuado de símbolos matemáticos.

grafique	Mencione las diferencias	Representación matemática del cuadrilátero, lados, vértices y diagonales.
Un cuadrado Aprog B	4 lados	lados: AB DC AB, BC Vértices: A, B,
Un rectángulo	2 lades	diagonales: AC DB
Un cuadrado	iguales +4	lados: AB, Do
Un rombo	4 lados 1 guales 2 angulos 1 guales	Vertices: A, B C, D diasonales: AC BD
Un rombo	4 lados iguales zangulos iguales	lados ! AB , B
5	2 bados iguales	Vertices A. I.
Un romboide	-z angulos desiguales	diagonales: AC

Figura 18. Ficha de trabajo C

Como se pueden apreciar en la figura 18, el estudiante en este caso ha utilizado símbolos adecuados para poder nombrar los vértices de las figuras, como también para indicar los lados de los cuadriláteros, así mismo las diagonales, eso significa que los estudiantes desarrollaron su nivel de análisis dentro del modelo de Van Hiele, también hicieron las diferencias entre los cuadriláteros, es decir ellos ya tienen construido en la mente sobre algunas propiedades de cada uno de los cuadriláteros.

Así mismo se observan la figura 19 referido al análisis de propiedades de los cuadriláteros.



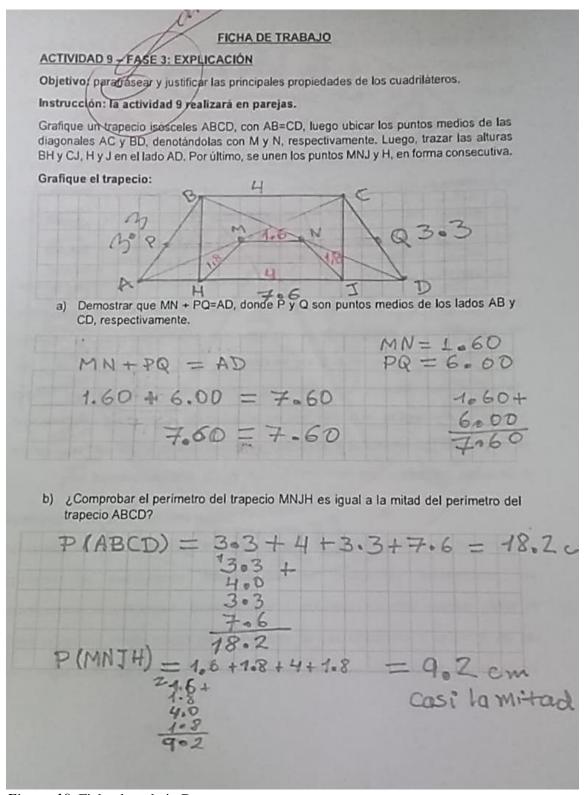


Figura 19. Ficha de trabajo D

De la misma manera el estudiante realizó su análisis en primer lugar a través de su capacidad de análisis ha demostrado la gráfica de los cuadriláteros pedidos, según las características propuestas, en segundo lugar, el estuante ha demostrado



comparativamente vía análisis el perímetro del trapecio MNJH como la mitad del trapecio ABCD.

Mientras que en la figura 20 referido al análisis de propiedades de los cuadriláteros.

omplete la tabla pintando con un color, según con	espond	a.			
	Rectangulo	Rombo	Suadrado	Romboide	rapecio
Cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos,	10	V	V	V	
Cuadrilátero con exactamente con un par de lados opuestos paralelos.					/
Cuadrilátero con diagonales que son perpendiculares.		/	V		
Cuadrilátero con diagonales congruentes.	1	V	1		
Cuadrilátero con diagonales que se bisecan.	1	V	V	V	V
Cuadrilátero con dos pares de lados opuestos congruentes.	V	V	~		7.
Cuadrilátero con exactamente con un par de lados opuestos congruentes.	V	V	V		
Cuadrilátero con dos pares de ángulos opuestos congruentes.	V	V	V	1	

Figura 20. Ficha técnica E

En la figura 20 el estudiante ya ha integrado su nivel de análisis de propiedades de los cuadriláteros aplicando una lista de cotejo; este proceso de desarrollo se va logrando gracias al modelo de Van Hile como estrategia. Esta información procesada cuantitativamente se presenta en la tabla y figura siguiente:



Tabla 5 Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión análisis en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019

					I	DIMENSI	ÓN AN	ÁLISIS		
NIVEL DE LOGRO			Analiza la situación y usa adecuadamente los símbolos en notación matemática		Analiza las diferencias de las propiedades de los cuadriláteros graficados		Analiza y justifica las propiedades de los cuadriláteros		Analiza y define las propiedades de los cuadriláteros	
			f	%	f	%	f	%	f	%
LOGRO DESTACADO	AD	[17-20]	2	8.33	7	29.17	9	37.50	10	41.67
LOGRO PREVISTO	A	[13-16]	6	25.00	11	45.83	9	37.50	11	45.83
EN PROCESO	В	[11-12]	10	41.67	5	20.83	5	20.83	3	12.50
EN INICIO	C	[00-10]	6	25.00	1	4.17	1	4.17	0	0.00
TOT	TOTAL		24	100	24	100	24	100	24	100

Fuente: Registro de notas de evaluación de proceso

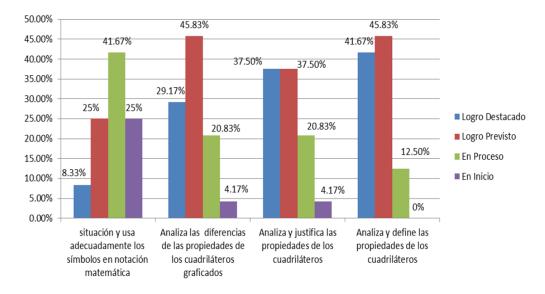


Figura 21. Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión análisis en estudiantes de la I.E.P. Nº 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019

En la tabla 5 y figura 21, se puede apreciar la información referente al desarrollo de noción de cuadrilátero en la dimensión análisis que lograron los 24 estudiantes del grupo experimental lo siguiente:

En el indicador analiza la situación y usa adecuadamente los símbolos en notación matemática, 6 estudiantes que representan el 25%, se ubicaron en el nivel en inicio; 10 estudiantes que representan el 41,67% se encuentran en el nivel en proceso, 6 estudiantes que representan el 25% se encuentran en el nivel de logro



previsto y 2 estudiantes que representan el 8,33% se ubican en el nivel de logro destacado.

Así mismo en el indicador analiza las diferencias de las propiedades de los cuadriláteros graficados, un estudiante que representa el 4,17% se ubicaron en el nivel en inicio; 5 estudiantes que representan el 20,83% se encuentran en el nivel en proceso, 11 estudiantes que representan el 45,83% se encuentran en el nivel previsto y 7 estudiantes que representan el 29,17% se ubican en el nivel logro destacado.

Como también en el indicador analiza y justifica las propiedades de los cuadriláteros, un estudiante que representa el 4,17% se ubicaron en el nivel en inicio; 5 estudiantes que representan el 20,83% se encuentran en el nivel en proceso, 9 estudiantes que representan el 37,50% se encuentran en el nivel previsto y otros 9 estudiantes que representan el 37,50% se ubican en el nivel logro destacado.

Finalmente, en el indicador analiza y define las propiedades de los cuadriláteros, ningún estudiante se ubica en el nivel en inicio; 3 estudiantes que representan el 12,50% se encuentran en el nivel en proceso, 11 estudiantes que representan el 45,83% se encuentran en el nivel previsto y 10 estudiantes que representan el 41,67% se ubican en el nivel logro destacado.

En consecuencia, se puede deducir que los estudiantes del grupo experimental, desarrollaron el nivel de análisis de propiedades de cuadriláteros dentro del modelo de Van Hiele a través de actividades de información, orientación, explicación, orientación libre e integración.

4.2.3 Dimensión Deducción.

Según el marco teórico, esta dimensión, se refiere a que el estudiante puede establecer las interrelaciones entre las propiedades, relaciona propiedades de una figura entre sí o con otras figuras, se pueden deducir propiedades de una figura y reconocer las clases de figuras.



Así mismo en esta dimensión, los estudiantes ya entienden las clases de inclusión, desarrolla y usa definiciones para explicar el porqué de una clase de figura, utiliza diagramas que permiten hacerse una idea del razonamiento.

Los resultados obtenidos empíricamente se usan junto con técnicas deductivas.

No ven como construir una demostración partiendo de premisas aplicando la deducción formal.

Se observan por ejemplo la figura 10 referido a la demostración de las propiedades de cuadriláteros.

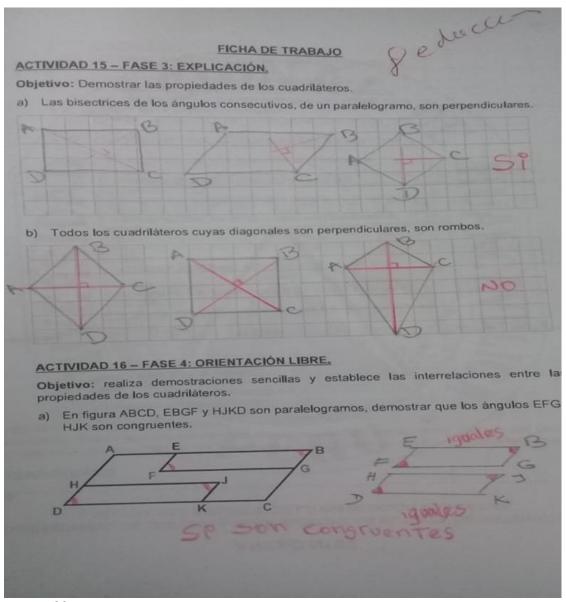


Figura 22. Ficha técnica F



Como se pueden apreciar en la figura 22, el estudiante ha demostrado informalmente las propiedades de algunos cuadriláteros en el primer caso si las bisectrices de los ángulos consecutivos de un paralelogramo son perpendiculares, el estudiante en este caso ha dibujado algunos paralelogramos y ha comprobado que realmente se cumplen estad propiedades.

Así mismo se observan la figura 23 que se refiere a la deducción del nombre de cuadrilátero a partir de ciertas propiedades.

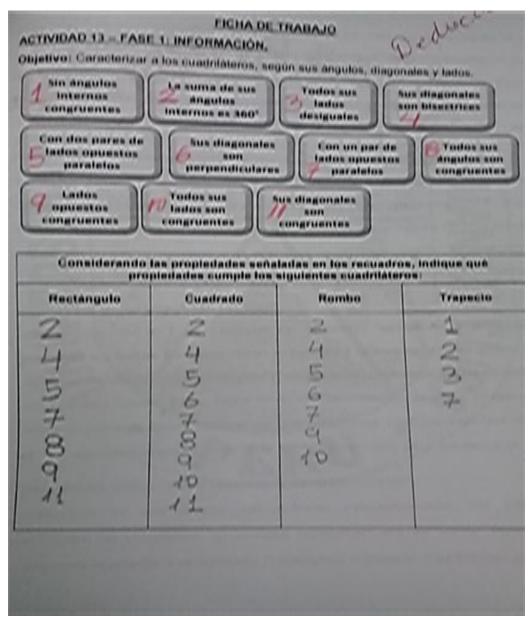


Figura 23. Ficha técnica G



De la misma manera el estudiante realizó su deducción informal de llegar a tener una noción de cuadrilátero a partir de algunas propiedades dadas.

Mientras que en la figura 24, Aplica las propiedades en problemas.

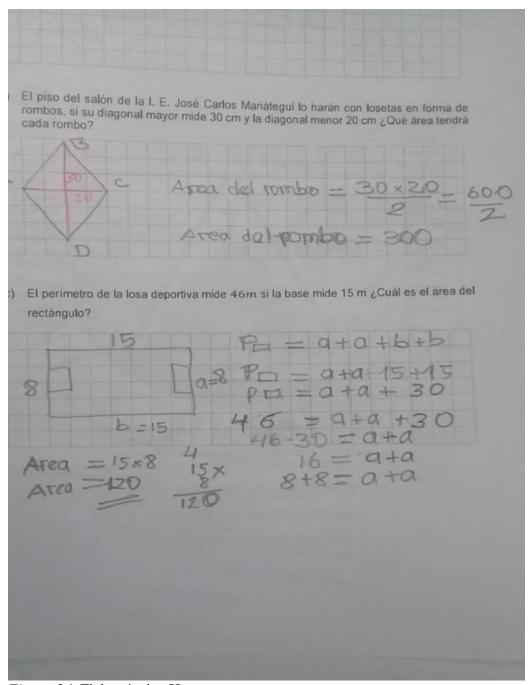


Figura 24. Ficha técnica H

En la figura 24 el estudiante ha resuelto problemas referidos a cuadriláteros; este proceso de desarrollo se ha logrado gracias al modelo de Van Hile como estrategia.



Esta información procesada cuantitativamente se presenta en la tabla y figura siguiente:

Tabla 6 Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión Deducción en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019

			<u> </u>					/			
		DIMENSIÓ						N DEDUCCIÓN			
NIVEL DE LOGRO		Deduce el nombre de los cuadriláteros, según las características dadas.		Deduce el nombre de los cuadriláteros en función a ciertas propiedades dadas		Demuestra las propiedades de los cuadriláteros		Emite una noción de un cuadrilátero			
			f	%	f	%	f	%	f	%	
LOGRO DESTACADO	AD	[17-20]	10	41.67	5	20.83	1	4.17	10	41.67	
LOGRO PREVISTO	A	[13-16]	12	50.00	14	58.33	5	20.83	9	37.50	
EN PROCESO	В	[11-12]	2	8.33	4	16.67	10	41.67	4	16.67	
EN INICIO TOT	C T AL	[00-10]	0 24	0.00 100	1 24	4.17 100	8 24	33.33 100	1 24	4.17 100	

Fuente: Registro de notas de evaluación de proceso

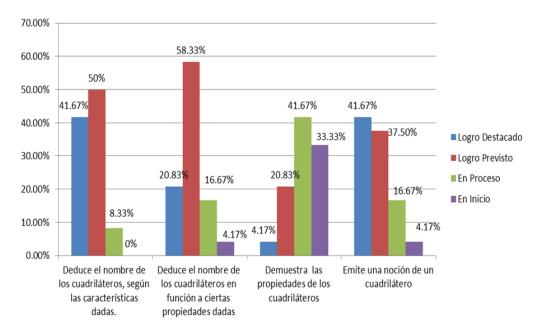


Figura 25. Proceso de desarrollo de noción de cuadriláteros dimensión Deducción en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019



En la tabla 6 y figura 25, se puede apreciar la información referente al desarrollo de noción de cuadrilátero en la dimensión deducción que lograron los 24 estudiantes del grupo experimental lo siguiente:

En el indicador deduce el nombre de los cuadriláteros según las características dadas, ningún estudiante aparece en el nivel en inicio; 2 estudiantes que representan el 8,33% se encuentran en el nivel en proceso, 12 estudiantes que representan el 50% se encuentran en el nivel de logro previsto y 10 estudiantes que representan el 41,67% se ubican en el nivel de logro destacado.

Así mismo en el indicador deduce en nombre de los cuadriláteros en función a ciertas propiedades dadas, un estudiante que representa el 4,17% se ubicaron en el nivel en inicio; 4 estudiantes que representan el 16,67% se encuentran en el nivel en proceso, 14 estudiantes que representan el 58,33% se encuentran en el nivel previsto y 5 estudiantes que representan el 20,83% se ubican en el nivel logro destacado.

Como también en el indicador demuestra las propiedades de los cuadriláteros, 8 estudiantes que representan el 33,33% se ubicaron en el nivel en inicio; 10 estudiantes que representan el 41,67% se encuentran en el nivel en proceso, 5 estudiantes que representan el 20,83% se encuentran en el nivel previsto y un estudiante que representan el 4,17% se ubica en el nivel logro destacado.

Finalmente, en el indicador emite una noción de cuadrilátero, un estudiante que representa el 4,17% se ubicaron en el nivel en inicio; 4 estudiantes que representan el 16,67% se encuentran en el nivel en proceso, 9 estudiantes que representan el 37,57% se encuentran en el nivel previsto y 10 estudiantes que representan el 41,67% se ubican en el nivel logro destacado.

En consecuencia se puede deducir que los estudiantes del grupo experimental, desarrollaron el nivel de deducción informal aplicando el modelo de Van Hiele a través de actividades de información, orientación, explicación, orientación libre e integración.



4.3 Resultados obtenidos en la post prueba

Al igual que en la prueba de entrada o pre prueba, los estudiantes en la prueba de salida o posprueba manifestaban su nivel de desarrollo de noción de cuadriláteros alcanzados a través del Modelo de van Hiele, los cuales fueron procesados y presentados en tablas y figuras siguientes:

Tabla 7
Resultados obtenidos en la posprueba sobre desarrollo de noción de cuadriláteros en estudiantes de la I.E.P. N° 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019

NIVEL	DE LOG	RO	GRUPOS						
		CON	TROL		IMENTAL				
				%		%			
			f		f				
LOGRO									
LOGRO DESTAC.	AD	[17-20]	4	18.18	8	33.33			
LOGRO PREV.	A	[13-16]	6	27.27	14	58.33			
EN PROCESO	В	[11-12]	10	45.45	2	8.33			
EN INICIO	C	[00-10]	2	9.09	0	0.00			
T	TOTAL			100	24	100			

Fuente: Resultados de la posprueba.

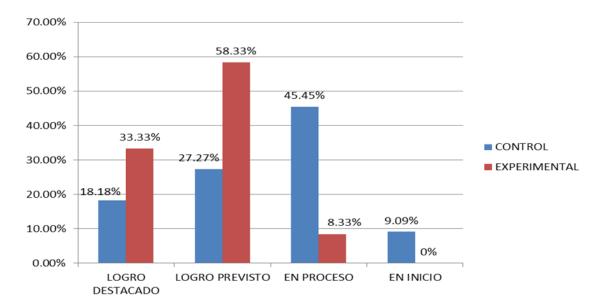


Figura 26. Resultados obtenidos en la posprueba sobre desarrollo de noción de cuadriláteros en estudiantes de la I.E.P. Nº 72229 "Gloriosos 842" - Huancané - 2019

En la tabla 7 y figura 26, se puede apreciar la información concerniente a los resultados de la pre prueba sobre el desarrollo de noción de cuadrilátero en la que se visualiza que



de un total de 22 estudiantes del grupo de control y 24 estudiantes del grupo experimental, lo siguiente:

Dos estudiantes del grupo de control que representa el 9,09% mientras que ningún estudiante del grupo experimental, se ubican en el nivel de inicio en su desarrollo de noción de cuadriláteros.

Así mismo en el grupo de control, 10 estudiantes que representan el 45,45% mientras que 2 estudiantes del grupo experimental que representan el 8,33%, se ubican en el nivel de logro en proceso en su desarrollo de noción de cuadriláteros.

Por otro lado, en el grupo de control, 6 estudiantes que representan el 27,27% mientras que 14 estudiantes del grupo experimental que representan el 58,33%, se ubican en el nivel de logro previsto en su desarrollo de noción de cuadriláteros.

Finalmente, en el grupo de control, 4 estudiantes que representan el 18,18% y otros 8 estudiantes del grupo experimental que representan el 33,33%, se ubican en el nivel de logro destacado en su desarrollo de noción de cuadriláteros.

Esta información permite deducir que los estudiantes del grupo experimental han superados los niveles de logro en el desarrollo de noción de cuadriláteros al aplicarles el modelo Van Hiele en comparación a los estudiantes del grupo de control.

Valor de la media aritmética del grupo de:

Control : \overline{X} c = 13,18

Experimental : \overline{X} e = 16,05

Valor de la varianza del grupo de:

Control : $S^2c = 6,44$

Experimental : $S^2e = 3,66$

En consecuencia, los estudiantes del grupo experimental obtuvieron los mejores resultados en su desarrollo de noción de cuadriláteros, tomando como referencia las medias aritméticas de ambos grupos (Control: $\overline{X}_c = 13,18$ y Experimental: $\overline{X}_e = 16,05$), se puede deducir que los estudiantes del grupo de control se encuentran en nivel de logro



previsto, pero este logro es inminente; sin embargo los del grupo experimental se ubican en el nivel de logro destacado que también es un logro inminente en promedio.

4.3.1 Prueba de hipótesis con los resultados obtenidos en la posprueba

Con los datos anteriores se procede a probar la hipótesis estadística, para ello se analiza la diferencia de medias que existe en los resultados de pos prueba en ambos grupos, en la cual se utiliza la distribución Z_c Zeta calculada con un nivel de significancia del 5%, es decir $\alpha=0.05$, cuyo valor en la tabla responde a $Zc=\pm1,96$ se plantean las siguientes hipótesis estadísticas:

- **H**₀: El promedio de las notas obtenidas en el pos prueba por los estudiantes del grupo experimental es igual a los obtenidos por el grupo control.

•
$$\overline{X}_e = \overline{X}_c$$

- **H**_a: El promedio de las notas obtenidas en el pos prueba por los estudiantes del grupo experimental es diferente a los obtenidos por el grupo control.

•
$$\overline{X}_e \neq \overline{X}_c$$

Aplicando la fórmula de Z calculada, se obtiene:

$$Z_c = 4.32$$

Este valor se ubica en el esquema siguiente:





Finalmente se observa que el valor de $Z_c = 4,32$ se ubica en la zona de rechazo a la hipótesis nula, por lo cual decidimos rechazar a la hipótesis nula $\mathbf{H_0}$ y aceptamos la hipótesis alterna $\mathbf{H_a}$ que significa: El promedio de las notas obtenidas en el pos prueba por los estudiantes del grupo experimental es diferente a los obtenidos por el grupo control, por lo cual se confirma la diferencia de los grupos con lo que se pudo lograr el objetivo de la investigación.



CONCLUSIONES

- El nivel de desarrollo de noción de cuadriláteros que logran alcanzar los estudiantes aimara hablantes de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de Huancané, utilizando el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele, es el nivel de logro destacado dentro del baremo del Ministerio de Educación del Perú, debido a que este modelo a través de sus actividades de información, orientación dirigida, explicación, orientación libre e integración, permiten obtener una media aritmética de 16,05 puntos en el grupo experimental, mientras que en el grupo de control 13,18 puntos (tabla 6), esta información se ratifica con la prueba de hipótesis de diferencia de medias Zc = 4,43 (Zc = 4,32 ≥1.96).
- El nivel de reconocimiento de cuadriláteros que lograron alcanzar los estudiantes aimara hablantes de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de Huancané, utilizando el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele, se encuentra entre los niveles de logro previsto y logro destacado en 33,33% y 29,17% en promedio respectivamente (tabla 3), por lo que el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele hizo posible este logro en los estudiantes mencionados.
- El nivel de análisis de cuadriláteros que lograron alcanzar los estudiantes aimara hablantes de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de Huancané, utilizando el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele, se encuentra entre los niveles de logro previsto y logro destacado en 37,5% y 29,17% en promedio respectivamente (tabla 4), por lo que el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele hizo posible este logro en los estudiantes mencionados.
- El nivel de deducción de cuadriláteros que lograron alcanzar los estudiantes aimara hablantes de la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de Huancané,



utilizando el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele, se encuentra entre los niveles de logro previsto y logro destacado en 41,67% y 27,04% en promedio respectivamente (tabla 5), por lo que el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele hizo posible este logro en los estudiantes mencionados.



RECOMENDACIONES

- Al Director de la Unidad de Gestión Educativa local de Huancané, realizar acciones de capacitación a los docentes de educación primaria sobre manejo de estrategias de razonamiento geométrico como por ejemplo el Modelo de Van Hiele aplicado al desarrollo de noción de cuadriláteros, debido a que este modelo al poner en experimento en la Institución Educativa Primaria N° 72229 "Glorioso 842" de Huancané dio resultados significativos.
- A los docentes de educación primaria de Huancané tomar como ejemplo de estrategias de razonamiento geométrico al Modelo de Van Hiele, ya que este modelo permite el aprendizaje activo de los estudiantes en el área de geometría.
- A los futuros docentes de educación primaria quienes aún se encuentran en formación tanto en las universidades como en los institutos superiores pedagógicos, a que incorporen en sus sesiones de aprendizaje que planifican para realizar sus prácticas pre profesionales, considerando las fases que recomienda este modelo.
- A los investigadores en educación matemática, realizar estudios sobre desarrollo de noción de otros objetos geométricos en estudiantes de nivel de educación primaria aplicando como estrategia el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, en vista de que este modelo tiene efectos positivos.



BIBLIOGRAFÍA

- Andonegui, M. (2014). Cuadriláteros: Clasificación y Propiedades. España.
- Barreda, D. (2001). Evaluación de Niveles de Razonamiento Geométrico en estudiantes de licenciatura de Sucre Venezuela. *Divulgaciones Matemáticas*, 14(2), 141-151.
- Beltrán, C. (2015). Aprendizaje basado en problemas para desarrollar capacidades matemáticas de los estudiantes del primer grado de secundaria. (Tesis de maestría). Universidad San Ignacio de Loyola, Lima, Perú.
- Brousseau, G. (2007). Formación Docente Matemática. Obtenido de Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Chile. Retrieved from http://www.udesantiagovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F204043%2F mod _resource%2Fcontent%2F2%2F287885313-Guy-Brousseau-.pdf
- Cabello, A. (2013). La modelización de Van Hiele en el aprendizaje constructivo de la geometría en primero de la educación secundaria obligatoria a partir de Cabri. (Tesis doctoral). Universidad de Salamanca, España.
- Carbajal, P. (2017). Modelación de Van Hiele mediado por GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes del I ciclo de ingeniería de sistemas de la Universidad César Vallejo, 2017. (Tesis doctoral). Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. Lima, Perú.
- Carhuapoma, L. & Huaman, A. (2018). Modelo de Van Hiele en el aprendizaje de cuadriláteros, en estudiantes del cuarto grado de José Carlos Mariátegui, Pampachacra. (Tesis de pregrado). Universidad Nacional de Huancavelica, Huancavelica, Perú.
- Checya, R. (2015). Comprensión del objeto Triángulo en estudiantes del sexto grado de primaria a través de una propuesta basada en el modelo Van Hiele. (Tesis de maestria). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.



- Corberán, R. (1994). Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geométrica en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele. Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.
- Corberán, R., Huerta, P., Margarit, J., Peñas, P., & Ruiz, E. (1989). *Didáctica de la geometría: Modelo Van Hiele*. España: Colección Educación. Materials.
- Corimanya, S. (2015). Estrategia didáctica basada en Van Hiele para el aprendizaje significativo de cuadriláteros a través del GeoGebra. (Tesis de maestría). Universidad San Ignacio de Loyola, Lima, Perú.
- Fernández, T. (2018). Aplicación de la propuesta didáctica basada en el modelo de Van Hiele y su influencia en el aprendizaje de las secciones cónicas del 4° de secundaria de la I.E Saco Oliveros 2017. (Tesis de maestría). Universidad Cesar Vallejo, Lima, Perú.
- Fouz, F. (2006). Test geométrico aplicando el Modelo de Van Hiele. *Sigma Revista de Matemáticas* 28(5), 33-58. Retrieved from http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/sigma_28/5_test_geometrico.pdf
- Fouz, F. y De Donosti, B. (2005). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría*. *Un paseo por la geometría*. España. Retrieved from http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf.
- Godino, J. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros*. Retrieved from http://www.ugr.es/~jgodino/edumat.maestros/manual.pdf
- Godino, J. (2004). *Matemáticas para maestros*. Granada, España: Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.
- Gómez, C. (2015). Proceso de visualización de cuadriláteros: un estudio con profesores de nivel secundario. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1991). El Modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: Los Giros. *Educación Matemática* 3(2), 49-65.
- Gutiérrez, G. & López, C. (2010) Enseñanza de la geometría en segundo año de Educación Secundaria bajo el enfoque de competencias. Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (6ta Ed.). México: Ed. Mc Graw Hill.



- Hernández, V. & Villalba, M. (2001). *Perspectivas en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI*. Documento de discusión para estudio ICMI. PMME-UNISON. Traducción del documento original. Recuperado de http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm.
- Huamán, H.& Robles, N. (2012). Aprendizaje de ángulos en la circunferencia mediante los niveles de razonamiento de van hiele, en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la institución educativa José Carlos Mariátegui Huancayo. (Tesis de pregrado). Universidad Nacional del Centro del Perú, Perú.
- Isaza, M. & López, A. (2012). Propuesta didáctica según Van Hiele para el desarrollo de la noción de espacio en los niños y niñas de primero de primaria del Liceo Cuba de la ciudad de Pereira Risaralda. (Tesis de pregrado). Universidad Tecnológica de Pereira, Risaralda, Colombia.
- Ixcaquic, I. (2015) Modelo de Van Hiele y Geometría Plana. Instituto Nacional de Educación Básica de Telesecundaria. Paraje Tzanjuyub, Aldea Paxixil, San Francisco El Alto, Totonicapán, Guatemala.
- Jaime, A. (1993). Aportaciones a la interpretación y la aplicación del Modelo de Van
 Hiele: La enseñanza de las isometrías. La evaluación del nivel de razonamiento.
 (Tesis doctoral). Universidad de Valencia, España.
- Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Llinares; M. Sánchez, (Eds.), Teoría y práctica en educación matemática. Colección Ciencias de la Educación, 4, 295-384. Sevilla, España: Alfar.
- Jara, C. (2015). Aplicación del modelo de razonamiento de Van Hiele mediante uso del software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría en tercer grado de educación secundaria del colegio San Carlos de Chosica, 2014. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima, Perú.
- Jara, L. (2015) Niveles de razonamiento según el modelo de Van Hiele que alcanzan los estudiantes del primer año de secundaria al abordar actividades sobre paralelogramos. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.
- Maguiña, A. (2013). Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo de Van Hiele. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica. Lima, Perú.



- Merma, S. (2016). Estrategia didáctica para desarrollar la visualización espacial y razonamiento geométrico, orientado por el modelo Van Hiele. (Tesis de Maestría). Universidad San Ignacio de Loyola, Lima, Perú. Retrieved from http://repositorio.usil.edu.pe/handle/USIL/2080.
- Miller, C., Heeren, V. & Hornsby, J. (2006). *Matemática: Razonamiento y aplicaciones*. México: Pearson Educación
- Ministerio de Educación. (2006). *Guía del Pensamiento a través de la matemática*. Lima, Perú.
- Ministerio de Educación. (2012). *Módulo de Resolución de Problemas Resolvamos 2 Manual para el docente 2º Grado de Educación Secundaria*. Lima, Perú: Editora El Comercio.
- Ministerio de Educación. (2013). *Rutas de Aprendizaje Área Curricular de Matemática*. Lima, Perú.
- Ministerio de Educación. (2015). *Rutas del Aprendizaje*. Área Curricular 1.° y 2.° grados de Educación Secundaria. Retrieved from http://www.minedu.gob.pe/rutas-delaprendizaje/secundaria.
- Ministerio de Educación. (2015). Sistema de Consultoría de Resultados de Evaluaciones. Lima, Perú.
- Ministerio de Educación. (2019). Sistema de Consultoría de Resultados de Evaluaciones. Lima, Perú.
- Pérez, C. (2009). El modelo Van Hiele y la programación neurolingüistica para la enseñanza del bloque geometría de la segunda etapa de educación básica. Argentina: El Cid Editor.
- Pérez, J. & Ruiz, M. (2010). Estrategias lúdicas aplicando el modelo de Van Hiele como una alternativa para la enseñanza de la geometría. (Tesis de maestría). Universidad de los Andes, Venezuela.
- Ramos, P. (2015). Estrategia didáctica basada en el modelo Van Hiele para lograr competencias matemáticas en geometría. (Tesis de maestría). Universidad San Ignacio de Loyola, Lima, Perú.
- Santos, R. (2014). El modelo Van Hiele para el aprendizaje de los elementos de la circunferencia en estudiantes de segundo de secundaria haciendo uso del GeoGebra. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.



- Segovia, R. (2018). Las construcciones geométricas y el aprendizaje significativo de propiedades básicas de la geometría plana en estudiantes del segundo grado de secundaria del Colegio María Reina Marianistas, San Isidro, 2017. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima, Perú.
- Tobón, S. (2006). Competencia, calidad y educación superior. Colombia: Magisterio.
- Van Hiele, P. (1957). El Problema de la Comprensión. En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. (Tesis doctoral). Universidad Real de Utrecht, Países Bajos.
- Vargas, G. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la Geometría. UNICIENCIA, 27(1), 74-94.
- Vidal, P. (2015). Secuencia didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros en base al modelo de Van Hiele para estudiantes del quinto grado de educación primaria. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.



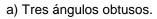
ANEXOS

Anexo 1. Prueba de entrada y salida

APELLIDOS Y NOMBRES:

INSTRUCCIÓN: Lea con mucha atención y responde a cada ítem.

1) Dada la siguiente figura. Marque la alternativa correcta: el número de ángulos internos es:



- b) Cuatro ángulos agudos.
- c) Tres ángulos rectos y un ángulo obtuso.
- d) Dos ángulos agudos y dos ángulos obtusos.



- a) La suma de cada uno de sus lados.
- b) Medida de la región o superficie encerrado por una figura geométrica.
- c) La suma de sus longitudes de los lados de una figura geométrica.
- d) La suma de cada uno de sus diagonales.
- **3)** En el dibujo, hay muchas figuras geométricas en las cuales la cantidad de cuadrados, rectángulos y trapecios es:

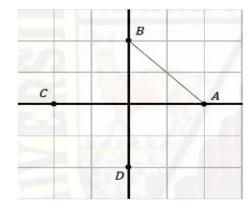


Cantidad de cuadrados:

Cantidad de rectángulos:

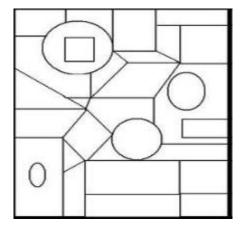
Cantidad de trapecios:

4) Uniendo con una línea recta los puntos consecutivos A, B, C, D y A. se forma un cuadrilátero **cuyo nombre es:**



Justifique	su	respuesta.
------------	----	------------

5) En la figura que se muestra encontrarás 15 cuadriláteros. Asígnele un número diferente a cada una de ellas y luego póngale sus nombres según el tipo de cuadrilátero al que pertenezca.

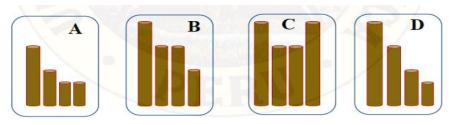


1.	9.
2,	10.
3.	11.
4.	12.
5.	13.
6.	14.
7.	15.
8.	

6) Construye un paralelogramo que tenga un par de ángulos opuestos obtusos y los lados iguales.

Figura:	Nombre de la figura:
	Por qué ese nombre:

7) Para construir un paralelogramo, debes escoger un grupo de 4 palitos. ¿Cuál es el grupo de palitos que debes elegir para formar el paralelogramo? Justifique su respuesta.



	Т
Construye la figura:	Nombre del cuadrilátero:
Constraye la figura.	Nombre del oddamatero.
	Dor gué con nombros
	Por qué ese nombre:



8) Si ABCD es un rombo, y M, N, P y Q son los puntos medios de los lados, respectivamente, ¿qué tipo de cuadrilátero es MNPQ? Justifique su respuesta.

Construye la figura:	Nombre del cuadrilátero:
	Por qué ese nombre:

9) El perímetro de un campo deportivo de forma rectangular mide 36m si la base mide 12 m ¿Cuál es el área de dicho campo deportivo?.

10)En un trapecio isósceles ABCD, con AB = CD, se ubican los puntos M, N, P y Q, que son los puntos medios de los lados, respectivamente. ¿Qué figura se forma al unir en forma consecutiva los puntos M, N, P y Q?,

Construye la figura:	Nombre del cuadrilátero:
	Por qué ese nombre:



Anexo 2. Sesiones y actividades de aprendizaje.

SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 1

I. DATOS INFORMATIVOS:

a) DRE : PUNO

b) UGEL : HUANCANÉ

c) I E P: N° 72229 "GLORIOSO 842" DE HUANCANÉ

d) GRADO Y SECCIÓN : SEXTO "A"

e) DOCENTE : BERTHA HANCCO ZELA

f) FECHA : AGOSTO DE 2019

II. MATERIALES Y RECURSOS:

Paleógrafos, pizarra, plumones, imágenes

III. PROPÓSITOS Y EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE:

ÁREA	CAPACIDES	DESEMPEÑOS
Matemática	Resuelve problemas de	Reconoce un cuadrilátero
	forma y localización	en su forma global

Inicio (20 minutos): DIMENSIÓN RECONOCIMIENTO

ACTIVIDAD 1: FASE DE INFORMACIÓN

- Se muestran varias figuras geométricas diferentes el estudiante debe colorear aquellas que considera que son cuadriláteros.
- Comunica el propósito de la actividad: Hoy aprenderemos a identificar los tipos de cuadriláteros.

Desarrollo (120 minutos)

ACTIVIDAD 2: FASE DE ORIENTACIÓN DIRIGIDA.

- Reconocemos los cuadriláteros y completamos el cuadro

ACTIVIDAD 3: FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA.

- Grafica una figura que no sea cuadrilátero y diga por qué no es cuadrilátero

Cierre (20 minutos): DIMENSIÓN RECONOCIMIENTO

- Hacen un recuento de las actividades realizadas en la sesión.
- Se realiza las siguientes preguntas a los estudiantes.
- ¿Qué aprendieron en esta sesión?
- ¿Cómo aprendieron?
- ¿Para qué les sirvió lo aprendido?

	Huancané,	d	le agosto de 201	9
Investigadora		V°	B°	



SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 2

I. DATOS INFORMATIVOS:

a) DRE : PUNO
b) UGEL : HUANCANÉ
c) LE P : N° 72229 "GI

c) I E P : Nº 72229 "GLORIOSO 842" DE HUANCANÉ

d) GRADO Y SECCIÓN : SEXTO "A"

e) DOCENTE : BERTHA HANCCO ZELA

f) FECHA : AGOSTO DE 2019

g)

II. MATERIALES Y RECURSOS:

Paleógrafos, pizarra, plumones, imágenes

III. PROPÓSITOS Y EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE:

ÁREA	CAPACIDES	DESEMPEÑOS
Matemática	Resuelve problemas de	Reconoce un cuadrilátero
	forma y localización	en su forma global

Inicio (20 minutos): DIMENSIÓN RECONOCIMIENTO

ACTIVIDAD 4: FASE DE EXPLICACIÓN

- Se muestran varios cuadriláteros, se pide explicar cuál es un cuadrado, un rombo
- Se muestran varios cuadriláteros, se pide explicar cuál es un rombo
- Se muestran varios cuadriláteros, se pide explicar cuál es un rectángulo
- Comunica el propósito de la actividad: Hoy aprenderemos a identificar los tipos de cuadriláteros.

Cierre (20 minutos).

- Hacen un recuento de las actividades realizadas en la sesión.
- ¿Para qué les sirvió lo aprendido?

	Huancané, de agosto de 2019
	••••••
Investigadora	$ m V^{\circ} m B^{\circ}$



SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 3

I. DATOS INFORMATIVOS:

a) DRE : PUNO

b) UGEL : HUANCANÉ

c) I E P : N° 72229 "GLORIOSO 842" DE HUANCANÉ

d) GRADO Y SECCIÓN: SEXTO "A"

e) DOCENTE : BERTHA HANCCO ZELA

f) FECHA : AGOSTO DE 2019

II. MATERIALES Y RECURSOS:

Paleógrafos, pizarra, plumones, imágenes

III. PROPÓSITOS Y EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE:

ÁREA	CAPACIDES	DESEMPEÑOS
Matemática	Resuelve problemas de	Reconoce un cuadrilátero
	forma y localización	en su forma global

Inicio (20 minutos): DIMENSIÓN RECONOCIMIENTO

ACTIVIDAD 5: FASE DE ORIENTACIÓN LIBRE

- Se muestra una figura formada por varios cuadriláteros, se pide ¿qué y cuántos cuadriláteros se han utilizado para formar la figura?.

Desarrollo (120 minutos)

ACTIVIDAD 6: FASE DE INTEGRACIÓN.

- Complete el diagrama mostrado con los nombres de cada recuadro

Cierre (20 minutos).

- Hacen un recuento de las actividades realizadas en la sesión.
- Se realiza las siguientes preguntas a los estudiantes.
- ¿Qué aprendieron en esta sesión?
- ¿Cómo aprendieron?
- ¿Para qué les sirvió lo aprendido?

	Huancané, de agosto de 201
Investigadora	$ m V^{\circ} m B^{\circ}$



Anexo 3. Lista de cotejo

LISTA DE COTEJO PARA ESTUDIANTES DEL GRUPO EXPERIMENTAL

N	CÓDIGO DE ESTUDIANTES		RECONOCIMIENTO					ANALISIS			RPROMEDIO			
		A D	A	В	С	A D	A	В	С	A D	A	В	С	
01	2019-1E	V		V		$\sqrt{}$		$\sqrt{}$		V		V		19
02	2019-2E			V				$\sqrt{}$				V		12
03	2019-3E		V		1		√		V		V		V	15
04	2019-4E		1		√		√		√		V		√	14
05	2019-5E	1		1		V		1		√		V		18
06	2019-6E		V		1		√		V		V		V	14
07	2019-7E		1		1		V		√		$\sqrt{}$		1	14
08	2019-8E		V		1		√		V		V		V	13
09	2019-9E		1		1		V		√		$\sqrt{}$		1	15
10	2019-10E	$\sqrt{}$		1		\checkmark		$\sqrt{}$		$\sqrt{}$		V		18
11	2019-11E		√				√		1		1		1	15
12	2019-12E		1				1		1		V		1	14
13	2019-13E		V		V		V		V		V		1	14
14	2019-14E	V		1				$\sqrt{}$				V		18
15	2019-15E		1				1		1		V		1	15
16	2019-16E			1				1				V		11
17	2019-17E		V		V		V		V		V		1	14
18	2019-18E													17
19	2019-19E		V		V		√		V		V		V	13
20	2019-20E													17
21	2019-21E		V		V		√		V		V		V	16
22	2019-22E	V		1		1		$\sqrt{}$		V		V		19
23	2019-23E		V		V		√		V		V		V	15
24	2019-24E	$\sqrt{}$		1		$\sqrt{}$		$\sqrt{}$		$\sqrt{}$		$\sqrt{}$		19

Logro destacado: AD = 17 - 20

Logro previsto: A = 13 - 16

Logro en proceso: B = 11 - 12

Logro en inicio: C = 0 - 10



LISTA DE COTEJO PARA ESTUDIANTES DEL GRUPO DE CONTROL

N °	CÓDIGO DE ESTUDIANTES		RECONOCIMIENTO					ANALISIS			RPROMEDIO			
		A D	A	В	С	A D	A	В	С	A D	A	В	С	
01	2019-1C		V		√		V		V		√			13
02	2019-2C				√		V		$\sqrt{}$		√			08
03	2019-3C			V		$\sqrt{}$		√		V				11
04	2019-4C			V		√		√		√				12
05	2019-5C	√		√		√		√		√		V		18
06	2019-6C			V		$\sqrt{}$		√		V				12
07	2019-7C		V		√		V		V		√			14
08	2019-8C				√		√		V		√			11
09	2019-9C	V		1		√		√		√		V		17
10	2019-10C													12
11	2019-11C		V		1		V		V		V			13
12	2019-12C			V				√		V				12
13	2019-13C			V		\checkmark		√		√				11
14	2019-14C	1		1		1		√		V		V		17
15	2019-15C			1		√		√		√				12
16	2019-16C		V		1		V		V		V			13
17	2019-17C			1		√		1		√				12
18	2019-18C			V		√		√		V				11
19	2019-19C		1		√		1		1		1			14
20	2019-20C				1		1		1		√			09
21	2019-21C	V		1		V		√		√		V		17
22	2019-22C		V		V		1		V		$\sqrt{}$			15

Logro destacado: AD = 17 - 20

Logro previsto: A = 13 - 16

Logro en proceso: B = 11 - 12

Logro en inicio: C = 0 - 10