

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO**

**ESCUELA DE POSGRADO**

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**



**TESIS**

**FLIPPED CLASSROOM Y APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES  
TRIGONOMÉTRICAS EN EL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO EN EL  
COLEGIO DE ALTO RENDIMIENTO PUNO**

**PRESENTADA POR:**

**MIGUEL ARNALDO BEJAR FERNANDEZ**

**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:**

**MAGISTER SCIENTIAE EN EDUCACIÓN  
MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

**PUNO, PERÚ**

**2020**

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN



TESIS

FLIPPED CLASSROOM Y APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES  
TRIGONOMÉTRICAS EN EL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO EN EL  
COLEGIO DE ALTO RENDIMIENTO PUNO

PRESENTADA POR:

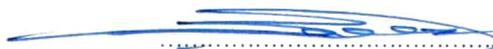
MIGUEL ARNALDO BEJAR FERNANDEZ

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAGISTER SCIENTIAE EN EDUCACIÓN  
MENCION EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

PRESIDENTE



Dr. SALVADOR HANCCO AGUILAR

PRIMER MIEMBRO



Dr. GODOFREDO HUAMAN MONROY

SEGUNDO MIEMBRO



MSc. MARTIN CONDORI CONCHA

ASESOR DE TESIS



Dr. FELIPE GUTIERREZ OSCO

Puno, 03 de enero de 2020

**ÁREA:** Estrategias metodológicas de la educación.

**TEMA:** Flipped classroom y aprendizaje de las funciones trigonométricas.

**LÍNEA:** Comprobación de la eficiencia y eficacia de estrategias metodológicas en la educación matemática.

## DEDICATORIA

Esta tesis está dedicada a:

- A mi madre Alicia, quien con su amor y ejemplo supo enseñarme que debemos esforzarnos para ser cada día mejor y superarnos para alcanzar nuestros objetivos, uno de los cuales puedo llegar a cumplir hoy.
- A mi esposa Luzgarda y mi hija Dayra Yuni, que con su presencia me inspiran a ser cada día un mejor esposo y padre, por la motivación, confianza y apoyo incondicional durante todo este proceso, por estar conmigo en todo momento, gracias.
- A mis hermanos por su cariño, consejos y palabras de aliento que hicieron de mí una mejor persona y de una u otra forma me acompañan en todos mis sueños y metas.
- Finalmente, quiero dedicar esta tesis a todos mis maestros, por apoyarme con sus recomendaciones para poder concluir este trabajo de investigación.

## AGRADECIMIENTOS

- A la Universidad Nacional del Altiplano Puno por la exigente formación académica y de calidad que nos brinda para contribuir al desarrollo de la educación en bien de la juventud y de nuestra sociedad en general.
- A la Escuela de Post Grado de la Universidad Nacional del Altiplano, a la Maestría en Educación y en especial a la mención de Didáctica de la Matemática, por permitirme ampliar mis estrategias metodológicas para una mejor enseñanza de las matemáticas en beneficio de la juventud puneña.
- Al Ministerio de Educación, al Colegio de Alto Rendimiento Puno y a los estudiantes que colaboraron con entusiasmo, participando activamente de todas las actividades que se programaron, por consiguiente, hicieron posible que esta investigación pueda realizarse.
- Finalmente, a mis maestros, quienes, con sus recomendaciones y consejos para mejorar la práctica pedagógica en beneficio de los estudiantes, dieron origen a la investigación que ponemos al alcance de la comunidad investigadora.

## ÍNDICE GENERAL

	<b>Pág.</b>
DEDICATORIA .....	i
AGRADECIMIENTOS .....	ii
ÍNDICE GENERAL .....	iii
ÍNDICE DE TABLAS .....	vi
ÍNDICE DE FIGURAS .....	vii
ÍNDICE DE ANEXOS .....	viii
RESUMEN .....	ix
ABSTRACT.....	x
INTRODUCCIÓN.....	1

### CAPÍTULO I

#### REVISIÓN DE LITERATURA

1.1 Marco teórico.....	3
1.1.1 Constructivismo: Teorías del aprendizaje .....	3
1.1.2 Conectivismo: Teoría del aprendizaje para la era digital .....	3
1.1.3 La educación: del espacio – lugar al espacio – nodo.....	4
1.1.4 El constructivismo y la matemática.....	4
1.1.5 Taxonomía revisada de Bloom.....	5
1.1.6 El Flipped Classroom .....	5
1.1.7 Origen del Flipped Classroom.....	6
1.1.8 Bases teóricas del modelo Flipped Classroom .....	6
1.1.9 Constructivismo y Flipped Classroom .....	7
1.1.10 Pilares del Flipped Classroom.....	7
1.1.11 ¿Qué es y qué no es Flipped Classroom? .....	8
1.1.12 Aplicación del modelo Flipped Classroom .....	8
1.1.13 Roles del docente durante la clase.....	10
1.1.14 Khan Academy .....	10
1.1.15 Plan de estudios de las Funciones trigonométricas .....	11
1.1.16 Evaluación del aprendizaje de la asignatura de matemáticas.....	11
1.1.16.1 Conocimiento y comprensión .....	11
1.1.16.2 Comunicación Matemática.....	12
1.1.16.3 Resolución de Problemas .....	12

1.1.16.4	Enfoque de Indagación.....	12
1.2	Antecedentes .....	13
1.2.1	A nivel internacional .....	13
1.2.2	A nivel nacional.....	14

## CAPÍTULO II

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1	Descripción del Problema.....	16
2.2	Definición del Problema .....	17
2.2.1	Definición General del Problema .....	17
2.2.2	Definiciones Específicas del problema .....	17
2.3	Justificación .....	18
2.4	Objetivo general.....	19
2.4.1	Objetivos específicos.....	19
2.5	Hipótesis general.....	19
2.5.1	Hipótesis específica .....	19

## CAPÍTULO III

### METODOLOGÍA

3.1	Lugar de estudio.....	20
3.2	Población .....	20
3.3	Muestra .....	21
3.4	Método de investigación.....	21
3.4.1	Tipo de investigación .....	21
3.4.2	Diseño de investigación.....	21
3.5	Descripción de métodos.....	21
3.5.1	Técnicas e instrumentos de Recolección de datos.....	23
3.6	Plan de tratamiento, análisis e interpretación de datos .....	23
3.7	Sistematización de variables .....	25

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1	Resultados obtenidos en el Pre Test .....	27
4.1.1	Resultados obtenidos por el Grupo de Control.....	27
4.1.2	Resultados obtenidos por el Grupo Experimental .....	28
4.1.3	Comparación de los resultados obtenidos en el Pre Test .....	29
4.1.4	Prueba de Hipótesis del Pre Test.....	30

4.2	Resultados obtenidos en el Post Test.....	31
4.2.1	Resultados obtenidos por el Grupo de Control.....	31
4.2.2	Resultados obtenidos por el Grupo Experimental .....	32
4.2.3	Comparación de los resultados obtenidos en el Post Test.....	33
4.2.4	Prueba de Hipótesis del Post Test .....	34
4.3	Resultados obtenidos por el Grupo Experimental en el Pre y Post Test.....	36
4.3.1	Comparación de los resultados obtenidos en el Pre Test y Post test .....	36
4.3.2	Prueba de Hipótesis del Pre Test y Post Test .....	37
4.4	Resultados por criterio de evaluación en el Grupo Experimental .....	38
4.4.1	Resultados del Criterio 1 – Conocimiento y Comprensión .....	39
4.4.2	Resultados del Criterio 2 – Comunicación Matemática .....	41
4.4.3	Resultados del Criterio 3 – Resolución de Problemas.....	43
4.4.4	Resultados del Criterio 4 – Enfoque de Indagación .....	46
4.5	Comparación de resultados del Grupo Experimental y Grupo de Control por criterio de evaluación.....	48
4.5.1	Comparación de resultados en el criterio Conocimiento y Comprensión ....	48
4.5.2	Comparación de resultados en el criterio Comunicación Matemática .....	50
4.5.3	Comparación de resultados en el criterio Resolución de Problemas.....	51
4.5.4	Comparación de resultados en el criterio Enfoque de Indagación .....	52
4.6	Discusión .....	53
	CONCLUSIONES .....	56
	RECOMENDACIONES.....	58
	BIBLIOGRAFÍA .....	59
	ANEXOS .....	64

## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
1 Cantidad de estudiantes del primer año de bachillerato COAR PUNO .....	20
2 Tamaño de Muestra para el Grupo Experimental y Grupo de Control.....	21
3 Sistematización de variables .....	25
4 Niveles de logro por rango de puntuaciones.....	26
5 Niveles de logro del Grupo de Control en el Pre Test .....	27
6 Niveles de logro del Grupo Experimental en el Pre Test .....	28
7 Comparación de los niveles de logro en el Pre Test .....	29
8 Datos para la prueba de hipótesis en el Pre Test.....	30
9 Niveles de logro del Grupo de Control en el Post Test .....	31
10 Niveles de logro del Grupo Experimental en el Post Test.....	32
11 Comparación de los niveles de logro en el Post Test .....	33
12 Datos para la prueba de hipótesis en el Post Test .....	35
13 Comparación de resultados del Grupo Experimental en el Pre y Post Test .....	36
14 Datos del Grupo Experimental en el Pre y Post Test.....	37
15 Resultados del Grupo Experimental en el criterio 1 – Conocimiento y Comprensión en el Pre y Post Test.....	39
16 Zc del Criterio 1 (C1) del Grupo Experimental en el Pre y Post Test .....	40
17 Resultados del Grupo Experimental en el criterio 2 – Comunicación Matemática en el Pre y Post Test .....	41
18 Zc del Criterio 2 (C2) del Grupo Experimental en el Pre y Post Test .....	43
19 Resultados del Grupo Experimental en el criterio 3 – Resolución de Problemas en el Pre y Post Test .....	43
20 Zc del Criterio 3 (C3) del Grupo Experimental en el Pre y Post Test .....	45
21 Comparación de resultados del Grupo Experimental en el criterio Enfoque de Indagación en el Pre y Post Test.....	46
22 Zc del Criterio 4 (C4) del Grupo Experimental en el Pre y Post Test .....	47
23 Zc del Criterio 1 (C1) del Grupo Experimental y Grupo de Control.....	49
24 Zc del Criterio 2 (C2) del Grupo Experimental y Grupo de Control.....	50
25 Zc del Criterio 3 (C3) del Grupo Experimental y Grupo de Control.....	52
26 Zc del Criterio 4 (C4) del Grupo Experimental y Grupo de Control.....	53

## ÍNDICE DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
1. Zona de aceptación y rechazo para la prueba de hipótesis del Pre test. ....	24
2. Zona de aceptación y rechazo para otras pruebas de hipótesis. ....	24
3. Niveles de logro del Grupo de Control en el Pre Test. ....	27
4. Niveles de logro del Grupo Experimental en el Pre Test. ....	28
5. Comparación de los niveles de logro en el Pre Test. ....	29
6. Niveles de logro del Grupo de Control en el Post Test. ....	32
7. Niveles de logro del Grupo Experimental en el Post Test. ....	33
8. Comparación de los niveles de logro en el Post Test. ....	34
9. Comparación de resultados en el Pre Test y Post Test. ....	36
10. Resultados del criterio 1 – Conocimiento y Comprensión en el Pre Test y Post Test. .....	39
11. Resultados del criterio 2 – Comunicación Matemática en el Pre Test y Post Test... 41	41
12. Resultados del criterio 3 – Resolución de Problemas en el Pre Test y Post Test. ....	44
13. Comparación de resultados del criterio Enfoque de Indagación en el Pre Test y Post Test.....	46

## ÍNDICE DE ANEXOS

	<b>Pág.</b>
1. Matriz de consistencia .....	65
2. Evaluación Pre Test de funciones trigonométricas .....	66
3. Evaluación Post Test de funciones trigonométricas .....	70
4. Matriz de evaluación del Pre y Post Test.....	74
5. Guía de calificación del Pre y Post Test .....	75
6. Sesiones de aprendizaje – Grupo Experimental .....	79
7. Guía de trabajo previo – Grupo Experimental.....	107
8. Material de trabajo – Grupo Experimental .....	112
9. Guía de Khan Academy .....	125
10. Prácticas de control de lectura previa .....	140
11. Rúbrica de informes.....	146
12. Sesiones de aprendizaje – Grupo de control .....	147
13. Material de trabajo – Grupo de Control.....	171
14. Registro – Grupo Experimental .....	181
15. Registro – Grupo de Control.....	183
16. Ficha de validación del instrumento de investigación .....	184

## RESUMEN

Las diversas actividades co-curriculares y extra-curriculares durante el año académico hacen que la cantidad de horas efectivas se vea afectada. Por lo tanto, es necesario utilizar una forma diferente de administrar el tiempo en el aula, aprovechar los recursos tecnológicos para conocer el progreso y las dificultades en el aprendizaje, lo que permite brindar la retroalimentación de acuerdo a las necesidades de cada estudiante. El objetivo general de la investigación es determinar la influencia del modelo Flipped Classroom en el aprendizaje de funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato en el Colegio de Alto Rendimiento Puno; para lo cual utilizamos el enfoque cuantitativo de tipo experimental, diseño cuasi-experimental, trabajamos con dos grupos de estudio: grupo experimental que se sometió a la aplicación del modelo Flipped Classroom y un grupo de control en el que dicho modelo no se aplicó; En ambos grupos, se aplicó un pre-test y un post-test para analizar y comparar los resultados de la experimentación. Los resultados obtenidos fueron muy favorables, ya que al evaluar las hipótesis a través de la prueba Z, con un nivel de confianza del 97,5%; se obtuvo el valor de  $Z_c=3,44$  que es mayor al valor crítico 1,96, lo que significa que la aplicación del modelo Flipped Classroom influye positivamente en el aprendizaje de las funciones trigonométricas, en consecuencia los estudiantes del Grupo Experimental desarrollaron mejor sus competencias matemáticas de las funciones trigonométricas que los estudiantes del Grupo de Control.

**Palabras clave:** Actividades dentro del aula, actividades fuera del aula, aprendizaje de las funciones trigonométricas, capacidades matemáticas, criterios de evaluación, Flipped Classroom.

## ABSTRACT

The various activities co-curricular and extra-curricular activities during the academic year make the number of effective hours affected. Therefore, you must use a different way to manage classroom time, take advantage of technology resources to know progress and difficulties in learning, allowing providing feedback according to the needs of each student. The overall objective of the research is to determine the influence of the Flipped Classroom Model in the learning of trigonometric functions in the first year of baccalaureate in the College of High-Performance Puno; for which we use the quantitative approach of experimental type, quasi-experimental design, we work with two study groups: experimental group that underwent the application of the Flipped Classroom model and a control group in which said model was not applied; In both groups, a pre-test and a post-test were applied to analyze and compare the results of the experimentation. The results obtained were very favorable, since when evaluating the hypotheses through the Z test, with a confidence level of 97.5%; the value of  $Z_c = 3.44$  was obtained, which is greater than the critical value 1.96, which means that the application of the Flipped Classroom model positively influences the learning of trigonometric functions, consequently the students of the Experimental Group developed their Mathematical competences of trigonometric functions that students of the Control Group.

**Keywords:** Activities within the classroom, activities outside the classroom, evaluation criteria, learning trigonometric functions, mathematical abilities, Flipped Classroom.

## INTRODUCCIÓN

La constante evolución de las Tecnologías de la Información y Comunicación demanda que la sociedad se adapte a estos cambios y aprenda a utilizar las diferentes herramientas que ofrecen estas. El sistema educativo como parte de la sociedad no es ajeno a los cambios tecnológicos, Belloch (2012) dice que: “Los avances tecnológicos abren posibilidades de innovación en el ámbito educativo, que llevan a repensar los procesos de enseñanza/aprendizaje y a llevar a cabo un proceso continuo de actualización profesional”. Por lo tanto, los avances tecnológicos suponen nuevas oportunidades en el aula, pues permanentemente se buscan estrategias para mejorar el aprendizaje, la creación de softwares y plataformas educativas, entre otras.

Por otra parte, Tanya Byron afirmaba que “La tecnología por sí misma no es transformativa. Es la escuela, la pedagogía, la que es transformativa”; en tal sentido, en la práctica pedagógica diaria el rol del docente es vital para el desarrollo de las competencias de los estudiantes, ya que al proponer actividades que contribuyan a desarrollar las capacidades, al motivar al estudiante a ser participe activo de su aprendizaje, se logra dicha transformación; sin embargo, nos encontramos en muchas ocasiones que el estudiante no dispone de la teoría necesaria para desarrollar las actividades propuestas, por lo que parte del tiempo de la sesión debe dedicarse a la revisión de esta teoría lo que resta tiempo para el desarrollo de dichas actividades.

Por lo tanto, es importante buscar alternativas que nos permitan optimizar el tiempo de desarrollo de clases, en tal sentido en concordancia al contexto emergente y la problemática descrita se desarrolló el estudio “Flipped Classroom y aprendizaje de las funciones trigonométricas en los estudiantes del primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno”; con el objetivo de determinar la influencia del modelo Flipped Classroom en el aprendizaje de las funciones trigonométricas.

Este trabajo de investigación está organizado en cuatro capítulos, que detallamos a continuación:

El Capítulo I denominado revisión de la literatura, contiene diversas investigaciones de carácter nacional e internacional que sirven de antecedentes a este estudio, además de contener las bases teóricas científicas de las variables de investigación.

El Capítulo II se denomina planteamiento del problema, aquí se describe la realidad problemática conforme a la revisión de la literatura realizada, también se formula el problema, se justifica y se precisan los objetivos del estudio.

En el Capítulo III denominado materiales y métodos, se precisan los elementos principales de la investigación, como son: El tipo de investigación, diseño, lugar de estudio, población y muestra, descripción de métodos, materiales, el plan de tratamiento de datos, hipótesis de investigación y la sistematización de variables.

En el Capítulo IV denominado resultados y discusión, se presentan los hallazgos expresados en tablas y gráficos estadísticos, complementados por las interpretaciones y la prueba de hipótesis de acuerdo a los objetivos de la investigación. Luego se discuten los resultados obtenidos destacando la validez de estos, y se establecen las relaciones con los antecedentes, así como con las bases teóricas.

En la parte final del informe se formulan las conclusiones más relevantes de manera puntual, además se realizan las recomendaciones dirigidas a los profesionales de la educación, para que puedan resolver los problemas de aprendizaje y realizar la implementación del modelo pedagógico. Y en la sección de anexos se adjuntan las evidencias que ayudan a lograr la credibilidad del estudio.

## CAPÍTULO I

### REVISIÓN DE LITERATURA

#### 1.1 Marco teórico

##### 1.1.1 Constructivismo: Teorías del aprendizaje

Las teorías del aprendizaje son propuestas estructuradas que buscan explicar cómo se da o debería darse el proceso de aprendizaje, a lo largo de la historia se han planteado diferentes teorías y una de ellas es el constructivismo que plantea que el conocimiento es una construcción del ser humano, pues cada persona tiene la facultad de percibir, organizar y darle sentido a la realidad por medio de su sistema nervioso central, logrando así la coherencia y unicidad de un constructo (Ortiz, 2015, p. 96).

##### 1.1.2 Conectivismo: Teoría del aprendizaje para la era digital

En respuesta a las limitaciones de espacio que presentan las teorías del aprendizaje que promueven el rol protagónico del estudiante, pues afirman que el aprendizaje se da en el interior de la persona, pero no hacen referencia al aprendizaje que ocurre fuera de la persona y se almacena por medio de la tecnología. Según Siemens el conectivismo está fundamentada en las teorías del caos, redes, complejidad y auto-organización, el aprendizaje considerado como conocimiento aplicable es un proceso que no está completamente bajo el control del individuo y se enfoca en las conexiones entre conjuntos de información especializada, pues esta es más relevante que el estado del conocimiento del individuo (2004, pp. 3 – 6).

### 1.1.3 La educación: del espacio – lugar al espacio – nodo

Begoña nos muestra la evolución de la educación, considerando que tradicionalmente la idea de lugar de aprendizaje se caracteriza por estar limitada a un espacio y lugar en la escuela; sin embargo, debido a los avances tecnológicos y la inclusión de estos en la educación nos vemos en la necesidad de ampliar la visión de estos lugares de aprendizaje, pues estos son considerados como “nodos de una cartografía formada por una red en la que se combinan los espacios físicos y los espacios virtuales fortaleciendo la idea del aprendizaje en cualquier momento y en cualquier lugar” (2013, p. 171).

### 1.1.4 El constructivismo y la matemática

A lo largo el tiempo han surgido diversas teorías del aprendizaje y una de ellas es el constructivismo, en la que se le da un rol protagónico al estudiante en la construcción de sus aprendizajes ya que es este quien realiza las adaptaciones en sus estructuras mentales de acuerdo a sus conocimientos que ya posee. Al respecto Larios (1998) manifiesta que “Los nuevos conocimientos son asimilados de acuerdo a lo que ya existe en el individuo y se acomodan en las estructuras de éste, no sólo modificándose los conocimientos, sino también a las estructuras” (parr. 14).

En lo que corresponde al conocimiento matemático, en Larios (1998) se cita a Gomez (s.f.) quien afirma que “todo conocimiento es construido. El conocimiento matemático es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva” (parr. 10).

Larios (1998) también indica que “El individuo que aprende matemáticas, desde un punto de vista constructivista, debe precisamente construir los conceptos a través de la interacción que tiene con los objetos y con los otros sujetos” (parr. 28). Lo que nos permite afirmar que es necesario proponer al estudiante, actividades de aprendizaje que le demanden ponerse en acción e interactuar con sus compañeros para que juntos puedan construir y alcanzar el logro de sus aprendizajes y para esto es importante que los estudiantes ya vengan al aula con los conocimientos teóricos.

### 1.1.5 Taxonomía revisada de Bloom

En la taxonomía, Bloom se representa el proceso de aprendizaje en diferentes niveles, afirmando que no necesariamente los estudiantes inician su aprendizaje en el nivel más bajo, sino que las actividades realizadas durante el proceso de aprendizaje se encuentran en los diversos niveles taxonómicos. En ese entender, dentro de la taxonomía revisada de Bloom, se proponen divisiones en las subcategorías siguientes:

- Habilidades de pensamiento de orden inferior: Recordar, Comprender y Aplicar.
- Habilidades de pensamiento de orden superior: Analizar, Evaluar y Crear.

Respecto a las habilidades de pensamiento Churches (2009) afirma que son muy importantes las habilidades de pensamiento debido a que el conocimiento que enseñemos será obsoleto en unos años, las habilidades de pensamiento son las que permanecerán con nuestros estudiantes toda su vida. Por lo que, resulta imprescindible desarrollar las competencias matemáticas de los estudiantes a través de situaciones significativas.

### 1.1.6 El Flipped Classroom

El flipped classroom es un modelo pedagógico en el que la adquisición de conocimientos teóricos se realiza fuera del aula aprovechando los recursos tecnológicos y el tiempo de clases se utiliza para desarrollar las habilidades de pensamiento de orden superior, proponiendo actividades que propicien el aprendizaje significativo; además que el docente tiene la posibilidad de dar los feedback de manera oportuna.

Bergmann y Sams afirman que este modelo no consiste solamente en un cambio tecnológico, sino que se busca aprovechar las nuevas tecnologías para ofrecer una variedad de alternativas de aprendizaje a los estudiantes, además de redefinir el tiempo de clase permitiendo centrar las actividades en el estudiante (2012, p. 17) .

### 1.1.7 Origen del Flipped Classroom

El modelo Flipped Classroom propone invertir la forma de gestionar el tiempo para el desarrollo de las sesiones de aprendizaje y por primera vez es utilizado el término Invertea Classroom por Lage, Platt y Treglia (2000) para denominar a la técnica de solicitar al estudiante un acercamiento a contenidos específicos en forma previa al trabajo en clase. En el año 2012, Bergmann y Sams popularizan el modelo mediado por la tecnología en el cual se aprovechan los videos, video conferencias, presentaciones para acceder al material de revisión previa a la clase, denominándolo modelo Flipped Classroom o aula invertida (Martínez, Esquivel y Martínez, 2014, p. 145).

### 1.1.8 Bases teóricas del modelo Flipped Classroom

El modelo Flipped Classroom se fundamenta en las teorías constructivistas y el conectivismo y a continuación detallamos esta relación que lo justifica:

- Taxonomía de Bloom: el alumno desarrollará sus habilidades de orden inferior y superior, teniendo al docente como guía en los momentos más importantes.
- Piaget y la teoría del desarrollo: el alumno es protagonista de su aprendizaje, mediante un proceso de adaptación, organización, experiencia, asimilación y acomodación de los contenidos.
- Vygotsky y la zona de desarrollo próximo: el docente es guía, el aprendizaje se da entre pares, por interacción, siendo necesario el contexto social.
- Bruner y el aprendizaje por descubrimiento: el aprendizaje se da por la investigación, la solución de problemas, etc., el docente guía y apoya en forma diferenciada a los estudiantes.
- Ausubel y el aprendizaje significativo: el aprendizaje se vincula con los conocimientos previos relacionándolos con los nuevos conocimientos (López, 2015, p. 23).

- Siemens y el conectivismo: el aprendizaje y el conocimiento dependen de la diversidad de opiniones, las conexiones son necesarias para el aprendizaje continuo y la habilidad de ver conexiones entre áreas, ideas y conceptos es fundamental (Siemens, 2004, p. 7).

### **1.1.9 Constructivismo y Flipped Classroom**

Marqués afirma que “los estudiantes aprenden por lo que ellos hacen. Y para que “hagan”, los profesores debemos proporcionarles actividades de aprendizaje que les permitan adquirir las competencias de las asignaturas que impartimos” (2016, p. 83). En las clases que utilizan la metodología tradicional el alumno es un sujeto pasivo, receptor de conocimiento, además que se desarrollan las habilidades de pensamiento de orden inferior, mientras que las habilidades de pensamiento de orden superior se pretenden alcanzar con los trabajos para la casa, lo que supone que el estudiante desarrolle tales actividades sin recibir los feedback respectivos, ni el apoyo necesario para que pueda progresar. Por lo que, al utilizar el Flipped Classroom estos tiempos de trabajo se invierten y el estudiante puede recibir un mejor acompañamiento en su aprendizaje.

### **1.1.10 Pilares del Flipped Classroom**

El modelo Flipped Classroom se fundamenta en cuatro premisas que sirven de fundamento teórico, Hamdan, McKnight, McKnight y Arfstrom (2013) plantean que la propuesta del modelo para llevarlo a la práctica implica:

- Flexible environments (entornos flexibles), los estudiantes tienen la libertad de decidir sus ambientes y tiempos destinados al aprendizaje, la estrategia de trabajo colaborativo y la evaluación es más significativa.
- Learning culture (cultura de aprendizaje), en este modelo el estudiante es protagonista de su aprendizaje, la construcción y adquisición de conocimientos es un proceso cooperativo y compartido entre el maestro y el estudiante.
- Intentional content (contenido intencional), en este modelo se seleccionan y evalúan los contenidos que se compartirán con los estudiantes, pues estos materiales deben permitirle explorar y reflexionar sobre su aprendizaje, los

docentes utilizan estos recursos para optimizar el tiempo en clase generando la participación activa.

- Professional educators (educadores profesionales), los docentes no son reemplazados por los videos o materiales multimedia, sino al contrario deben preparar el material pertinente, hacer el seguimiento y evaluar permanentemente el proceso de aprendizaje proponiendo actividades significativas. (Perdomo, 2017, p. 151).

### **1.1.11 ¿Qué es y qué no es Flipped Classroom?**

Touron (2013) con el fin de aclarar conceptos, establece algunos parámetros de lo que es y no es una Flipped Classroom, los mismos que son:

La flipped classroom NO es: Solo utilizar videos, un curso en línea, hacer que los estudiantes trabajen solos sin ninguna dirección, Touron (2013) agrega que “lo que resulta más importante es la interacción y las actividades de aprendizaje significativo que ocurren cuando profesores y alumnos están cara a cara” (parr. 4).

La flipped classroom SÍ es: Un modelo que permite incrementar el tiempo para la interacción y el contacto personalizado entre el docente y los estudiantes; hacer que los estudiantes sean responsables de su propio aprendizaje; “una combinación de enseñanza directa; y aprendizaje constructivista”; una oportunidad para que estudiantes que no puedan asistir a clases por diferentes motivos puedan ponerse al tanto de los temas que se vienen desarrollando, ya que los contenidos quedan archivados o se encuentran disponibles en línea para que los estudiantes puedan revisar la información tantas veces como les sea necesario (Touron, 2013, parr. 11 – 17).

### **1.1.12 Aplicación del modelo Flipped Classroom**

Para aplicar el modelo Flipped Classroom debemos tener presente dos momentos bastante importantes, los cuales son: Las actividades fuera del aula y las actividades dentro del aula. Por lo que, es necesario que el docente planifique la sesión de aprendizaje considerando estos dos momentos.

### a) Actividades fuera del aula

Estas actividades son las que los estudiantes realizan antes del trabajo en aula. Revisan la información teórica y completan una serie de tareas, además como se utilizan herramientas tecnológicas, los estudiantes determinan el momento, el lugar y el tiempo para realizar estas actividades, lo importante aquí es que el estudiante puede trabajar a su propio ritmo. Hay diversas estructuras que se pueden seguir para aplicar el modelo Flipped Classroom, en este trabajo elegiremos la propuesta de Olaizola quien plantea:

- **Seleccionar o producir el material digital:** El docente puede elegir utilizar videos o presentaciones ya existentes en internet o puede crear su propio material, una alternativa también es utilizar las plataformas educativas como Conectate, Khan Academy, Ted-Ed, etc. que te brindan la posibilidad de realizar un seguimiento del progreso de los estudiantes.
- **Producir las actividades para asegurar la revisión previa y diagnosticar la comprensión del material:** El docente debe realizar un cuestionario o test, que permita verificar que el estudiante haya cumplido con la revisión y/o visualización de las infografías, video, etc. En este punto, resulta de gran ayuda utilizar plataformas educativas.
- **Distribuir el material digital:** Dependiendo del recurso a utilizar, puede distribuirse directamente, a través de correo electrónico o simplemente se puede trabajar con una plataforma virtual. (2014, p. 4).

### b) Actividades dentro del aula

Las actividades dentro del aula son las que el docente propone para que los estudiantes puedan construir su aprendizaje; es decir, durante esta etapa los estudiantes son protagonistas de su aprendizaje y el docente es un mediador.

De la misma forma, para este trabajo la estructura para esta etapa será la siguiente propuesta:

- **Introducción:** El docente presenta el tema que los estudiantes ya trabajaron y que continuaran revisando en aula.

- **Resolver dudas y puesta en común:** El docente despeja las dudas que se hayan generado en los estudiantes al revisar el material fuera del aula y socializan las respuestas de dichos cuestionarios propuestos.
- **Actividades en aula:** En esta etapa los estudiantes desarrollan sus habilidades de orden superior, a través de actividades significativas en el aula basadas en el trabajo en equipo, donde se promueve el trabajo colaborativo y la retroalimentación permanente del docente y entre los estudiantes de cada equipo.
- **Cierre:** Los estudiantes socializan sus resultados, finalmente, el docente anuncia y describe el próximo material que trabajaran fuera del aula. (Olaizola, 2014, pp. 4 – 5).

### 1.1.13 Roles del docente durante la clase

El docente en el Flipped Classroom tiene un rol distinto al del enfoque tradicional, pues el docente es un mediador entre el conocimiento y el estudiante, ya que propone actividades que los estudiantes desarrollan trabajando en equipo y el docente se encarga de acompañar al estudiante en el proceso de construcción del conocimiento, ayudando de esta forma a que el estudiante aprenda a aprender.

Al respecto Menchu (2017) menciona que el docente es un “generador del trabajo en equipo, ... enseña a trabajar de una manera sistemática y eficaz..., mientras monitoriza los equipos trata de que los alumnos aprendan por descubrimiento y pasito a pasito para que se afiancen sus aprendizajes y sean significativos” (párr. 6 – 7), por lo tanto, los estudiantes deben construir su propio aprendizaje y el docente puede disponer el tiempo para brindar las retroalimentaciones necesarias en el momento oportuno y atender las dificultades de manera personalizada.

### 1.1.14 Khan Academy

La plataforma educativa Khan Academy, por las múltiples herramientas que ofrece resulta muy adecuado para proponer las actividades fuera del aula en el modelo Flipped Classroom además de contar una gran variedad de videos y actividades que el estudiante puede desarrollar, “Khan Academy ofrece ejercicios de práctica, videos instructivos y un panel de aprendizaje personalizado que permite a los

alumnos aprender a su propio ritmo, dentro y fuera del salón de clases” (Khan, 2018, parr. 2).

### 1.1.15 Plan de estudios de las Funciones trigonométricas

En el Programa del Diploma del Bachillerato Internacional se desarrollan seis unidades temáticas y una de ellas es funciones trigonométricas, dentro de la cual se proponen los siguientes subtemas:

“Funciones trigonométricas (circulares)  $\sin x$ ,  $\cos x$  y  $\tan x$ : dominios y recorridos. Amplitud; periodicidad; gráficos. Funciones compuestas de la forma:  $f(x) = a \sin(b(x + c)) + d$ . Transformaciones y Aplicaciones” (IBO, 2012, p. 27).

### 1.1.16 Evaluación del aprendizaje de la asignatura de matemáticas

El Ministerio de Educación establece los criterios de evaluación de aprendizajes, por consiguiente, en el Colegio de Alto Rendimiento Puno los criterios para el área de matemática son los siguientes:

#### 1.1.16.1 Conocimiento y comprensión

En el aprendizaje de las distintas áreas del saber y en particular de la matemática, resulta trascendental que los estudiantes puedan conocer y comprender las ideas generales de cada tema abordado y esto implica que el estudiante entienda problemas de contexto real y pueda traducirlas al lenguaje matemático. Por lo que, este criterio propone:

Está referido a los procesos de traducción de un problema de contexto real, cotidiano o científico a una forma propiamente matemática; que permita formular y usar un modelo matemático para la construcción de estructuras matemáticas, así como también, conceptualizar, y elaborar suposiciones y/o la formulación de un modelo, de acuerdo al contexto. (Ministerio de Educación, 2018, p. 83).

### **1.1.16.2 Comunicación Matemática**

Asimismo, es primordial que los estudiantes sean capaces de organizar y mostrar la información utilizando herramientas matemáticas, como son tablas y gráficos, al mismo tiempo que puedan interpretarlas todas estas. En ese sentido, se afirma que este criterio:

Permite formar un modelo mental de la situación de un problema, a través de la lectura, descodificación, e interpretación de enunciados, preguntas tareas u objetos para comunicar información, ideas, procesos y resultados, en lenguaje matemático, empleando gráficos, tablas, diagramas, imágenes, ecuaciones, fórmulas y materiales concretos. (Ministerio de Educación, 2018, p. 83).

### **1.1.16.3 Resolución de Problemas**

La razón de ser de las matemáticas sin duda alguna es que nos permitan aplicar lo aprendido en la solución de problemas de diversa índole, para lo cual el estudiante debe ser capaz de utilizar adecuadamente los contenidos estudiados, este criterio considera que: “Implica un conjunto de acciones, caracterizadas por la búsqueda, selección, elaboración y adaptación de estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos de forma flexible y eficaz, para resolver problemas, e involucra también, desarrollar y movilizar recursos tecnológicos”. (Ministerio de Educación, 2018, p. 83)

### **1.1.16.4 Enfoque de Indagación**

Dentro de las diferentes habilidades que desarrolla el estudiante, resulta muy importante investigar y analizar diferentes situaciones cotidianas en las que pueda explicar los acontecimientos utilizando las matemáticas. Por lo tanto, este criterio:

Está referido a los procesos de investigación y aplicación de la matemática en situaciones reales. Recurre a actividades asociadas al razonamiento y argumentación, e implican la exploración y conexión de la matemática en diferentes contextos. El recojo de la

información debe permitir indagar y formular inferencias, a partir de estas, comprobar una justificación dada o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones a los problemas. Para ello, se siguen formas de razonamiento deductivo, inductivo y abductivo que permiten vincular, extraer y generar nuevas relaciones entre ideas matemáticas. (Ministerio de Educación, 2018, p. 83).

## 1.2 Antecedentes

La aplicación del Flipped Classroom involucra el uso de la tecnología y tener la posibilidad de aprovechar el tiempo de manera diferente, esto hace que implementar este modelo sea una buena alternativa de cambio en la metodología de trabajo en los diferentes niveles educativos.

Por lo que, tanto a **nivel internacional y nacional**, se realizaron diversos estudios al respecto los cuales nos servirán de antecedentes y los presentamos a continuación:

### 1.2.1 A nivel internacional

En la Universidad Internacional de La Rioja, Grané de Dalmau (2016) en su estudio “Utilización del modelo Flipped Classroom en Trigonometría de 4° de la ESO” plantea que la utilización de las TIC es fundamental para automatizar los procesos de instrucción y corrección de actividades, pues le permite al docente atender de forma más personalizada al estudiante, teniendo un contacto directo con su proceso de enseñanza – aprendizaje.

Otra experiencia fue realizada en la Universidad de Málaga por Calderón, Rodríguez y Gonzales, (2016) en su estudio “Aplicando Flipped Classroom en las matemáticas universitarias dentro de la economía”, afirman que la experiencia de implementar este modelo fue positiva tanto para docentes como para los estudiantes; sin embargo, también reconocen que la implementación de este modelo demanda bastante tiempo y cuidado en la selección de materiales para las actividades previas.

Fornons y Palau (2016) utilizaron la metodología del Flipped Classroom para la enseñanza de la matemática de los estudiantes que cursan el 3° de ESO, y tras

analizar los resultados afirman que los estudiantes que trabajaron con este modelo pedagógico aumentaron en 20% sus resultados académicos, y observaron que la actitud de los estudiantes y el ambiente de trabajo también mejoró.

En la Universidad Iberoamericana (UNIBE), realizaron un estudio piloto el cual denominaron “Uso de la Clase Invertida en matemáticas”, en la cual el 70,6% de los estudiantes reconocen que tuvieron un progreso en su rendimiento y los estudiantes que fueron sometidos al modelo obtuvieron puntuaciones mayores que los que continuaron con el sistema tradicional (Liriano y Rodríguez, 2014), por lo que se puede afirmar que la implementación del modelo influye positivamente en el aprendizaje de la matemática.

En la Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá, Moreno (2016) utiliza la clase invertida como estrategia didáctica en la enseñanza de la matemática en primaria, resalta algunas limitaciones que puede tener la implementación del Flipped Classroom como el acceso a los recursos tecnológicos que limitan la interacción y por consiguiente los resultados obtenidos no fueron óptimos. Sin embargo, consideramos que estas dificultades pueden ser superadas realizando una adecuada planificación de estas actividades previas mediante la correcta selección de herramientas tecnológicas.

### 1.2.2 A nivel nacional

Asimismo, a **nivel nacional** se han realizado algunas investigaciones respecto al tema los cuales mostramos a continuación:

Retamoso (2016) en la tesis de la Pontificia Universidad Católica del Perú, concluye que la aplicación del Flipped Learning “fue favorable, dado que influyó positivamente en su aprendizaje, al tener mayor tiempo para revisar la información teórica, realizar actividades participativas en el aula y contar con la asesoría del docente”.

Merino, Altamiza y Ríos (2016) afirman que la aplicación del Flipped Classroom influye significativamente en el rendimiento académico de los estudiantes, afirmación que fundamentan con el resultado de sus “diferencias de medias de 6.89473, con un nivel de sig. (bilateral)=0.000”.

En la Universidad Peruana Cayetano Heredia, Benites (2018) en su trabajo de investigación, asegura que el modelo tiene un efecto positivo en la adquisición de competencias instrumentales, interpersonales y sistémicas, resalta que los estudiantes muestran un progreso de 40% en promedio en el nivel de logro alcanzado en las competencias transversales.

## CAPÍTULO II

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 2.1 Descripción del Problema

Existe una preocupación por conocer si los estudiantes en nuestro sistema educativo están logrando desarrollar las competencias necesarias para desenvolverse en la sociedad, razón por la cual el Perú participa de la evaluación PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) y al respecto, la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes (UMC) en su publicación “El Perú en PISA 2015. Informe Nacional de Resultados” informa que el 87% de estudiantes se encuentra en los niveles elementales (2, 1 y por debajo del 1). Sin embargo, surge la cuestión de que, si esta evaluación es adecuada para nuestro contexto, la Dr. Katherine Merseth en una entrevista para la revista NOVA ESCOLA (2018), manifiesta que debemos analizar con bastante cuidado los resultados obtenidos en PISA, pues estos no responden a nuestro sistema educativo. Sin embargo, consideramos que nos da una idea del nivel de logro alcanzado con respecto a estándares internacionales.

Así mismo, la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) se encarga de evaluar en función de los estándares nacionales y de acuerdo a la última Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) en el segundo grado de educación secundaria en el año 2016, se observa que el 71,6% de los estudiantes se encuentra en situación de inicio y previo al inicio, lo que muestra que los estudiantes no alcanzan a desarrollar la competencia matemática más allá del nivel elemental.

Por lo que, surgen las siguientes interrogantes: ¿Por qué no se logra aprendizajes efectivos de la matemática? ¿La metodología utilizada por el docente en el aula estará siendo acorde

a los nuevos desafíos que plantea el sistema educativo actual? Esto nos hace reflexionar respecto a las estrategias de enseñanza – aprendizaje que los docentes venimos utilizando en nuestras sesiones de clase y nos muestran la necesidad de buscar nuevas estrategias, nuevos modelos que permitan mejorar el aprendizaje de la matemática.

Por otra parte, entendemos que existen muchos factores que determinan el aprendizaje de la matemática; sin embargo, considero que un factor muy importante es el tiempo, en primer lugar debido a las actividades extracurriculares, las paralizaciones y huelgas que como el año 2017 se extendió más allá de los dos meses y medio, esto disminuye la cantidad de horas efectivas de trabajo en aula y los docentes al tener que cumplir con la programación anual se ven obligados a recurrir a las exposiciones magistrales que limitan el logro de las competencias, pero ¿Cómo proponer actividades que desarrollen las competencias matemáticas y por ende mejoren el aprendizaje de la matemática, si los estudiantes no conocen la parte teórica del tema? Una buena alternativa a esta cuestión sería la implementación del modelo Flipped Classroom, pues este modelo propone una forma distinta de organización del tiempo, de esta manera los estudiantes podrían realizar actividades significativas en clase y el docente tendría la oportunidad de dar los feedback en forma oportuna.

En la Institución Educativa en la cual se realizará la investigación, el nivel de logro que deberían alcanzar los estudiantes están por debajo del nivel satisfactorio, por esta razón nos planteamos la interrogante ¿En qué medida el Flipped Classroom mejora el aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno 2019?

## **2.2 Definición del Problema**

### **2.2.1 Definición General del Problema**

¿En qué medida el modelo Flipped Classroom mejora el aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno 2019?

### **2.2.2 Definiciones Específicas del problema**

- ¿En qué medida el modelo Flipped Classroom permite conseguir mejores resultados en los criterios de evaluación del aprendizaje de las funciones

trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno?

- ¿En qué medida el modelo Flipped Classroom influye en los criterios de evaluación en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno?

### 2.3 Justificación

Los resultados de las diferentes evaluaciones nacionales e internacionales realizadas a los estudiantes en la educación secundaria demuestran un bajo nivel de logro de la competencia matemática, a esto se suma que los docentes no implementan nuevas estrategias de enseñanza – aprendizaje debido a que muchos docentes utilizan una metodología tradicional o desfasada, al respecto la Dr. Merseeth afirma que: "os professores ensinam do jeito que foram ensinados... um professor que aprendeu através de aula expositiva, vá ensinar seus alunos com aulas expositivas. Se os professores forem ensinados com atividades, trabalho colaborativo, eles vão dar aulas com essas características..." (NOVA ESCOLA, 2018); por lo tanto, se hace necesario implementar una propuesta didáctica, que muestre claramente la secuencia a seguir para contribuir al desarrollo de las capacidades de los estudiantes y por consiguiente el logro de las competencias. En esa dirección este trabajo se justifica porque a partir de los resultados finales nos permitirá proponer una secuencia didáctica que oriente el desarrollo de las sesiones de aprendizaje para un mejor aprovechamiento de la tecnología y uso efectivo del tiempo de clases.

En la Institución Educativa en la cual se realizará la investigación, el nivel de logro que deberían alcanzar los estudiantes están por debajo del nivel satisfactorio, por esta razón nos proponemos aplicar el modelo Flipped Classroom en la enseñanza de las funciones trigonométricas, para desarrollar las competencias y generar un aprendizaje efectivo en los estudiantes del Primer Año de Bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno, resultados que contribuirán al conocimiento y permitirán dar un alternativa para mejorar el aprendizaje de la matemática, ya que se propondrá una metodología de trabajo. Por lo tanto, los resultados del trabajo son una contribución para el desarrollo de la calidad educativa y contribuye a la mejora de la actividad pedagógica para el aprendizaje de la Matemática de los estudiantes de nuestra Región Puno.

## 2.4 Objetivo general

Determinar la influencia del modelo Flipped Classroom en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno 2019.

### 2.4.1 Objetivos específicos

- Determinar el criterio de evaluación con mejores resultados al aplicar el modelo Flipped Classroom en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno.
- Demostrar que el modelo Flipped Classroom influye en los criterios de evaluación del aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno.

## 2.5 Hipótesis general

La implementación del modelo Flipped Classroom influye positivamente en la mejora del aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno 2019.

### 2.5.1 Hipótesis específica

- El criterio de evaluación Resolución de Problemas logra mejores resultados al aplicar el modelo Flipped Classroom en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno.
- La aplicación del modelo Flipped Classroom influye positivamente en los criterios de evaluación del aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno.

## CAPÍTULO III

### METODOLOGÍA

#### 3.1 Lugar de estudio

El lugar donde se realizó la investigación es el Colegio de Alto Rendimiento de Puno, ubicado en el Km. 19 de la carretera Puno – Chucuito, se eligió esta institución educativa debido a que tiene la particularidad de concentrar a estudiantes seleccionados por concurso y que provienen de diferentes lugares de la región y del país, lo que permitió conocer los niveles de logro que tenían y pudieron alcanzar con la aplicación del modelo Flipped Classroom.

#### 3.2 Población

La población con la que se trabajará serán los estudiantes que vienen cursando el Cuarto Grado de Educación Secundaria y Primer Año del Programa del Diploma (PD) del Bachillerato Internacional (IB, por su sigla en inglés), la cual se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 1

*Cantidad de estudiantes del primer año de bachillerato COAR PUNO*

Grado de estudios	A	B	C	D	Total
4to. Secundaria y 1er. Año de Bachillerato del PD	24	22	22	24	92

Fuente: Nómina de matrícula COAR Puno 2019

### 3.3 Muestra

Para la selección de la muestra se utilizó el muestreo no probabilístico. Por disposición de la dirección de la institución educativa se trabajó con dos grupos de estudiantes.

Tabla 2

*Tamaño de Muestra para el Grupo Experimental y Grupo de Control*

Grupo de estudios	Número de estudiantes	Sección
Grupo Experimental (G.E.)	22	B
Grupo Control (G.C.)	24	A

Fuente: Elaboración propia

### 3.4 Método de investigación

#### 3.4.1 Tipo de investigación

La naturaleza de la investigación corresponde al Enfoque Cuantitativo de Tipo Experimental porque se determinaron la variable independiente que consiste en la aplicación del “Modelo Flipped Classroom” y se observó su efecto en la variable dependiente “el Aprendizaje de las funciones trigonométricas” para probar nuestras hipótesis, por medio de métodos estadísticos que nos permitieron obtener los resultados de la investigación (Hernández, Fernández y Baptista, 2014).

#### 3.4.2 Diseño de investigación

El diseño de investigación es Cuasi – experimental; por lo que, en el desarrollo de la investigación se trabajó con dos grupos intactos (Hernández, Fernández y Baptista, 2014), grupo experimental (G.E.) que fue sometido a la aplicación del modelo Flipped Classroom y el grupo de control (G.C.) en el cual no se aplicó dicho modelo, en ambos grupos se aplicó un pre – test (P.E.) y un post – test (P.S.) para comparar los resultados de la situación de inicio con los resultados finales luego de la experimentación.

### 3.5 Descripción de métodos

La metodología utilizada en el desarrollo de la investigación para el logro de los objetivos generales y específicos, fue el siguiente:

- Se aplicó el Pre Test a los dos grupos de estudio determinando que el Grupo Experimental sea la sección B del Primer Año del Bachillerato Internacional y el Grupo de Control sea la sección A, se decidió seleccionarlo de esta forma porque los resultados del Pre Test mostraron que la sección A obtuvo ligeramente mejores resultados que la sección B en esta primera prueba.
- Definidos los grupos experimental y de control, se procedió a la implementación del modelo Flipped Classroom, conforme a lo planificado en las sesiones de aprendizaje, para lo cual se utilizó una guía de trabajo en la cual se propuso actividades investigativas y para que el estudiante pueda desarrollar sus habilidades de orden superior. Asimismo, se proporcionaron algunos videos a los estudiantes y se utilizó la plataforma Khan Academy para que puedan realizar las revisiones previas de los contenidos desarrollados.
- Al terminar los contenidos referentes a las funciones trigonométricas del plan de estudios aplicando el modelo Flipped Classroom se realizó la aplicación del Post Test al Grupo Experimental y al Grupo de Control, lo que permitió evaluar los progresos del Grupo Experimental con la aplicación del modelo planteado.
- Los resultados obtenidos en la aplicación del Pre Test y el Post Test fueron organizados en una tabla para poder realizar el análisis estadístico correspondiente, en el cual se compararon las medias de los resultados  $Z_c$  ( $Z$  calculada) a fin de determinar los efectos generados por la aplicación del modelo Flipped Classroom en el Grupo Experimental y las diferencias con el Grupo de Control.
- Para lograr los objetivos específicos se utilizaron diferentes prácticas de control de lectura, registro de seguimiento, practicas dirigidas y la rúbrica de evaluación, en tal sentido se evaluó la influencia del modelo Flipped Classroom en las dimensiones de los criterios de evaluación del aprendizaje, como son: Conocimiento y Comprensión, Comunicación Matemática, Resolución de Problemas y Enfoque de Indagación para lo cual se utilizaron recursos tecnológicos y fichas impresas para recoger datos por cada uno de los criterios de evaluación y los resultados obtenidos fueron evaluados utilizando la prueba  $Z_c$  ( $Z$  calculada), para conocer el nivel de diferencias significativas alcanzadas tras aplicar el modelo Flipped Classroom respecto al aprendizaje de las funciones trigonométricas en el Grupo Experimental y compararlas con los resultados obtenidos por el Grupo de Control.

### 3.5.1 Técnicas e instrumentos de Recolección de datos

**Lista de cotejo:** Según Rodríguez (2018) afirma que sirve “para observar los conocimientos adquiridos por los alumnos a lo largo del curso. Sin embargo, la información extraída de las listas de cotejo también puede servir para planificar una intervención, o para mejorar el material educativo o su aplicación” por consiguiente la información que nos brinda la lista de cotejo nos permitió verificar las debilidades que los estudiantes mostraban en la revisión previa al trabajo en aula para poder realizar la retroalimentación oportuna.

**Prácticas calificadas:** Según el Ministerio de Educación (2009) son “el conjunto de actividades pedagógicas que se pueden realizar para evaluar el nivel y el proceso de desarrollo del aprendizaje del estudiante”. Por lo que, las actividades planteadas corresponden a las capacidades y competencias que se desean lograr en los estudiantes.

**Rubrica de evaluación:** Son herramientas que permiten describir las características de un producto especificando los diferentes niveles de logro en los criterios correspondientes, con el fin de clarificar los niveles que se espera que el estudiante alcance y facilitando la identificación de aspectos por mejorar lo que permite realizar los feedback de manera oportuna (Martín, 2015).

### 3.6 Plan de tratamiento, análisis e interpretación de datos

Con el objetivo de responder a las preguntas planteadas en la formulación del problema se utilizará la estadística descriptiva para representar los resultados mediante tablas y gráficos estadísticos. Los mismos que nos permitió explicar lo sucedido en cada una de las dimensiones de las variables de estudio, siendo los procedimientos estadísticos los siguientes:

- Se revisó cuidadosamente las pruebas y se organizaron los datos obtenidos en tablas de frecuencias y gráficos para su mejor análisis.
- Se organizó los datos obtenidos en la aplicación del modelo Flipped Classroom por cada criterio de evaluación y así determinar el nivel de influencia del aprendizaje de las funciones trigonométricas.

- Las notas obtenidas en el Pre Test y Post Test se organizaron en tablas de frecuencias, tanto para su interpretación como para la prueba de hipótesis utilizando la  $Z_c$  ( $Z$  calculada) para realizar la comparación de medias de los dos grupos Experimental y de Control, para demostrar que existe una diferencia significativa a favor del Grupo Experimental. La fórmula para determinar el valor  $Z_c$  ( $Z$  calculada) será:

$$Z_c = \frac{\bar{x}_E - \bar{x}_C}{\sqrt{\frac{S_E^2}{n_E} + \frac{S_C^2}{n_C}}}$$

- Para realizar la prueba de Hipótesis en los resultados del Pre Test se decidió utilizar la  $Z_c$  ( $Z$  calculada), pues el tamaño de muestra es 46 estudiantes que es mayor a 30 ( $n \geq 30$ ). En seguida, se definen las hipótesis estadísticas, presentamos las medias aritméticas y desviación estándar, el nivel de significancia es de 5% y la zona de aceptación y de rechazo de hipótesis es como muestra la siguiente figura:

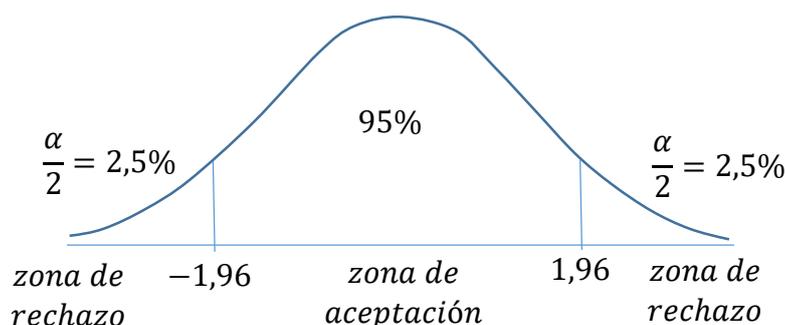


Figura 1. Zona de aceptación y rechazo para la prueba de hipótesis del Pre test.

- Para realizar la prueba de Hipótesis en el Post Test también se decidió utilizar la  $Z_c$  ( $Z$  calculada), por el tamaño de muestra ( $n = 46 \geq 30$ ). Seguidamente, se definen las hipótesis estadísticas, presentamos la media aritmética y desviación estándar de ambos grupos, el nivel de significancia es del 2,5% y la determinación de la zona de aceptación y de rechazo de la hipótesis nula es como muestra la siguiente figura:

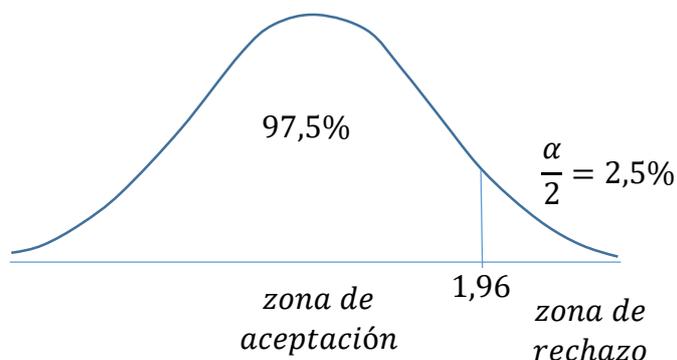


Figura 2. Zona de aceptación y rechazo para otras pruebas de hipótesis.

### 3.7 Sistematización de variables

Tabla 3

*Sistematización de variables*

<b>Variab</b> les	<b>Dimensiones</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Instrumentos</b>
<b>V<sub>1</sub>: Modelo Flipped Classroom</b>	Actividades fuera del aula	<p>Revisa los materiales proporcionados para la lectura previa del tema.</p> <p>Desarrolla las prácticas de control de lectura previa para evaluar el nivel de comprensión de los materiales proporcionados.</p> <p>Analiza los niveles alcanzados en la actividad fuera del aula antes de iniciar la sesión.</p> <p>Resuelve dudas respecto al material digital realizando feedback oportunamente.</p>	<p>Lista de cotejo.</p> <p>Prácticas calificadas.</p> <p>Registro de evaluación.</p> <p>Lista de cotejo</p>
	Actividades dentro del aula	<p>Desarrolla las actividades propuestas relacionando con el trabajo fuera de aula.</p> <p>Analiza los niveles de logro alcanzados en las actividades dentro del aula.</p>	<p>Prácticas calificadas.</p> <p>Registro de evaluación.</p>
<b>V<sub>2</sub>: Aprendizaje de las funciones trigonométricas.</b>	Conocimiento y comprensión.	Muestra una adecuada comprensión de las definiciones, dominio y rango de las funciones trigonométricas.	Rubrica Prácticas calificadas.
	Comunicación e interpretación	Analiza y evalúa las gráficas de las funciones trigonométricas.	Rúbrica Prácticas calificadas.
	Resolución de problemas	Analiza y crea estrategias de solución de problemas de las funciones trigonométricas.	Rúbrica Prácticas calificadas.
	Enfoque de indagación	Evalúa la aplicación de las funciones trigonométricas en situaciones reales.	Rúbrica Prácticas calificadas.

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presenta los resultados de la investigación referentes al problema general y específicos, mostrando un análisis estadístico de los resultados de los instrumentos utilizados en la recolección de datos para cumplir con los objetivos general y específicos, como también se presenta los resultados obtenidos en el Pre Test y el Post Test del Grupo Experimental y del Grupo de Control, con sus respectivos análisis de resultados e interpretaciones.

Para mostrar los resultados en niveles de logro se optó por clasificar y organizarlos en niveles de logro, según la escala utilizada por el Ministerio de Educación (2018), la cual es como se detalla a continuación:

Tabla 4

*Niveles de logro por rango de puntuaciones*

Rango de puntuaciones	Nivel de logro
0 – 10	Inicio
11 – 13	Proceso
14 – 17	Satisfactorio
18 – 20	Destacado

## 4.1 Resultados obtenidos en el Pre Test

### 4.1.1 Resultados obtenidos por el Grupo de Control

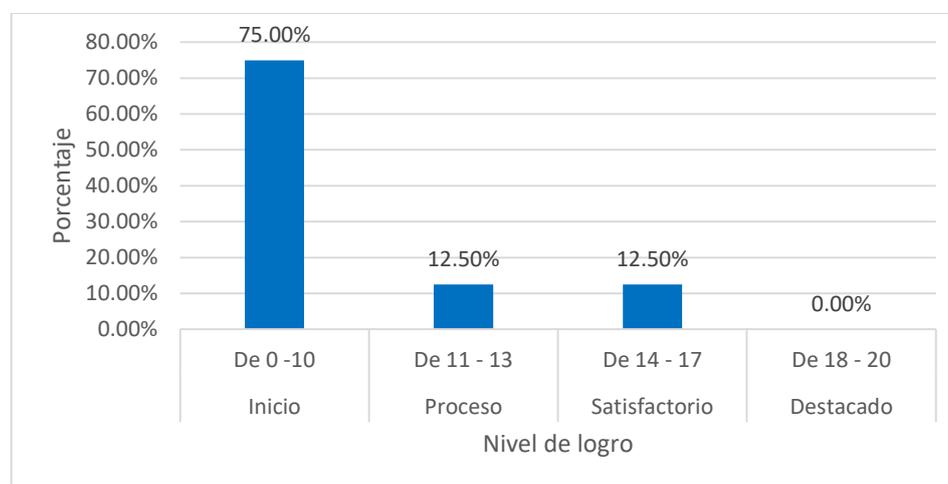
A continuación, presentamos los resultados obtenidos por el Grupo de Control en el Pre Test y son los siguientes:

Tabla 5

*Niveles de logro del Grupo de Control en el Pre Test*

Nivel de logro	Frecuencia	Porcentaje %
Inicio	18	75,00
Proceso	3	12,50
Satisfactorio	3	12,50
Destacado	0	0,00

Fuente: Resultados del Grupo de Control en el Pre Test



*Figura 3.* Niveles de logro del Grupo de Control en el Pre Test.

Fuente: Resultados del Grupo de Control en el Pre Test.

Como se puede apreciar en la figura 3, el 75% de los estudiantes que conforman el grupo de control se encuentran en una situación de inicio, el 12,5% se encuentran en el nivel de proceso, el 12,5% en el nivel satisfactorio y ningún estudiante se encuentra en el nivel destacado, esto probablemente debido a que la mayoría de estudiantes

hasta ese momento no habían desarrollado los contenidos correspondientes a las funciones trigonométricas.

#### 4.1.2 Resultados obtenidos por el Grupo Experimental

Los resultados obtenidos por el Grupo Experimental en el Pre Test son los siguientes:

Tabla 6

*Niveles de logro del Grupo Experimental en el Pre Test*

Nivel de logro	Frecuencia	Porcentaje %
Inicio	20	90,91
Proceso	2	9,09
Satisfactorio	0	0,00
Destacado	0	0,00

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test.

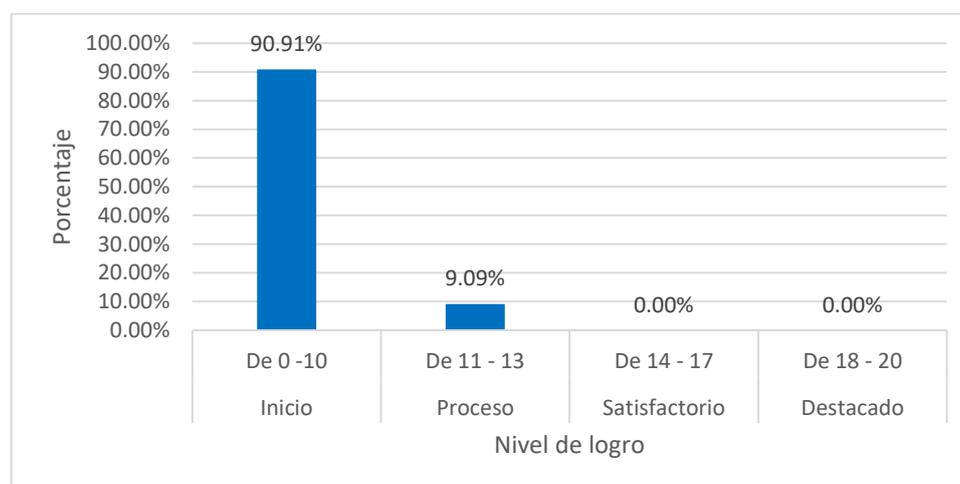


Figura 4. Niveles de logro del Grupo Experimental en el Pre Test.

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test.

Como se aprecia en la figura 4, el 90,91% de los estudiantes que conforman el Grupo Experimental se encuentran en situación de inicio, el 9,09% se encuentran en el nivel de proceso y ningún estudiante en el nivel satisfactorio o destacado, esto probablemente debido a que la mayoría de estudiantes hasta ese momento no han desarrollado el tema de funciones trigonométricas.

### 4.1.3 Comparación de los resultados obtenidos en el Pre Test

Tabla 7

*Comparación de los niveles de logro en el Pre Test*

Nivel de logro	Grupo de Control		Grupo Experimental	
	Frecuencia	Porcentaje %	Frecuencia	Porcentaje %
Inicio	18	75,00	20	90,91
Proceso	3	12,50	2	9,09
Satisfactorio	3	12,50	0	0,00
Destacado	0	0,00	0	0,00

Fuente: Resultados del Grupo de Control y Grupo Experimental en el Pre Test.

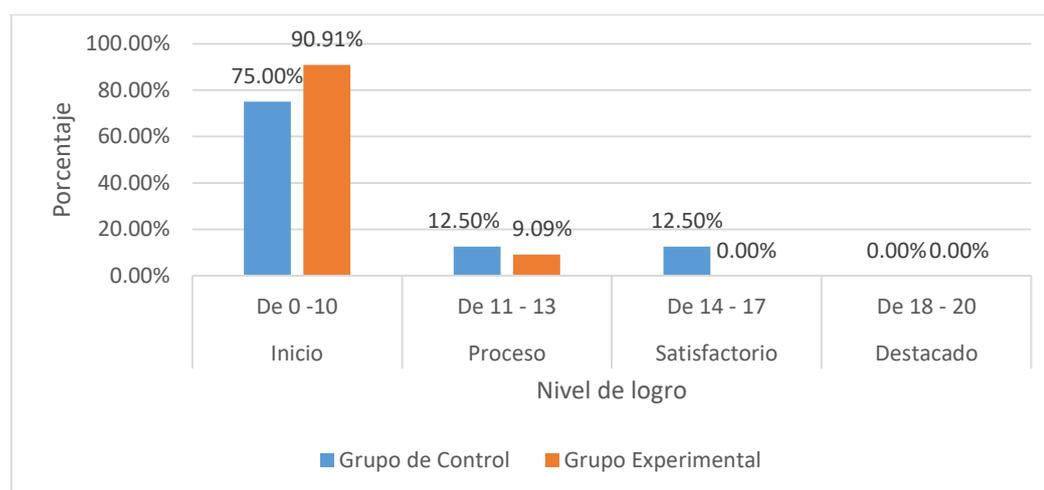


Figura 5. Comparación de los niveles de logro en el Pre Test.

Fuente: Resultados del Grupo de Control y Grupo Experimental en el Pre Test.

De acuerdo a lo observado en la figura 5, se puede observar que los resultados obtenidos por el Grupo de Control son relativamente mejores a los obtenidos por el Grupo Experimental. Pues se puede observar que el 12,5% de estudiantes del Grupo de Control están en el nivel satisfactorio mientras que ningún estudiante del Grupo Experimental alcanzó ese nivel de logro.

#### 4.1.4 Prueba de Hipótesis del Pre Test

Para realizar la prueba de Hipótesis se utilizó la prueba  $Z_c$  (Z calculada) de acuerdo a lo descrito en el plan de tratamiento, análisis e interpretación de datos, para la prueba de hipótesis del Pre Test considerando el nivel de significancia del 5% bilateral.

##### Planteamiento de las hipótesis estadísticas:

- **Hipótesis Nula (Ho):**  $\bar{x}_E = \bar{x}_C$

No existe diferencias significativas entre los promedios de las notas obtenidas por los estudiantes del Grupo Experimental y del Grupo de Control en el Pre Test antes de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alterna (Ha):**  $\bar{x}_E \neq \bar{x}_C$

Existe diferencias significativas entre los promedios de las notas obtenidas por los estudiantes del Grupo Experimental y del Grupo de Control en el Pre Test antes de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 8

*Datos para la prueba de hipótesis en el Pre Test*

Estadígrafo	Grupo de Control	Grupo Experimental
Media aritmética	8,71	7,95
Desviación Estándar	2,79	1,73

Fuente: Resultados del Grupo de Control y Grupo Experimental en el Pre Test.

El valor de la  $Z_c$  (Z calculada) para dos medias la determinamos utilizando la siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\bar{x}_E - \bar{x}_C}{\sqrt{\frac{S_E^2}{n_E} + \frac{S_C^2}{n_C}}}$$

Reemplazando los valores correspondientes tenemos que:

$$Z_c = \frac{7,95 - 8,71}{\sqrt{\frac{1,73^2}{22} + \frac{2,79^2}{24}}} = -1,11$$

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de aceptación porque se encuentra dentro de los dos valores críticos (-1,96 y 1,96) mostrados en la figura 1, entonces se acepta la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se rechaza la hipótesis alterna ( $H_a$ ).

En conclusión, no existen diferencias significativas entre los promedios de los Grupos de Control y Experimental antes de la aplicación del modelo Flipped Classroom, lo que garantiza la validez interna de la investigación. Inclusive podemos afirmar que el Grupo de Control obtuvo mejores resultados que el Grupo Experimental; lo que permitió la elección del Grupo Experimental y Grupo de Control.

## 4.2 Resultados obtenidos en el Post Test

### 4.2.1 Resultados obtenidos por el Grupo de Control

Los resultados del Grupo de Control en el Post Test son los siguientes:

Tabla 9

*Niveles de logro del Grupo de Control en el Post Test*

Nivel de logro	Frecuencia	Porcentaje %
Inicio	9	37,50
Proceso	7	29,17
Satisfactorio	6	25,00
Destacado	2	8,33

Fuente: Resultados del Grupo de Control en el Post Test

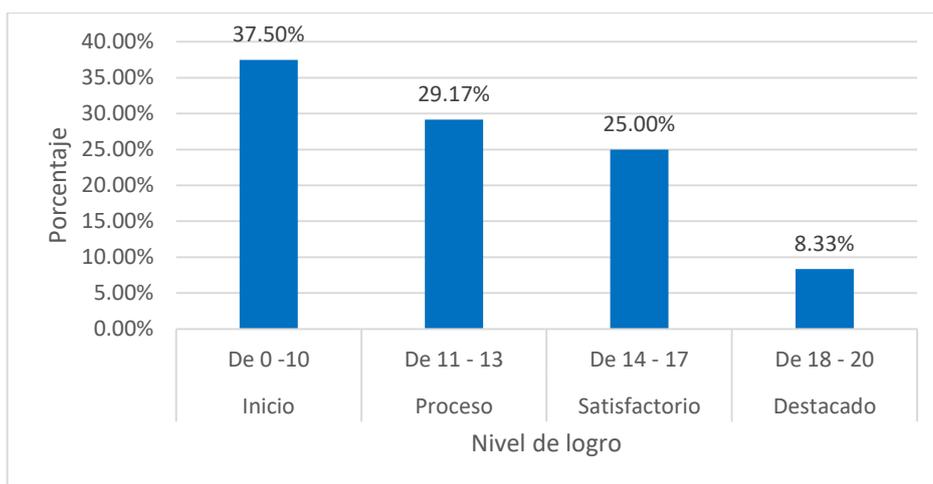


Figura 6. Niveles de logro del Grupo de Control en el Post Test.

Fuente: Resultados del Grupo de Control en el Post Test.

La figura 6 muestra que, el 37,50% de los estudiantes del Grupo de Control continúan en una situación de inicio, el 29,17% se encuentran en el nivel de proceso, el 25% en el nivel satisfactorio y el 8,33% en el nivel destacado, esto probablemente debido a que el tiempo en clases debe utilizarse para desarrollar los contenidos teóricos lo que limita el desarrollo de las competencias en la solución de problemas y aplicaciones a otros contextos.

#### 4.2.2 Resultados obtenidos por el Grupo Experimental

Los resultados del Grupo Experimental en el Post Test son los siguientes:

Tabla 10

*Niveles de logro del Grupo Experimental en el Post Test*

Nivel de logro	Frecuencia	Porcentaje %
Inicio	1	4,55
Proceso	8	36,36
Satisfactorio	8	36,36
Destacado	5	22,73

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Post Test.

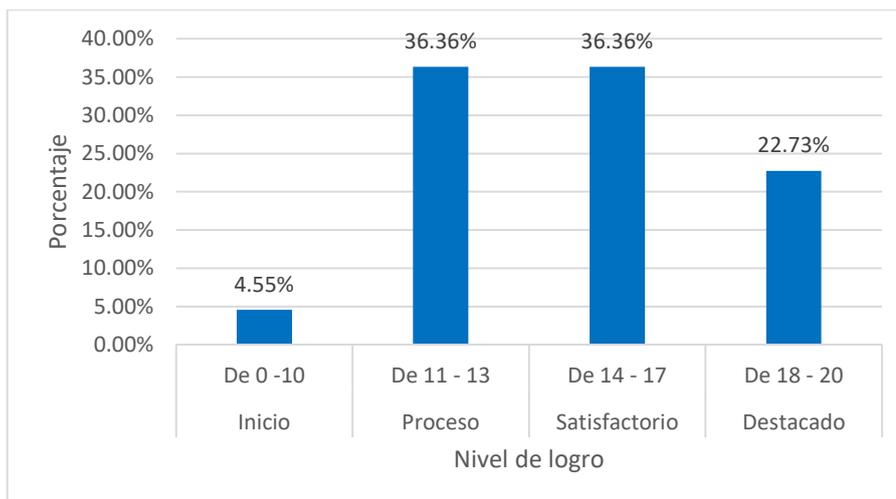


Figura 7. Niveles de logro del Grupo Experimental en el Post Test.

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Post Test.

En la figura 7, se observa que menos del 5% los estudiantes que conforman el Grupo Experimental continúan en una situación de inicio, el 36,36% se encuentran en el nivel de proceso al igual que en el nivel satisfactorio y más del 20% de estudiantes alcanzaron el nivel destacado. Por lo tanto, podemos afirmar que más del 50% de estudiantes alcanzaron resultados muy buenos después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

#### 4.2.3 Comparación de los resultados obtenidos en el Post Test

Tabla 11

Comparación de los niveles de logro en el Post Test

Nivel de logro	Grupo de Control		Grupo Experimental	
	Frecuencia	Porcentaje %	Frecuencia	Porcentaje %
Inicio	9	37,50	1	4,55
Proceso	7	29,17	8	36,36
Satisfactorio	6	25,00	8	36,36
Destacado	2	8,33	5	22,73

Fuente: Resultados del Grupo de Control y Grupo Experimental en el Post Test.

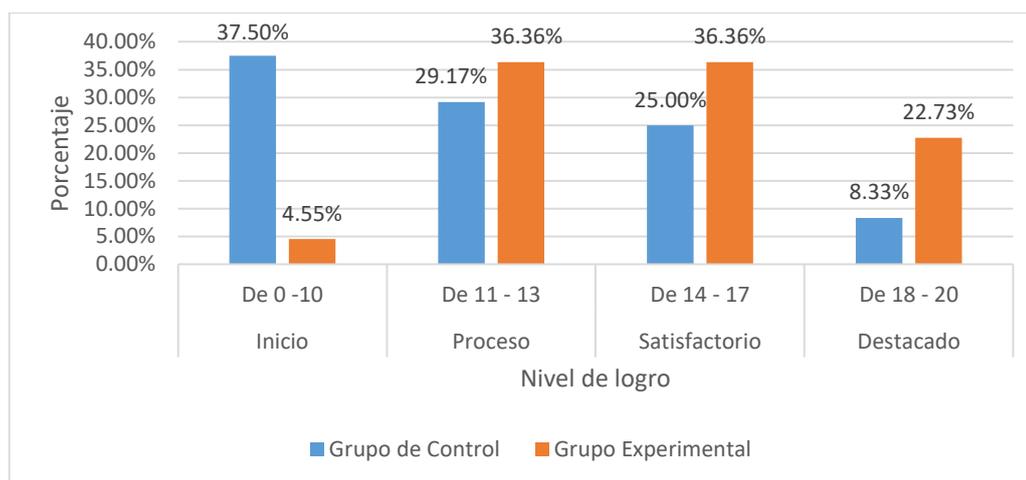


Figura 8. Comparación de los niveles de logro en el Post Test.

Fuente: Resultados del Grupo de Control y Grupo Experimental en el Post Test.

En la figura 8, se observa el progreso de ambos grupos respecto al Pre Test. Sin embargo, podemos evidenciar que el Grupo Experimental tiene un mejor progreso de estudiantes pues menos del 5% de estudiantes continúan en el nivel de inicio y cerca del 60% de estudiantes en el nivel satisfactorio y destacado, a diferencia del Grupo de Control que aún tiene estudiantes más de la tercera parte de estudiantes no superan ese nivel de logro y la otra tercera parte de estudiantes alcanzan el nivel satisfactorio y destacado. Por lo que, podemos concluir que el Grupo Experimental desarrolló mejor sus competencias respecto a los estudiantes del Grupo de Control.

#### 4.2.4 Prueba de Hipótesis del Post Test

Para realizar la prueba de Hipótesis se utilizó la prueba  $Z_c$  (Z calculada) de acuerdo a lo descrito en el plan de tratamiento, análisis e interpretación de datos para otras pruebas de hipótesis en este caso del Post Test considerando el nivel de significancia del 2,5% unilateral.

##### Planteamiento de las hipótesis estadísticas:

- **Hipótesis Nula ( $H_0$ ):**  $\bar{x}_E \leq \bar{x}_C$

El promedio de las notas obtenidas por los estudiantes del Grupo de Control es mayor o no existe diferencias significativas con el promedio de las notas obtenidas por los estudiantes del Grupo Experimental en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alternativa (Ha):**  $\bar{x}_E > \bar{x}_C$

El promedio de las notas obtenidas por el Grupo Experimental es mayor y, por lo tanto, existe diferencias significativas con el promedio de las notas obtenidas por los estudiantes del Grupo de Control en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 12

*Datos para la prueba de hipótesis en el Post Test*

Estadístico	Grupo de Control	Grupo Experimental
Media aritmética	12,29	15,50
Desviación Estándar	3,38	2,94

Fuente: Resultados del Grupo de Control y Grupo Experimental en el Post Test.

El valor de la  $Z_c$  ( $Z$  calculada) para dos medias la determinamos utilizando la siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\bar{x}_E - \bar{x}_C}{\sqrt{\frac{s_E^2}{n_E} + \frac{s_C^2}{n_C}}}$$

Reemplazando los valores correspondientes tenemos que:

$$Z_c = \frac{15,50 - 12,29}{\sqrt{\frac{2,94^2}{22} + \frac{3,38^2}{24}}} = 3,44$$

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de rechazo ya que el resultado es mayor que el valor crítico (1,96) mostrado en la figura 2, entonces se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la hipótesis alternativa ( $H_a$ ).

En conclusión, después de la aplicación del modelo Flipped Classroom el promedio de notas obtenidas por los estudiantes del Grupo Experimental es mayor y por lo tanto existen diferencias significativas con el promedio de notas de los estudiantes del Grupos de Control.

### 4.3 Resultados obtenidos por el Grupo Experimental en el Pre y Post Test

Para conocer si existen diferencias significativas en los resultados obtenidos por el Grupo Experimental en el Pre Test con la aplicación del modelo Flipped Classroom en el Post Test realizamos una comparación de resultados y una prueba de hipótesis para demostrar el progreso logrado.

#### 4.3.1 Comparación de los resultados obtenidos en el Pre Test y Post test

Tabla 13

*Comparación de resultados del Grupo Experimental en el Pre y Post Test*

Nivel de logro	Pre Test		Post Test	
	Frecuencia	Porcentaje %	Frecuencia	Porcentaje %
Inicio	20	90,91	1	4,55
Proceso	2	9,09	8	36,36
Satisfactorio	0	0,00	8	36,36
Destacado	0	0,00	5	22,73

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

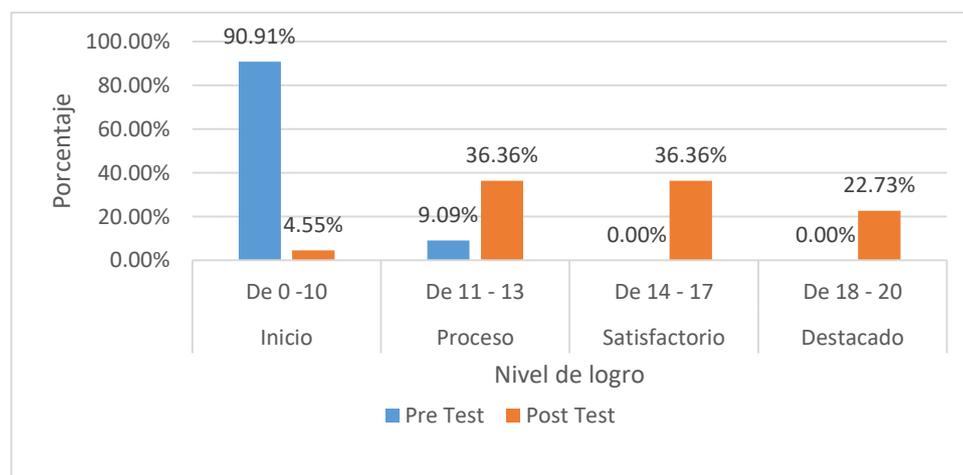


Figura 9. Comparación de resultados en el Pre Test y Post Test.

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

De acuerdo a lo observado en la figura 9, se puede ver que el Grupo Experimental en el Pre Test tenía más del 90% de estudiantes en el nivel de inicio y en el Post Test este porcentaje se redujo a menos del 5%; además antes se podía observar que ningún

estudiante estaba en el nivel satisfactorio o destacado y cerca del 60% de estudiantes alcanzó los niveles satisfactorio y destacado. Lo que permite reconocer que hubo mejores resultados después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

#### 4.3.2 Prueba de Hipótesis del Pre Test y Post Test

Para realizar la prueba de Hipótesis se utilizó la prueba  $Z_c$  (Z calculada) considerando el nivel de significancia del 2,5% establecido para otras pruebas de hipótesis.

##### Planteamiento de las hipótesis estadísticas:

- **Hipótesis Nula (Ho):**  $\overline{x_{Post\ Test}} \leq \overline{x_{Pre\ Test}}$

El promedio de las notas obtenidas por los estudiantes del Grupo de Control en el Pre Test es mayor o no existe diferencias significativas con el promedio de las notas obtenidas en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alterna (Ho):**  $\overline{x_{Post\ Test}} > \overline{x_{Pre\ Test}}$

El promedio de las notas obtenidas por el Grupo Experimental en el Post Test es mayor y, por lo tanto, existe diferencias significativas con el promedio de las notas obtenidas por los mismos en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 14

*Datos del Grupo Experimental en el Pre y Post Test*

Estadígrafo	Pre Test	Post Test
Media aritmética	7,95	15,50
Desviación Estándar	1,73	2,94

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

El valor de la  $Z_c$  (Z calculada) para dos medias la determinamos utilizando la siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\overline{x_{Post\ Test}} - \overline{x_{Pre\ Test}}}{\sqrt{\frac{S_{Post\ Test}^2}{n_E} + \frac{S_{Pre\ Test}^2}{n_E}}}$$

Reemplazando los valores correspondientes tenemos que:

$$Z_c = \frac{15,50 - 7,95}{\sqrt{\frac{2,94^2}{22} + \frac{1,73^2}{22}}} = 10,49$$

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de rechazo porque el resultado es mayor que el valor crítico (1,96) mostrado en la figura 2, entonces se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la hipótesis alterna ( $H_a$ ).

En conclusión, después de la aplicación del modelo Flipped Classroom el promedio de notas obtenidas por los estudiantes del Grupo Experimental en el Post Test es significativamente mayor que el promedio de notas de los estudiantes del Grupo Experimental en el Pre Test, con un nivel de confianza de 97,5%.

#### 4.4 Resultados por criterio de evaluación en el Grupo Experimental

Para analizar los niveles de logro obtenidos por el Grupo Experimental y comparar los resultados obtenidos antes y después de la implementación del modelo, organizamos los resultados del Pre Test y del Post Test por dimensión (criterios de evaluación) definidas para el aprendizaje de las funciones trigonométricas.

Criterio 1: Conocimiento y Comprensión.

Criterio 2: Comunicación Matemática.

Criterio 3: Resolución de Problemas.

Criterio 4: Enfoque de Indagación.

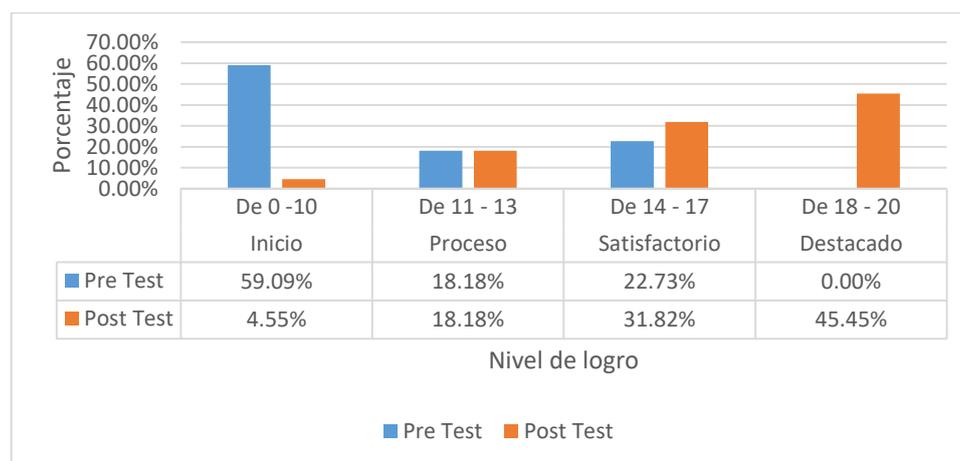
#### 4.4.1 Resultados del Criterio 1 – Conocimiento y Comprensión

Tabla 15

*Resultados del Grupo Experimental en el criterio 1 – Conocimiento y Comprensión en el Pre y Post Test*

Nivel de logro	Pre Test		Post Test	
	Frecuencia	Porcentaje %	Frecuencia	Porcentaje %
Inicio	13	59,09	1	4,55
Proceso	4	18,18	4	18,18
Satisfactorio	5	22,73	7	31,82
Destacado	0	0,00	10	45,45

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.



*Figura 10.* Resultados del criterio 1 – Conocimiento y Comprensión en el Pre Test y Post Test.

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

De acuerdo a la figura 10, se puede ver que el Grupo Experimental en el Pre Test tenía más del 50% de estudiantes en el nivel de inicio y en el Post Test este porcentaje se redujo a menos del 5%; además antes se podía observar que ningún estudiante estaba en el nivel destacado y al final el 45,45% de estudiantes alcanzó este nivel. Lo que permite afirmar que los estudiantes muestran una adecuada comprensión de las

definiciones, dominio y rango de las funciones trigonométricas después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

### Prueba de Hipótesis.

Para realizar la prueba de Hipótesis y determinar si existen diferencias significativas en el Criterio 1 – Conocimiento y Comprensión, se utilizó la prueba  $Z_c$  (Z calculada). La cual se determinó con la siguiente formula:

$$Z_c = \frac{\overline{x_{Post\ Test\ C1}} - \overline{x_{Pre\ Test\ C1}}}{\sqrt{\frac{S_{Post\ Test\ C1}^2}{n_E} + \frac{S_{Pre\ Test\ C1}^2}{n_E}}}$$

### Planteamiento de las hipótesis estadísticas:

- **Hipótesis Nula (Ho):**  $\overline{x_{Post\ Test\ C1}} \leq \overline{x_{Pre\ Test\ C1}}$

El promedio obtenido por el Grupo Experimental en el Criterio 1 (C1) del Pre Test es mayor o no existe diferencias significativas con el promedio de obtenido en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alternativa (Ha):**  $\overline{x_{Post\ Test\ C1}} > \overline{x_{Pre\ Test\ C1}}$

El promedio obtenido por el Grupo Experimental en el Criterio 1 (C1) del Post Test es mayor y, por lo tanto, existe diferencias significativas con el promedio de las notas obtenidas por los mismos en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 16

*Z<sub>c</sub> del Criterio 1 (C1) del Grupo Experimental en el Pre y Post Test*

Estadígrafo	Pre Test	Post Test
Media aritmética	10,41	16,23
Desviación Estándar	3,86	2,98
$Z_c$ calculada	5,60	

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de rechazo porque el resultado es mayor que el valor crítico (1,96) como muestra la figura 2, entonces se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la hipótesis alterna ( $H_a$ ).

En conclusión, el promedio de notas obtenidas por los estudiantes del Grupo Experimental en el Criterio 1 (C1) – Conocimiento y Comprensión del Post Test es mayor al promedio del Pre Test y por consiguiente existen diferencias significativas después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

#### 4.4.2 Resultados del Criterio 2 – Comunicación Matemática

Tabla 17

*Resultados del Grupo Experimental en el criterio 2 – Comunicación Matemática en el Pre y Post Test*

Nivel de logro	Pre Test		Post Test	
	Frecuencia	Porcentaje %	Frecuencia	Porcentaje %
Inicio	21	95,45	4	18,18
Proceso	1	4,55	8	36,36
Satisfactorio	0	0,00	6	27,28
Destacado	0	0,00	4	18,18

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

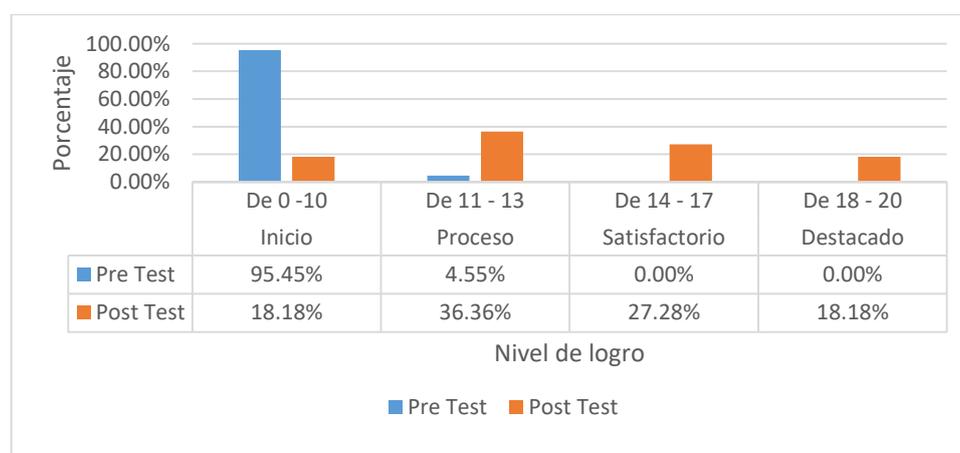


Figura 11. Resultados del criterio 2 – Comunicación Matemática en el Pre Test y Post Test.

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

En la figura 11, se puede ver que en el Pre Test había más del 95% de estudiantes en el nivel de inicio y en el Post Test esto se redujo al 18,18%; además antes se observaba que ningún estudiante estaba en el nivel satisfactorio o destacado y al final más del 45% alcanzaron estos niveles. Lo que nos muestra que al final los estudiantes están en la capacidad de analizar y evaluar las gráficas de las funciones trigonométricas después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

### Prueba de Hipótesis.

Para determinar si existen diferencias significativas en el Criterio 2 – Comunicación Matemática, se utilizó la prueba  $Z_c$  (Z calculada). La cual se determinó con la siguiente formula:

$$Z_c = \frac{\overline{x_{Post\ Test\ C2}} - \overline{x_{Pre\ Test\ C2}}}{\sqrt{\frac{S_{Post\ Test\ C2}^2}{n_E} + \frac{S_{Pre\ Test\ C2}^2}{n_E}}}$$

### Planteamiento de las hipótesis estadísticas:

- **Hipótesis Nula (Ho):**  $\overline{x_{Post\ Test\ C2}} \leq \overline{x_{Pre\ Test\ C2}}$

El promedio obtenido en el Criterio 2 (C2) del Pre Test por el Grupo Experimental es mayor o no existe diferencias significativas con el promedio obtenido en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alternativa (Ha):**  $\overline{x_{Post\ Test\ C2}} > \overline{x_{Pre\ Test\ C2}}$

El promedio obtenido por el Grupo Experimental en el Criterio 2 (C2) del Post Test es mayor, entonces, existen diferencias significativas con el promedio obtenido en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 18

*Z<sub>c</sub> del Criterio 2 (C2) del Grupo Experimental en el Pre y Post Test*

<b>Estadígrafo</b>	<b>Pre Test</b>	<b>Post Test</b>
Media aritmética	6,18	13,68
Desviación Estándar	2,48	3,54
Z calculada	8,14	

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de rechazo porque el resultado es mayor que el valor crítico (1,96) mostrado en la figura 2, entonces se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la hipótesis alterna ( $H_a$ ).

En conclusión, después de la aplicación del modelo Flipped Classroom el promedio de notas obtenidas por los estudiantes del Grupo Experimental en el Criterio 2 (C2) – Comunicación Matemática del Post Test es mayor y por consiguiente existen diferencias significativas con el promedio antes de la implementación del modelo, con un nivel de confianza de 97,5%.

#### 4.4.3 Resultados del Criterio 3 – Resolución de Problemas

Tabla 19

*Resultados del Grupo Experimental en el criterio 3 – Resolución de Problemas en el Pre y Post Test*

<b>Nivel de logro</b>	<b>Pre Test</b>		<b>Post Test</b>	
	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje %</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje %</b>
Inicio	20	90,91	7	31,82
Proceso	2	9,09	4	18,18
Satisfactorio	0	0,00	7	31,82
Destacado	0	0,00	4	18,18

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

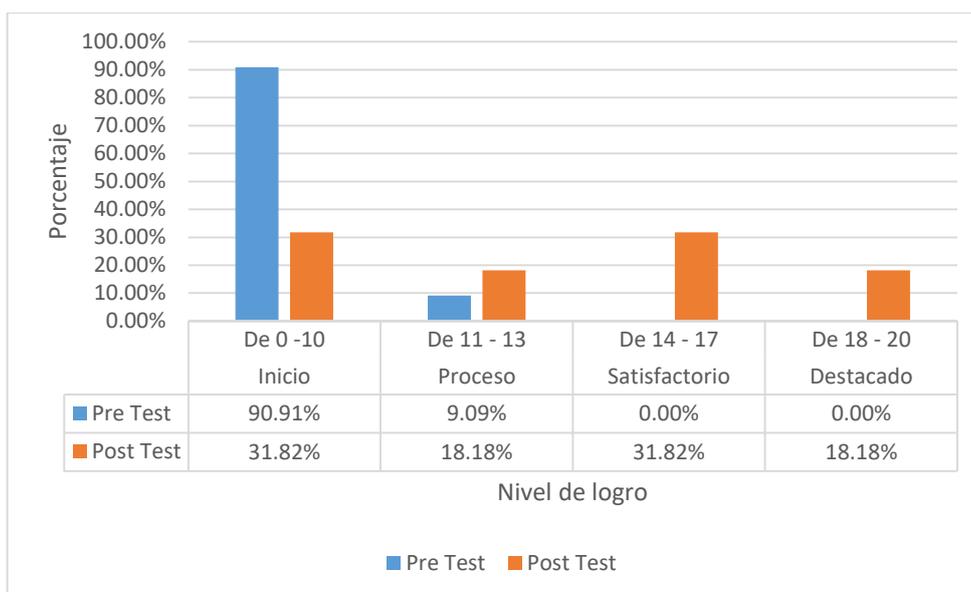


Figura 12. Resultados del criterio 3 – Resolución de Problemas en el Pre Test y Post Test.

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

En la figura 12, se ve que en el Pre Test los estudiantes presentaban limitaciones para resolver problemas, pues menos del 10% apenas lograba el nivel de proceso y el resto de estudiantes se encontraban en el nivel de inicio; después de la aplicación del modelo Flipped Classroom se evidencia que más del 50% alcanzó los niveles satisfactorio y destacado, además de reducirse el porcentaje de estudiantes del nivel inicio a menos de la tercera parte. En consecuencia, podemos afirmar que los estudiantes desarrollaron las capacidades de analizar y crear estrategias de solución de problemas de funciones trigonométricas.

**Prueba de Hipótesis.**

Para determinar si existen diferencias significativas en el Criterio 3 – Resolución de Problemas, se utilizó la prueba  $Z_c$  (Z calculada). La cual se determinó con la siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\overline{x_{Post Test C3}} - \overline{x_{Pre Test C3}}}{\sqrt{\frac{S_{Post Test C3}^2}{n_E} + \frac{S_{Pre Test C3}^2}{n_E}}}$$

**Planteamiento de las hipótesis estadísticas:**

- **Hipótesis Nula (Ho):**  $\overline{x_{Post\ Test\ C3}} \leq \overline{x_{Pre\ Test\ C3}}$

El promedio obtenido en el Criterio 3 (C3) del Pre Test por el Grupo Experimental es mayor o no existe diferencias significativas con el promedio obtenido en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alternativa (Ha):**  $\overline{x_{Post\ Test\ C3}} > \overline{x_{Pre\ Test\ C3}}$

El promedio obtenido por el Grupo Experimental en el Criterio 3 (C3) del Post Test es mayor, entonces, existen diferencias significativas con el promedio obtenido en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 20

*Z<sub>c</sub> del Criterio 3 (C3) del Grupo Experimental en el Pre y Post Test*

Estadígrafo	Pre Test	Post Test
Media aritmética	7,68	13,45
Desviación Estándar	2,06	3,92
Z calculada	6,11	

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de rechazo porque el resultado es mayor que el valor crítico (1,96) mostrado en la figura 2, entonces se rechaza la hipótesis nula (Ho) y se acepta la hipótesis alternativa (Ha).

En conclusión, después de la aplicación del modelo Flipped Classroom el promedio de notas obtenidas por los estudiantes del Grupo Experimental en el Criterio 3 (C3) – Resolución de Problemas del Post Test es mayor y por consiguiente existen diferencias significativas con el promedio antes de la implementación del modelo, con un nivel de confianza de 97,5%.

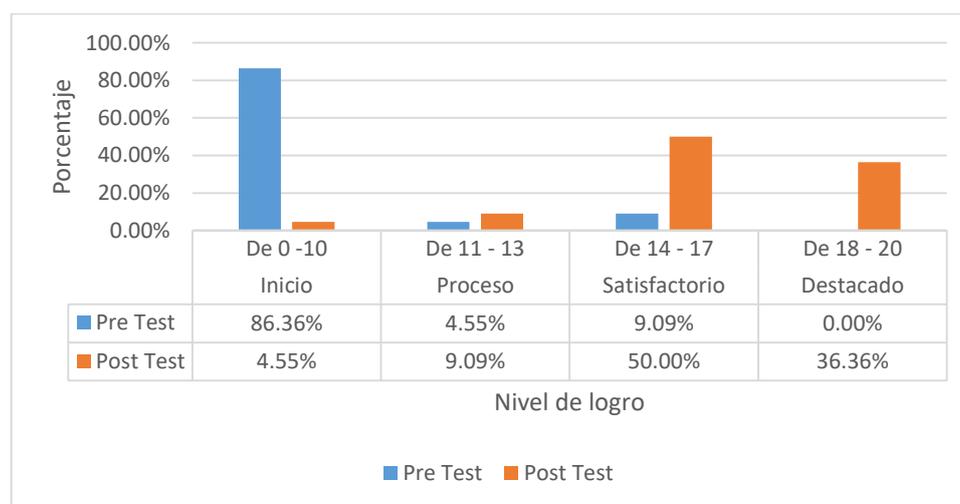
**4.4.4 Resultados del Criterio 4 – Enfoque de Indagación**

Tabla 21

*Comparación de resultados del Grupo Experimental en el criterio Enfoque de Indagación en el Pre y Post Test*

Nivel de logro	Pre Test		Post Test	
	Frecuencia	Porcentaje %	Frecuencia	Porcentaje %
Inicio	19	86,36	1	4,55
Proceso	1	4,55	2	9,09
Satisfactorio	2	9,09	11	50,00
Destacado	0	0,00	8	36,36

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.



*Figura 13. Comparación de resultados del criterio Enfoque de Indagación en el Pre Test y Post Test.*

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

En la figura 13, se puede ver que el 86,36% de estudiantes en el nivel de inicio y en el Post Test esto se redujo a menos del 5%; además menos del 10% alcanzo el nivel satisfactorio y ningún estudiante estaba en el nivel destacado y después de la aplicación del modelo Flipped Classroom se observa que el 86,86% alcanzo los niveles satisfactorio y destacado. Lo que nos hace afirmar que hubo mejorías después

de la aplicación del modelo Flipped Classroom en la capacidad de evaluar las aplicaciones de las funciones trigonométricas en contextos reales.

### Prueba de Hipótesis.

Para determinar si existen diferencias significativas en el Criterio 3 – Resolución de Problemas, se utilizó la prueba  $Z_c$  (Z calculada). La cual se determinó con la siguiente fórmula:

$$Z_c = \frac{\overline{x_{Post\ Test\ C4}} - \overline{x_{Pre\ Test\ C4}}}{\sqrt{\frac{S_{Post\ Test\ C4}^2}{n_E} + \frac{S_{Pre\ Test\ C4}^2}{n_E}}}$$

### Planteamiento de las hipótesis estadísticas:

- **Hipótesis Nula (Ho):**  $\overline{x_{Post\ Test\ C4}} \leq \overline{x_{Pre\ Test\ C4}}$

El promedio obtenido en el Criterio 4 (C4) del Pre Test por el Grupo Experimental es mayor o no existe diferencias significativas con el promedio obtenido en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alterna (Ha):**  $\overline{x_{Post\ Test\ C4}} > \overline{x_{Pre\ Test\ C4}}$

El promedio obtenido por el Grupo Experimental en el Criterio 4 (C4) del Post Test es mayor, entonces, existen diferencias significativas con el promedio obtenido en el Post Test después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 22

*Z<sub>c</sub> del Criterio 4 (C4) del Grupo Experimental en el Pre y Post Test*

Estadígrafo	Pre Test	Post Test
Media aritmética	8,18	16,73
Desviación Estándar	3,06	2,43
Z calculada	10,24	

Fuente: Resultados del Grupo Experimental en el Pre Test y Post Test.

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de rechazo porque el resultado es mayor que el valor crítico (1,96) mostrado en la figura 2, entonces se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la hipótesis alterna ( $H_a$ ).

En conclusión, después de la aplicación del modelo Flipped Classroom el promedio de notas obtenidas por los estudiantes del Grupo Experimental en el Criterio 4 (C4) – Enfoque de indagación del Post Test es mayor y por consiguiente existen diferencias significativas con el promedio antes de la implementación del modelo, con un nivel de confianza de 97,5%.

#### **4.5 Comparación de resultados del Grupo Experimental y Grupo de Control por criterio de evaluación**

Para comprender mejor lo sucedido con la variable independiente, el modelo Flipped Classroom, y analizar los resultados obtenidos en cada uno de los criterios de evaluación en comparación con los resultados obtenidos por el Grupo de Control, para poder conocer cuáles son los criterios que presentaron un mejor progreso tras la aplicación del modelo Flipped Classroom, se utilizó el valor de  $Z_c$  ( $Z$  calculada) para probar la validez de las hipótesis estadísticas.

##### **4.5.1 Comparación de resultados en el criterio Conocimiento y Comprensión**

###### **Prueba de Hipótesis.**

Para determinar si existen diferencias significativas en los resultados obtenidos por el Grupo Experimental y Grupo de Control en el Criterio 1 – Conocimiento y Comprensión, se utilizó la prueba  $Z_c$  ( $Z$  calculada) considerando el nivel de significancia de 2,5% unilateral. La cual se determinó con la siguiente formula:

$$Z_c = \frac{\overline{x_{Post\ Test\ GE}} - \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}}{\sqrt{\frac{S_{Post\ Test\ GE}^2}{n_E} + \frac{S_{Pre\ Test\ GC}^2}{n_C}}}$$

**Planteamiento de las hipótesis estadísticas:**

- **Hipótesis Nula (Ho):**  $\overline{x_{Post\ Test\ GE}} \leq \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}$

El promedio obtenido en el Criterio 1 (C1) por el Grupo de Control es mayor o no existe diferencias significativas con el promedio obtenido por el Grupo Experimental después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alternativa (Ha):**  $\overline{x_{Post\ Test\ GE}} > \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}$

El promedio obtenido por el Grupo Experimental en el Criterio 1 (C1) en el Post Test es mayor, y por consiguiente existen diferencias significativas con el promedio obtenido por el Grupo de Control después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 23

$Z_c$  del Criterio 1 (C1) del Grupo Experimental y Grupo de Control

Estadístico	Grupo Experimental	Grupo de Control
Media aritmética	16,23	15,09
Desviación Estándar	2,98	3,27
Z calculada	1,24	

Fuente: Resultados del Grupo Experimental y Grupo de Control en el Post Test.

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de aceptación porque el resultado es menor que el valor crítico (1,96) mostrado en la figura 2, entonces se acepta la hipótesis nula (Ho) y se rechaza la hipótesis alternativa (Ha).

En conclusión, después de la aplicación del modelo Flipped Classroom no existen diferencias significativas entre el promedio obtenido por el Grupo Experimental y el Grupo de Control en el Criterio 1 (C1) – Conocimiento y Comprensión, con un nivel de confianza de 97,5%.

#### 4.5.2 Comparación de resultados en el criterio Comunicación Matemática

##### Prueba de Hipótesis.

Para determinar si existen diferencias significativas en los resultados obtenidos por el Grupo Experimental y Grupo de Control en el Criterio 2 – Comunicación Matemática, se utilizó la prueba  $Z_c$  (Z calculada) considerando el nivel de significancia de 2,5% unilateral. La cual se determinó con la siguiente formula:

$$Z_c = \frac{\overline{x_{Post\ Test\ GE}} - \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}}{\sqrt{\frac{S_{Post\ Test\ GE}^2}{n_E} + \frac{S_{Pre\ Test\ GC}^2}{n_C}}}$$

##### Planteamiento de las hipótesis estadísticas:

- **Hipótesis Nula (Ho):**  $\overline{x_{Post\ Test\ GE}} \leq \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}$

El promedio obtenido en el Criterio 2 (C2) por el Grupo de Control es mayor o no existe diferencias significativas con el promedio obtenido por el Grupo Experimental después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alterna (Ha):**  $\overline{x_{Post\ Test\ GE}} > \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}$

El promedio obtenido por el Grupo Experimental en el Criterio 2 (C2) en el Post Test es mayor, y por consiguiente existen diferencias significativas con el promedio obtenido por el Grupo de Control después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 24

*Z<sub>c</sub> del Criterio 2 (C2) del Grupo Experimental y Grupo de Control*

Estadígrafo	Grupo Experimental	Grupo de Control
Media aritmética	13,68	9,22
Desviación Estándar	3,54	3,78
Z calculada	4,14	

Fuente: Resultados del Grupo Experimental y Grupo de Control en el Post Test.

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de rechazo porque el resultado es mayor que el valor crítico (1,96) mostrado en la figura 2, entonces se acepta la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se rechaza la hipótesis alterna ( $H_a$ ).

En conclusión, después de la aplicación del modelo Flipped Classroom existen diferencias significativas entre el promedio obtenido por el Grupo Experimental y el Grupo de Control en el Criterio 2 (C2) – Comunicación Matemática, con un nivel de confianza de 97,5%.

#### 4.5.3 Comparación de resultados en el criterio Resolución de Problemas

##### Prueba de Hipótesis.

Para determinar si existen diferencias significativas en los resultados obtenidos por el Grupo Experimental y Grupo de Control en el Criterio 3 – Resolución de Problemas, se utilizó la prueba  $Z_c$  ( $Z$  calculada) considerando el nivel de significancia de 2,5% unilateral. La cual se determinó con la siguiente formula:

$$Z_c = \frac{\overline{x_{Post\ Test\ GE}} - \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}}{\sqrt{\frac{S_{Post\ Test\ GE}^2}{n_E} + \frac{S_{Pre\ Test\ GC}^2}{n_C}}}$$

##### Planteamiento de las hipótesis estadísticas:

- **Hipótesis Nula ( $H_0$ ):**  $\overline{x_{Post\ Test\ GE}} \leq \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}$

El promedio obtenido en el Criterio 3 (C3) por el Grupo de Control es mayor o no existe diferencias significativas con el promedio obtenido por el Grupo Experimental después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alterna ( $H_a$ ):**  $\overline{x_{Post\ Test\ GE}} > \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}$

El promedio obtenido por el Grupo Experimental en el Criterio 3 (C3) en el Post Test es mayor, y por consiguiente existen diferencias significativas con el promedio obtenido por el Grupo de Control después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 25

*Z<sub>c</sub> del Criterio 3 (C3) del Grupo Experimental y Grupo de Control*

Estadígrafo	Grupo Experimental	Grupo de Control
Media aritmética	13,45	11,04
Desviación Estándar	3,92	3,61
Z calculada	2,16	

Fuente: Resultados del Grupo Experimental y Grupo de Control en el Post Test.

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de rechazo porque el resultado es mayor que el valor crítico (1,96) mostrado en la figura 2, entonces se acepta la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se rechaza la hipótesis alterna ( $H_a$ ).

En conclusión, después de la aplicación del modelo Flipped Classroom existen diferencias significativas entre el promedio obtenido por el Grupo Experimental y el Grupo de Control en el Criterio 3 (C3) – Resolución de Problemas, con un nivel de confianza de 97,5%.

#### 4.5.4 Comparación de resultados en el criterio Enfoque de Indagación

##### Prueba de Hipótesis.

Para determinar si existen diferencias significativas en los resultados obtenidos por el Grupo Experimental y Grupo de Control en el Criterio 4 – Enfoque de Indagación, se utilizó la prueba  $Z_c$  (Z calculada) considerando el nivel de significancia de 2,5% unilateral. La cual se determinó con la siguiente formula:

$$Z_c = \frac{\overline{x_{Post\ Test\ GE}} - \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}}{\sqrt{\frac{S_{Post\ Test\ GE}^2}{n_E} + \frac{S_{Pre\ Test\ GC}^2}{n_C}}}$$

##### Planteamiento de las hipótesis estadísticas:

- **Hipótesis Nula ( $H_0$ ):**  $\overline{x_{Post\ Test\ GE}} \leq \overline{x_{Pre\ Test\ GC}}$

El promedio obtenido en el Criterio 4 (C4) por el Grupo de Control es mayor o no existe diferencias significativas con el promedio obtenido por el Grupo Experimental después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

- **Hipótesis Alternativa (Ha):**  $\overline{x}_{Post\ Test\ GE} > \overline{x}_{Pre\ Test\ GC}$

El promedio obtenido por el Grupo Experimental en el Criterio 4 (C4) en el Post Test es mayor, y por consiguiente existen diferencias significativas con el promedio obtenido por el Grupo de Control después de la aplicación del modelo Flipped Classroom.

Tabla 26

*Z<sub>c</sub> del Criterio 4 (C4) del Grupo Experimental y Grupo de Control*

Estadístico	Grupo Experimental	Grupo de Control
Media aritmética	16,73	15,00
Desviación Estándar	2,43	3,37
Z calculada	2,00	

Fuente: Resultados del Grupo Experimental y Grupo de Control en el Post Test.

El valor de  $Z_c$  pertenece a la región de rechazo porque el resultado es mayor que el valor crítico (1,96) mostrado en la figura 2, entonces se acepta la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se rechaza la hipótesis alternativa ( $H_a$ ).

En conclusión, después de la aplicación del modelo Flipped Classroom existen diferencias significativas entre el promedio obtenido por el Grupo Experimental y el Grupo de Control en el Criterio 4 (C4) – Enfoque de Indagación, con un nivel de confianza de 97,5%.

#### 4.6 Discusión

Los resultados obtenidos en esta investigación tienen validez interna, puesto que al implementar el modelo Flipped Classroom el estudiante tiene libertad de realizar las actividades fuera del aula a su propio ritmo y utilizando los recursos que considere necesarios (guía de trabajo, videos, material bibliográfico extra, etc.), lo que implica que pueda tomarse todo el tiempo que desee para realizarlas, todo esto disminuye las variables extrañas que puedan sesgar los resultados; sin embargo, algo que podría influir en los resultados es la cantidad de estudiantes de ambos grupos, pues estos diferían en dos pero consideramos que esta cantidad es mínima. En general, podemos afirmar que lo

acontecido con la implementación del modelo Flipped Classroom se ven reflejados en los resultados obtenidos del aprendizaje de las funciones trigonométricas.

También podemos asegurar que los resultados de la investigación poseen validez externa, pues la propuesta metodológica puede ser aplicada a otros grupos de estudiantes que requieran mejorar sus aprendizajes de las funciones trigonométricas, según opinión de expertos.

La limitación más relevante de esta investigación fue que la implementación del modelo Flipped Classroom implica el uso de una variedad de materiales y algunos estudiantes al no tener acceso a internet presentaron limitaciones para ingresar a la plataforma Khan Academy y solo disponían de la guía de trabajo o los videos proporcionados para poder revisar el tema de manera previa y no se podía tener el informe en tiempo real como los estudiantes que si utilizaron la plataforma. Por esta razón se utilizó una práctica de control de lectura previo.

En el estudio de Grane de Dalmau (2016) de la Universidad Internacional de La Rioja, se planteó que el uso de la tecnología es fundamental para la automatización del proceso de instrucción y corrección de actividades en la implementación del modelo Flipped Classroom, pero este estudio solo se limitó a alcanzar una propuesta pedagógica, es decir no fue de carácter experimental. En ese sentido, los resultados obtenidos en esta investigación ayudan a verificar la propuesta planteada, pues gracias a los informes en tiempo real de las actividades fuera del aula permitieron atender las dificultades de manera focalizada.

Otro estudio cuyos resultados son similares a los obtenidos en esta investigación es el realizado por Fornons y Palau (2016) en el que se afirmó que los estudiantes aumentaron en 20% sus resultados académicos, de la misma forma en el proceso de aplicación del modelo Flipped Classroom en esta investigación los estudiantes lograron mostrar muy buenos progresos en los cuatro criterios de evaluación.

Por otra parte, la investigación realizada en la UNIBE, Liriano y Rodríguez (2014) nos permite afirmar que el uso de la clase invertida influyo positivamente en el aprendizaje de la matemática. Los resultados de investigación nos permiten afirmar que existen diferencias significativas a favor del Grupo Experimental respecto al Grupo de Control en los criterios de evaluación 2, 3 y 4, no existiendo diferencias significativas en el criterio

1, pues la metodología tradicional se centra en el enciclopedismo, magistrocentrismo, el verbalismo y pasividad (Ceballos, 2004, p. 1).

Finalmente, así como Churches (2009) afirmaba que lo más importante es desarrollar las habilidades de pensamiento de los estudiantes, ya que estas habilidades les servirán por el resto de su vida; en esa misma línea, Touron (2013) resaltaba la importancia de las interacciones y actividades que se les propone a los estudiantes para que puedan desarrollar sus competencias; las actividades que se planificaron tanto fuera como dentro del aula, le permitieron a los estudiantes fortalecer sus competencias matemáticas.

## CONCLUSIONES

La aplicación del modelo Flipped Classroom ha permitido mejorar que los estudiantes logren resultados favorables, entonces se afirma que influye positivamente en el aprendizaje de las funciones trigonométricas de los estudiantes del primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno, lo cual se afirma luego de haber evaluado la hipótesis general utilizando la comparación de medias mediante la prueba  $Z_c = 3,44$  ( $Z$  calculada) con un nivel de confianza del 95%, pues  $3,44 > 1,96$ . Esto quiere decir que, los estudiantes del Grupo Experimental desarrollaron mejor sus competencias matemáticas de las funciones trigonométricas que los estudiantes del Grupo de Control.

La aplicación del modelo Flipped Classroom influye positivamente en los cuatro criterios de evaluación del aprendizaje de las funciones trigonométricas, después de realizar la prueba de hipótesis  $Z_c$  se obtuvieron resultados positivos, lo que indica que existen diferencias significativas en las medias de los criterios de evaluación, siendo el criterio que muestra un mejor resultado el criterio Enfoque de Indagación, pues el valor  $Z_c = 10,24 > 1,96$  nos indica que el modelo Flipped Classroom permite que el estudiante sea autónomo y responsable de su aprendizaje, además de desarrollar su capacidad de evaluar la aplicación de las funciones trigonométricas en situaciones de contexto real.

En el grupo experimental, el modelo Flipped Classroom permitió desarrollar integralmente las competencias matemáticas de los estudiantes a comparación de los resultados del grupo de control en los criterios de evaluación, después de realizar la prueba de hipótesis en el criterio Conocimiento y comprensión y comparar las medias se obtuvo un valor  $Z_c = 1,24$  se observó que no hay diferencias significativas, este resultado se puede explicar considerando que el grupo de control concentro su trabajo en la comprensión de los contenidos; sin embargo, la media de 16,23 y desviación típica de

2,98 del grupo experimental muestra un grupo más homogéneo con mayor promedio respecto al grupo de control que tiene una media de 15,09 y desviación típica de 3,27. La prueba de hipótesis en los criterios Comunicación Matemática, Resolución de Problemas y Enfoque de Indagación muestra valores de  $Z_c = 4,14$ ,  $Z_c = 2,16$  y  $Z_c = 2,00$  respectivamente, lo que demuestra que existen diferencias significativas en estos criterios de evaluación. Por lo tanto, podemos concluir que el modelo Flipped Classroom influye positivamente en los cuatro criterios de evaluación del aprendizaje de las funciones trigonométricas.

## RECOMENDACIONES

- A los docentes en general, recomendamos la aplicación de este modelo pedagógico, porque ayuda a organizar las actividades dentro del aula con mejores expectativas debido a que se tendrá más tiempo en aula para poder realizar las retroalimentaciones a los estudiantes que lo necesiten y esta forma de aprovechar de manera diferente el tiempo permite que los estudiantes puedan desarrollar sus habilidades de orden superior.
- A los docentes de Educación Básica Regular sugerimos que para la implementación del modelo Flipped Classroom si bien es cierto que demanda mucho tiempo en la elaboración de materiales para cada tema; sin embargo, existen muchas plataformas educativas que ya cuentan con videos, evaluaciones desarrolladas para una gran cantidad de temas de las diferentes áreas académicas inclusive y que te permitirán darle la vuelta a tu clase, entonces la tarea se reduce a explorar estas plataformas y seleccionar los contenidos más adecuados de acuerdo a las competencias que queremos desarrollar.
- A los docentes de Educación Básica Regular, recomendamos que las actividades programadas para que sean revisadas fuera del aula deben dejarse con el debido tiempo de anticipación para que el estudiante disponga del tiempo necesario para revisarlas, pues es necesario tener acceso a la información del avance de los estudiantes fuera del aula para identificar los temas que les están causando mayores dificultades y así planificar los feedbacks a los estudiantes que así lo demanden.
- A los equipos directivos, poner de conocimiento que el modelo Flipped Classroom puede ser implementado a cualquier nivel y en cualquier área del conocimiento, pues existen plataformas educativas con contenidos diversos. Por lo que, sería de vital importancia el compromiso y la capacitación a los docentes en el manejo de las plataformas educativas y las tecnologías en general.

## BIBLIOGRAFÍA

- Begoña, G. (2013). La educación más allá de la escuela: del espacio-lugar al espacio-nodo. *Aprendizaje y educación en la sociedad digital*, 171-178. Obtenido de <http://www.psyed.edu.es/archivos/grintie/AprendizajeEducacionSociedadDigital.pdf>
- Belloch, C. (2012). Las Tecnologías de la Información y Comunicación en el aprendizaje. Material docente. *Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación, Universidad de Valencia*. Obtenido de <http://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA1.pdf>
- Benites, J. (2018). *Flipped Classroom y el efecto en las competencias transversales de los alumnos del curso de electricidad y electrónica industrial en una universidad pública de Lima*. (Tesis de maestría). Universidad Peruana Cayetano Heredia, Lima. Obtenido de [http://repositorio.upch.edu.pe/bitstream/handle/upch/1512/Flipped\\_BenitesYarleque\\_Jose.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.upch.edu.pe/bitstream/handle/upch/1512/Flipped_BenitesYarleque_Jose.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Bergmann, J., & Sams, A. (2012). *Dale la vuelta a tu clase*. España: Santa María.
- Calderón, S., Rodríguez, B., & Gonzáles, A. (2016). Aplicando Flipped classroom en las matemáticas universitarias dentro de la Economía, 1–17. *XXIV Jornadas ASEPUMA*, 1-17.
- Ceballos, Á. (2004). La escuela tradicional. *Universidad Abierta*, 1-11. Obtenido de <https://profesorailianartiles.files.wordpress.com/2013/03/escuela-pedag3b3gica-tradicional-vs-nueva.pdf>

- Churches, A. (2009). Taxonomía de Bloom para la era digital. *EduTEKA*, 1-12. Obtenido de <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/TaxonomiaBloomDigital.pdf>
- Fornons, V., & Palau, R. (2016). Flipped Classroom en la asignatura de matemáticas de 3° de Educación Secundaria Obligatoria. *EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*(55), 1-17. Obtenido de <https://doi.org/10.21556/edutec.2016.55.284>
- Gomez, P. (s.f.). Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Seminarios de investigación*, 9-25. Obtenido de <https://documat.unirioja.es/descarga/articulo/2264667.pdf>
- Grané de Dalmau, M. (2016). *Utilización del modelo Flipped Classroom en trigonometría de 4° de la ESO*. (Tesis de maestría). Universidad Internacional de la Rioja, Barcelona. Obtenido de <http://reunir.unir.net/handle/123456789/3967>
- Hamdan, N., McKnight, P., McKnight, K., & Arfstrom, K. (2013). *A Review of Flipped Learning*. Obtenido de <http://flippedlearning.org/review>.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Sexta ed.). México: MCGRAW-HILL/ INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V. Obtenido de [https://www.uv.mx/personal/cbustamante/files/2011/06/Metodologia-de-la-Investigaci%C3%83%C2%B3n\\_Sampieri.pdf](https://www.uv.mx/personal/cbustamante/files/2011/06/Metodologia-de-la-Investigaci%C3%83%C2%B3n_Sampieri.pdf)
- Khan Academy. (2018). *Un recurso de aprendizaje personalizado, para todas las edades*. Obtenido de <https://es.khanacademy.org/about>
- Larios, V. (1998). Constructivismo en tres patadas. *Gaceta COBAQ*(132), 10-13. Obtenido de [http://www.cad.unam.mx/programas/anteriores/Diplomados\\_anteriores/Diplom\\_Ensenanza\\_Matem\\_SEIEM\\_2011-2012/0/03\\_material/04\\_modulo/archivos\\_6\\_ene\\_12/Constructivismo\\_en\\_3\\_patadas.pdf](http://www.cad.unam.mx/programas/anteriores/Diplomados_anteriores/Diplom_Ensenanza_Matem_SEIEM_2011-2012/0/03_material/04_modulo/archivos_6_ene_12/Constructivismo_en_3_patadas.pdf)
- Liriano, O., & Rodríguez, J. (2014). Uso de la clase invertida (Flipped Classroom) en matemáticas. *Documentos INTEC*, 111-116. Obtenido de <http://repositorio.biblioteca.intec.edu.do/handle/123456789/488>

- López, A. (2015). *Invirtiendo el aula: De la enseñanza tradicional al modelo Flipped-Mastery Classroom*. (Tesis de maestría). Universidad de Valladolid, España. Obtenido de <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/15224/TFM-G523.pdf;jsessionid=0D71EA3873DFA27BD4ACD8B02211FD9F?sequence=1>
- Marqués, M. (2016). Qué hay detrás de la clase al revés ( flipped classroom). *Revista de Investigación en Docencia de la Informática*, 9(3), 77-84.
- Martín, B. (28 de Agosto de 2015). *Rúbricas de evaluación*. Obtenido de Red Social Educativa: <https://redsocialeduca.net/r-bricas-de-evaluaci-n>
- Martínez, W., Esquivel, I., & Martínez, J. (2014). Aula invertida o modelo invertido de aprendizaje. *Los Modelos Tecno-Educativos, revolucionando el aprendizaje del siglo XXI*, 143-160. Obtenido de [https://www.uach.cl/uach/\\_file/ai-origen-sustento-e-implicaciones-5bcf293e886b1.pdf](https://www.uach.cl/uach/_file/ai-origen-sustento-e-implicaciones-5bcf293e886b1.pdf)
- Menchu, B. (13 de Mayo de 2017). *¿Y el rol del profesor en el Modelo Flipped Classroom?* Obtenido de The Flipped Classroom: <https://www.theflippedclassroom.es/y-el-rol-del-profesor-en-el-modelo-flipped-classroom>
- Merino, A., Altamiza, G., & Ríos, M. (2016). *Flipped Classroom como estrategia metodológica en el rendimiento académico en los estudiantes de la Facultad de Administración y Negocios, de la Universidad Tecnológica del Perú – 2016*. (Tesis de maestría). Universidad Tecnológica del Perú, Lima.
- Merseth, K. (28 de Mayo de 2018). É hora de criar formas de avaliar habilidades do século 21. (R. E. ESCOLA, Entrevistador) Obtenido de [https://novaescola.org.br/conteudo/11802/precisamos-criar-formas-de-avaliar-as-habilidades-necessarias-no-seculo-xxi?fb\\_ac](https://novaescola.org.br/conteudo/11802/precisamos-criar-formas-de-avaliar-as-habilidades-necessarias-no-seculo-xxi?fb_ac)
- Ministerio de Educación. (2009). *Guía de Evaluación para la Educación Básica Regular* (Primera ed.). Lima, Perú.
- Ministerio de Educación. (2017). El Perú en PISA 2015. Informe nacional de resultados. UMC, 1-187. Obtenido de [http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/Libro\\_PISA.pdf](http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/Libro_PISA.pdf)

- Ministerio de Educación. (2017). Resultados de la Evaluación Censal de estudiantes ECE 2016. UMC. Obtenido de <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/ECE-2016-presentaci%C3%B3n-de-resultados-web.pdf>
- Ministerio de Educación. (2018). *Guía Curricular de Matemática*. Lima, Perú.
- Moreno, O. (2016). *Clase invertida como estrategia didáctica para la enseñanza de la multiplicación en grado tercero*. (Tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá. Obtenido de <http://repositorio.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12>
- Olaizola, A. (2014). La clase invertida: Usar las TIC para “dar vuelta” a la clase. *Actas de Las X Jornadas de Material Didáctico y Experiencias Innovadoras En Educación Superior*, 1–10. Obtenido de [https://www.academia.edu/8350587/La\\_clase\\_invertida\\_usar\\_las\\_TIC\\_para\\_dar\\_vuelta\\_la\\_clase?auto=download](https://www.academia.edu/8350587/La_clase_invertida_usar_las_TIC_para_dar_vuelta_la_clase?auto=download)
- Organización del Bachillerato Internacional. (2012). *Guía de Matemáticas NM*. Reino Unido.
- Ortiz, D. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*(19), 93-110.
- Perdomo, W. (2017). Ideas y reflexiones para comprender la metodología Flipped Classroom. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*(50), 143-161. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=1942/194250865009>
- Retamoso, S. (2016). *Percepción de los estudiantes del primer ciclo de Estudios Generales Ciencias acerca de la influencia del Flipped Learning en el desarrollo de su aprendizaje en una universidad privada de Lima*. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica Del Perú, Lima.
- Rodríguez, A. (27 de Mayo de 2018). *Lista de Cotejo: Características, Ventajas y Ejemplos*. Obtenido de <https://www.lifeder.com/lista-cotejo/>
- Siemens, G. (2004). Conectivismo: Una teoría del aprendizaje para la era digital. *Conectados en el ciberespacio*(5), 1-10. Obtenido de

[https://www.comenius.cl/recursos/virtual/minsal\\_v2/Modulo\\_1/Recursos/Lectura/conectivismo\\_Siemens.pdf](https://www.comenius.cl/recursos/virtual/minsal_v2/Modulo_1/Recursos/Lectura/conectivismo_Siemens.pdf)

Tourón, J. (01 de julio de 2013). *Qué es y qué no es la Flipped Classroom*. Obtenido de <https://www.javiertouron.es/que-es-y-que-no-es-la-flipped-classroom/>



**ANEXOS**

Anexo 1. Matriz de consistencia

Interrogantes Específicas	Hipótesis Específicas	Objetivos Específicos	Variables	Indicadores	Métodos	Pruebas Estadísticas
¿En qué medida el modelo Flipped Classroom permite conseguir mejores resultados en los criterios de evaluación del aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno?	El criterio de evaluación Resolución de Problemas logra mejores resultados al aplicar el modelo Flipped Classroom en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno.	Determinar la relación que existe entre las actividades fuera el aula y el aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno.	V1. El modelo Flipped Classroom	Evalúa el material digital seleccionado o producido es adecuado para la comprensión del tema. Produce las actividades para evaluar el nivel de comprensión del material digital. Distribuye el material digital del contenido con anticipación.	Análítico Inductivo Estadístico	Z - normal
¿En qué medida el modelo Flipped Classroom en los criterios de evaluación del aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno?	La aplicación del modelo Flipped Classroom influye positivamente en los criterios de evaluación del aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno.	Demostrar que el modelo Flipped Classroom influye en los criterios de evaluación del aprendizaje de las funciones trigonométricas en el primer año de bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento de Puno.		Analiza los niveles de progreso de la actividad fuera del aula antes de iniciar la sesión. Resuelve dudas respecto al material digital realizando <b>feedback</b> oportunamente. Evaluar las actividades propuestas relacionando con el trabajo fuera de aula. Verificar que la entrega de actividades fuera del aula se realice oportunamente.		
			V2. Aprendizaje de las funciones trigonométricas	Muestra una adecuada comprensión de las definiciones, dominio y rango de las funciones trigonométricas. Analiza y evalúa las gráficas de las funciones trigonométricas. Analiza y crea estrategias de solución de problemas de las funciones trigonométricas. Evalúa la aplicación de las funciones trigonométricas en situaciones reales.		

Anexo 2. Evaluación Pre Test de funciones trigonométricas

**EVALUACIÓN (PRE TEST) DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS**

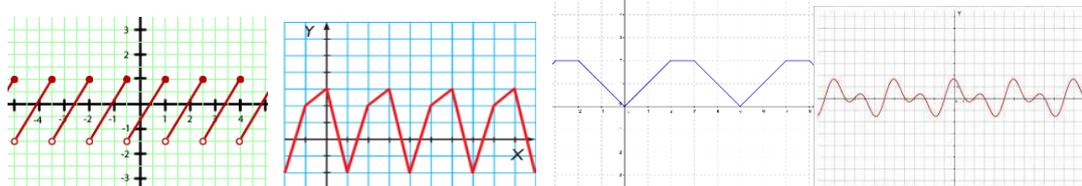
NOMBRES: \_\_\_\_\_ 1° SECCIÓN “ \_\_\_ ”

APELLIDOS: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

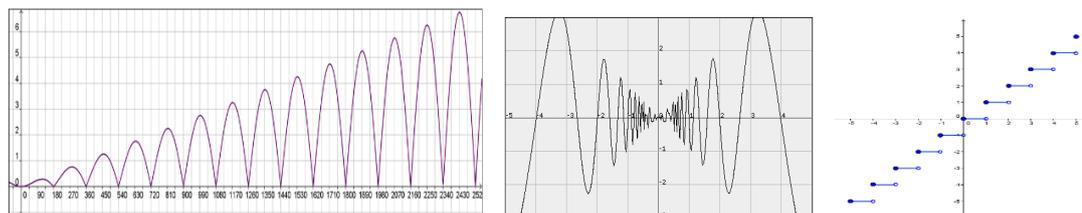
**INSTRUCCIONES:**

Estimado(a) estudiante desarrolle los siguientes problemas mostrando claramente los procedimientos seguidos, utilice lapicero azul o negro. Para realizar los gráficos de las preguntas 4 y 5 puede utilizar otros colores de lapicero para dibujar las funciones. La duración de la evaluación es de 90 minutos.

1. Observe los siguientes gráficos. **Escriba PERIÓDICA** si la función es periódica o **NO PERIÓDICA** si la función es no periódica.



\_\_\_\_\_

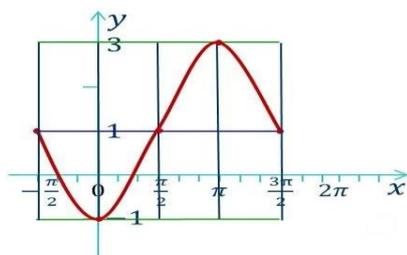


\_\_\_\_\_

A partir de lo anterior, explique ¿Cuándo una función es periódica?

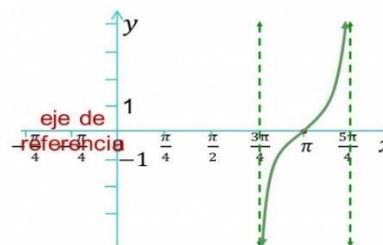
\_\_\_\_\_

2. A partir de los gráficos mostrados. Escriba el dominio y rango de las funciones trigonométricas.



Dominio: \_\_\_\_\_

Rango: \_\_\_\_\_



Dominio: \_\_\_\_\_

Rango: \_\_\_\_\_



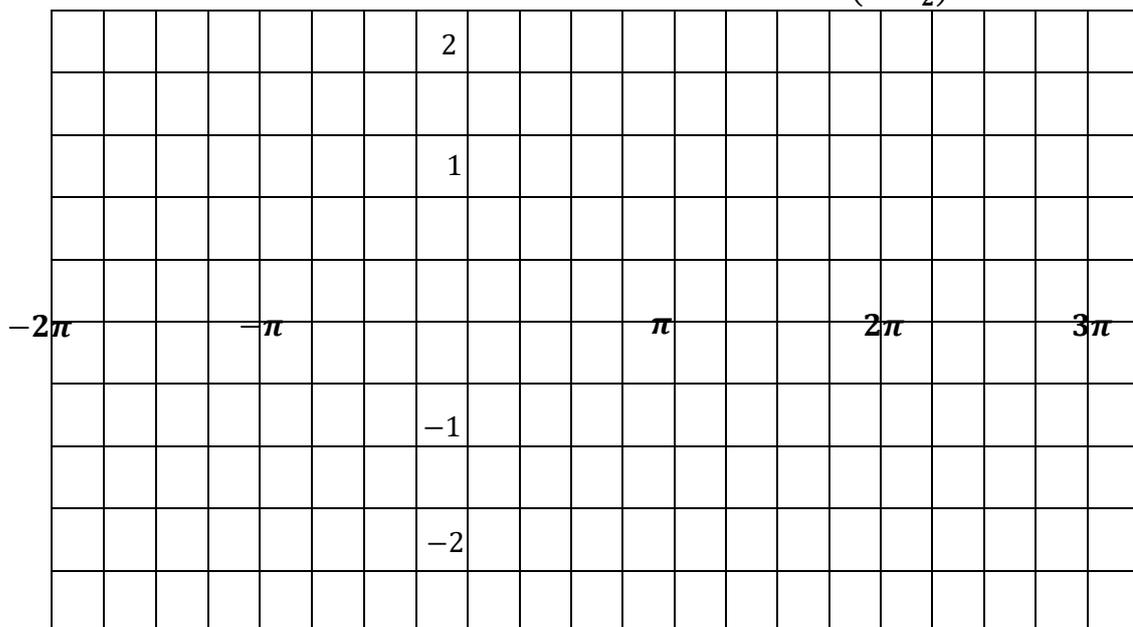
3. Determinar el dominio y rango de las siguientes funciones:

FUNCIONES	DOMINIO	RANGO
$f(x) = 5 \text{ sen}(2x)$		
$f(x) = 2 \text{ cos}(x) + 1$		
$f(x) = 3 \text{ tan}(2x - \pi)$		

4. Dibuje aproximadamente el gráfico de cada una de las siguientes funciones en la cuadrícula adjunta:

$$f(x) = 2 \text{ sen}(x - \pi)$$

$$g(x) = \text{cos}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 0,5$$



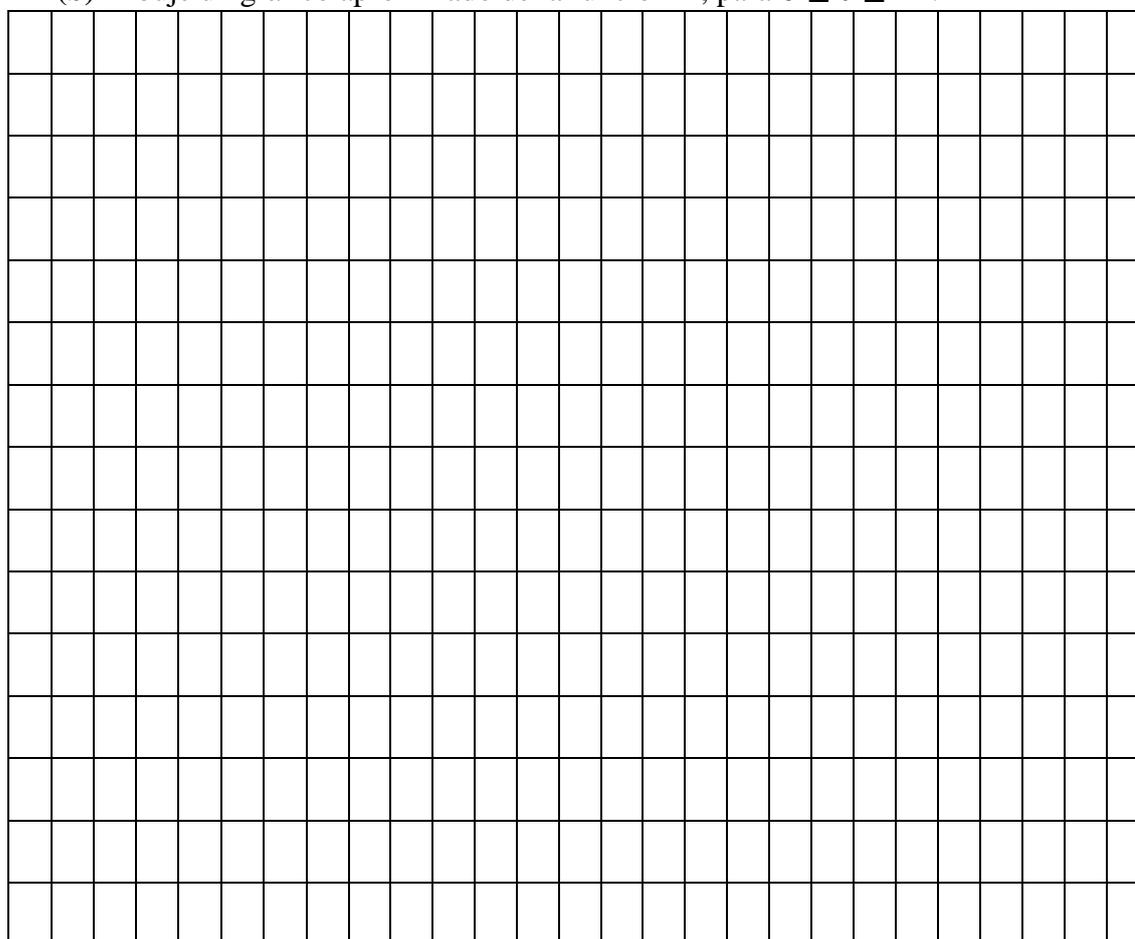


5. La profundidad del agua en el extremo final de un muelle de pescadores está dada por la función  $D(t) = P \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}(t - Q)\right) + 10$ , donde  $D$  es la profundidad del agua en metros, y  $t$  es el número de horas después de la medianoche.

La bajamar ocurre a las 4:00, cuando la profundidad del agua es de 6 m y la pleamar ocurre a las 10:00, cuando la profundidad del agua es de 14 m.

(a) Halle los valores de  $P$  y  $Q$ .

(b) Dibuje un gráfico aproximado de la función  $D$ , para  $0 \leq t \leq 24$ .



(c) ¿A qué hora alcanza el agua los 8 metros por primera vez?  
\_\_\_\_\_

(d) La pesca está prohibida cuando la profundidad del agua es de menos de 8 metros. ¿Cuántas horas por día está prohibido pescar?

6. Los datos mostrados en la tabla muestran las temperaturas mensuales medias durante el año 2017:

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	<u>May.</u>	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
Temperatura (°C)	15	16	14,5	12	10	7,5	7	7,5	8,5	10,5	12,5	14

- (a) Utilizando la calculadora de pantalla gráfica. Determine un modelo sinusoidal en la forma:  $f(x) = a \operatorname{sen}(b(t - c)) + d$ , para los datos mostrados. Asumir que: *Enero* = 1, *Febrero* = 2 y así sucesivamente.

- (b) Utilice el modelo para predecir la temperatura de enero del año 2018 y enero del 2019.

- (c) Evalúe el modelo encontrado y explique ¿En qué medida se puede afirmar que el resultado de la predicción realizada es confiable? ¿Qué podría afirmar de las predicciones realizadas?

---



---



---



---

**¡GRACIAS POR SU PARTICIPACIÓN!**

Anexo 3. Evaluación Post Test de funciones trigonométricas

**EVALUACIÓN (POST TEST) DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS**

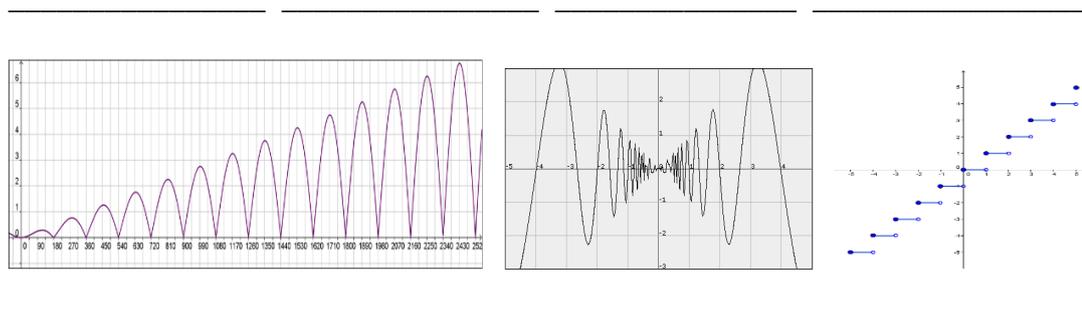
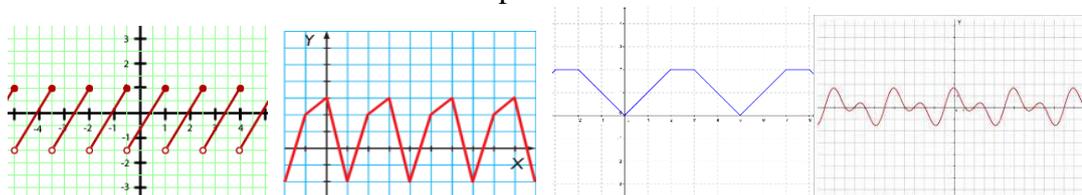
NOMBRES: \_\_\_\_\_ 1° SECCIÓN “ \_\_\_ ”

APELLIDOS: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

**INSTRUCCIONES:**

Estimado(a) estudiante desarrolle los siguientes problemas mostrando claramente los procedimientos seguidos, utilice lapicero azul o negro. Para realizar los gráficos de las preguntas 4 y 5 puede utilizar otros colores de lapicero para dibujar las funciones. La duración de la evaluación es de 90 minutos.

1. Observe los siguientes gráficos. **Escriba PERIÓDICA** si la función es periódica o **NO PERIÓDICA** si la función es no periódica.

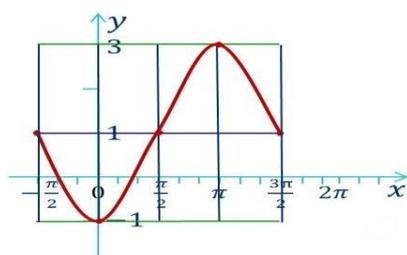


A partir de lo anterior, explique ¿Cuándo una función es periódica?

\_\_\_\_\_

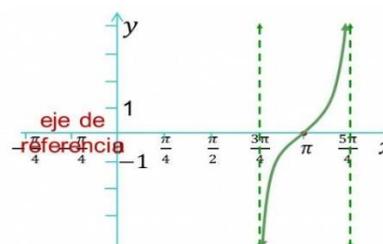
\_\_\_\_\_

2. A partir de los gráficos mostrados. Escriba el dominio y rango de las funciones trigonométricas.



Dominio: \_\_\_\_\_

Rango: \_\_\_\_\_



Dominio: \_\_\_\_\_

Rango: \_\_\_\_\_

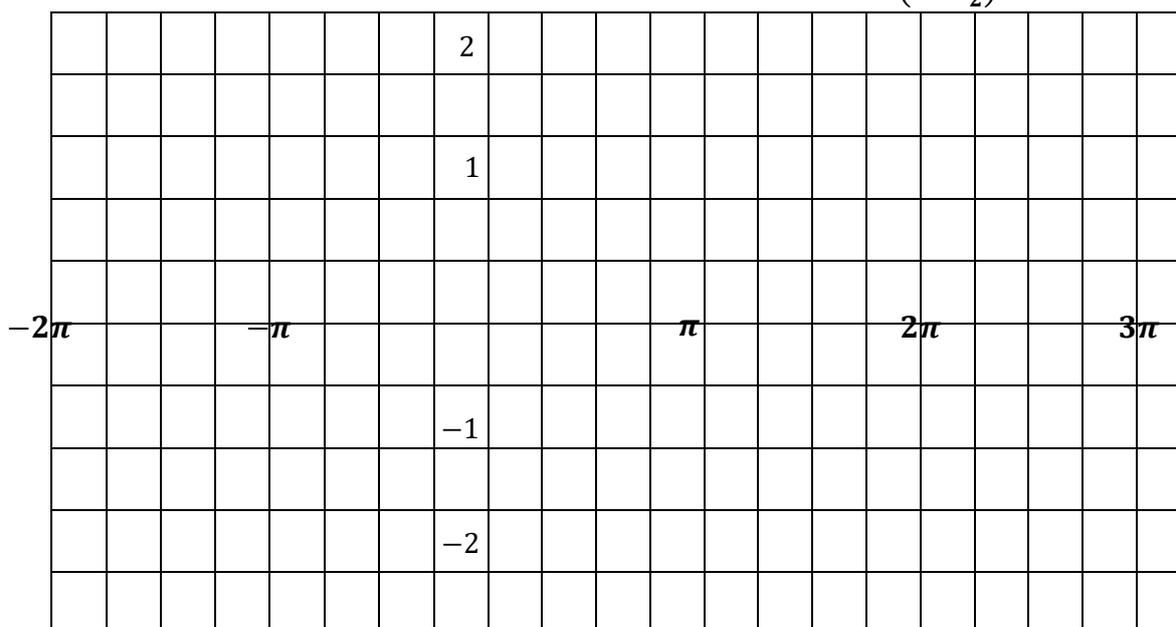
3. Determinar el dominio y rango de las siguientes funciones:

FUNCIONES	DOMINIO	RANGO
$f(x) = 5 \text{ sen}(2x)$		
$f(x) = 2 \text{ cos}(x) + 1$		
$f(x) = 3 \text{ tan}(2x - \pi)$		

4. Dibuje aproximadamente el gráfico de cada una de las siguientes funciones en la cuadrícula adjunta:

$$f(x) = 2 \text{ sen}(x - \pi)$$

$$g(x) = \text{cos}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 0,5$$



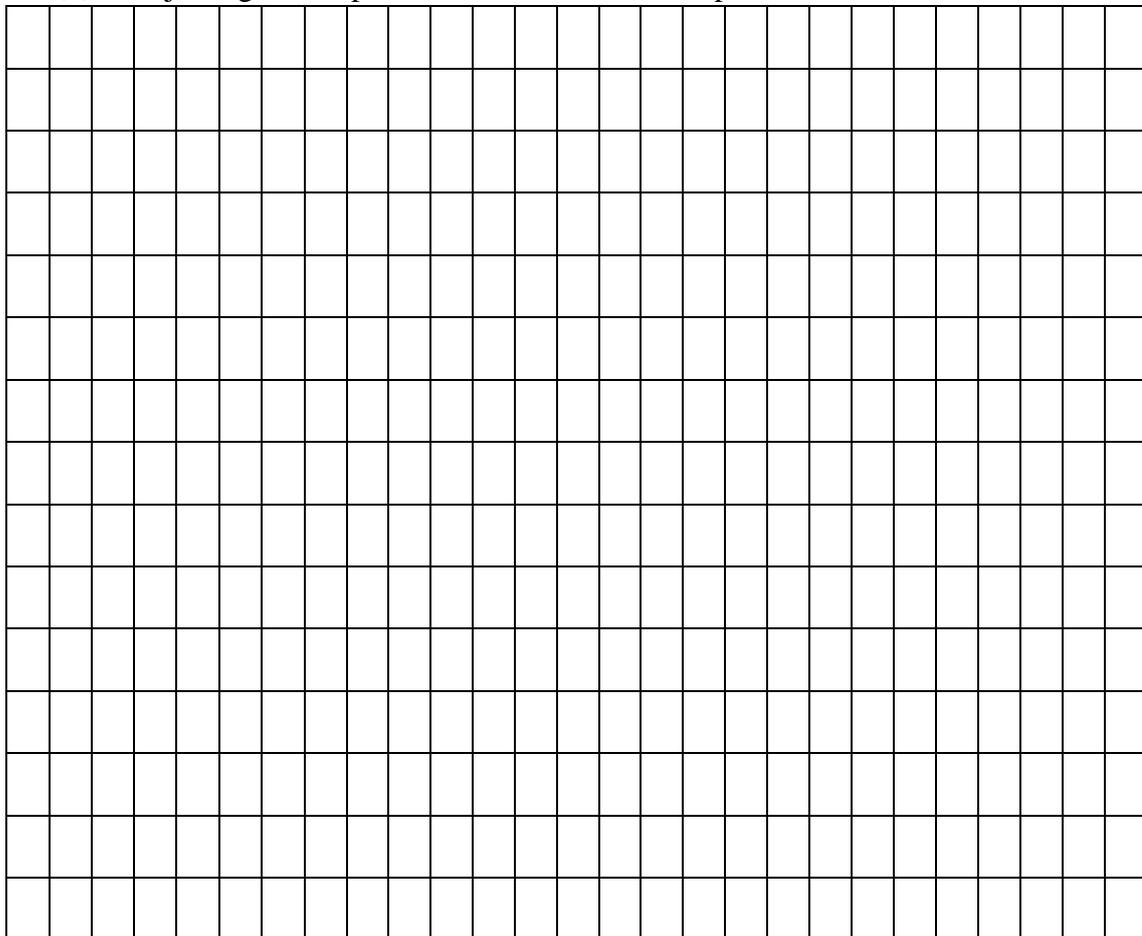


5. La profundidad del agua en el extremo final de un muelle de pescadores está dada por la función  $D(t) = P \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}(t - Q)\right) + 10$ , donde  $D$  es la profundidad del agua en metros, y  $t$  es el número de horas después de la medianoche.

La bajamar ocurre a las 4:00, cuando la profundidad del agua es de 6 m y la pleamar ocurre a las 10:00, cuando la profundidad del agua es de 14 m.

(a) Halle los valores de  $P$  y  $Q$ .

(b) Dibuje un gráfico aproximado de la función  $D$ , para  $0 \leq t \leq 24$ .



(c) ¿A qué hora alcanza el agua los 8 metros por primera vez?  
\_\_\_\_\_

(d) La pesca está prohibida cuando la profundidad del agua es de menos de 8 metros. ¿Cuántas horas por día está prohibido pescar?

6. Los datos mostrados en la tabla muestran las temperaturas mensuales medias durante el año 2017:

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	<u>May.</u>	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
Temperatura (°C)	15	16	14,5	12	10	7,5	7	7,5	8,5	10,5	12,5	14

- (a) Utilizando la calculadora de pantalla gráfica. Determine un modelo sinusoidal en la forma:  $f(x) = a \operatorname{sen}(b(t - c)) + d$ , para los datos mostrados. Asumir que: *Enero* = 1, *Febrero* = 2 y así sucesivamente.

- (b) Utilice el modelo para predecir la temperatura de enero del año 2018 y enero del 2019.

- (c) Evalúe el modelo encontrado y explique ¿En qué medida se puede afirmar que el resultado de la predicción realizada es confiable? ¿Qué podría afirmar de las predicciones realizadas?

---



---



---



---

**¡GRACIAS POR SU PARTICIPACIÓN!**

Anexo 4. Matriz de evaluación del Pre y Post Test

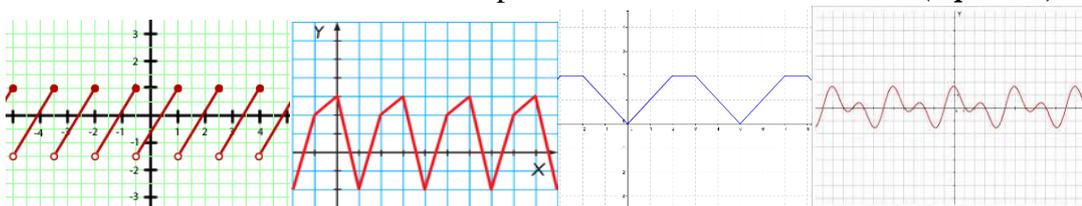
**MATRIZ DE EVALUACIÓN DE FUNCIONES  
TRIGONOMÉTRICAS**

CRITERIO	CAPACIDAD	INDICADOR	PREGUNTA	PUNTOS
Conocimiento y comprensión	Muestra una adecuada comprensión de las definiciones, dominio y rango de las funciones trigonométricas.	Escribe la definición de función periódica a partir de los gráficos mostrados.	1b	2
		Representa el dominio y rango de las funciones trigonométricas mostradas en los gráficos utilizando la notación adecuada.	2	1
		Determina la amplitud de la función trigonométrica utilizando su definición.	5a	2
Comunicación Matemática	Analiza y evalúa las gráficas de las funciones trigonométricas.	Identifica las funciones periódicas y no periódicas a partir de los gráficos mostrados.	1a	2
		Representa el dominio y rango de las funciones trigonométricas mostradas en los gráficos utilizando la notación adecuada.	2	2
		Gráfica las transformaciones de las funciones trigonométricas expresadas en forma simbólica.	4	1
		Realiza el gráfico de una función trigonométrica a partir de un modelo propuesto.	5b	2
Resolución de Problemas	Analiza y crea estrategias de solución de problemas de las funciones trigonométricas.	Utiliza procedimientos diversos para determinar el dominio y rango de las funciones trigonométricas.	3	2
		Calcula la amplitud y el desfase de una función trigonométrica en problemas de contexto real.	5a	2
		Elabora estrategias para calcular el valor $x$ a partir del valor $f(x)$ de la función trigonométrica.	5c	2
		Elabora estrategias para calcular el valor $x$ a partir del valor $f(x)$ de la función trigonométrica.	5d	2
		Evalúa estrategias para estimar el valor de la función trigonométrica en problemas de contexto real.	6b	2
Enfoque de Indagación	Evalúa la aplicación de las funciones trigonométricas en situaciones reales.	Utiliza la tecnología para determinar una función trigonométrica para modelar problemas de contexto real.	6a	2
		Evalúa la función trigonométrica modelada mencionando la confiabilidad de dicho modelo en la realización de predicciones.	6c	2

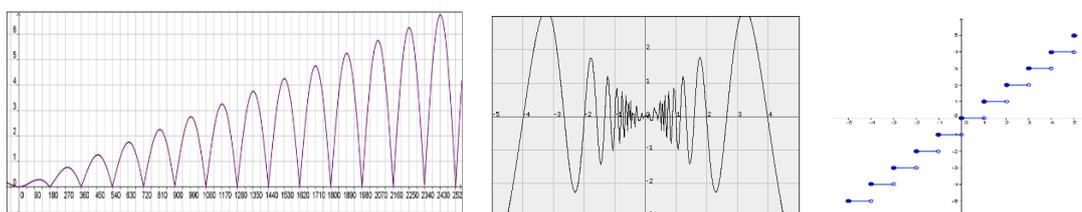
Anexo 5. Guía de calificación del Pre y Post Test

**GUÍA DE CALIFICACIÓN DEL PRE TEST Y POST TEST DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS**

1. Observe los siguientes gráficos. **Escriba PERIÓDICA** si la función es periódica o **NO PERIÓDICA** si la función es no periódica. (2 puntos)



\_\_\_PERIÓDICA\_\_\_ \_\_\_PERIÓDICA\_\_\_ \_\_\_PERIÓDICA\_\_\_ \_\_\_PERIÓDICA\_\_\_

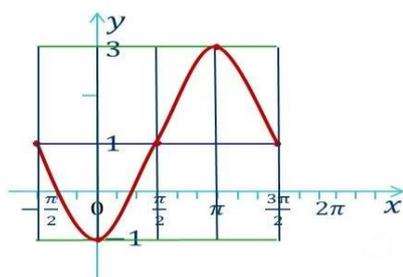


\_\_\_NO PERIÓDICA\_\_\_ \_\_\_NO PERIÓDICA\_\_\_ \_\_\_NO PERIÓDICA\_\_\_

A partir de lo anterior, explique ¿Cuándo una función es periódica?  
(1 punto)

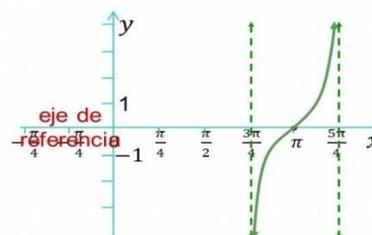
**LAS FUNCIONES PERIÓDICAS PRESENTAN UN PATRÓN REPETITIVO; ES DECIR, TIENEN UNA PARTE DE SU GRÁFICO QUE SE REPITE, LO QUE MUESTRA QUE TIENEN UN PERIODO.**

2. A partir de los gráficos mostrados. Escriba el dominio y rango de las funciones trigonométricas. (2 puntos)



Dominio:  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

Rango:  $y \in [-1; 3]$



Dominio:  $x \in \left[\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$

Rango:  $y \in (-\infty; +\infty)$

3. Determinar el dominio y rango de las siguientes funciones: (3 puntos)

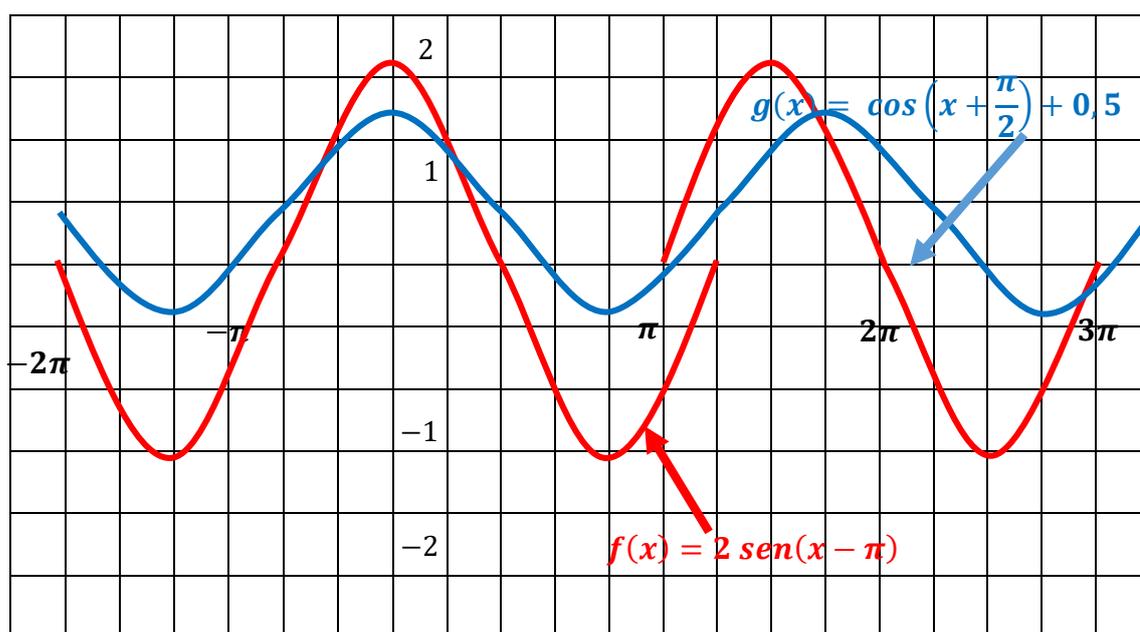
FUNCIONES	DOMINIO	RANGO
$f(x) = 5 \operatorname{sen}(2x)$	$x \in (-\infty; +\infty)$ $\emptyset$ $x \in \mathbb{R}$	$-1 \leq \operatorname{sen}(2x) \leq 1$ $-5 \leq 5\operatorname{sen}(2x) \leq 5$ $y \in [-5; 5]$
$f(x) = 2 \cos(x) + 1$	$x \in (-\infty; +\infty)$ $\emptyset$ $x \in \mathbb{R}$	$-1 \leq \cos(x) \leq 1$ $-2 \leq 2\cos(x) \leq 2$ $-2 + 1 \leq 2\cos(x) + 1 \leq 2 + 1$ $-1 \leq 2\cos(x) + 1 \leq 3$ $y \in [-1; 3]$
$f(x) = 3 \tan(2x - \pi)$	$(2x - \pi) \in \mathbb{R} - \left\{ (2n + 1)\frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z} \right\}$ $(2x) \in \mathbb{R} - \left\{ (2n + 3)\frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z} \right\}$ $x \in \mathbb{R} - \left\{ (2n + 3)\frac{\pi}{4}; n \in \mathbb{Z} \right\}$	$y \in (-\infty; +\infty)$ $\emptyset$ $y \in \mathbb{R}$

4. Dibuje aproximadamente el gráfico de cada una de las siguientes funciones en la cuadrícula adjunta:

(2 puntos)

$$f(x) = 2 \operatorname{sen}(x - \pi)$$

$$g(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 0,5$$



5. La profundidad del agua en el extremo final de un muelle de pescadores está dada por la función  $D(t) = P \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}(t - Q)\right) + 10$ , donde  $D$  es la profundidad del agua en metros, y  $t$  es el número de horas después de la medianoche.

La bajamar ocurre a las 4:00, cuando la profundidad del agua es de 6 m y la pleamar ocurre a las 10:00, cuando la profundidad del agua es de 14 m.

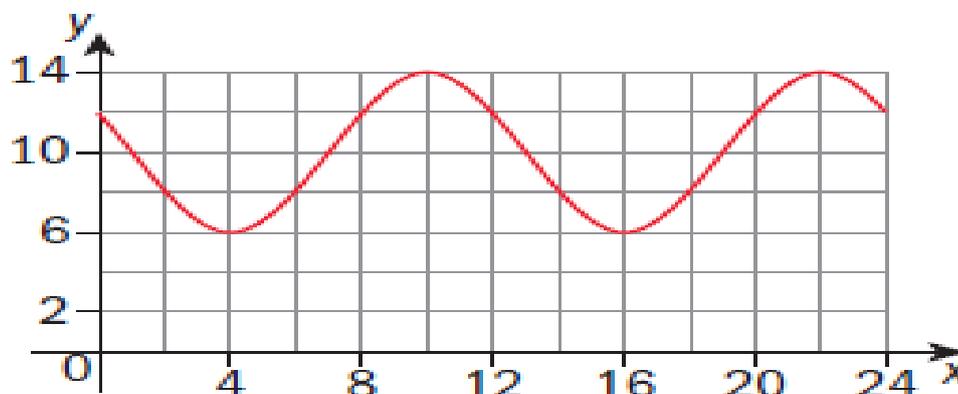
- (a) Halle los valores de  $P$  y  $Q$ . (2 puntos)

$$P = \frac{14 - 6}{2} = 4$$

$$Q = \frac{10 + 4}{2} = 7$$

- (b) Dibuje un gráfico aproximado de la función  $D$ , para  $0 \leq t \leq 24$ . (2 puntos)

$$D(t) = 4 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}(t - 7)\right) + 10$$



- (c) ¿A qué hora alcanza el agua los 8 metros por primera vez?  $t = 2$  o 2:00 (1 punto)

- (d) La pesca está prohibida cuando la profundidad del agua es de menos de 8 metros. ¿Cuántas horas por día está prohibido pescar? (1 punto)

DESDE LAS 2:00 HASTA LAS 6:00 Y DESDE LAS 14:00 HASTA LAS 18:00. EN TOTAL SON 8 HORAS.

6. Los datos mostrados en la tabla muestran las temperaturas mensuales medias durante el año 2017:

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
Temperatura (°C)	15	16	14,5	12	10	7,5	7	7,5	8,5	10,5	12,5	14

- (a) Utilizando la calculadora de pantalla gráfica. Determine un modelo sinusoidal en la forma:  $f(x) = a \operatorname{sen}(b(t - c)) + d$ , para los datos mostrados. Asumir que: Enero = 1, Febrero = 2 y así sucesivamente. (1 punto)

$$D(t) = 4.29 \operatorname{sen}(0.533 t - 5.52) + 11.2$$

- (b) Utilice el modelo para predecir la temperatura de enero del año 2018 y enero del 2019.

(2 puntos)

SE OBSERVA QUE: ENERO DEL 2018 SERÍA  $t = 13$ , ENTONCES:

$$D(13) \approx 4.29 \operatorname{sen}(0.533 (13) - 5.52) + 11.2$$

$$D(13) \approx 15.4$$

SE OBSERVA QUE: ENERO DEL 2019 SERÍA  $t = 25$ , ENTONCES:

$$D(13) \approx 4.29 \operatorname{sen}(0.533 (25) - 5.52) + 11.2$$

$$D(13) \approx 15.5$$

- (c) Evalúe el modelo encontrado y explique ¿En qué medida se puede afirmar que el resultado de la predicción realizada es confiable? ¿Qué podría afirmar de las predicciones realizadas?

(1 punto)

LA ESTIMACIÓN PARA ENERO DEL 2018 PODRÍA TENER CIERTA CONFIABILIDAD CON RESPECTO A ENERO DEL 2019, PORQUE AL HACER UNA EXTRAPOLACIÓN NO NECESARIAMENTE SE PUEDE AFIRMAR QUE LAS TEMPERATURAS FUTURAS MUESTREN EL MISMO PATRÓN, PUES DEPENDEN DE OTROS FACTORES.

**¡GRACIAS POR SU PARTICIPACIÓN!**

Anexo 6. Sesiones de aprendizaje – Grupo Experimental

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 01**  
**“Evaluación Pre Test”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 20 de junio del 2019  
 Grado y sección : 4° B – Grupo Experimental  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre dominio y rango, amplitud, periodicidad de una función trigonométrica.</li> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones Periódicas. Funciones trigonométricas.</li> <li>• Dominio y recorrido de la función seno, coseno y tangente, amplitud, periodicidad y gráficos.</li> <li>• Gráficas de funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> <li>• Transformaciones de las funciones trigonométricas</li> <li>• Modelar funciones trigonométricas.</li> <li>• Aplicaciones de las funciones trigonométricas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluación Pre Test.</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>

<p><b>Inicio:</b> Para iniciar la sesión se plantea da a conocer el objetivo de la evaluación Pre Test: <i>“Conocer el nivel de conocimiento de las funciones trigonométricas y su aplicación en problemas cotidianos a través del uso de modelos”</i>.</p> <p><b>Proceso:</b> Los estudiantes utilizan sus conocimientos previos y a partir de los temas desarrollados anteriormente desarrollan la evaluación Pre Test (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y autogestión</b>).</p> <p><b>Cierre:</b> Los estudiantes reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Qué necesito aprender? ¿Qué estrategias requiero utilizar para mejorar mis aprendizajes? Finalmente, el docente explica la metodología del trabajo a realizar durante el desarrollo de la unidad de Funciones trigonométricas con la aplicación del modelo Flipped Classroom para sensibilizar y puedan realizar las actividades de las guías de trabajo antes de realizar cada sesión de aprendizaje y motiva a los estudiantes a revisar la información del próximo tema a desarrollar que se encuentra en la guía de trabajo, en el cual deben previamente visualizar los videos “Función periódica” y “Funciones trigonométricas dominio y rango ejercicios resueltos” se le pide completar una práctica de control de revisión previa.</p>	Proyector.	5 min.
	Laptop. Internet. Plumones. Pizarra. Evaluación Pre Test	90 min. 25 min.

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<b>Conocimiento y comprensión</b>	Evaluación Pre Test	• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica.	Esquema de calificación
<b>Comunicación e interpretación</b>	Evaluación Pre Test	• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función	Esquema de calificación

		trigonométrica a partir de un gráfico.	
<b>Resolución de problemas</b>	Evaluación Pre Test	• <b>Determina</b> el dominio y rango de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.	Esquema de calificación
<b>Enfoque de indagación</b>	Evaluación Pre Test	• <b>Elabora</b> estrategias de resolución de problemas.	Esquema de calificación

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)**

**4.1. PARA EL DOCENTE:**

- 4.1.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 4.1.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 4.1.3. Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.
- 4.1.4. Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

- 4.2.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 4.2.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 4.2.3. Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).
- 4.2.4. Plataforma Khan Academy.

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**



<p>Se da a conocer el objetivo del tema a desarrollar: <i>“Identificar las funciones periódicas y reconocer el dominio y recorrido de las funciones trigonométricas seno y coseno”</i>.</p> <p><b>Proceso:</b> Los estudiantes investigan en diferentes fuentes bibliográficas la definición de función periódica y de las funciones trigonométricas identificando su dominio y rango (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y autogestión</b>) se comparten los resultados de su indagación y se sistematiza la información.</p> <p>Los estudiantes por equipos resuelven problemas sobre funciones periódicas y dominio y rango de las funciones trigonométricas (<b>Trabajo colaborativo – Habilidades de pensamiento, comunicativas y sociales</b>).</p> <p><b>Cierre:</b> Resuelven una práctica calificada para verificar los aprendizajes alcanzados, los estudiantes reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Cómo aprendí? ¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?</p> <p>Finalmente se motiva a los estudiantes a revisar la información del próximo tema a desarrollar que se encuentra en la guía de trabajo, el video “Amplitud, periodo y grafica de seno ej.1” y la plataforma Khan Academy (Gráfico de la función seno y coseno).</p>	<p>Guía de trabajo.</p>	<p>20 min.</p>
---	-------------------------	----------------

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<p><b>Conocimiento y comprensión</b></p>	<p>Guía de trabajo. Practica de lectura previa.</p>	<p>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica.</p>	<p>Práctica de control de revisión previa. Prueba escrita</p>
<p><b>Comunicación e interpretación</b></p>	<p>Guía de trabajo. Practica de lectura previa.</p>	<p>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</p>	<p>Práctica de control de revisión previa. Prueba escrita</p>

<b>Resolución de problemas</b>	Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> el dominio y rango de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> </ul>	Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita
<b>Enfoque de indagación</b>	Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Elabora</b> estrategias de resolución de problemas.</li> </ul>	Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)**

**4.1. PARA EL DOCENTE:**

- 4.1.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 4.1.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 4.1.3. Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.
- 4.1.4. Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).
- 4.1.5. Sanpamates (12/07/2016): “Función Periódica”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=zyxks68nJSI>
- 4.1.6. Grillo, C. (29/08/2011): “Funciones trigonométricas dominio y rango ejercicios resueltos”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=qQhmtCNxUPY>

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

- 4.2.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 4.2.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 4.2.3. Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).
- 4.2.4. Sanpamates (12/07/2016): “Función Periódica”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=zyxks68nJSI>
- 4.2.5. Grillo, C. (29/08/2011): “Funciones trigonométricas dominio y rango ejercicios resueltos”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=qQhmtCNxUPY>
- 4.2.6. Plataforma Khan Academy.



---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 03**  
**“Función Seno y Coseno”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 26 de junio del 2019  
 Grado y sección : 4° B – Grupo Experimental  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre dominio y rango, amplitud, periodicidad de una función trigonométrica.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dominio y recorrido de la función seno y coseno, amplitud, periodicidad y gráficos.</li> <li>• Gráfica de las funciones trigonométricas seno y coseno.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b>                  Se da la bienvenida a los estudiantes y se inicia con la práctica de control de revisión previa, la cual contiene interrogantes para evidenciar las dificultades y/o dudas presentadas al revisar el material de lectura previa:                  Se da a conocer el objetivo del tema a desarrollar:  <b>“Determinar el periodo y representar el gráfico de las funciones trigonométricas seno y coseno”.</b></p> <p><b>Proceso:</b>                  Los estudiantes investigan en diferentes fuentes bibliográficas el periodo y gráfico de las funciones trigonométricas seno y coseno (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y</b></p>	Proyector.  Laptop.  Internet.  Plumones.  Pizarra.  Material bibliográfico	20 min.       50 min.

<p><b>autogestión</b>) se comparten los resultados de su indagación y se sistematiza la información. Atendiéndose las dudas que puedan presentar respecto al tema.</p> <p>Los estudiantes por equipos resuelven problemas sobre el periodo y gráfico de las funciones trigonométricas (<b>Trabajo colaborativo – Habilidades de pensamiento, comunicativas y sociales</b>).</p> <p><b>Cierre:</b></p> <p>Los estudiantes resuelven una práctica calificada del tema; reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?</p> <p>Finalmente, se motiva a los estudiantes a revisar la información del próximo tema a desarrollar que se encuentra en la guía de trabajo y la plataforma Khan Academy (Gráfico de la función tangente).</p>	<p>Guía de trabajo.</p>	<p>20 min.</p>
---	-------------------------	----------------

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<p><b>Conocimiento y comprensión</b></p>	<p>Guía de trabajo. Practica de lectura previa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa. Prueba escrita</p>
<p><b>Comunicación e interpretación</b></p>	<p>Guía de trabajo. Practica de lectura previa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa. Prueba escrita</p>
<p><b>Resolución de problemas</b></p>	<p>Guía de trabajo. Practica de lectura previa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> el dominio y rango de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa. Prueba escrita</p>
<p><b>Enfoque de indagación</b></p>	<p>Guía de trabajo. Practica de lectura previa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Elabora</b> estrategias de resolución de problemas.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa. Prueba escrita</p>

#### IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)

##### 4.1. PARA EL DOCENTE:

- 4.1.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 4.1.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 4.1.3. Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.
- 4.1.4. Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).
- 4.1.5. Sanpamates (12/07/2016): “Función Periódica”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=zyxks68nJSI>
- 4.1.6. Grillo, C. (29/08/2011): “Funciones trigonométricas dominio y rango ejercicios resueltos”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=qQhmtCNxUPY>
- 4.1.7. ElShowDelNerd (23/06/2018): “Amplitud, periodo y grafica de seno ej.1”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: [https://www.youtube.com/watch?v=Q\\_14QgX2zG0P](https://www.youtube.com/watch?v=Q_14QgX2zG0P)

##### 4.2. PARA EL ESTUDIANTE:

- 4.2.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 4.2.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 4.2.3. Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).
- 4.2.4. Sanpamates (12/07/2016): “Función Periódica”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=zyxks68nJSI>
- 4.2.5. Grillo, C. (29/08/2011): “Funciones trigonométricas dominio y rango ejercicios resueltos”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=qQhmtCNxUPY>
- 4.2.6. ElShowDelNerd (23/06/2018): “Amplitud, periodo y grafica de seno ej.1”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: [https://www.youtube.com/watch?v=Q\\_14QgX2zG0PY](https://www.youtube.com/watch?v=Q_14QgX2zG0PY)
- 4.2.7. Plataforma Khan Academy.

---

Firma del docente

---

V°B° Acompañante Especializado

---

V°B° Dirección Académica

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 04**  
**“Función Tangente”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 28 de junio del 2019  
 Grado y sección : 4° B – Grupo Experimental  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre dominio y rango, amplitud, periodicidad de una función trigonométrica.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dominio y recorrido de la función tangente, amplitud, periodicidad y gráficos.</li> <li>• Gráfica de la función trigonométrica tangente.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b>                  Se da la bienvenida a los estudiantes y se inicia con la práctica de control de revisión previa, la cual contiene interrogantes para evidenciar las dificultades y/o dudas presentadas al revisar el material de lectura previa:                  Se da a conocer el objetivo del tema a desarrollar:  <b>“Determinar el periodo y representar el gráfico de la función trigonométrica tangente”.</b></p> <p><b>Proceso:</b>                  Los estudiantes investigan en diferentes fuentes bibliográficas el periodo y gráfico de la función trigonométrica tangente (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y</b></p>	Proyector.  Laptop.  Internet.  Plumones.  Pizarra.  Material bibliográfico	20 min.          50 min.

<p><b>autogestión</b>) se comparten los resultados de su indagación y se sistematiza la información. Atendiéndose las dudas que puedan presentar respecto al tema.</p> <p>Los estudiantes por equipos resuelven problemas sobre el periodo y gráfico de la función trigonométrica tangente (<b>Trabajo colaborativo – Habilidades de pensamiento, comunicativas y sociales</b>).</p> <p><b>Cierre:</b></p> <p>Los estudiantes resuelven una práctica calificada; y reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes?</p> <p>Finalmente, se propone a los estudiantes a revisar la información de la guía de trabajo y la plataforma Khan Academy (Transformación de funciones trigonométricas).</p>	<p>Guía de trabajo.</p>	<p>20 min.</p>
---	-------------------------	----------------

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<b>Conocimiento y comprensión</b>	Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.	• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica.	Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita
<b>Comunicación e interpretación</b>	Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.	• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.	Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita
<b>Resolución de problemas</b>	Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.	• <b>Determina</b> el dominio y rango de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.	Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita
<b>Enfoque de indagación</b>	Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.	• <b>Elabora</b> estrategias de resolución de problemas.	Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita

#### IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)

##### 4.1. PARA EL DOCENTE:

- 4.1.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 4.1.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 4.1.3. Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.
- 4.1.4. Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).
- 4.1.5. Sanpamates (12/07/2016): “Función Periódica”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=zyxks68nJSI>
- 4.1.6. Grillo, C. (29/08/2011): “Funciones trigonométricas dominio y rango ejercicios resueltos”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=qQhmtCNxUPY>
- 4.1.7. ElShowDelNerd (23/06/2018): “Amplitud, periodo y grafica de seno ej.1”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: [https://www.youtube.com/watch?v=Q\\_14QgX2zG0P](https://www.youtube.com/watch?v=Q_14QgX2zG0P)

##### 4.2. PARA EL ESTUDIANTE:

- 4.2.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 4.2.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 4.2.3. Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).
- 4.2.4. Sanpamates (12/07/2016): “Función Periódica”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=zyxks68nJSI>
- 4.2.5. Grillo, C. (29/08/2011): “Funciones trigonométricas dominio y rango ejercicios resueltos”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: <https://www.youtube.com/watch?v=qQhmtCNxUPY>
- 4.2.6. ElShowDelNerd (23/06/2018): “Amplitud, periodo y grafica de seno ej.1”. Recuperado el 20 de junio del 2019 de la dirección web: [https://www.youtube.com/watch?v=Q\\_14QgX2zG0PY](https://www.youtube.com/watch?v=Q_14QgX2zG0PY)
- 4.2.7. Plataforma Khan Academy.

---

Firma del docente

---

V°B° Acompañante Especializado

---

V°B° Dirección Académica

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 05**  
**“Transformaciones de las Funciones Seno y Coseno”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 01 de julio del 2019  
 Grado y sección : 4° B – Grupo Experimental  
 Profesor(es) : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformaciones de la gráfica de las funciones trigonométricas.</li> <li>• Representación gráfica y algebraica de las funciones trigonométricas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b>                  Se da la bienvenida a los estudiantes y se inicia con la práctica de control de revisión previa, la cual contiene interrogantes para evidenciar las dificultades y/o dudas presentadas al revisar el material de lectura previa:                  Se da a conocer el objetivo del tema a desarrollar:  <i>“Representar las transformaciones de la gráfica de las funciones trigonométricas en forma gráfica y algebraica”.</i></p> <p><b>Proceso:</b></p>	Proyector.  Laptop.  Internet.  Plumones.  Pizarra.  Material	20 min.



<p>Los estudiantes realizan las actividades de investigación propuestas en la guía de trabajo utilizando el programa Geogebra analizan el comportamiento de los gráficos de las funciones trigonométricas (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y autogestión</b>) se discute sobre los resultados obtenidos y se sistematiza la información. Atendiéndose las dudas que puedan presentar respecto al tema.</p> <p>Los estudiantes por equipos resuelven problemas sobre las transformaciones de las funciones trigonométricas (<b>Trabajo colaborativo – Habilidades de pensamiento, comunicativas y sociales</b>).</p> <p><b>Cierre:</b></p> <p>Los estudiantes resuelven una práctica calificada del tema; reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Cómo puedo mejorar mis aprendizajes?</p> <p>Finalmente, se motiva a los estudiantes a revisar la información del próximo tema a desarrollar que se encuentra en la guía de trabajo y la plataforma Khan Academy (Aplicaciones de las funciones trigonométricas).</p>	<p>bibliográfico</p> <p>Guía de trabajo.</p>	<p>50 min.</p> <p>20 min.</p>
--	--	-------------------------------

**III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES**

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<p><b>Conocimiento y comprensión</b></p>	<p>Guía de trabajo.</p> <p>Practica Calificada</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica o gráfica.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.</p> <p>Prueba escrita</p>
<p><b>Comunicación e interpretación</b></p>	<p>Guía de trabajo.</p> <p>Practica de lectura previa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> <li>• <b>Representa</b> un conjunto de datos mediante funciones trigonométricas.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.</p> <p>Prueba escrita</p>
<p><b>Resolución de problemas</b></p>	<p>Guía de trabajo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> un modelo trigonométrico para</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.</p>

	Practica de lectura previa.	representa situaciones reales. • <b>Resuelve</b> situaciones reales utilizando modelos de funciones trigonométricas con la CPG.	Prueba escrita
<b>Enfoque de indagación</b>	Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.	• <b>Sugiere</b> situaciones de aplicación de las funciones trigonométricas en el contexto real.	Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)**

**4.1. PARA EL DOCENTE:**

**4.1.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.1.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.1.3.** Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.

**4.1.4.** Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.1.5.** Plataforma Khan Academy.

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

**4.2.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.2.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.2.3.** Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2.4.** Plataforma Khan Academy.

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 06**  
**“Transformación de la Función Tangente”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 02 de julio del 2019  
 Grado y sección : 4° B – Grupo Experimental  
 Profesor(es) : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformaciones de la gráfica de las funciones trigonométricas.</li> <li>• Representación gráfica y algebraica de las funciones trigonométricas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b>                  Se da la bienvenida a los estudiantes y se inicia con la práctica de control de revisión previa, la cual contiene interrogantes para evidenciar las dificultades y/o dudas presentadas al revisar el material de lectura previa:                  Se da a conocer el objetivo del tema a desarrollar:  <i>“Representar las transformaciones de la gráfica de las funciones trigonométricas en forma gráfica y algebraica”.</i></p> <p><b>Proceso:</b></p>	Proyector.  Laptop.  Internet.  Plumones.  Pizarra.  Material	20 min.

<p>Los estudiantes realizan las actividades de investigación propuestas en la guía de trabajo utilizando el programa Geogebra analizan el comportamiento de los gráficos de las funciones trigonométricas (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y autogestión</b>) se discute sobre los resultados obtenidos y se sistematiza la información. Atendiéndose las dudas que puedan presentar respecto al tema.</p> <p>Los estudiantes por equipos resuelven problemas sobre las transformaciones de las funciones trigonométricas (<b>Trabajo colaborativo – Habilidades de pensamiento, comunicativas y sociales</b>).</p>	<p>bibliográfico</p> <p>Guía de trabajo.</p>	<p>50 min.</p>
<p><b>Cierre:</b></p> <p>Los estudiantes resuelven una práctica calificada del tema; reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Cómo puedo mejorar mis aprendizajes?</p> <p>Finalmente, se motiva a los estudiantes a revisar la información del próximo tema a desarrollar que se encuentra en la guía de trabajo y la plataforma Khan Academy (Aplicaciones de las funciones trigonométricas).</p>		<p>20 min.</p>

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<p><b>Conocimiento y comprensión</b></p>	<p>Guía de trabajo.</p> <p>Practica Calificada</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica o gráfica.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.</p> <p>Prueba escrita</p>
<p><b>Comunicación e interpretación</b></p>	<p>Guía de trabajo.</p> <p>Practica de lectura previa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> <li>• <b>Representa</b> un conjunto de datos mediante funciones trigonométricas.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.</p> <p>Prueba escrita</p>
<p><b>Resolución de problemas</b></p>	<p>Guía de trabajo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> un modelo trigonométrico para</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.</p>

	Practica de lectura previa.	representa situaciones reales. • <b>Resuelve</b> situaciones reales utilizando modelos de funciones trigonométricas con la CPG.	Prueba escrita
<b>Enfoque de indagación</b>	Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.	• <b>Sugiere</b> situaciones de aplicación de las funciones trigonométricas en el contexto real.	Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)**

**4.1. PARA EL DOCENTE:**

**4.1.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.1.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.1.3.** Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.

**4.1.4.** Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.1.5.** Plataforma Khan Academy.

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

**4.2.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.2.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.2.3.** Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2.4.** Plataforma Khan Academy.

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 07**  
**“Modelar Funciones Trigonométricas”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 03 de julio del 2019  
 Grado y sección : 4° B – Grupo Experimental  
 Profesor(es) : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicaciones de las funciones trigonométricas en situaciones diversas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b>                  Se da la bienvenida a los estudiantes y se inicia con la práctica de control de revisión previa, la cual contiene interrogantes para evidenciar las dificultades y/o dudas presentadas al revisar el material de lectura previa:                  Se da a conocer el objetivo del tema a desarrollar:  <b>“Representar un conjunto de datos mediante un modelo trigonométrico utilizando la calculadora de pantalla gráfica”.</b></p> <p><b>Proceso:</b>                  Los estudiantes investigan el uso de la CPG para</p>	Proyector.  Laptop.  Internet.  Plumones.  Pizarra.  Guía de trabajo.	20 min.          50 min.

<p>representar mediante un gráfico de dispersión el comportamiento de los datos y determinan una función trigonométrica que los represente (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y autogestión</b>) se comparten los resultados de su indagación y se sistematiza la información. Atendiéndose las dudas que puedan presentar respecto al tema.</p> <p>Los estudiantes por equipos resuelven problemas sobre el uso de modelos trigonométricos para representar un conjunto de datos (<b>Trabajo colaborativo – Habilidades de pensamiento, comunicativas y sociales</b>).</p> <p><b>Cierre:</b> Los estudiantes resuelven una práctica calificada del tema; reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes? Finalmente, se motiva a los estudiantes a revisar la información del próximo tema a desarrollar que se encuentra en la guía de trabajo y la plataforma Khan Academy (Aplicaciones de las funciones trigonométricas).</p>	<p>Material bibliográfico</p>	<p>20 min.</p>
--	-------------------------------	----------------

**III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES**

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<p><b>Conocimiento y comprensión</b></p>	<p>Guía de trabajo.  Practica Calificada</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica o gráfica.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita</p>
<p><b>Comunicación e interpretación</b></p>	<p>Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> <li>• <b>Representa</b> un conjunto de datos mediante funciones trigonométricas.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita</p>
<p><b>Resolución de problemas</b></p>	<p>Guía de trabajo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> un modelo trigonométrico para</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.</p>

	Practica de lectura previa.	representa situaciones reales. • <b>Resuelve</b> situaciones reales utilizando modelos de funciones trigonométricas con la CPG.	Prueba escrita
<b>Enfoque de indagación</b>	Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.	• <b>Sugiere</b> situaciones de aplicación de las funciones trigonométricas en el contexto real.	Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)**

**4.1. PARA EL DOCENTE:**

4.1.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

4.1.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

4.1.3. Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.

4.1.4. Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

4.1.5. Plataforma Khan Academy.

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

4.2.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

4.2.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

4.2.3. Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

4.2.4. Plataforma Khan Academy.

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 08**  
**“Aplicaciones de las Funciones Trigonométricas”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 05 de julio del 2019  
 Grado y sección : 4° B – Grupo Experimental  
 Profesor(es) : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicaciones de las funciones trigonométricas en situaciones diversas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b>                  Se da la bienvenida a los estudiantes y se inicia con la práctica de control de revisión previa, la cual contiene interrogantes para evidenciar las dificultades y/o dudas presentadas al revisar el material de lectura previa:                  Se da a conocer el objetivo del tema a desarrollar:  <b>“Representar situaciones reales de comportamientos periódicos mediante modelos”.</b></p> <p><b>Proceso:</b>                  Los estudiantes realizan la situación problemática propuesta en la guía de trabajo utilizando estrategias de</p>	Proyector.  Laptop.  Internet.  Plumones.  Pizarra.	20 min.          50 min.

<p>solución construyen una función trigonométrica para resolver la situación real (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y autogestión</b>) se comparten los resultados de su indagación y se sistematiza la información. Atendiéndose las dudas que puedan presentar respecto al tema.</p> <p>Los estudiantes por equipos resuelven problemas sobre las aplicaciones de las funciones trigonométricas en situaciones reales (<b>Trabajo colaborativo – Habilidades de pensamiento, comunicativas y sociales</b>).</p> <p><b>Cierre:</b> Los estudiantes resuelven una práctica calificada del tema; reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Qué puedo hacer para mejorar mis aprendizajes? ¿Qué estrategias utilice para aprender? Finalmente, se agradece a los estudiantes su participación en esta nueva experiencia de aprendizaje, motivándolos a continuar anticipándose a los temas a desarrollar para que puedan aprovechar de manera óptima el tiempo de la sesión de clase.</p>	<p>Material bibliográfico</p>	<p>20 min.</p>
---	-------------------------------	----------------

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<p><b>Conocimiento y comprensión</b></p>	<p>Guía de trabajo.  Practica Calificada</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica o gráfica.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita</p>
<p><b>Comunicación e interpretación</b></p>	<p>Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> <li>• <b>Representa</b> un conjunto de datos mediante funciones trigonométricos.</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita</p>
<p><b>Resolución de problemas</b></p>	<p>Guía de trabajo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> un modelo trigonométrico para</li> </ul>	<p>Práctica de control de revisión previa.</p>

	Practica de lectura previa.	representa situaciones reales. • <b>Resuelve</b> situaciones reales utilizando modelos de funciones trigonométricas con la CPG.	Prueba escrita
<b>Enfoque de indagación</b>	Guía de trabajo.  Practica de lectura previa.	• <b>Sugiere</b> situaciones de aplicación de las funciones trigonométricas en el contexto real.	Práctica de control de revisión previa.  Prueba escrita

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)**

**4.1. PARA EL DOCENTE:**

**4.1.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.1.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.1.3.** Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.

**4.1.4.** Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.1.5.** Plataforma Khan Academy.

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

**4.2.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.2.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.2.3.** Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2.4.** Plataforma Khan Academy.

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 09**  
**“Evaluación Post Test”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 10 de julio del 2019  
 Grado y sección : 4° B – Grupo Experimental  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre dominio y rango, amplitud, periodicidad de una función trigonométrica.</li> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones Periódicas. Funciones trigonométricas.</li> <li>• Dominio y recorrido de la función seno, coseno y tangente, amplitud, periodicidad y gráficos.</li> <li>• Gráficas de funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> <li>• Transformaciones de las funciones trigonométricas</li> <li>• Modelar funciones trigonométricas.</li> <li>• Aplicaciones de las funciones trigonométricas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluación Post Test.</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<b>Inicio:</b> Para iniciar la sesión se plantea da a conocer el objetivo de la evaluación Post Test: <i>“Conocer el nivel de conocimiento de las funciones trigonométricas y su</i>	Proyector.  Laptop.	5 min.

<p><i>aplicación en problemas cotidianos a través del uso de modelos”.</i></p> <p><b>Proceso:</b> Los estudiantes utilizan sus conocimientos previos y a partir de los temas desarrollados anteriormente desarrollan la evaluación Pre Test (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y autogestión</b>).</p> <p><b>Cierre:</b> Los estudiantes reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Qué aprendí? ¿Qué estrategias utilice para aprender? El docente explica la importancia de revisar anticipadamente los contenidos y ayuda a los estudiantes a reconocer cual fue el rol de esta revisión previa y los motiva a continuar con la metodología para mejorar sus aprendizajes. Finalmente, da los agradecimientos correspondientes para llevar adelante la investigación.</p>	<p>Internet.</p> <p>Plumones.</p> <p>Pizarra.</p> <p>Evaluación Pre Test</p>	<p>90 min.</p> <p>25 min.</p>
--	--	-------------------------------

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<b>Conocimiento y comprensión</b>	Evaluación Post Test	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica.</li> </ul>	Esquema de calificación
<b>Comunicación e interpretación</b>	Evaluación Post Test	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> </ul>	Esquema de calificación
<b>Resolución de problemas</b>	Evaluación Post Test	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> el dominio y rango de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> </ul>	Esquema de calificación
<b>Enfoque de indagación</b>	Evaluación Post Test	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Elabora</b> estrategias de resolución de problemas.</li> </ul>	Esquema de calificación

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)****4.1. PARA EL DOCENTE:**

**4.1.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.1.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.1.3.** Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.

**4.1.4.** Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

**4.2.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.2.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.2.3.** Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2.4.** Plataforma Khan Academy.

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

## Anexo 7. Guía de trabajo previo – Grupo Experimental

**GUÍA DE TRABAJO PREVIO**  
**FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS**

**1. DATOS GENERALES:**

- 1.1. Institución Educativa : Colegio de Alto Rendimiento de Puno.  
1.2. Grado y Sección : Primer Año de Bachillerato.  
1.3. Nombres y Apellidos : .....  
1.4. Docente : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ.  
1.5. Año Académico : 2019

**2. GUÍA DE TRABAJO – SESIÓN 01:****2.1. TEMA 01:** Funciones Periódicas.

**2.2. OBJETIVO:** Identificar las funciones periódicas y reconocer el dominio y recorrido de las funciones trigonométricas seno y coseno.

**2.3. INSTRUCCIONES:**

Estimado(a) estudiante, le recomendamos realizar las actividades propuestas en esta guía de trabajo antes de asistir a la Sesión de Aprendizaje Nro. 01, para que tenga los conocimientos teóricos necesarios para participar de las actividades que se desarrollaran en la sesión:

- Visualice los videos “Función periódica” (accede usando el enlace <https://www.youtube.com/watch?v=zyxks68nJSI>) y “Funciones trigonométricas dominio y rango ejercicios resueltos” (accede usando el enlace <https://www.youtube.com/watch?v=qQhmtCNxUPY>).
- Revise los numerales 1. Funciones Periódicas y 2. Funciones trigonométricas del material de trabajo.
- Desarrolle los ejercicios del numeral 8.1 planteados en el material de trabajo.
- Plantee una o más preguntas de los aspectos que le generan dudas, las cuales compartirá durante la Sesión de Aprendizaje Nro. 01.

### 3. GUÍA DE TRABAJO – SESIÓN 02:

**3.1. TEMA 02:** Función Seno y Función Coseno.

**3.2. OBJETIVO:** Determinar el periodo y representar el gráfico de las funciones trigonométricas seno y coseno.

#### 3.3. INSTRUCCIONES:

Estimado(a) estudiante, le recomendamos realizar las actividades propuestas en esta guía de trabajo antes de asistir a la Sesión de Aprendizaje Nro. 02, para que tenga los conocimientos teóricos necesarios para participar de las actividades que se desarrollaran en la sesión:

- Visualice el video “Amplitud, periodo y grafica de seno ej.1” (accede usando el enlace [https://www.youtube.com/watch?v=Q\\_14QgX2zG0P](https://www.youtube.com/watch?v=Q_14QgX2zG0P))
- Revise la plataforma Khan Academy (Gráfico de la función seno y coseno), visualice los videos: Características de las funciones sinusoidales, La línea media, Amplitud y periodo de funciones sinusoidales a partir de sus ecuaciones y gráficos.
- Revise los numerales 3. Función Seno y 4. Función Coseno del material de trabajo.
- Desarrolle los ejercicios del numeral 8.2, 8.3, 8.4 y 8.5 planteados en el material de trabajo.
- Plantee una o más preguntas de los aspectos que le generan dudas, las cuales compartirá durante la Sesión de Aprendizaje Nro. 02.

### 4. GUÍA DE TRABAJO – SESIÓN 03:

**4.1. TEMA 03:** Función Tangente.

**4.2. OBJETIVO:** Determinar el periodo y representar el gráfico de la función trigonométrica tangente.

#### 4.3. INSTRUCCIONES:

Estimado(a) estudiante, le recomendamos realizar las actividades propuestas en esta guía de trabajo antes de asistir a la Sesión de Aprendizaje Nro. 03, para que tenga los conocimientos teóricos necesarios para participar de las actividades que se desarrollaran en la sesión:

- Revise la plataforma Khan Academy (Gráfico de la función tangente) visualice los videos del grafico de la función tangente.

- Revise los numerales 5. Función Tangente del material de trabajo.
- Desarrolle los ejercicios del numeral 8.2, 8.3, 8.4 y 8.5 planteados en el material de trabajo.
- Plantee una o más preguntas de los aspectos que le generan dudas, las cuales compartirá durante la Sesión de Aprendizaje Nro. 03.

## 5. GUÍA DE TRABAJO – SESIÓN 04:

**5.1. TEMA 04:** Transformación Geométricas de las Funciones Seno y Coseno.

**5.2. OBJETIVO:** Representar las transformaciones de la gráfica de las funciones trigonométricas en forma gráfica y algebraica.

### 5.3. INSTRUCCIONES:

Estimado(a) estudiante, le recomendamos realizar las actividades propuestas en esta guía de trabajo antes de asistir a la Sesión de Aprendizaje Nro. 04, para que tenga los conocimientos teóricos necesarios para participar de las actividades que se desarrollaran en la sesión:

- Revise la plataforma Khan Academy (Transformación de funciones trigonométricas) visualice los videos de Transformar graficas sinusoidales y Construir funciones sinusoidales.
- Revise el numeral 6. Transformación de las Funciones Seno y Coseno del material de trabajo.
- Desarrolle los ejercicios del numeral 8.6 y 8.7 planteados en el material de trabajo.
- Plantee una o más preguntas de los aspectos que le generan dudas, las cuales compartirá durante la Sesión de Aprendizaje Nro. 04.

## 6. GUÍA DE TRABAJO – SESIÓN 05:

**6.1. TEMA 04:** Transformación Geométricas de la Función Tangente.

**6.2. OBJETIVO:** Representar las transformaciones de la gráfica de las funciones trigonométricas en forma gráfica y algebraica.

### 6.3. INSTRUCCIONES:

Estimado(a) estudiante, le recomendamos realizar las actividades propuestas en esta guía de trabajo antes de asistir a la Sesión de Aprendizaje Nro. 05, para que

tenga los conocimientos teóricos necesarios para participar de las actividades que se desarrollaran en la sesión:

- Revise la plataforma Khan Academy (Transformación de funciones trigonométricas) visualice los videos de Transformar y Construir graficas de la función tangente.
- Revise el numeral 7. Transformación de la Función Tangente del material de trabajo.
- Desarrolle los ejercicios de los numerales 8.6 y 8.7 planteados en el material de trabajo.
- Plantee una o más preguntas de los aspectos que le generan dudas, las cuales compartirá durante la Sesión de Aprendizaje Nro. 05.

## **7. GUÍA DE TRABAJO – SESIÓN 06:**

**7.1. TEMA 05:** Modelos Trigonómicos.

**7.2. OBJETIVO:** Representar un conjunto de datos mediante un modelo trigonométrico utilizando la calculadora de pantalla gráfica.

### **7.3. INSTRUCCIONES:**

Estimado(a) estudiante, le recomendamos realizar las actividades propuestas en esta guía de trabajo antes de asistir a la Sesión de Aprendizaje Nro. 06, para que tenga los conocimientos teóricos necesarios para participar de las actividades que se desarrollaran en la sesión:

- Revise la plataforma Khan Academy (Aplicaciones de las funciones trigonométricas) visualice el material de Modelar con funciones trigonométricas.
- Desarrolle los ejercicios del numeral 8.8 y 8.9 planteados en el material de trabajo.
- Plantee una o más preguntas de los aspectos que le generan dudas, las cuales compartirá durante la Sesión de Aprendizaje Nro. 06.

## **8. GUÍA DE TRABAJO – SESIÓN 07:**

**8.1. TEMA 06:** Aplicaciones Reales de las Funciones Trigonómicas.

**8.2. OBJETIVO:** Representar situaciones reales de comportamientos periódicos mediante modelos.

### 8.3. INSTRUCCIONES:

Estimado(a) estudiante, le recomendamos realizar las actividades propuestas en esta guía de trabajo antes de asistir a la Sesión de Aprendizaje Nro. 07, para que tenga los conocimientos teóricos necesarios para participar de las actividades que se desarrollaran en la sesión:

- Revise la plataforma Khan Academy (Aplicaciones de las funciones trigonométricas) visualice el video Problema verbal de trigonometría. Modelar la temperatura diaria.
- Desarrolle los ejercicios del numeral 8.10 y 8.11 planteados en el material de trabajo.
- Plantee una o más preguntas de los aspectos que le generan dudas, las cuales compartirá durante la Sesión de Aprendizaje Nro. 07.

Anexo 8. Material de trabajo – Grupo Experimental

**MATERIAL DE TRABAJO**  
**FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS**

**1. FUNCIONES PERIÓDICAS**

Si una función  $f$  cumple la propiedad  $f(x + T) = f(x)$ , para todo  $x$  de su dominio, siendo  $T$  una constante real diferente de cero, entonces  $f$  es periódica. El menor número positivo  $T$  se denomina período (período principal o período mínimo) de la función  $f$ .

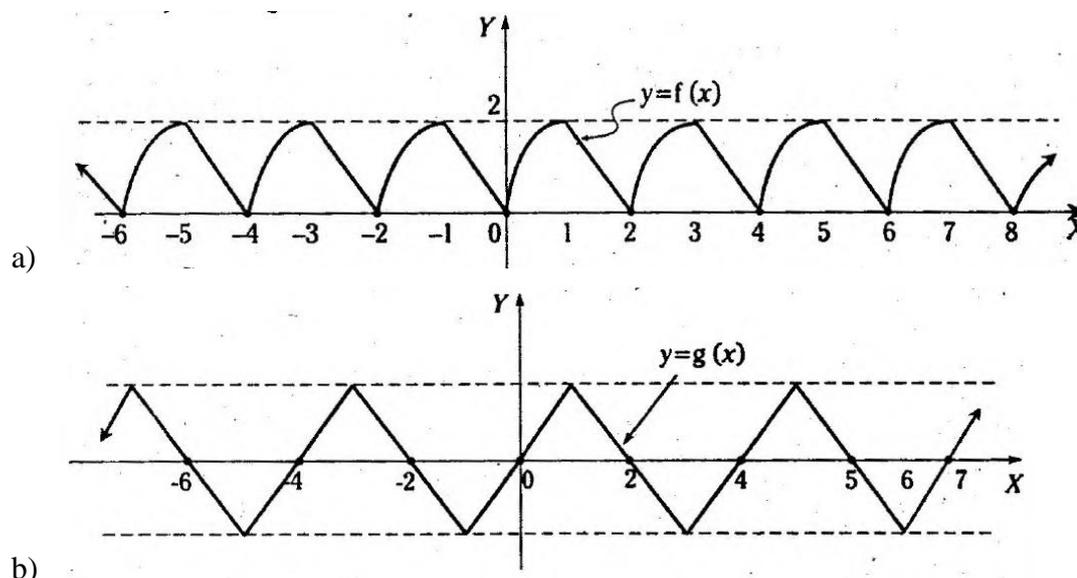


Figura 1. Ejemplos de función periódica.

En los ejemplos anteriores, se puede observar que las dos funciones tienen una parte de su gráfico que se repite, en **a)** por ejemplo se repite el gráfico cada 2 unidades ( $T = 2$ ) y en **b)** se repite el gráfico cada 4 unidades ( $T = 4$ ).

Las funciones que tienen un patrón repetitivo son llamadas funciones periódicas.

**2. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS:**

Denominaremos Función Trigonométrica al conjunto no vacío de pares ordenados  $(x, y)$ , de los cuales, los primeros elementos son números reales (ángulos expresado en radianes), y los segundos elementos vienen a ser los correspondientes valores de las razones trigonométricas de dichos ángulos.

$$y = F.T.(x)$$

Esto es:  $F = \{(x; y)/x, y \in R; y = F.T.(x)\}$

### 3. FUNCIÓN SENO

$$F = \{(x; y)/x, y \in R; y = \text{sen}(x)\}$$

- ✓ DOMINIO:  $Dom F = R$ , es decir  $x \in R$ .
- ✓ RANGO:  $Ran F = [-1, 1]$ , es decir  $-1 \leq y \leq 1$ .
- ✓ PERIODO:  $T = 2\pi$ .
- ✓ GRÁFICO:

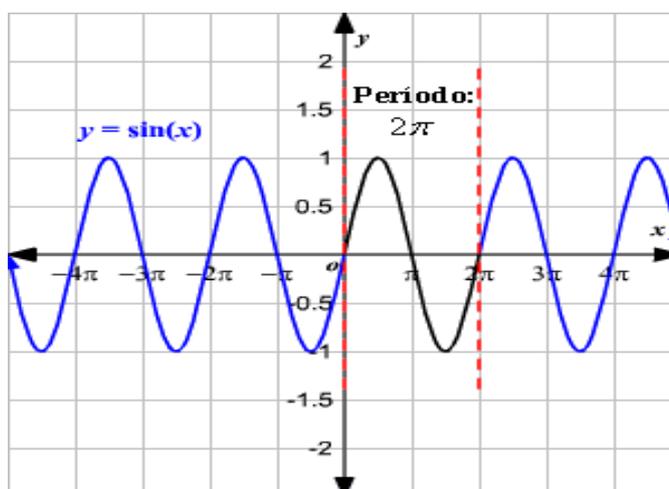


Figura 2. Gráfico de la función seno  $y = \text{sen}(x)$

### 4. FUNCIÓN COSENO

$$F = \{(x; y)/x, y \in R; y = \text{cos}(x)\}$$

- ✓ DOMINIO:  $Dom F = R$ , es decir  $x \in R$ .
- ✓ RANGO:  $Ran F = [-1, 1]$ , es decir  $-1 \leq y \leq 1$ .
- ✓ PERIODO:  $T = 2\pi$ .
- ✓ GRÁFICO:

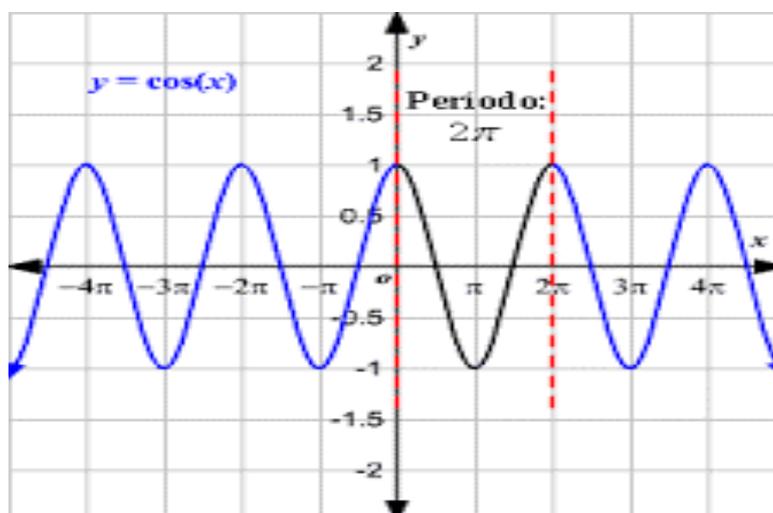


Figura 3. Gráfico de la función coseno  $y = \text{cos}(x)$

### 5. FUNCIÓN TANGENTE

$$F = \{(x; y)/x, y \in R; y = \tan(x)\}$$

- ✓ DOMINIO:  $Dom F = R - \left\{ \frac{(2n+1)\pi}{2} \right\}$ , donde  $n \in Z$ .
- ✓ RANGO:  $Ran F = R$
- ✓ PERIODO:  $T = \pi$
- ✓ ASÍNTOTAS:  $x = \frac{(2n+1)\pi}{2}$ , donde  $n \in Z$ .
- ✓ GRÁFICO:

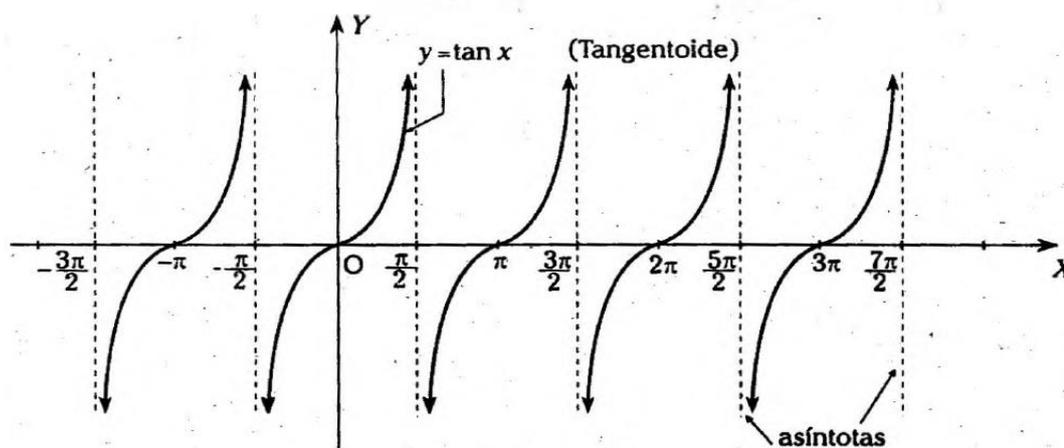


Figura 4. Gráfico de la función tangente  $y = \tan(x)$

### INVESTIGACIÓN 1

Utilizando el programa Geogebra, cree un deslizador “a” y escriba la función  $f(x) = a \text{ sen}x$ . Use el software para completar la siguiente tabla:

a	Función $f(x)$	Máximo	Mínimo	Periodo	Amplitud
1	$\text{sen}x$				
2	$2\text{sen}x$				
0,5	$0,5\text{sen}x$				
-1	$-\text{sen}x$				
a	$a\text{sen}x$				

(a) ¿Cómo afecta a a la función  $f(x) = a \text{ sen}x$ ?

(b) Determinar la amplitud de:

(i)  $f(x) = 3\text{sen}x$

(ii)  $f(x) = \sqrt{7}\text{sen}x$

(iii)  $f(x) = -2\text{sen}x$

### INVESTIGACIÓN 2

Utilizando el programa Geogebra, cree un deslizador “ $b$ ” y escriba la función  $f(x) = \text{sen}(bx)$ . Use el software para completar la siguiente tabla:

$b$	Función $f(x)$	Máximo	Mínimo	Periodo	Amplitud
1	$\text{sen}(x)$				
2	$\text{sen}(2x)$				
$\frac{1}{2}$	$\text{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$				
$b$	$\text{sen}(bx)$				

(a) ¿Cómo afecta  $b$  a la función  $f(x) = \text{sen}(bx)$ ?

(b) Determinar el periodo de:

(i)  $f(x) = \text{sen}(3x)$

(iii)  $f(x) = \text{sen}\left(\frac{1}{3}x\right)$

(ii)  $f(x) = \text{sen}(1,2x)$

(iv)  $f(x) = \text{sen}(bx)$

### INVESTIGACIÓN 3

Utilizando el programa Geogebra, cree un deslizador “ $c$ ” y escriba la función  $f(x) = \text{sen}(x + c)$ . Use el software para completar la siguiente tabla:

$c$	Función $f(x)$	Máximo	Mínimo	Periodo	Amplitud
1	$\text{sen}(x + 1)$				
-2	$\text{sen}(x - 2)$				
2	$\text{sen}(x + 2)$				
$-\frac{\pi}{3}$	$\text{sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$				
$c$	$\text{sen}(x + c)$				

(a) ¿Cómo transforma  $c$  a la función  $f(x) = \text{sen}(x + c)$ ?

Ahora, cree un deslizador “ $d$ ” y escriba la función  $f(x) = \text{sen}(x) + d$ . Use el software para completar la siguiente tabla:

$d$	Función $f(x)$	Máximo	Mínimo	Periodo	Amplitud
0	$\text{sen}(x)$				
3	$\text{sen}(x) + 3$				
-2	$\text{sen}(x) - 2$				
$d$	$\text{sen}(x) + d$				

- (a) ¿Cómo transforma  $d$  a la función  $f(x) = \text{sen}(x) + d$ ?
- (b) ¿Cómo cambia la línea media de la función?
- (c) ¿Cómo se puede representar la transformación realizada por las constantes  $c$  y  $d$ ?

### 6. TRANSFORMACIÓN DE LAS FUNCIONES SENO Y COSENO

Para realizar la transformación de funciones compuestas de la forma:

$$f(x) = A \text{sen}(B(x + C)) + D \quad \text{y} \quad f(x) = A \text{cos}(B(x + C)) + D$$

Es importante tener en cuenta los siguientes elementos de la gráfica de la función trigonométrica.

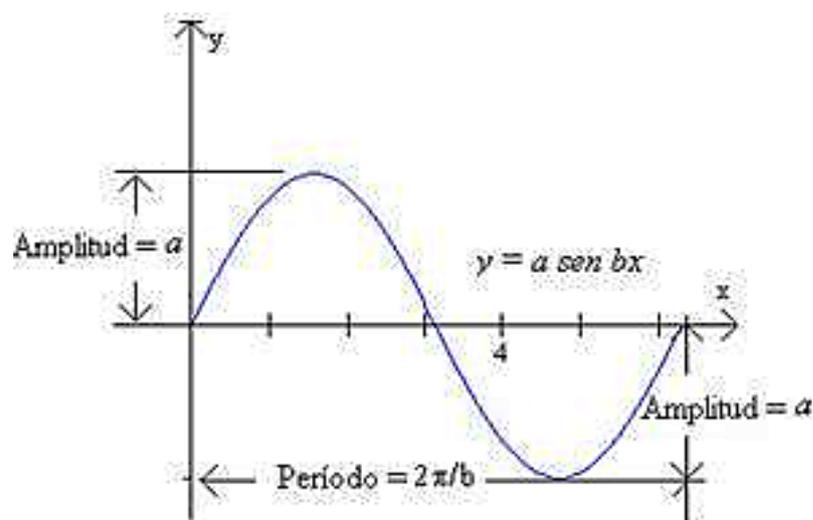


Figura 5. Amplitud y período de la función seno  $y = a \text{sen}(bx)$

Para las funciones de este tipo, pueden ocurrir cuatro transformaciones.

- ✓ A: Representa un estiramiento vertical. La amplitud de la función seno o coseno será igual a  $|A|$ .

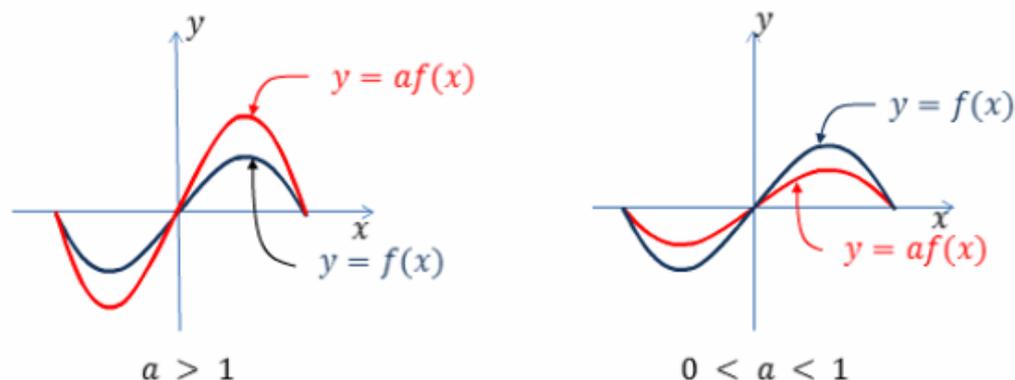


Figura 6. Gráfico del estiramiento vertical de la función  $y = f(x)$

- ✓ B: Representa un estiramiento horizontal, que afecta al período de la función. El período de la función seno o coseno será igual a  $T = \frac{2\pi}{|B|}$ .

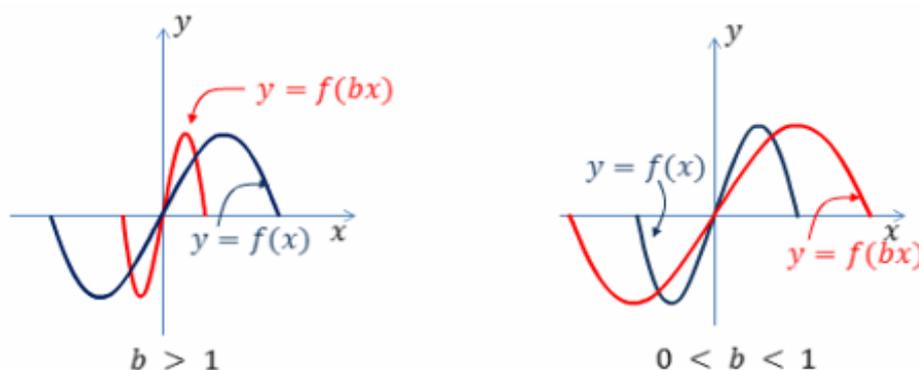


Figura 7. Gráfico del estiramiento horizontal de la función  $y = f(x)$

- ✓ C: Representa una traslación (o un desplazamiento) horizontal. La función se desplazará a la derecha si  $C$  es negativo o hacia a la izquierda si  $C$  es positivo.

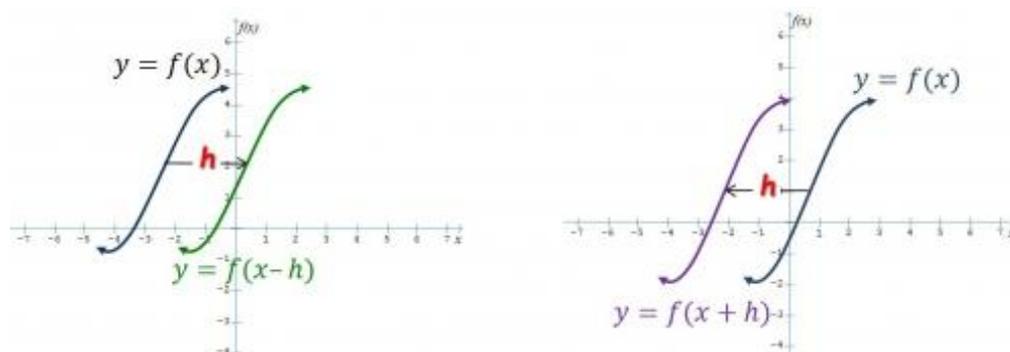


Figura 8. Gráfico de la traslación horizontal de la función  $y = f(x)$

- ✓  $D$ : Representa una traslación (o un desplazamiento) vertical. La función se desplazará hacia arriba si  $D$  es positivo o hacia abajo si  $D$  es negativo.

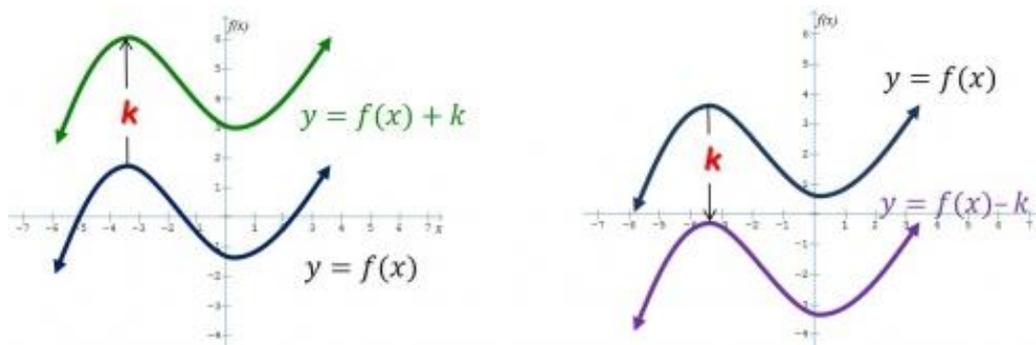


Figura 9. Gráfico de la traslación vertical de la función  $y = f(x)$

### 7. TRANSFORMACIÓN DE LA FUNCIÓN TANGENTE

Para realizar la transformación de funciones compuestas de la forma:

$$f(x) = A \tan(B(x + C)) + D$$

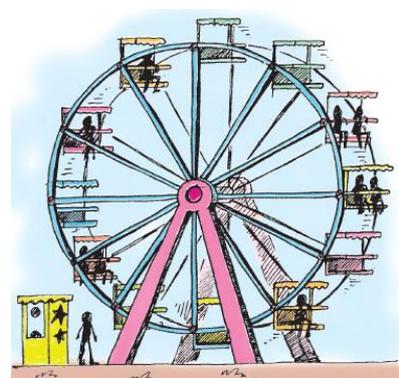
Para las funciones de este tipo, pueden ocurrir cuatro transformaciones.

- ✓  $A$ : Representa un estiramiento vertical. La amplitud de la función tangente es  $-\infty < x < \infty$ .
- ✓  $B$ : Representa un estiramiento horizontal, que afecta al período de la función. El período de la función tangente será igual a  $T = \frac{\pi}{|B|}$ .
- ✓  $C$ : Representa una traslación (o un desplazamiento) horizontal. La función se desplazará a la derecha si  $C$  es negativo o hacia a la izquierda si  $C$  es positivo.
- ✓  $D$ : Representa una traslación (o un desplazamiento) vertical. La función se desplazará hacia arriba si  $D$  es positivo o hacia abajo si  $D$  es negativo.

#### SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

Una rueda de la fortuna gira a una velocidad constante.

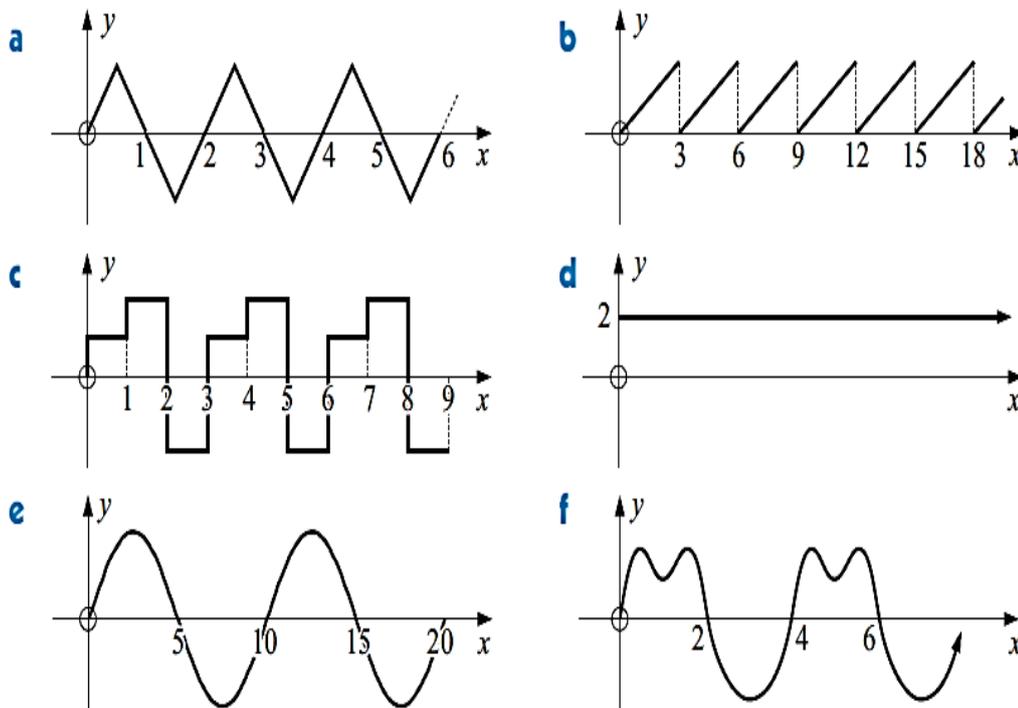
El radio de la rueda es de 10 m y la parte inferior de la rueda está a 2 m sobre el nivel del suelo. Desde un punto en frente de la rueda, Andrew está mirando una luz verde en el perímetro de la rueda. Andrew se da cuenta de que la luz verde se mueve en un círculo. Él estima qué tan alta es la luz sobre el nivel del suelo en intervalos de dos segundos y dibuja un diagrama de dispersión de sus resultados.



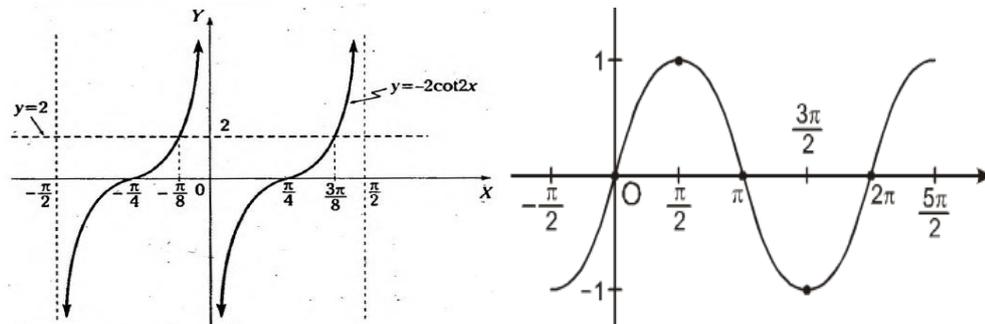
- a. ¿Cómo se ve su diagrama de dispersión?
- b. ¿Qué función se puede utilizar para modelar los datos?
- c. ¿Cómo podría usarse esta función para encontrar:
  - i. La posición de la luz en cualquier momento
  - ii. ¿Los tiempos en que la luz está en su altura máxima y mínima?
- d. ¿Qué parte de la función indicaría el intervalo de tiempo durante el cual ocurre un ciclo completo?

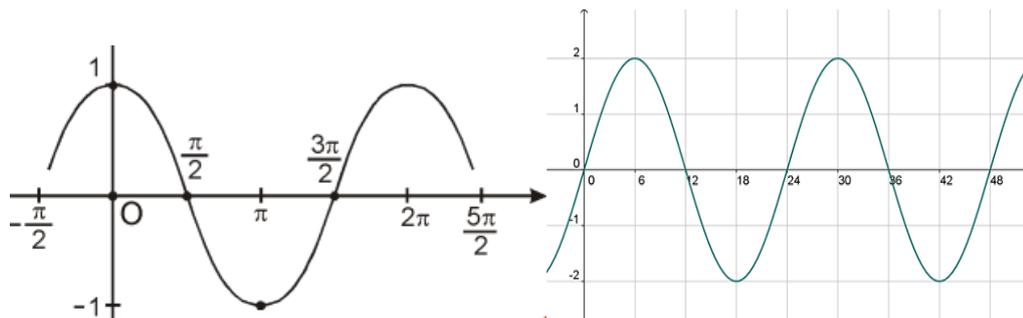
**8. APLICACIONES**

1. ¿Cuál de los siguientes gráficos muestra un comportamiento periódico?



2. Determinar el dominio y rango de las siguientes funciones trigonométricas.





3. Determinar el dominio y rango de las siguientes funciones:

- |                                 |                            |
|---------------------------------|----------------------------|
| a. $f(x) = \text{sen}(x) - 1$   | e. $f(x) = 2 \cos(4x) - 1$ |
| b. $f(x) = \text{sen}(4x) + 3$  | f. $f(x) = \tan(x) - 1$    |
| c. $f(x) = \cos(3x) - 1$        | g. $f(x) = \tan(3x) - 1$   |
| d. $f(x) = 8 \text{sen}(x) - 1$ | h. $f(x) = \tan(4x) - 1$   |

4. Determine el periodo de las siguientes funciones:

- |  |                        |
|--|------------------------|
| a. $f(x) = \text{sen}(4x)$               | d. $f(x) = \cos(0,6x)$ |
| b. $f(x) = \text{sen}(-4x)$              | e. $f(x) = \tan(5x)$   |
| c. $f(x) = \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ | f. $f(x) = \tan(3x)$   |

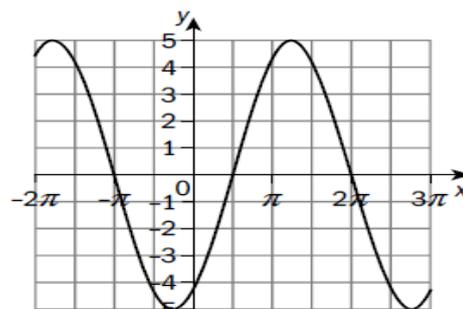
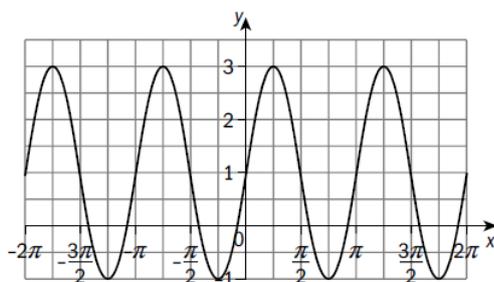
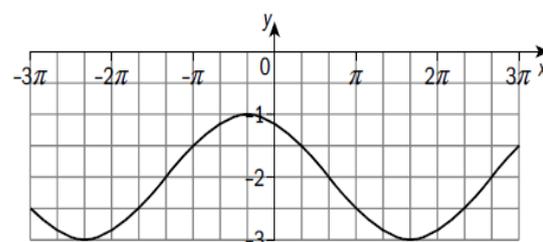
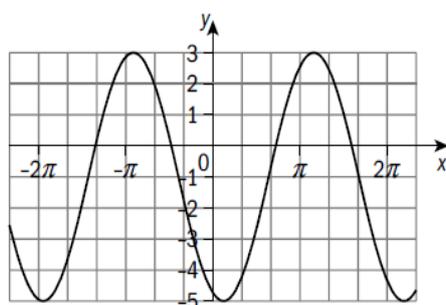
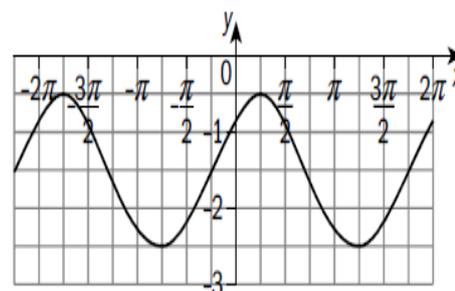
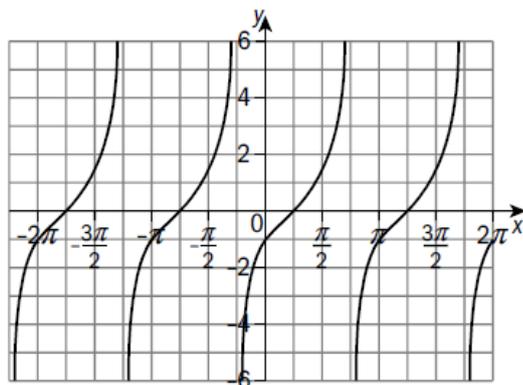
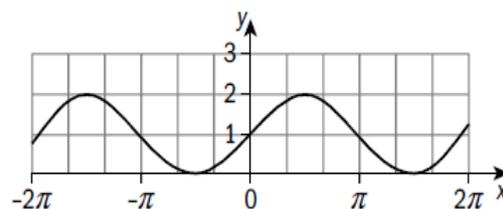
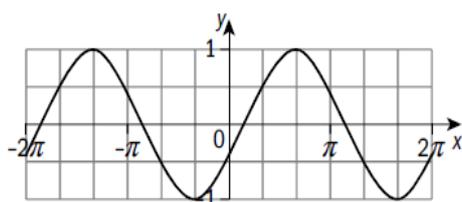
5. Hallar B:

- $f(x) = \text{sen}(Bx)$  tiene período  $2\pi$
- $f(x) = \tan(Bx)$  tiene período  $\frac{\pi}{2}$
- $f(x) = \cos(Bx)$  tiene período  $\frac{2\pi}{3}$
- $f(x) = \text{sen}(Bx)$  tiene período 4
- $f(x) = \tan(Bx)$  tiene período 2
- $f(x) = \cos(Bx)$  tiene período  $\frac{\pi}{3}$

6. Dibujar aproximadamente el grafico de las siguientes funciones para  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

- |  |  |
|--|--|
| a. $f(x) = \frac{2}{3} \text{sen}(x)$            | e. $f(x) = \text{sen}(x + \pi) + 2$                    |
| b. $f(x) = 3 \cos(x)$                            | f. $f(x) = \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$     |
| c. $f(x) = 1 + 2\text{sen}(x)$                   | g. $f(x) = \text{sen} 2\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ |
| d. $f(x) = 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ | h. $f(x) = 2 \cos 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$ |

7. Escriba una ecuación para cada una de las siguientes funciones:



8. Para cada conjunto de datos:

- a. Utilice los datos para estimar el período, la amplitud y las traslaciones horizontal y vertical.
- b. Escriba una función coseno en la forma  $y = a \cos(b(x - c)) + d$  para modelizar los datos.
- c. Represente gráficamente la función en el mismo sistema de ejes que los datos.

- d. Use la función regresión de la CPG para obtener un modelo para los datos que contenga la función seno, y dibuje el gráfico de esta función en el mismo sistema de ejes que los datos.

(i)

$x$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$y$	11,8	8,5	2,2	5,5	11,8	8,5	2,2	5,5	11,8	8,5	2,2

(ii)

$x$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$y$	12,5	9,3	12,5	18,9	21,9	18,9	12,5	9,3	12,5	18,9	21,9

(iii)

$x$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$y$	1,8	2,1	1,8	1,3	0,7	0,5	0,7	1,3	1,8	2,1	1,8

9. La población estimada de saltamontes después de  $t$  semanas, donde  $0 \leq t \leq 12$  esta dada por  $P(t) = 7500 + 3000 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{8}\right)$ .

- a. Cual fue:            **i)** La estimación inicial.            **ii)** ¿La estimación después de 5 semanas?
- b. ¿Cuál fue el mayor tamaño de la población en este intervalo y cuándo ocurrió?
- c. Cuándo la población es: **i)** ¿9000?            **ii)** ¿6000?
- d. ¿Durante qué intervalo(s) de tiempo el tamaño de la población supera los 10000?

10. El modelo para la altura de una luz en una rueda de la fortuna es  $H(t) = 20 - 19 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$ , donde  $H$  es la altura en metros sobre el suelo,  $t$  está en minutos.

- a. ¿Dónde está la luz en el tiempo  $t = 0$ ?
- b. ¿A qué hora estuvo la luz en su punto más bajo en la primera revolución de la rueda?
- c. ¿Cuánto tarde la rueda en completar una revolución?
- d. Dibuje la gráfica de la función  $H(t)$  sobre una revolución.

11. La población de búfalos de agua está dada por:  $P(t) = 400 + 250 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{2}\right)$ , donde  $t$  es el número de años desde la primera estimación.
- ¿Cuál fue la estimación inicial?
  - Cuál fue el tamaño de la población después de: **i)** ¿6 meses? **ii)** ¿Dos años?
  - Hallar  $P(1)$ . ¿Cuál es el significado de este valor?
  - Hallar el tamaño más pequeño de la población y cuando ocurre por primera vez.
  - Hallar el primer intervalo de tiempo cuando la manada supera los 500.
12. La profundidad del agua al final de un muelle puede estimarse mediante la función  $P(t) = 5,6 \operatorname{sen}0,5236(t - 2,5) + 14,9$ , donde  $P$  es la profundidad del agua en metros, y  $t$  es el número de horas después de la noche.
- ¿Cuál es el periodo de la función?
  - Estime la profundidad del agua a medianoche.
  - Estime la profundidad del agua a las 14:00
  - ¿A qué hora alcanzará el agua por primera vez su mayor profundidad?
13. La temperatura máxima promedio en una ciudad puede modelizarse mediante la función mediante la función  $T(d) = 17,5 \operatorname{cos}0,0172(d - 187) + 12,5$ , donde  $T$  es la temperatura en grados Celsius, y  $d$  es el día del año (*1 de enero = 1; 14 de enero = 14; etc.*).
- ¿Cuál es la temperatura máxima esperada en esta ciudad el primer día de febrero?
  - ¿Cuál es la temperatura máxima esperada y en qué día ocurrirá?
  - ¿Cuántos días de cada año se espera que la temperatura no supere los cero grados?

14. A continuación se muestra una tabla que muestra la temperatura máxima mensual media (°C) para una ciudad.

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic
Temperatura	15	14	15	18	21	25	27	26	24	20	18	16

- a. Se utiliza una función seno de la forma  $T(t) = A \operatorname{sen}B(t - C) + D$  para modelar los datos. Encuentre buenas estimaciones de las constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  sin usar tecnología. Use *Enero* = 1, *Febrero* = 2, etc.
- b. Use la tecnología para verificar tu respuesta en a. ¿Qué tan bien encaja tu modelo?

## 9. Referencias

- 9.1. Buchanan, L. y otros (2015): "Matemáticas Nivel Medio". Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 9.2. Haese, R.; y otros (2012): "Mathematics for the international student. Mathematics SL". Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 9.3. Urban, Paul y otros (2004): "*Mathematics for the internacional students*". Primera edición. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 9.4. Organización del Bachillerato Internacional (2015): "IB QUESTION BANK" First edition.
- 9.5. Temas de matemáticas Inc. (25/06/2012): "Transformación de funciones". Recuperado de la dirección web <https://sites.google.com/site/gaseportafolio/2-funciones-reales-de-variable-real/2-4-transformacion-de-funciones>.

**Anexo 9.** Guía de Khan Academy

## GUÍA DE USO DE KHAN ACADEMY PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

### 1. ¿Qué es Khan Academy?

Es una organización sin fines de lucro fundada por Salman Khan con la misión de proveer una educación gratuita de clase mundial para todos, en todo lugar. El sitio ofrece más de 5.000 vídeos educativos en línea en una serie de áreas temáticas (incluyendo las matemáticas, la ciencia, la economía, las finanzas, la historia y el arte), un extenso repositorio de ejercicios de matemática, y datos e información en tiempo real respecto de los avances y dificultades que presentan los usuarios al utilizar los recursos.

### 2. ¿Cómo ingresar a la plataforma?

- ✓ Ingresar a la plataforma de Khan Academy en la siguiente dirección: <https://es.khanacademy.org/>
- ✓ La plataforma te da la opción de elegir de acceder al sitio como Estudiante, Maestro o Padre. Para realizar el seguimiento de uno o varios usuarios de la plataforma inicia sesión como maestro o padre de familia.

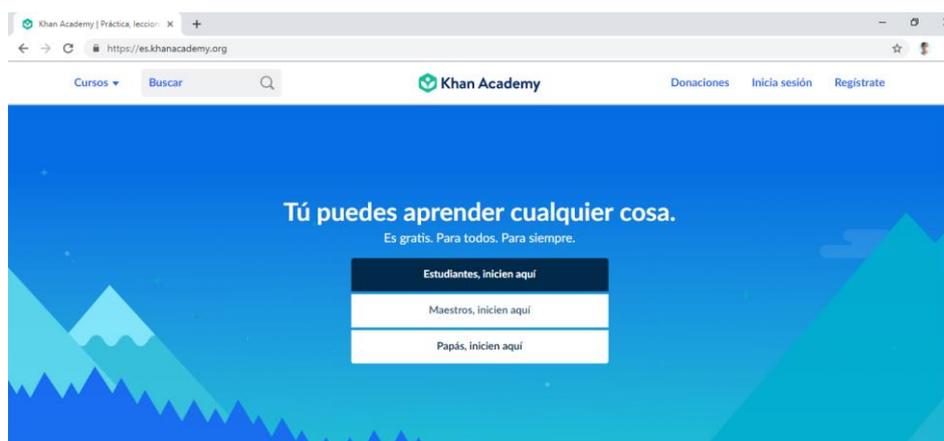


Figura 01. Opciones de ingreso a Khan Academy

- ✓ Para acceder a Khan Academy se requiere alguna de las siguientes cuentas:

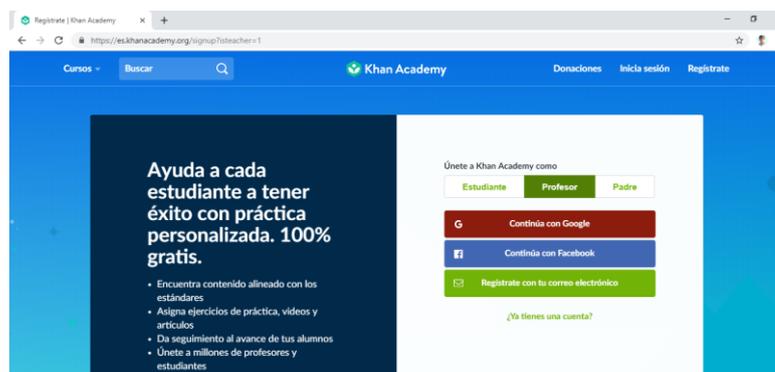


Figura 02. Cuentas para acceder a Khan Academy.

### 3. Creación de la clase de Trigonometría

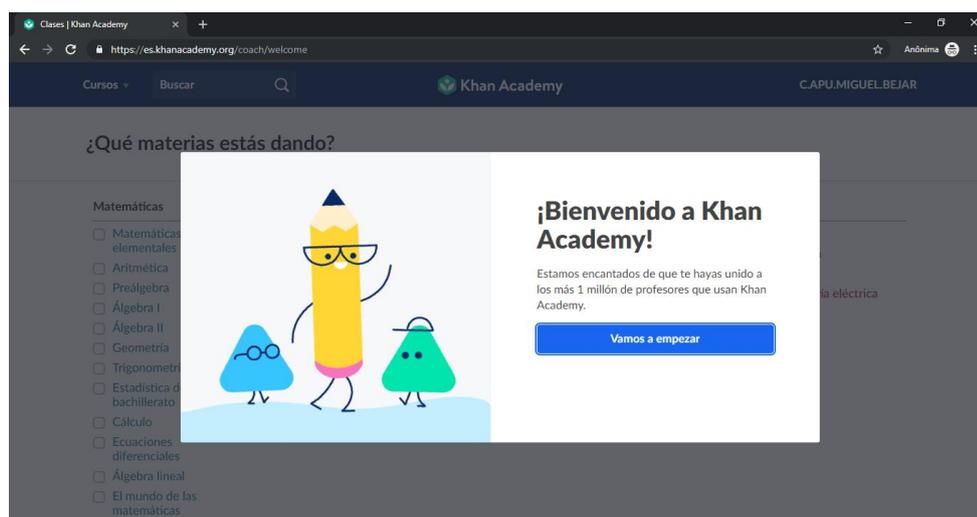


Figura 03. Pantalla de bienvenida de Khan Academy.

- ✓ La primera vez que se ingresa a la plataforma, Khan Academy te da la bienvenida y te orientará **“VAMOS A EMPEZAR”** para que puedas personalizar la materia que desarrollarás. Seleccionar la opción **MATEMÁTICAS – TRIGONOMETRÍA** y pulsaremos el botón **CONTINUAR**.

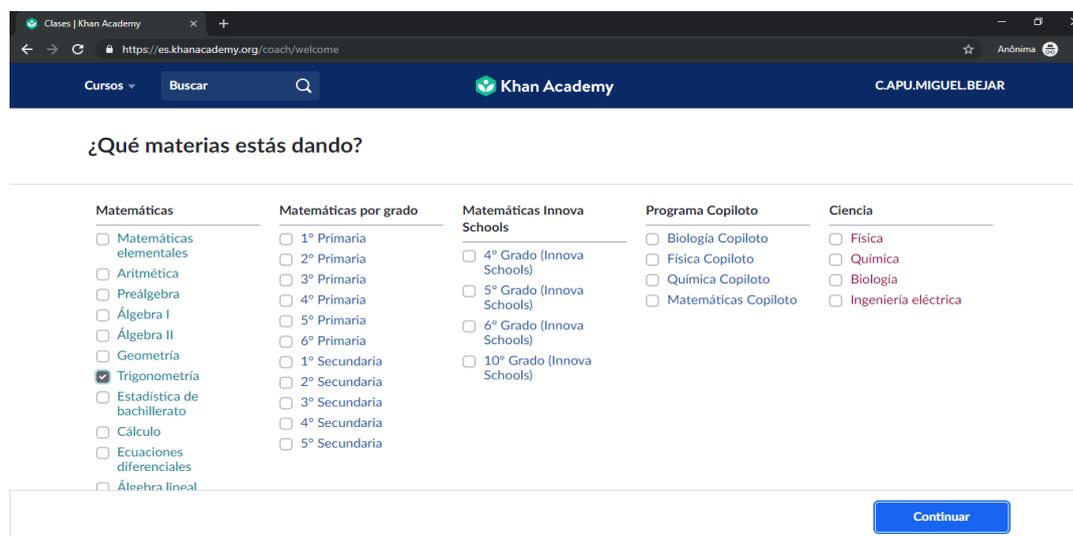


Figura 04. Lista de materias y contenidos de Khan Academy.

Sin embargo, si eres tutor o padre de familia y deseas desarrollar otros contenidos también tienes la opción de seleccionarlos.

### 4. Un recorrido previo de la clase de Trigonometría

La primera vez que ingresas a la plataforma, ésta te permite realizar una exploración previa de las diferentes opciones que te ofrece Khan Academy. Se recomienda realizar este tour para familiarizarse y descubrir las bondades que tiene la plataforma en la clase que creaste, pues podrás revisar los ejercicios del curso, como asignar tareas a un grupo de estudiantes, verificar los reportes de progreso de los estudiantes.

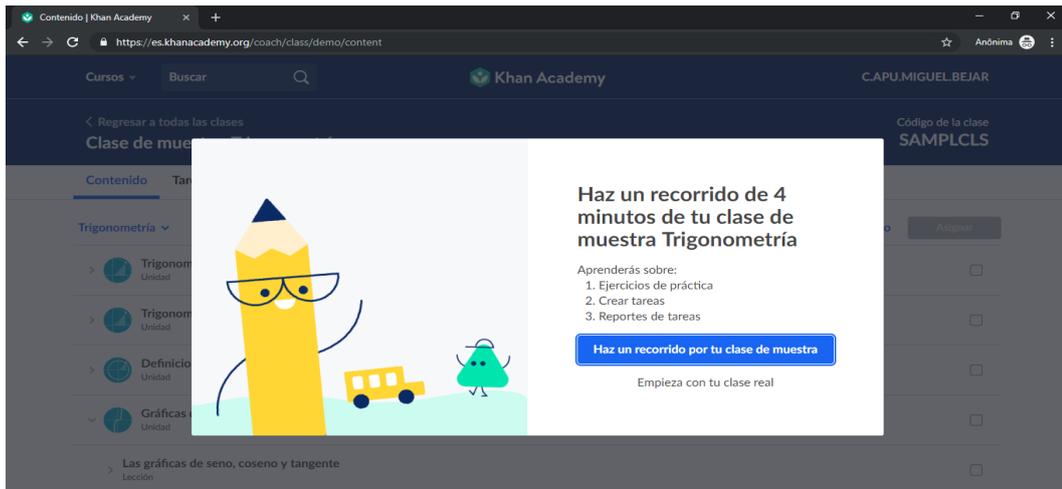


Figura 05. Opciones del recorrido previo de la clase de trigonometría en Khan Academy.

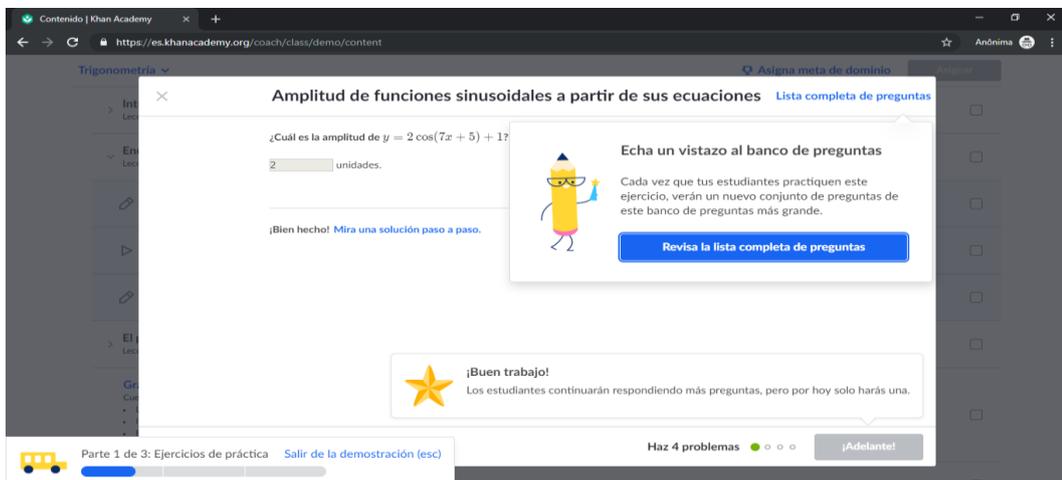


Figura 06. Comprobación del ejercicio de muestra de la clase de trigonometría.

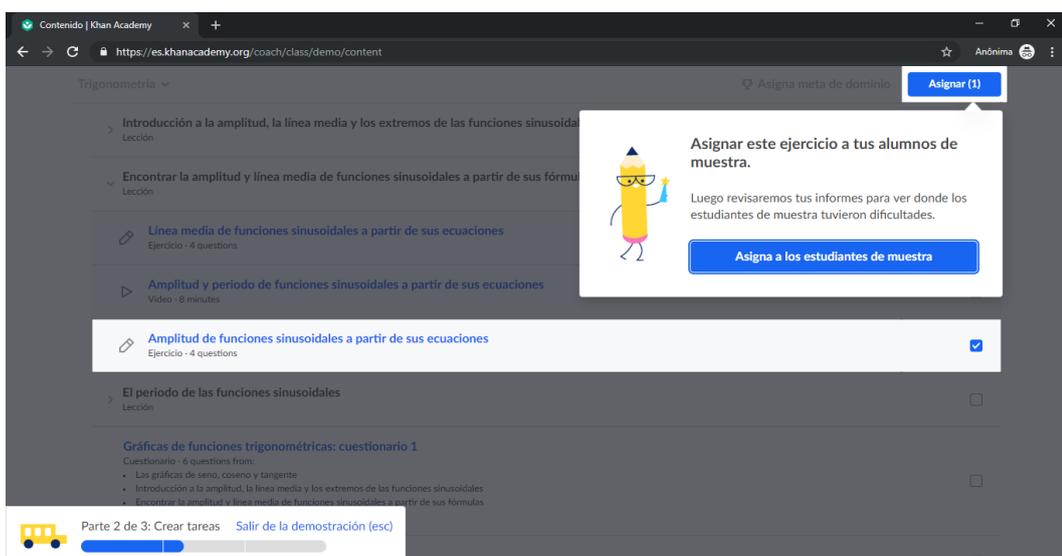


Figura 07. Asignar tareas de la clase de trigonometría.

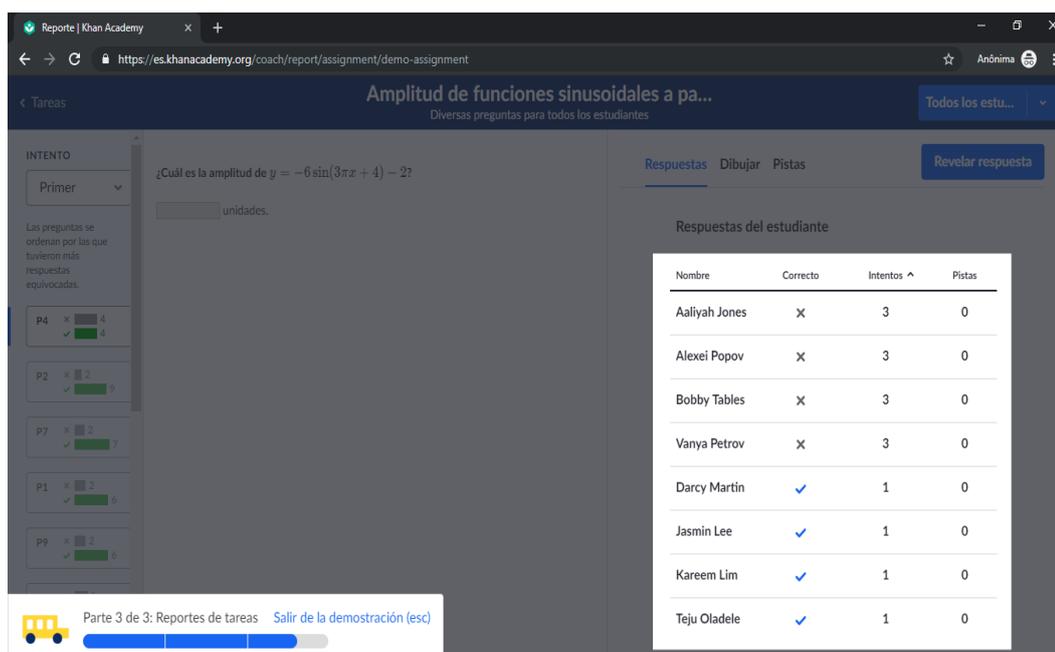


Figura 08. Reporte de resultados de la clase de trigonometría.

### 5. Crear una clase y agregar alumnos

Una vez creada la clase de **TRIGONOMETRÍA** la plataforma nos mostrará la siguiente ventana. Hacer clic en “**Tu clase: Trigonometría**”. Para crear una sección o aula donde se registrará a los estudiantes.

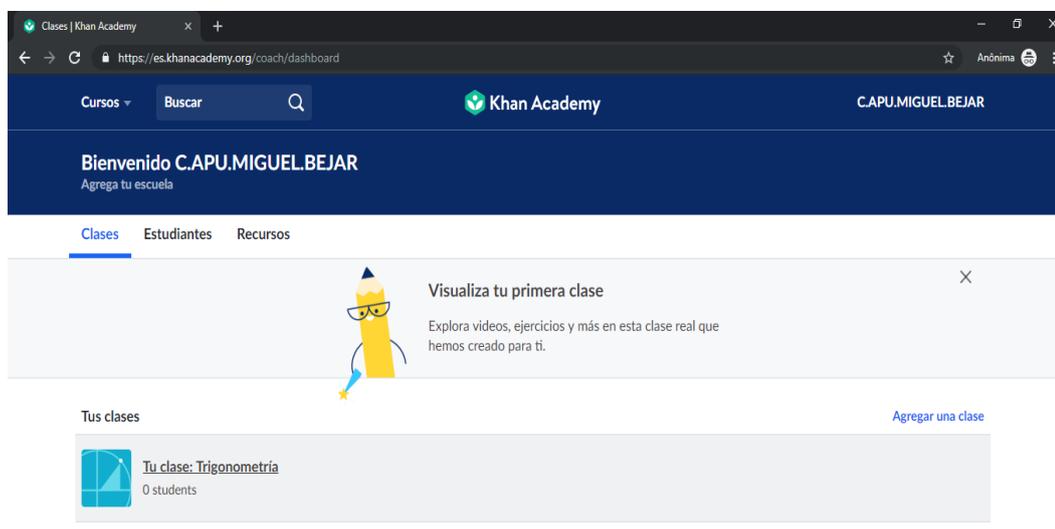


Figura 09. Ventana inicial de la clase de trigonometría.

- ✓ Se debe nombrar a la sección o aula que desarrollará los contenidos de **TRIGONOMETRÍA**, asignándole un nombre “**CUARTO B – COAR PUNO**” en la cual se inscribirá a los estudiantes.

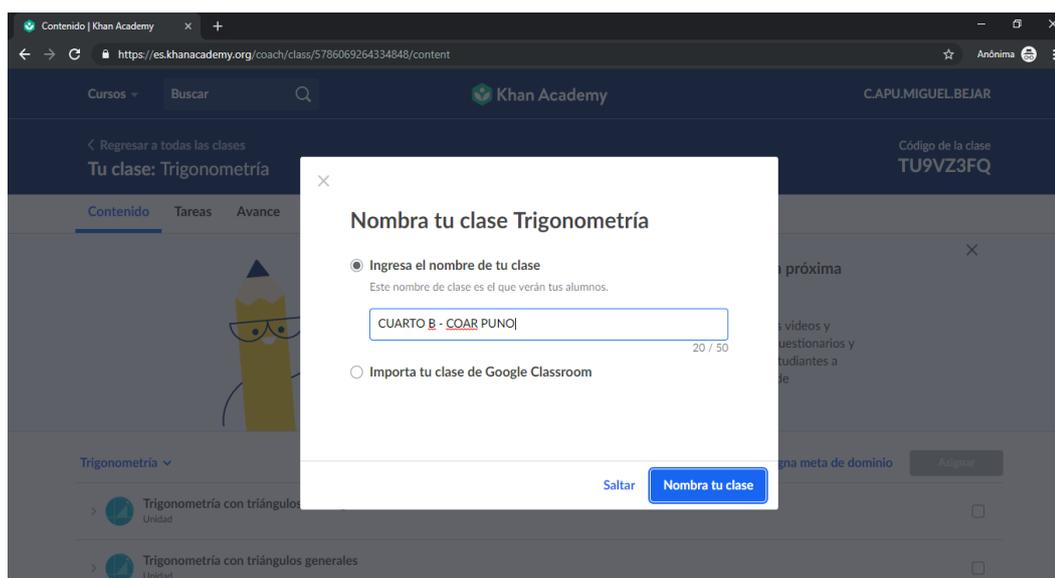


Figura 10. Asignación de nombre a la clase de trigonometría.

- ✓ A continuación hacer clic en el botón **“AGREGAR A TUS ESTUDIANTES”** para agregar una lista de estudiantes que desarrollaran los contenidos de trigonometría que se le asignarán.

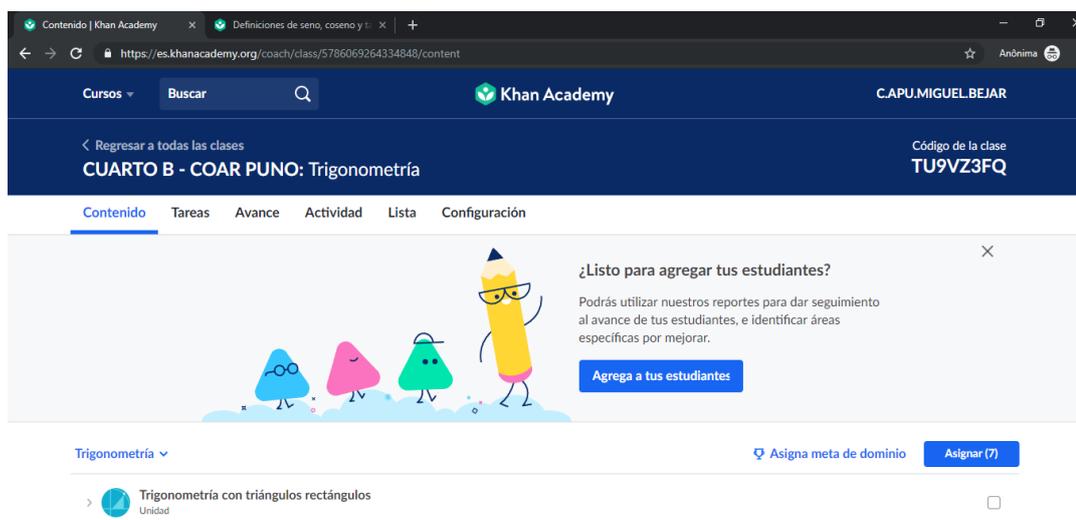


Figura 11. Agregar lista de estudiantes en la clase CUARTO B – COAR PUNO: Trigonometría.

- ✓ La plataforma Khan Academy te ofrece tres opciones para registrar a tus alumnos, elige la que mejor se ajuste a tus posibilidades y a continuación te muestro como registrar a tus estudiantes utilizando cada una de estas opciones.

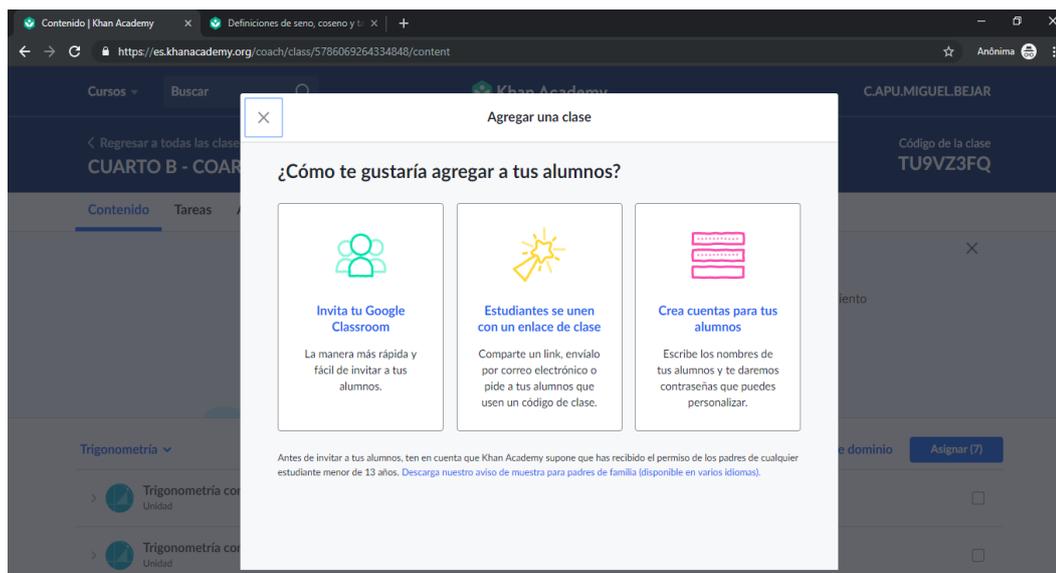


Figura 12. Opciones para agregar lista de estudiantes.

**5.1. Invita tu Google Classroom:** Para utilizar esta opción es necesario que tengas una cuenta en Google Classroom y estudiantes inscritos en dicha plataforma, en tal caso debes exportar la lista de estudiantes matriculados a Khan Academy.

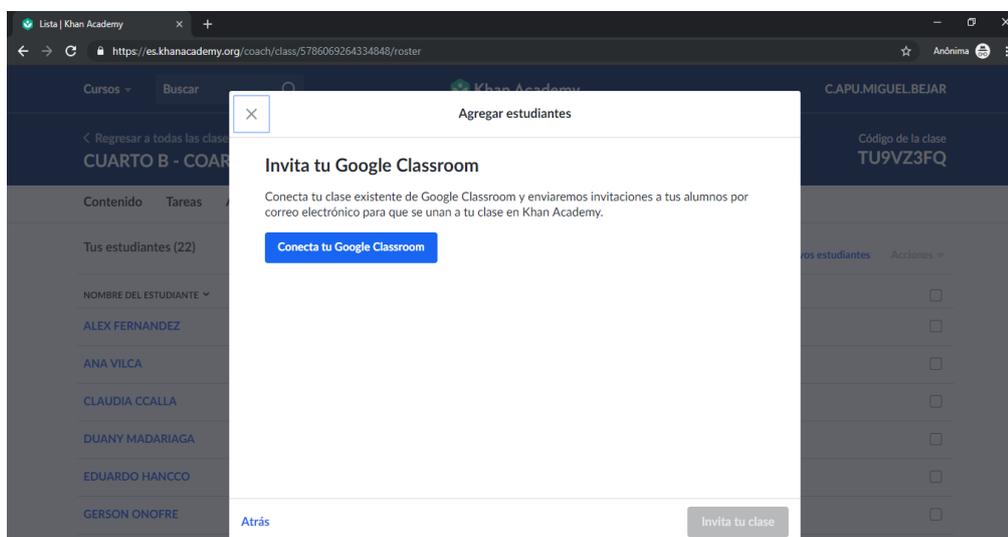


Figura 13. Invitación de lista de estudiantes de Google Classroom.

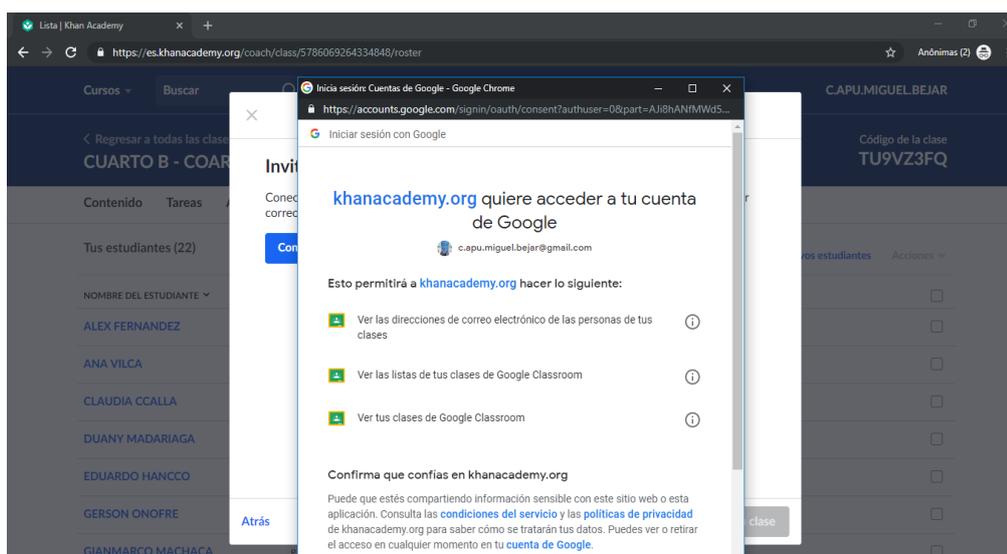


Figura 14. Confirmación de acceso de Khan Academy a Google Classroom.

**5.2. Estudiantes se unen con un enlace de clase:** En esta segunda opción es necesario que los estudiantes que serán inscritos en Khan Academy tengan una cuenta de Correo Electrónico al cual se compartirá el enlace que se genera automáticamente al seleccionar esta opción.

<https://es.khanacademy.org/join/TU9VZ3FQ>

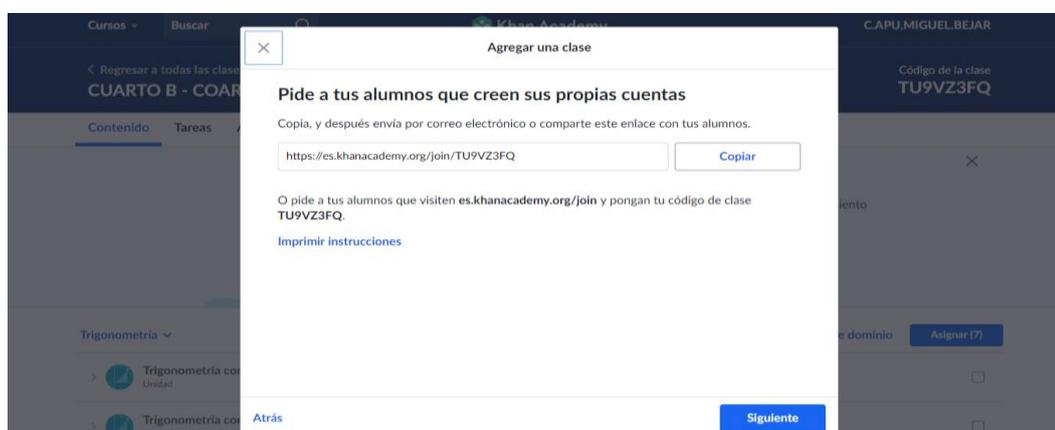


Figura 15. Opción agregar lista de estudiantes a través de un enlace.

**5.3. Crear cuentas para tus alumnos:** En esta última opción deberás agregar tu escuela “**PROFESORES EN OTROS PAÍSES**” y especificar el país “**PERÚ**”. Luego se procederá a agregar a los estudiantes, seleccionando la opción “**LISTA**” de la plataforma.

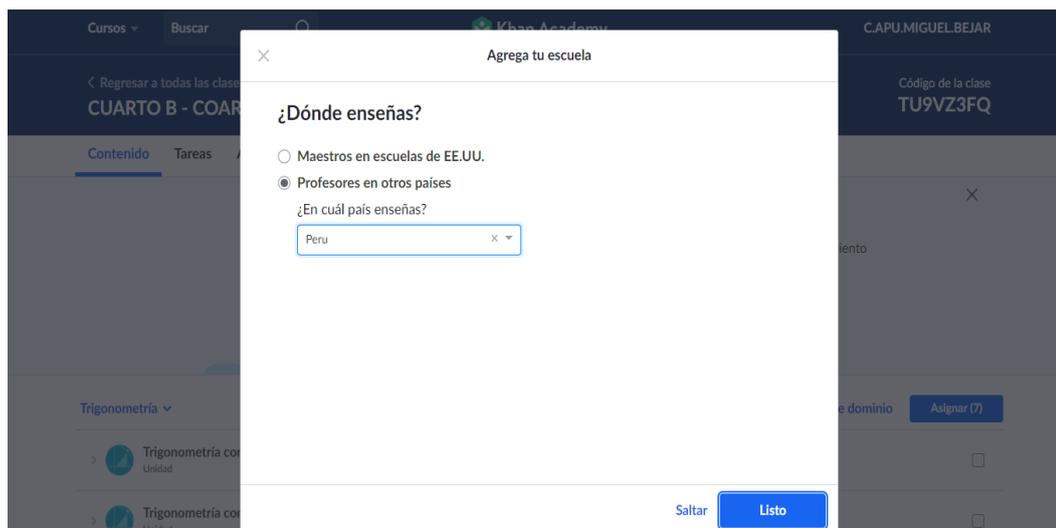


Figura 16. Opciones para seleccionar la ubicación de tu escuela.



Figura 17. Opción “Lista” para Agregar nuevos estudiantes.

- ✓ Luego se registrará a los estudiantes generándose automáticamente un usuario y una contraseña la cual podrá ser personalizada por el tutor.

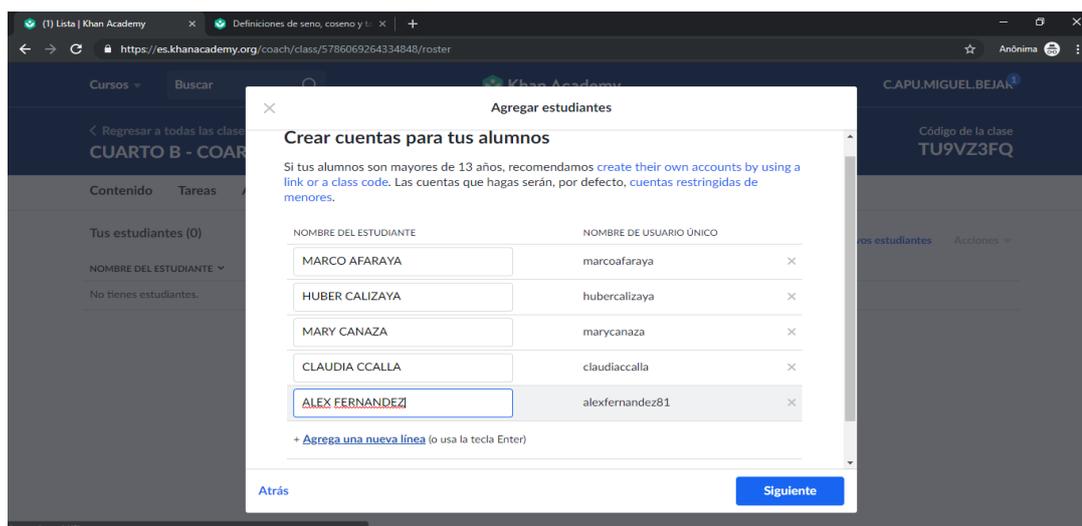


Figura 18. Registro de estudiantes para la creación de sus cuentas.

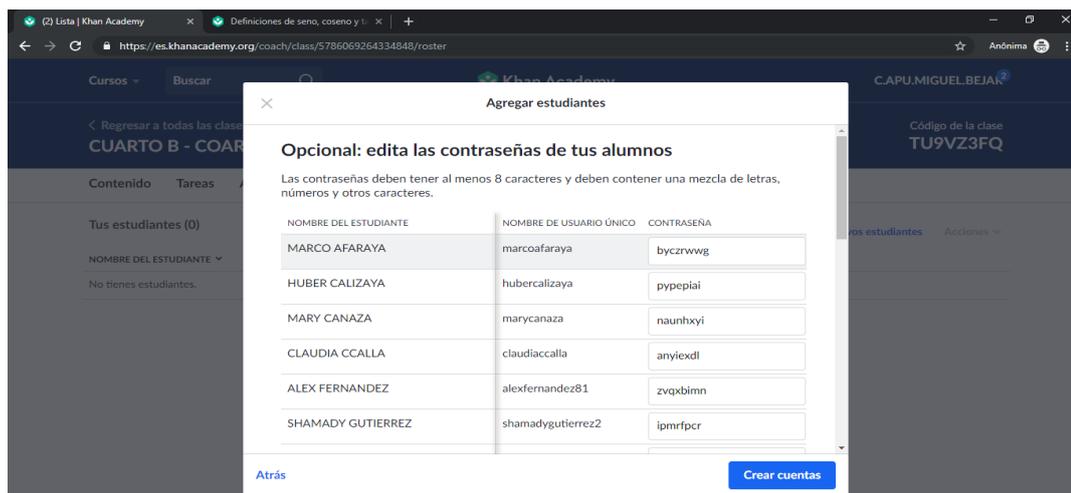


Figura 19. Opción para modificar las contraseñas de los estudiantes.

- ✓ Finalmente, Khan Academy te da la oportunidad de descargar los usuarios y contraseñas de los estudiantes en un archivo en formato Excel.

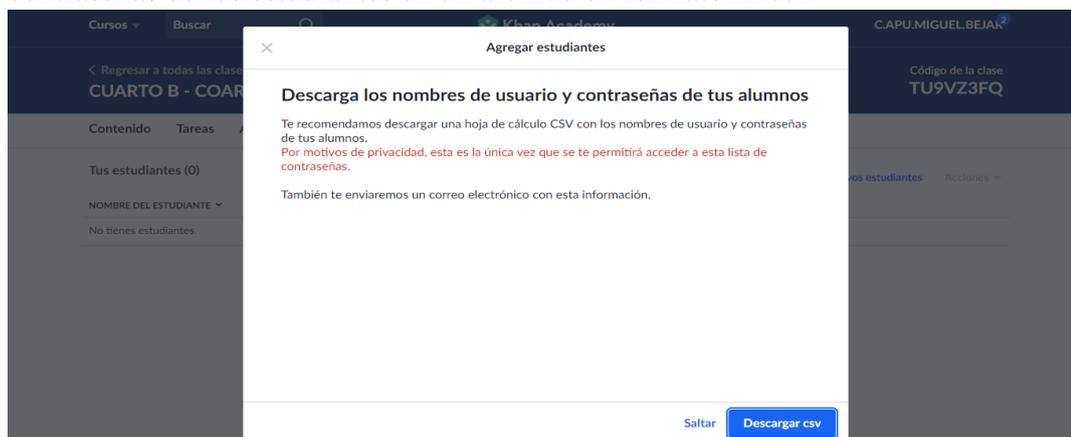


Figura 20. Opción para descargar la lista de estudiantes (Usuarios y contraseñas).

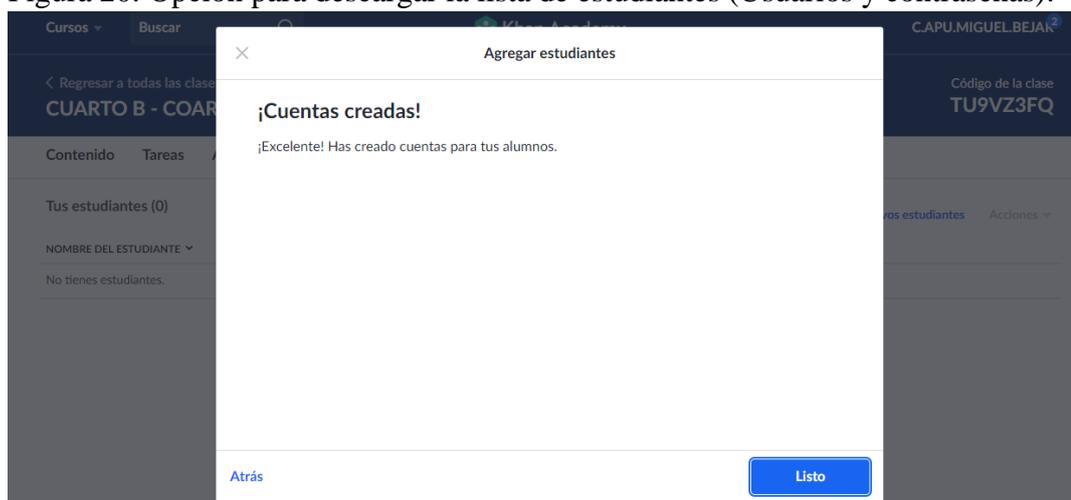


Figura 21. Confirmación de la creación de cuentas de los estudiantes.

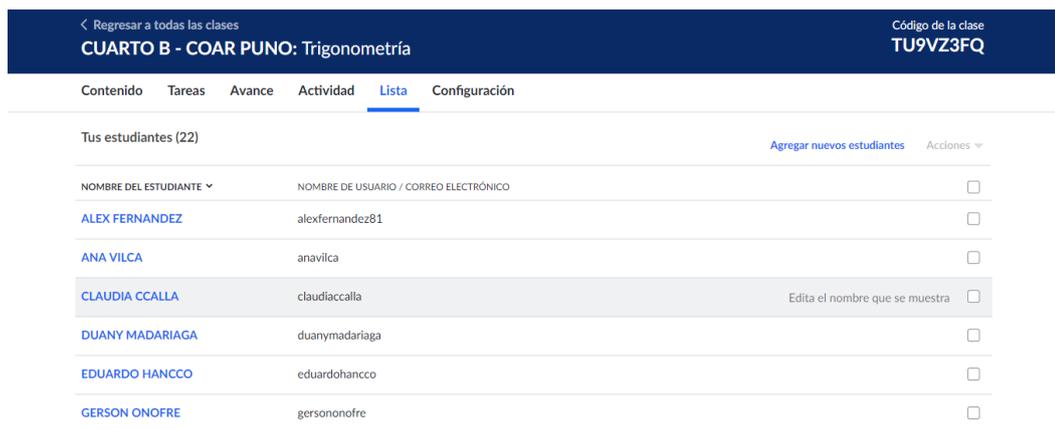


Figura 22. Visualización de la lista de estudiantes.

### 6. Asignar tareas a la clase

Para realizar la asignación de tareas se debe seleccionar la pestaña “CONTENIDO” para seleccionar los contenidos que serán asignados a la clase.

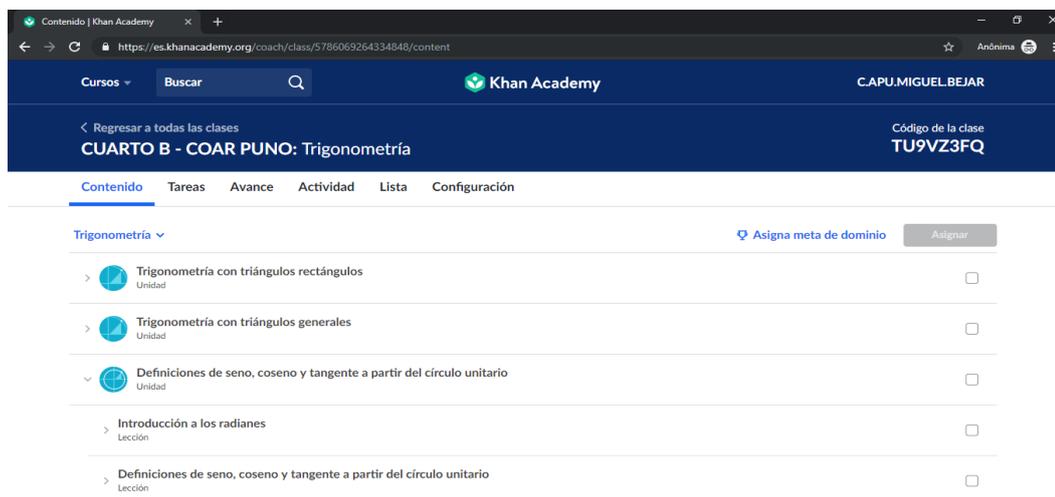


Figura 23. Lista de contenidos de la pestaña contenido.

- ✓ Deberá desplegar la lista de contenidos y seleccionar (☑) todos los temas, ejercicios y videos que el estudiante debe realizar u observar.

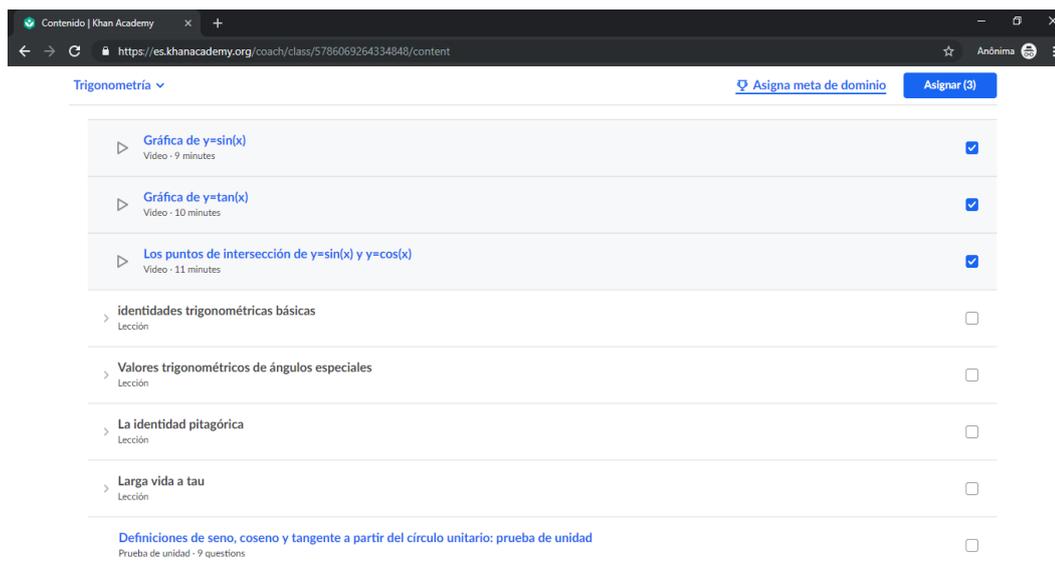


Figura 24. Selección de contenidos de la lista para asignar.

- ✓ A continuación debe asignar la meta de dominio, estableciendo la fecha y hora límite para desarrollar las actividades seleccionadas. En seguida, presione el botón “ASIGNAR AHORA”.

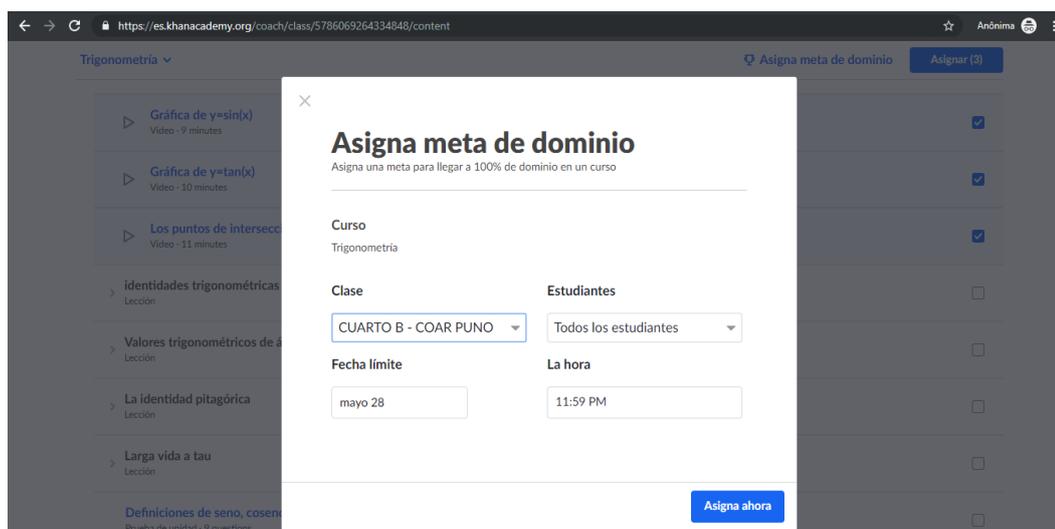


Figura 25. Opciones para asignar metas de dominio.

- ✓ Finalmente, para confirmar la asignación de tareas, la fecha y hora límite para desarrollar las actividades seleccionadas. Presione el botón “ASIGNAR”.

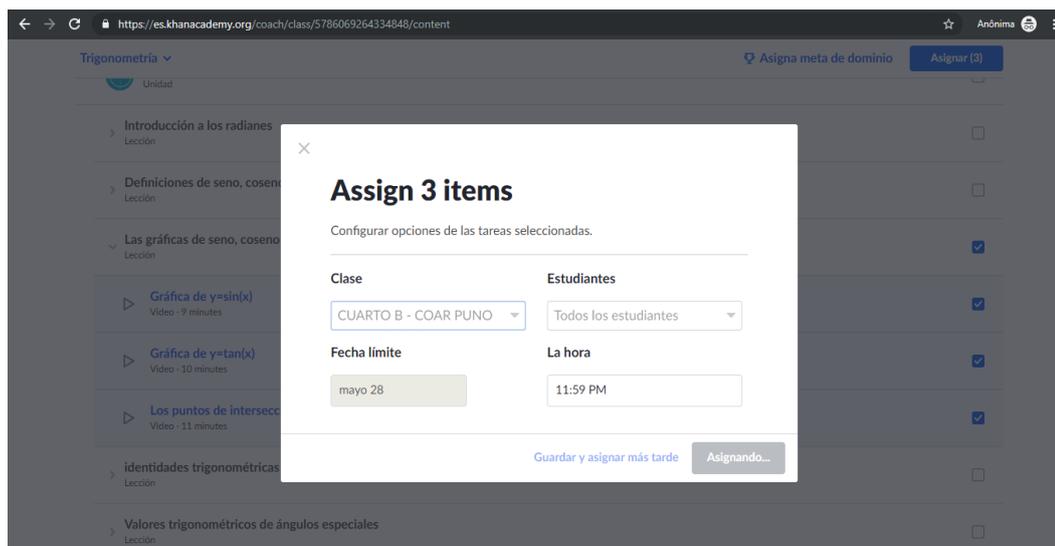


Figura 26. Opciones para asignar tareas.

### 7. Seguimiento de las tareas asignadas

Para visualizar y realizar el control del cumplimiento de actividades asignadas basta con seleccionar la pestaña “TAREAS”, en la que se tiene dos opciones de visualización del control de tareas “POR ALUMNO” y “POR TAREA”. Adicionalmente, podrá personalizar el periodo de tiempo que muestre el cumplimiento de las tareas asignadas que desea visualizar.

- ✓ La visualización **POR ALUMNO** permite observar si el estudiante ya cumplió con la totalidad o parte de las actividades asignadas.

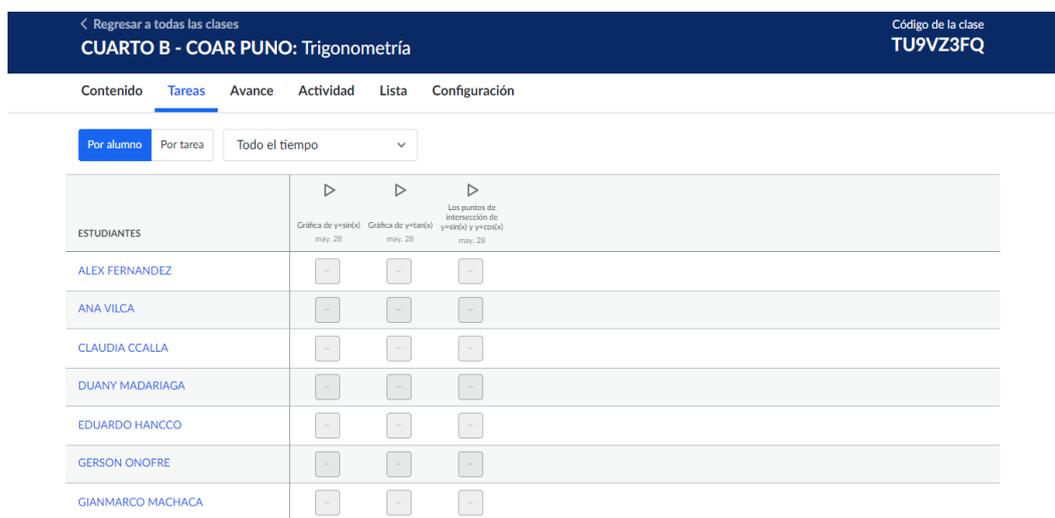


Figura 27. Visualización de cumplimiento de tareas **POR ALUMNO**.

- ✓ La visualización **POR TAREA** permite observar los plazos para el cumplimiento de la tarea, fecha de asignación, la cantidad de estudiantes que ya completaron la actividad, y finalmente en la opción “ACCIONES” permite realizar las modificaciones a los plazos establecidos para cada tarea asignada.

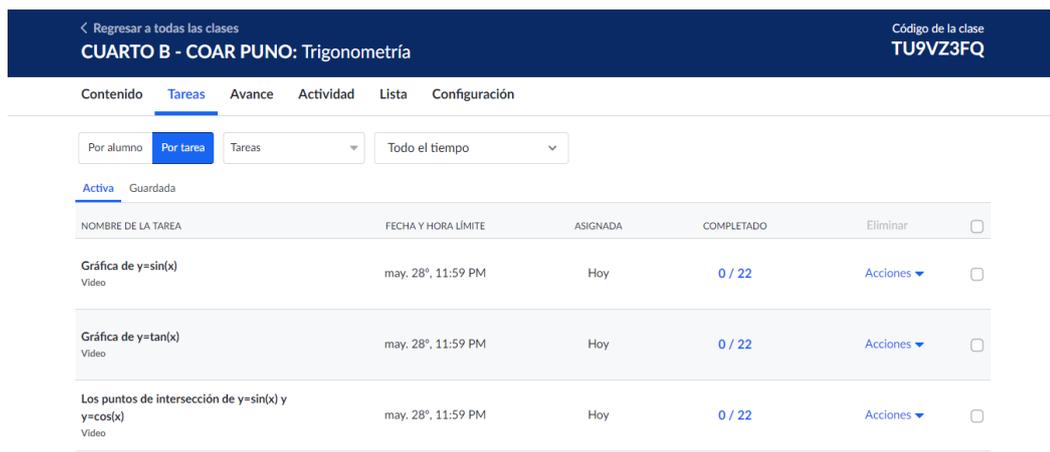


Figura 28. Visualización de cumplimiento de tareas **POR TAREA**.

### 8. Reporte de los avances en las tareas asignadas

Para generar el reporte de avances de las tareas asignadas por estudiante, se debe seleccionar la pestaña “**AVANCE**”, la misma que mostrará el porcentaje de dominio del curso mediante un diagrama de barras, lo que permitirá conocer si los estudiantes cumplieron con el nivel de logro asignado para cada contenido.

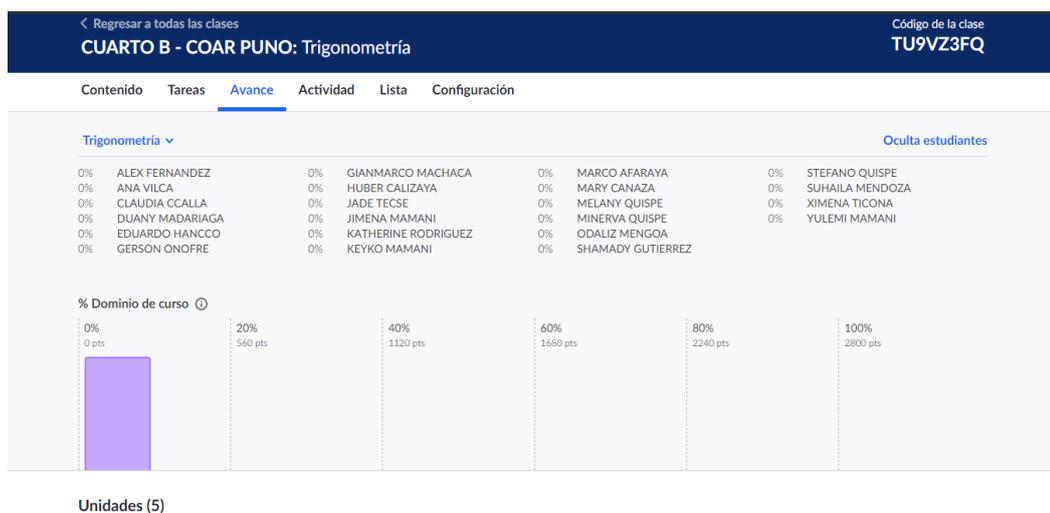


Figura 29. Visualización del reporte de avance por estudiante y nivel de dominio de la clase.

- ✓ Adicionalmente al reporte del porcentaje de dominio alcanzado por la clase, también se puede visualizar el nivel de dominio por cada una de las tareas asignadas, lo que permite al docente tener un informe en tiempo real sobre el progreso o dificultades de los estudiantes y pueda realizar el reforzamiento oportuno en las sesiones de aprendizaje presenciales.



Figura 30. Visualización del reporte de avances y nivel de dominio por contenido.

### 9. Reporte de uso de la plataforma por estudiante

Para verificar la frecuencia de uso y el nivel de actividad que tienen los estudiantes en la plataforma Khan Academy, se debe seleccionar la pestaña “ACTIVIDAD”.



Figura 31. Reporte de actividad de los estudiantes en la plataforma.

### 10. Configuraciones de la clase

Para realizar algunas acciones como la modificación del nombre de la clase, cambiar el curso, descargar datos de los estudiantes, entre otras, deberá seleccionar la pestaña “CONFIGURACIÓN”.



Figura 32. Opción de configuración de la clase.

## 11. Referencias

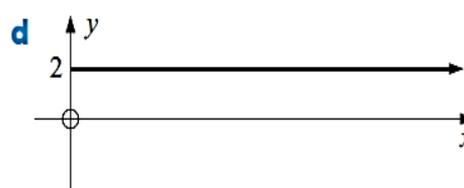
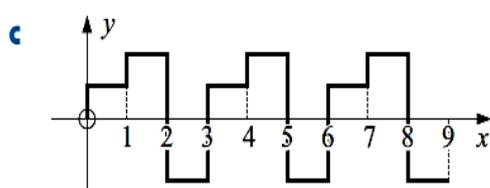
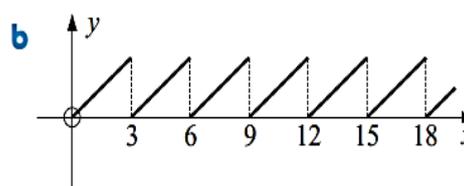
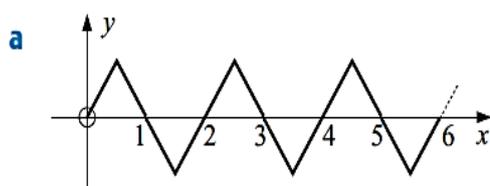
- Khan Academy: “Guía Básica para aprender con Khan Academy”, Recuperado de <http://www.telmexeducacion.com/proyectos/AulaCiencia/Khan%20Academy.pdf>
- Plataforma Khan Academy: <https://es.khanacademy.org/>
- Rodriguez, J. (2014): “Khan Academy. Herramienta para la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática”. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. Recuperado de <https://www.educandojuntos.cl/wp-content/uploads/2016/09/manual-para-el-uso-khan-academy.pdf>

Anexo 10. Prácticas de control de lectura previa

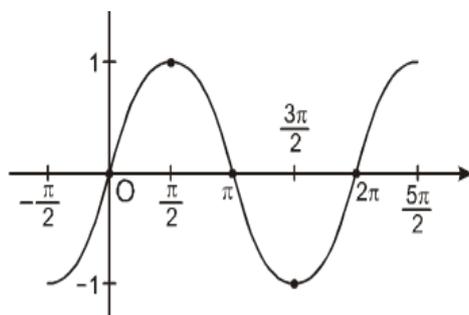
**PRÁCTICA DE CONTROL DE REVISIÓN PREVIA N° 01**  
**FUNCIONES PERIÓDICAS – DOMINIO Y RANGO – PERIODO**

NOMBRES Y APELLIDOS: \_\_\_\_\_

1. ¿Cuál de los siguientes gráficos muestra un comportamiento periódico?

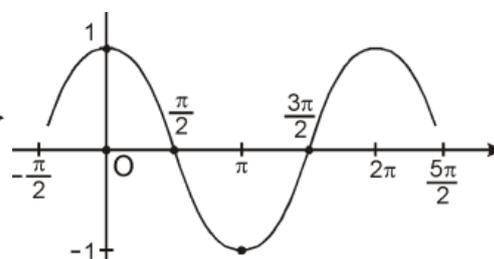


2. Determinar el dominio y rango de las siguientes funciones trigonométricas.



Dominio: \_\_\_\_\_

Rango: \_\_\_\_\_



Dominio: \_\_\_\_\_

Rango: \_\_\_\_\_

3. Determinar el dominio y rango de las siguientes funciones:

i.  $f(x) = \text{sen}(x) - 1$

j.  $f(x) = \text{cos}(3x) - 1$

**PRÁCTICA DE CONTROL DE REVISIÓN PREVIA N° 02**  
**PERIODO – GRÁFICOS DE LA FUNCIÓN SENO Y COSENO**

NOMBRES Y APELLIDOS: \_\_\_\_\_

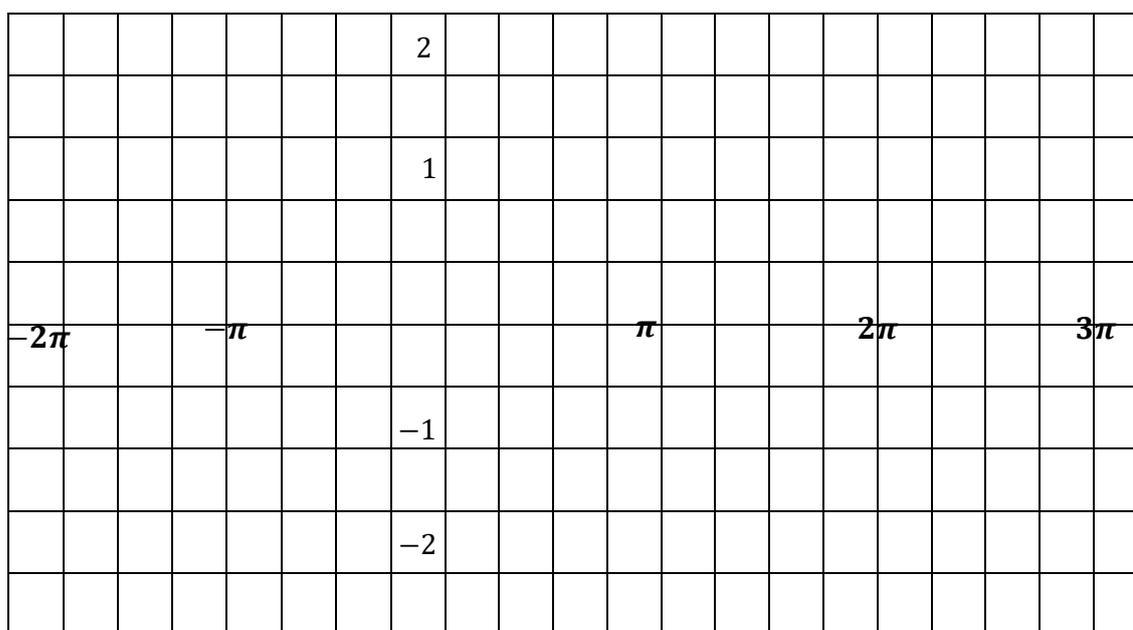
1. Hallar  $B$ :

a.  $(x) = \text{sen}(Bx)$  tiene período  $2\pi$

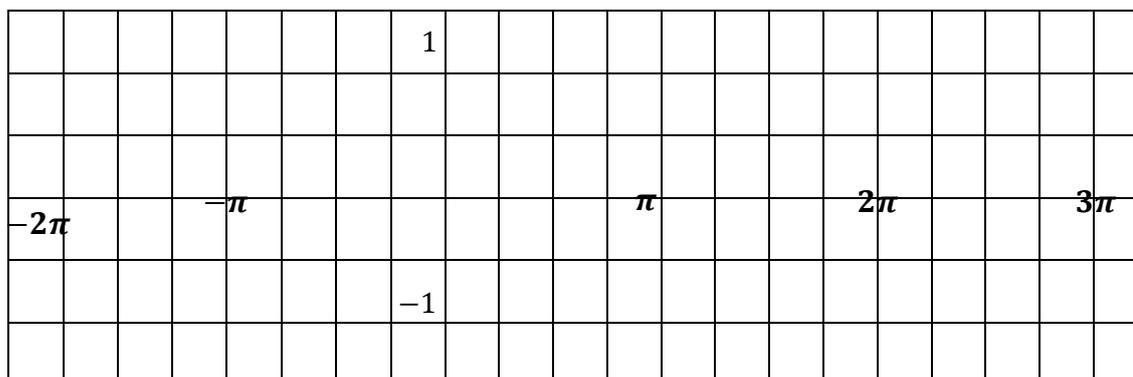
b.  $f(x) = \text{sen}(Bx)$  tiene período 4

2. Dibujar aproximadamente el grafico de las siguientes funciones para  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

a.  $(x) = 2\text{sen}(x)$



b.  $f(x) = \text{cos}(x - \pi)$



**PRÁCTICA DE CONTROL DE REVISIÓN PREVIA N° 03**

**PERIODO – GRÁFICOS DE LA FUNCIÓN TANGENTE**

**NOMBRES Y APELLIDOS:** \_\_\_\_\_

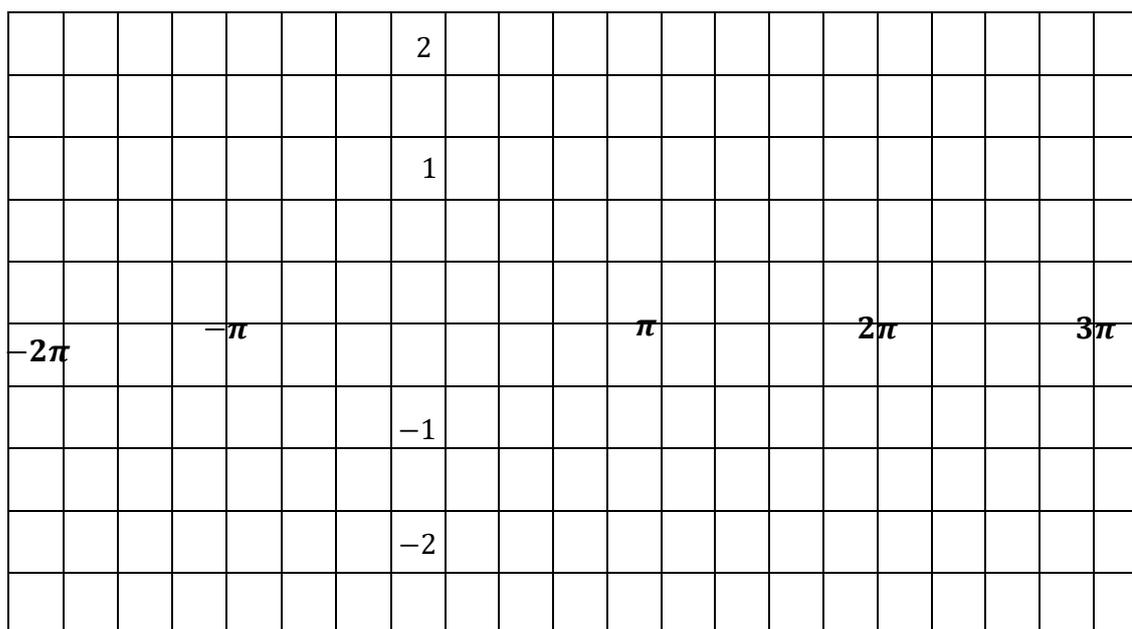
1. Hallar  $B$ :

a.  $(x) = \tan(Bx)$  tiene período  $4\pi$

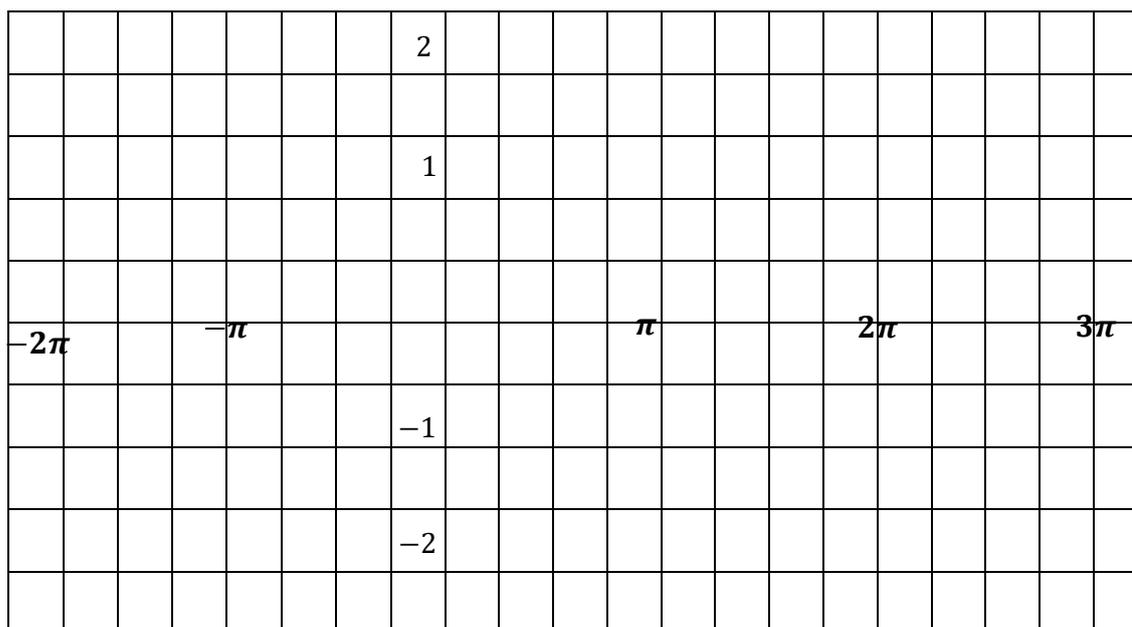
b.  $f(x) = \tan(Bx)$  tiene período 3

2. Dibujar aproximadamente el grafico de las siguientes funciones para  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

a.  $f(x) = \tan(2x)$



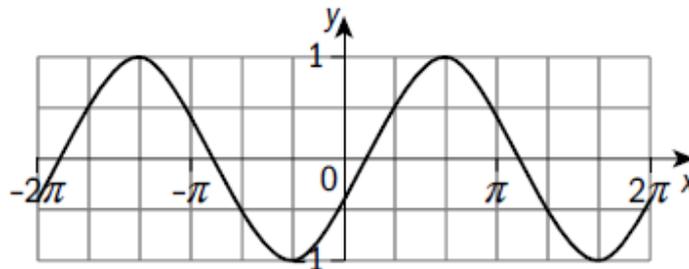
b.  $f(x) = \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$



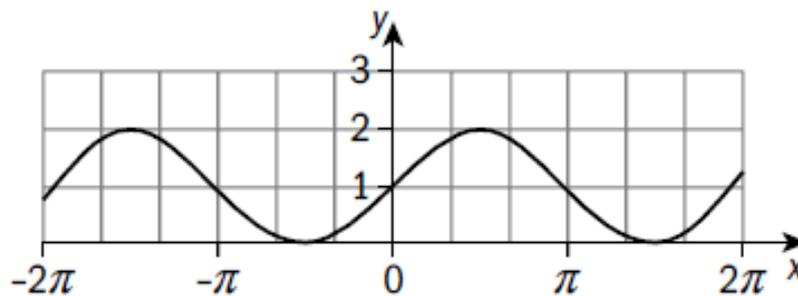
**PRÁCTICA DE CONTROL DE REVISIÓN PREVIA N° 04**  
**TRANSFORMACIONES DE LA FUNCIÓN SENO Y COSENO**

NOMBRES Y APELLIDOS: \_\_\_\_\_

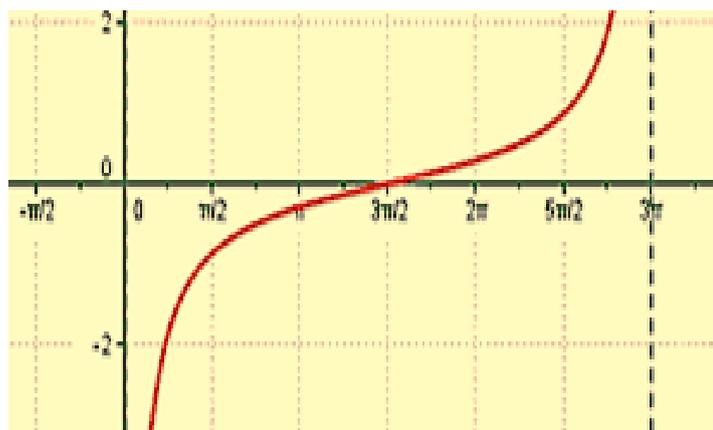
1. Escriba una ecuación para cada una de las siguientes funciones:



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

**PRÁCTICA DE CONTROL DE REVISIÓN PREVIA N° 05**  
**CONSTRUCCIÓN DE MODELOS TRIGONOMÉTRICOS**

**NOMBRES Y APELLIDOS:** \_\_\_\_\_

1. Para cada conjunto de datos:

- a. Utilice los datos para estimar el período, la amplitud y las traslaciones horizontal y vertical.
- b. Escriba una función coseno en la forma  $y = a\cos(b(x - c)) + d$  para modelizar los datos.
- c. Represente gráficamente la función en el mismo sistema de ejes que los datos.
- d. Use la función regresión de la CPG para obtener un modelo para los datos que contenga la función seno, y dibuje el gráfico de esta función en el mismo sistema de ejes que los datos.

$x$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$y$	11,8	8,5	2,2	5,5	11,8	8,5	2,2	5,5	11,8	8,5	2,2

**PRÁCTICA DE CONTROL DE REVISIÓN PREVIA N° 06**  
**APLICACIÓN DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS**

**NOMBRES Y APELLIDOS:** \_\_\_\_\_

1. El modelo para la altura de una luz en una rueda de la fortuna es  $H(t) = 20 - 19 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$ , donde  $H$  es la altura en metros sobre el suelo,  $t$  está en minutos.
- a. ¿Dónde está la luz en el tiempo  $t = 0$ ?
  - b. ¿A qué hora estuvo la luz en su punto más bajo en la primera revolución de la rueda?
  - c. ¿Cuánto tarde la rueda en completar una revolución?
  - d. Dibuje la gráfica de la función  $H(t)$  sobre una revolución.

Anexo 11. Rúbrica de informes

PUNTAJE		0	1	2	3	4
Conocimiento y comprensión	Marco Teórico	No identifica contenidos o incluye temas no relacionados al tema planteado	Identifica parcialmente los contenidos relacionados al tema planteado.	Identifica contenidos relacionados al tema, pero no todos son relevantes o son aplicados durante el desarrollo.	Identifica los contenidos <u>estrictamente</u> relacionados al tema planteado y son utilizados durante el desarrollo	
	Elaboración de gráficos, uso de simbología y notación matemática	No utiliza gráficos, lenguaje y simbología matemática o lo usa de forma inadecuada en el trabajo.	Utiliza gráficos, lenguaje y simbología matemática, en cierto grado adecuado en el trabajo.	Utiliza gráficos, lenguaje y simbología matemática adecuados en la mayor parte del trabajo.	Utiliza gráficos, lenguaje y simbología matemática adecuados en la totalidad del trabajo.	
Resolución de Problemas	Estructura y orden lógico	El trabajo no es coherente ni está organizado.	El trabajo tiene cierta coherencia y organización.	El trabajo es coherente y está bien organizado.	El trabajo es coherente, está bien organizado, y es concisa y completa	
	Uso adecuado de operaciones matemáticas en la resolución de problemas	Las operaciones matemáticas no son correctas o no aplica métodos y herramientas pertinentes.	Las operaciones matemáticas son incorrectas en su mayoría o se aplica métodos y herramientas con poca pertinencia.	Las operaciones matemáticas son correctas parcialmente o se aplica métodos y herramientas con cierta pertinencia.	Las operaciones matemáticas son correctas en su mayor parte aplicando métodos y herramientas pertinentes.	Las operaciones matemáticas son correctas en su totalidad aplicando métodos y herramientas pertinentes.
Enfoque Indagación	Planteamiento y objetivos	El objetivo y la pregunta no son correctos y no están relacionados.	El objetivo o la pregunta son correctos y no están relacionados.	El objetivo y la pregunta son correctos pero no están relacionados.	El objetivo y la pregunta son correctos y están estrechamente relacionados.	
	Argumentación de ideas	No cumple ninguno de los descriptores anteriores	Analiza, evalúa o interpreta algunas ideas principales del trabajo de com poca claridad y precisión.	Analiza, evalúa o interpreta las ideas principales del trabajo de com poca claridad y precisión.	Analiza, evalúa o interpreta las ideas principales del trabajo de com cierta claridad y precisión.	Analiza, evalúa e interpreta las ideas principales del trabajo de forma clara y precisa.

Anexo 12. Sesiones de aprendizaje – Grupo de control

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 01**  
**“Evaluación Pre Test”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 20 de junio del 2019  
 Grado y sección : 4° A – Grupo de Control  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre dominio y rango, amplitud, periodicidad de una función trigonométrica.</li> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones Periódicas. Funciones trigonométricas.</li> <li>• Dominio y recorrido de la función seno, coseno y tangente, amplitud, periodicidad y gráficos.</li> <li>• Gráficas de funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> <li>• Transformaciones de las funciones trigonométricas</li> <li>• Modelar funciones trigonométricas.</li> <li>• Aplicaciones de las funciones trigonométricas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluación Pre Test.</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<b>Inicio:</b>  Para iniciar la sesión se plantea da a conocer el objetivo de la evaluación Pre Test: <i>“Conocer el nivel de</i>	Proyector.	5 min.

<p><i>conocimiento de las funciones trigonométricas y su aplicación en problemas cotidianos a través del uso de modelos”.</i></p> <p><b>Proceso:</b></p> <p>Los estudiantes utilizan sus conocimientos previos y a partir de los temas desarrollados anteriormente desarrollan la evaluación Pre Test (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y autogestión</b>).</p> <p><b>Cierre:</b></p> <p>Los estudiantes reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Qué necesito aprender? ¿Qué estrategias requiero utilizar para mejorar mis aprendizajes?</p> <p>Finalmente, el docente explica la metodología del trabajo a realizar durante el desarrollo de la unidad de Funciones trigonométricas.</p>	Laptop.	90 min.
	Internet.	
	Plumones.	25 min.
	Pizarra.	
	Evaluación Pre Test	

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<b>Conocimiento y comprensión</b>	Evaluación Pre Test	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica.</li> </ul>	Esquema de calificación
<b>Comunicación e interpretación</b>	Evaluación Pre Test	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> </ul>	Esquema de calificación
<b>Resolución de problemas</b>	Evaluación Pre Test	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> el dominio y rango de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> </ul>	Esquema de calificación
<b>Enfoque de indagación</b>	Evaluación Pre Test	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Elabora</b> estrategias de resolución de problemas.</li> </ul>	Esquema de calificación

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)****4.1. PARA EL DOCENTE:**

**4.1.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.1.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.1.3.** Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.

**4.1.4.** Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

**4.2.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.2.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.2.3.** Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2.4.** Plataforma Khan Academy.

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 02**  
**“Funciones Periódicas y Trigonométricas”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 6  
 Fecha : 24 de junio del 2019  
 Grado y sección : 4° A – Grupo de control  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre dominio y rango, amplitud, periodicidad de una función trigonométrica.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones Periódicas. Funciones trigonométricas. Dominio y recorrido de la función seno, coseno y tangente, amplitud, periodicidad y gráficos.</li> <li>• Gráficas de funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b></p> <p>El docente da la bienvenida a los estudiantes y para iniciar con la sesión da a conocer el objetivo del tema a desarrollar: <i>“Identificar las funciones periódicas y reconocer el dominio y recorrido de las funciones trigonométricas seno y coseno”</i>.</p> <p><b>Proceso:</b></p> <p>Los estudiantes revisan la ficha de trabajo con el resumen de las funciones periódicas y las funciones trigonométricas, se presenta y sistematiza la información. El docente explica y resuelve ejercicios de</p>	<p>Proyector.</p> <p>Laptop.</p> <p>Plumones.</p> <p>Pizarra.</p> <p>Material</p>	<p>10 min.</p> <p>70 min.</p>

<p>muestra y luego los estudiantes resuelven ejercicios de determinación del dominio y recorrido de las funciones trigonométricas.</p> <p><b>Cierre:</b></p> <p>Los estudiantes reflexionan sobre el proceso de aprendizaje para lo cual se plantean las siguientes interrogantes ¿Qué aprendí hoy?</p>	<p>bibliográfico</p> <p>Ficha de actividades.</p>	<p>10 min.</p>
---	---	----------------

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<b>Conocimiento y comprensión</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Comunicación e interpretación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Resolución de problemas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Determina</b> el dominio y rango de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Enfoque de indagación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Elabora</b> estrategias de resolución de problemas.</li> </ul>	Pruebas de ejecución

### IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)

#### 4.1. PARA EL DOCENTE:

4.1.1. Buchanan, L. y otros (2015): “*Matemáticas Nivel Medio*”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

4.1.2. Haese, R.; y otros (2012): “*Mathematics for the international student. Mathematics SL*”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

4.1.3. Organización del Bachillerato Internacional (2015): “*IB QUESTION BANK*” First edition.

4.1.4. Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

4.2. **PARA EL ESTUDIANTE:**

4.2.1. Buchanan, L. y otros (2015): “*Matemáticas Nivel Medio*”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

4.2.2. Haese, R.; y otros (2012): “*Mathematics for the international student. Mathematics SL*”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

4.2.3. Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

---

**Firma del docente**

---

**V° B° Acompañante Especializado**

---

**V° B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 03**  
**“Función Seno y Coseno”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 6  
 Fecha : 26 de junio del 2019  
 Grado y sección : 4° A – Grupo de control  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre dominio y rango, amplitud, periodicidad de una función trigonométrica.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones Periódicas. Funciones trigonométricas. Dominio y recorrido de la función seno, coseno y tangente, amplitud, periodicidad y gráficos.</li> <li>• Gráficas de funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<b>Inicio:</b>  El docente da la bienvenida a los estudiantes y para iniciar con la sesión da a conocer el objetivo del tema a desarrollar: <i>“Reconocer el dominio y recorrido de la función trigonométrica tangente”</i> .	Proyector.  Laptop.	10 min.
<b>Proceso:</b>  Los estudiantes revisan la ficha de trabajo con el resumen de las funciones periódicas, en particular las funciones trigonométricas, se presenta y sistematiza la información.  Los estudiantes por equipos resuelven ejercicios de	Plumones.  Pizarra.  Material	60 min.

determinación del dominio y recorrido de las funciones trigonométricas.  <b>Cierre:</b>  Los estudiantes reflexionan sobre el proceso de aprendizaje para lo cual se plantean las siguientes interrogantes ¿Qué aprendí hoy?	bibliográfico  Ficha de actividades.	20 min.
--	--	---------

**III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES**

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<b>Conocimiento y comprensión</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Comunicación e interpretación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Resolución de problemas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Determina</b> el dominio y rango de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Enfoque de indagación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Elabora</b> estrategias de resolución de problemas.</li> </ul>	Pruebas de ejecución

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)**

**4.1. PARA EL DOCENTE:**

- 4.1.1. Buchanan, L. y otros (2015): “*Matemáticas Nivel Medio*”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 4.1.2. Haese, R.; y otros (2012): “*Mathematics for the international student. Mathematics SL*”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 4.1.3. Organización del Bachillerato Internacional (2015): “*IB QUESTION BANK*” First edition.
- 4.1.4. Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

**4.2.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “*Matemáticas Nivel Medio*”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.2.2.** Haese, R.; y otros (2012): “*Mathematics for the international student. Mathematics SL*”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.2.3.** Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

---

**Firma del docente**

---

**V° B° Acompañante Especializado**

---

**V° B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 04**  
**“Función Tangente”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 6  
 Fecha : 28 de junio del 2019  
 Grado y sección : 4° A – Grupo de control  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre dominio y rango, amplitud, periodicidad de una función trigonométrica.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones Periódicas. Funciones trigonométricas. Dominio y recorrido de la función seno, coseno y tangente, amplitud, periodicidad y gráficos.</li> <li>• Gráficas de funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b></p> <p>Para iniciar se recuerda el objetivo del tema: <b>“Representar gráfica y algebraicamente las funciones trigonométricas”</b>.</p> <p><b>Proceso:</b></p> <p>Los estudiantes organizados por equipos elaboran estrategias de manejo de la calculadora para resolver problemas de aplicaciones de las funciones trigonométricas en el contexto real, luego de socializar conclusiones.</p>	<p>Proyector.</p> <p>Laptop.</p> <p>Plumones.</p> <p>Pizarra.</p> <p>Material</p>	<p>10 min.</p> <p>60 min.</p>

<p><b>Cierre:</b></p> <p>Los estudiantes <b>reflexionan</b> sobre las estrategias utilizadas y dificultades presentadas durante el desarrollo del tema trabajado ¿Para qué me servirá lo aprendido?</p>	<p>bibliográfico</p> <p>Ficha de actividades.</p>	<p>20 min.</p>
---	---	----------------

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<b>Conocimiento y comprensión</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Comunicación e interpretación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Resolución de problemas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Determina</b> el dominio y rango de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Enfoque de indagación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fichas de trabajo.</li> <li>Practica Calificada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>Elabora</b> estrategias de resolución de problemas.</li> </ul>	Pruebas de ejecución

### IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)

#### 4.1. PARA EL DOCENTE:

4.1.1. Buchanan, L. y otros (2015): “*Matemáticas Nivel Medio*”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

4.1.2. Haese, R.; y otros (2012): “*Mathematics for the international student. Mathematics SL*”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

4.1.3. Organización del Bachillerato Internacional (2015): “*IB QUESTION BANK*” First edition.

4.1.4. Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

#### 4.2. PARA EL ESTUDIANTE:

- 4.2.1. Buchanan, L. y otros (2015): “*Matemáticas Nivel Medio*”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 4.2.2. Haese, R.; y otros (2012): “*Mathematics for the international student. Mathematics SL*”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 4.2.3. Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

---

**Firma del docente**

---

**V° B° Acompañante Especializado**

---

**V° B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 05**  
**“Transformaciones de las Funciones Trigonómicas”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 01 de julio del 2019  
 Grado y sección : 4° A – Grupo de control  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformaciones de la gráfica de las funciones trigonométricas.</li> <li>• Representación gráfica y algebraica de las funciones trigonométricas.</li> <li>• Aplicaciones de las funciones trigonométricas en situaciones diversas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b></p> <p>El docente da la bienvenida a los estudiantes y da a conocer el objetivo del tema a desarrollar: “<b>Representar las transformaciones de la gráfica de las funciones trigonométricas en forma gráfica y algebraica</b>”.</p> <p><b>Proceso:</b></p> <p>El docente explica las diferentes transformaciones de las gráficas de las funciones trigonométricas sistematizando la información, resuelve un problema modelo y luego los</p>	<p>Proyector.</p> <p>Laptop.</p> <p>Plumones.</p> <p>Pizarra.</p>	<p>15 min.</p> <p>65 min.</p>

<p>estudiantes con la ayuda del docente desarrollan los ejercicios propuestos en la ficha de trabajo, representando gráfica y algebraicamente las funciones trigonométricas.</p> <p><b>Cierre:</b></p> <p>Los estudiantes reflexionan sobre la importancia de las funciones trigonométricas en situaciones reales.</p>	<p>Material bibliográfico</p> <p>Ficha de actividades.</p>	<p>10min.</p>
--	--	---------------

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<p><b>Conocimiento y comprensión</b></p>	<p>Fichas de trabajo.</p> <p>Practica Calificada</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica o gráfica.</li> </ul>	<p>Pruebas de ejecución</p>
<p><b>Comunicación e interpretación</b></p>	<p>Fichas de trabajo.</p> <p>Practica Calificada</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> <li>• <b>Representa</b> un conjunto de datos mediante funciones trigonométricas.</li> </ul>	<p>Pruebas de ejecución</p>
<p><b>Resolución de problemas</b></p>	<p>Fichas de trabajo.</p> <p>Practica Calificada</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> un modelo trigonométrico para representa situaciones reales.</li> <li>• <b>Resuelve</b> situaciones reales utilizando modelos de funciones trigonométricas con la CPG.</li> </ul>	<p>Pruebas de ejecución</p>
<p><b>Enfoque de indagación</b></p>	<p>Fichas de trabajo.</p> <p>Practica Calificada</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Sugiere</b> situaciones de aplicación de las funciones trigonométricas en el contexto real.</li> </ul>	<p>Pruebas de ejecución</p>

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)****4.1. PARA EL DOCENTE:**

**4.1.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.1.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.1.3.** Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

**4.2.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.2.2.** Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 06**  
**“Modelar Funciones Trigonométricas”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 03 de julio del 2019  
 Grado y sección : 4° A – Grupo de control  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformaciones de la gráfica de las funciones trigonométricas.</li> <li>• Representación gráfica y algebraica de las funciones trigonométricas.</li> <li>• Aplicaciones de las funciones trigonométricas en situaciones diversas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b></p> <p>El docente da la bienvenida a los estudiantes y explica el objetivo del tema: “<b>Representar un conjunto de datos mediante un modelo trigonométrico utilizando la calculadora de pantalla gráfica</b>”.</p> <p><b>Proceso:</b></p> <p>El docente explica el uso de la calculadora de pantalla gráfica para modelizar un conjunto de datos que tienen un comportamiento periódico, en seguida los estudiantes</p>	<p>Proyector.</p> <p>Laptop.</p> <p>Plumones.</p> <p>Pizarra.</p>	<p>10 min.</p> <p>60 min.</p>

<p>organizados por equipos modelizan otros conjuntos de datos para reforzar el método de solución de problemas desarrollando la ficha de actividades.</p> <p><b>Cierre:</b></p> <p>Los estudiantes <b>reflexionan</b> sobre lo aprendido en la sesión ¿Qué aprendí? ¿Para qué me servirá lo aprendido?</p>	<p>Ficha de actividades.</p> <p>Material bibliográfico</p>	<p>20 min.</p>
--	--	----------------

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<b>Conocimiento y comprensión</b>	Fichas de trabajo.  Practica Calificada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica o gráfica.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Comunicación e interpretación</b>	Fichas de trabajo.  Practica Calificada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> <li>• <b>Representa</b> un conjunto de datos mediante funciones trigonométricas.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Resolución de problemas</b>	Fichas de trabajo.  Practica Calificada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> un modelo trigonométrico para representa situaciones reales.</li> <li>• <b>Resuelve</b> situaciones reales utilizando modelos de funciones trigonométricas con la CPG.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Enfoque de indagación</b>	Fichas de trabajo.  Practica Calificada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Sugiere</b> situaciones de aplicación de las funciones trigonométricas en el contexto real.</li> </ul>	Pruebas de ejecución

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)****4.1. PARA EL DOCENTE:**

**4.1.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.1.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.1.3.** Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

**4.2.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.2.2.** Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 07**  
**“Aplicaciones de las Funciones Trigonométricas”**

**I. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 05 de julio del 2019  
 Grado y sección : 4° A – Grupo de control  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**II. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformaciones de la gráfica de las funciones trigonométricas.</li> <li>• Representación gráfica y algebraica de las funciones trigonométricas.</li> <li>• Aplicaciones de las funciones trigonométricas en situaciones diversas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo</li> <li>• Practica Calificada</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<p><b>Inicio:</b></p> <p>El docente da la bienvenida e inicia la sesión planteando el objetivo del tema: “<b>Representar situaciones reales de comportamientos periódicos mediante modelos</b>”.</p> <p><b>Proceso:</b></p> <p>El docente explica cómo resolver los problemas de aplicación de las funciones trigonométricas en situaciones de contexto real. Luego los estudiantes resuelven</p>	<p>Proyector.</p> <p>Laptop.</p> <p>Plumones.</p> <p>Pizarra.</p>	<p>10 min.</p> <p>60 min.</p>

<p>problemas de aplicación propuestas en la ficha de trabajo, utilizando la calculadora de pantalla gráfica.</p> <p><b>Cierre:</b></p> <p>Para terminar pide que comenten sobre algunas aplicaciones de las funciones trigonométricas en situaciones reales. Los estudiantes <b>reflexionan</b> sobre las estrategias utilizadas y dificultades presentadas durante el desarrollo del tema trabajado ¿Qué aprendí? ¿Para qué me servirá lo aprendido?</p>	<p>Ficha de actividades.</p> <p>Material bibliográfico</p>	<p>20 min.</p>
---	--	----------------

### III. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<b>Conocimiento y comprensión</b>	Fichas de trabajo.  Practica Calificada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica o gráfica.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Comunicación e interpretación</b>	Fichas de trabajo.  Practica Calificada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.</li> <li>• <b>Representa</b> un conjunto de datos mediante funciones trigonométricas.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Resolución de problemas</b>	Fichas de trabajo.  Practica Calificada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Determina</b> un modelo trigonométrico para representa situaciones reales.</li> <li>• <b>Resuelve</b> situaciones reales utilizando modelos de funciones trigonométricas con la CPG.</li> </ul>	Pruebas de ejecución
<b>Enfoque de indagación</b>	Fichas de trabajo.  Practica Calificada	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Sugiere</b> situaciones de aplicación de las funciones trigonométricas en el contexto real.</li> </ul>	Pruebas de ejecución

**IV. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)****4.1. PARA EL DOCENTE:**

**4.1.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.1.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**4.1.3.** Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**4.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

**4.2.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**4.2.2.** Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 08**  
**“Evaluación Post Test”**

**V. DATOS GENERALES**

Colegio de Alto Rendimiento : Puno  
 Asignatura : Matemáticas NM  
 Horas pedagógicas : 2  
 Fecha : 10 de julio del 2019  
 Grado y sección : 4° A – Grupo de Control  
 Profesor : Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

**VI. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

<b>CAPACIDADES:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>5. Elabora y usa modelos algebraicos.</li> <li>6. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>7. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.</li> <li>8. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ol>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre dominio y rango, amplitud, periodicidad de una función trigonométrica.</li> <li>• Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de funciones trigonométricas.</li> <li>• Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema, y emplea materiales y recursos tecnológicos para determinar la que representó mejor las condiciones del problema.</li> </ul>		
<b>TEMÁTICA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones Periódicas. Funciones trigonométricas.</li> <li>• Dominio y recorrido de la función seno, coseno y tangente, amplitud, periodicidad y gráficos.</li> <li>• Gráficas de funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> <li>• Transformaciones de las funciones trigonométricas</li> <li>• Modelar funciones trigonométricas.</li> <li>• Aplicaciones de las funciones trigonométricas.</li> </ul>		
<b>EVIDENCIA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluación Post Test.</li> </ul>		
<b>Actividades en la enseñanza- Aprendizaje</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo</b>
<b>Inicio:</b>  Para iniciar la sesión se plantea da a conocer el objetivo de la evaluación Post Test: <i>“Conocer el nivel de conocimiento de las funciones trigonométricas y su aplicación en problemas cotidianos a través del uso de</i>	Proyector.  Laptop.	5 min.

<p><i>modelos”.</i></p> <p><b>Proceso:</b></p> <p>Los estudiantes utilizan sus conocimientos previos y a partir de los temas desarrollados anteriormente desarrollan la evaluación Pre Test (<b>Enfoque de indagación – Habilidades investigativas, de pensamiento y autogestión</b>).</p> <p><b>Cierre:</b></p> <p>Los estudiantes reflexionan sobre las estrategias de aprendizaje utilizadas ¿Qué aprendí? ¿Qué estrategias utilice para aprender?</p> <p>El docente explica la importancia de revisar anticipadamente los contenidos y ayuda a los estudiantes a reconocer cual fue el rol de esta revisión previa y los motiva a continuar con la metodología para mejorar sus aprendizajes. Finalmente, da los agradecimientos correspondientes para llevar adelante la investigación.</p>	Internet.	90 min.
	Plumones.  Pizarra.  Evaluación Pre Test	25 min.

**VII. VALORACIÓN DE LOS APRENDIZAJES**

CRITERIOS	EVIDENCIA	INDICADORES DE DESEMPEÑO	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
<b>Conocimiento y comprensión</b>	Evaluación Post Test	• <b>Identifica</b> la amplitud y periodo de una función trigonométrica a partir de una expresión simbólica.	Esquema de calificación
<b>Comunicación e interpretación</b>	Evaluación Post Test	• <b>Escribe</b> el periodo, amplitud de una función trigonométrica a partir de un gráfico.	Esquema de calificación
<b>Resolución de problemas</b>	Evaluación Post Test	• <b>Determina</b> el dominio y rango de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente.	Esquema de calificación
<b>Enfoque de indagación</b>	Evaluación Post Test	• <b>Elabora</b> estrategias de resolución de problemas.	Esquema de calificación

**VIII. BIBLIOGRAFÍA y/o RECURSOS DE SOPORTE PARA EL DOCENTE Y ESTUDIANTE (LIBROS, PLATAFORMAS, PÁGINAS WEB, ETC)****8.1. PARA EL DOCENTE:**

**8.1.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**8.1.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**8.1.3.** Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.

**8.1.4.** Recursos tecnológicos (Emulador de la Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**8.2. PARA EL ESTUDIANTE:**

**8.2.1.** Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.

**8.2.2.** Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.

**8.2.3.** Recursos tecnológicos (Calculadora HP Prime Graphing Calculator).

**8.2.4.** Plataforma Khan Academy.

---

**Firma del docente**

---

**V°B° Acompañante Especializado**

---

**V°B° Dirección Académica**

Anexo 13. Material de trabajo – Grupo de Control

**MATERIAL DE TRABAJO**  
**FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS**

**1. FUNCIONES PERIÓDICAS**

Si una función  $f$  cumple la propiedad  $f(x + T) = f(x)$ , para todo  $x$  de su dominio, siendo  $T$  una constante real diferente de cero, entonces  $f$  es periódica. El menor número positivo  $T$  se denomina período (período principal o período mínimo) de la función  $f$ .

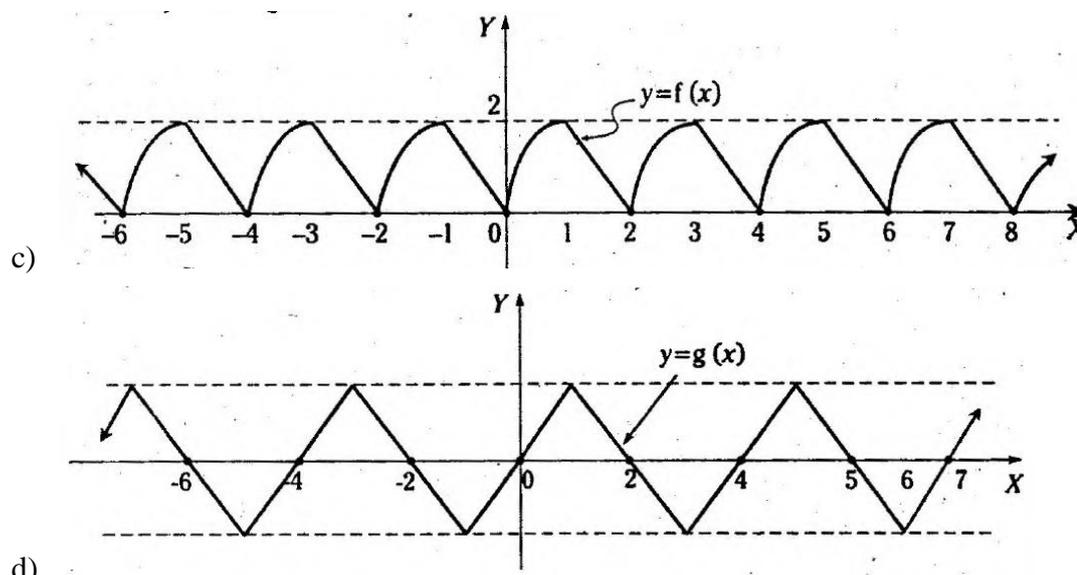


Figura 1. Ejemplos de función periódica.

En los ejemplos anteriores, se puede observar que las dos funciones tienen una parte de su gráfico que se repite, en **a)** por ejemplo se repite el gráfico cada 2 unidades ( $T = 2$ ) y en **b)** se repite el gráfico cada 4 unidades ( $T = 4$ ).

Las funciones que tienen un patrón repetitivo son llamadas funciones periódicas.

**2. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS:**

Denominaremos Función Trigonométrica al conjunto no vacío de pares ordenados  $(x, y)$ , de los cuales, los primeros elementos son números reales (ángulos expresado en radianes), y los segundos elementos vienen a ser los correspondientes valores de las razones trigonométricas de dichos ángulos.

$$y = F.T.(x)$$

Esto es:  $F = \{(x; y)/x, y \in R; y = F.T.(x)\}$

### 3. FUNCIÓN SENO

$$F = \{(x; y)/x, y \in R; y = \text{sen}(x)\}$$

- ✓ DOMINIO:  $Dom F = R$ , es decir  $x \in R$ .
- ✓ RANGO:  $Ran F = [-1, 1]$ , es decir  $-1 \leq y \leq 1$ .
- ✓ PERIODO:  $T = 2\pi$ .
- ✓ GRÁFICO:

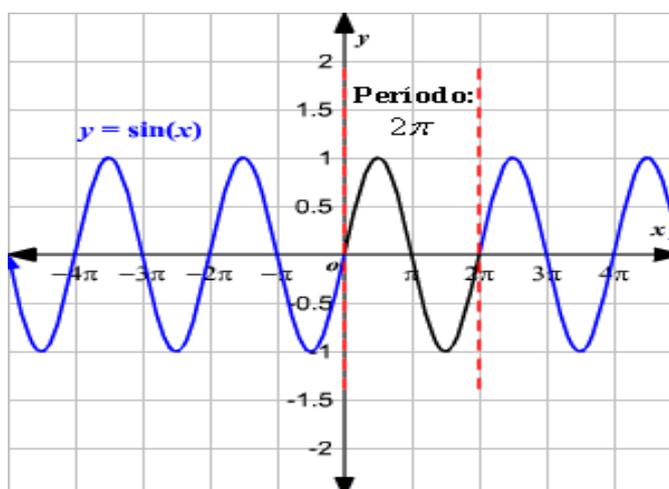


Figura 2. Gráfico de la función seno  $y = \text{sen}(x)$

### 4. FUNCIÓN COSENO

$$F = \{(x; y)/x, y \in R; y = \text{cos}(x)\}$$

- ✓ DOMINIO:  $Dom F = R$ , es decir  $x \in R$ .
- ✓ RANGO:  $Ran F = [-1, 1]$ , es decir  $-1 \leq y \leq 1$ .
- ✓ PERIODO:  $T = 2\pi$ .
- ✓ GRÁFICO:

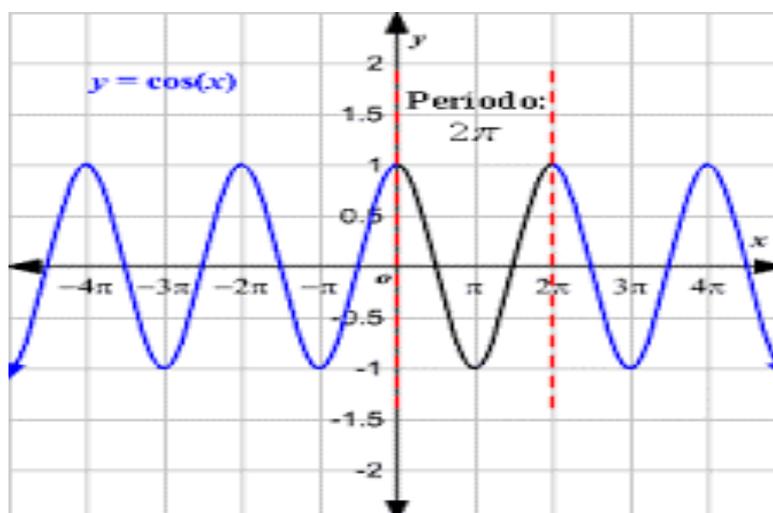


Figura 3. Gráfico de la función coseno  $y = \text{cos}(x)$

### 5. FUNCIÓN TANGENTE

$$F = \{(x; y)/x, y \in R; y = \tan(x)\}$$

- ✓ DOMINIO:  $Dom F = R - \left\{\frac{(2n+1)\pi}{2}\right\}$ , donde  $n \in Z$ .
- ✓ RANGO:  $Ran F = R$
- ✓ PERIODO:  $T = \pi$
- ✓ ASÍNTOTAS:  $x = \frac{(2n+1)\pi}{2}$ , donde  $n \in Z$ .
- ✓ GRÁFICO:

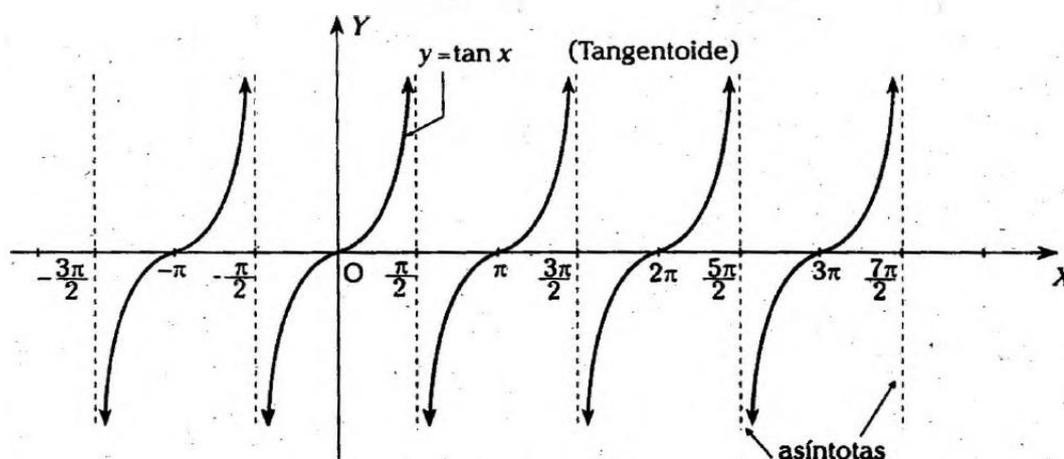


Figura 4. Gráfico de la función tangente  $y = \tan(x)$

### 6. TRANSFORMACIÓN DE LAS FUNCIONES SENO Y COSENO

Para realizar la transformación de funciones compuestas de la forma:

$$f(x) = A \text{sen}(B(x + C)) + D \quad \text{y} \quad f(x) = A \text{cos}(B(x + C)) + D$$

Es importante tener en cuenta los siguientes elementos de la gráfica de la función trigonométrica.

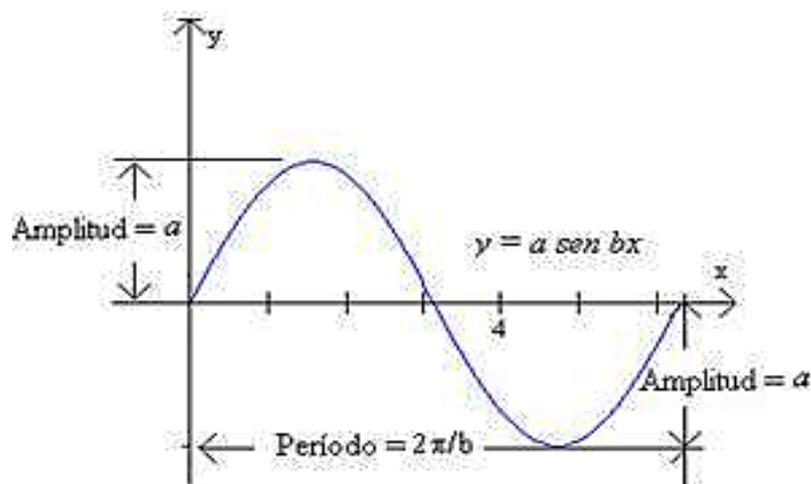
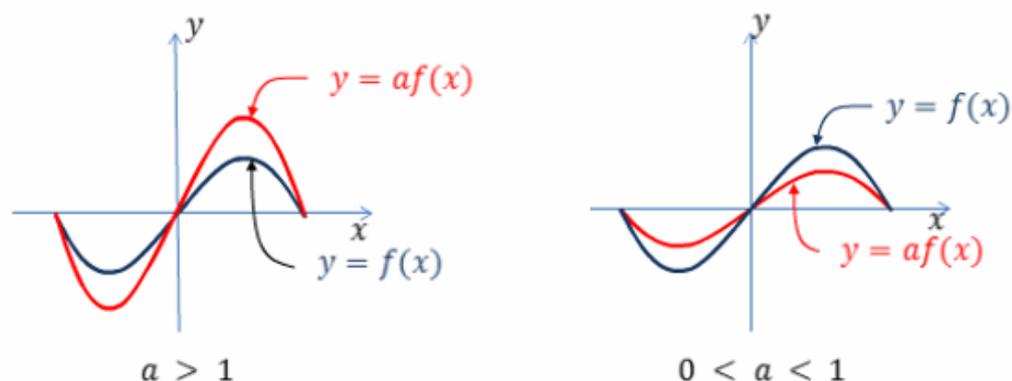


Figura 5. Amplitud y período de la función seno  $y = a \text{sen}(bx)$

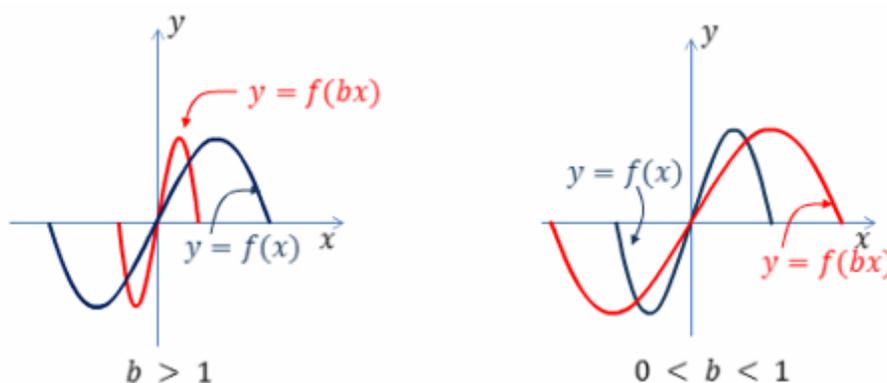
Para las funciones de este tipo, pueden ocurrir cuatro transformaciones.

- ✓ *A*: Representa un estiramiento vertical. La amplitud de la función seno o coseno será igual a  $|A|$ .



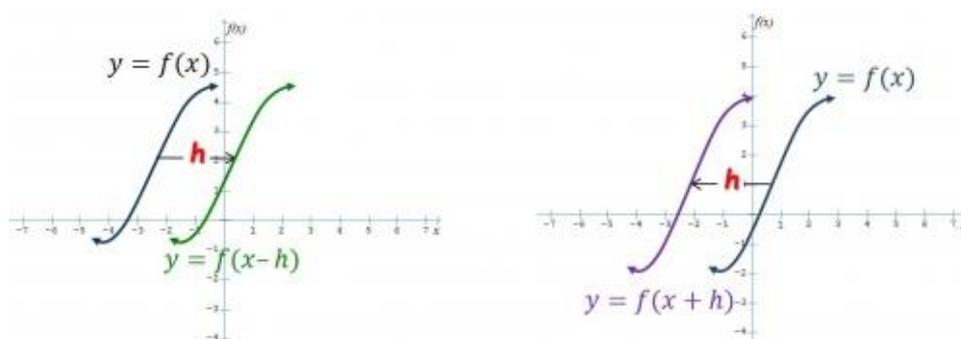
**Figura 6. Gráfico del estiramiento vertical de la función  $y = f(x)$**

- ✓ *B*: Representa un estiramiento horizontal, que afecta al período de la función. El período de la función seno o coseno será igual a  $T = \frac{2\pi}{|B|}$ .



**Figura 7. Gráfico del estiramiento horizontal de la función  $y = f(x)$**

- ✓ *C*: Representa una traslación (o un desplazamiento) horizontal. La función se desplazará a la derecha si *C* es negativo o hacia a la izquierda si *C* es positivo.



**Figura 8. Gráfico de la traslación horizontal de la función  $y = f(x)$**

- ✓  $D$ : Representa una traslación (o un desplazamiento) vertical. La función se desplazará hacia arriba si  $D$  es positivo o hacia abajo si  $D$  es negativo.

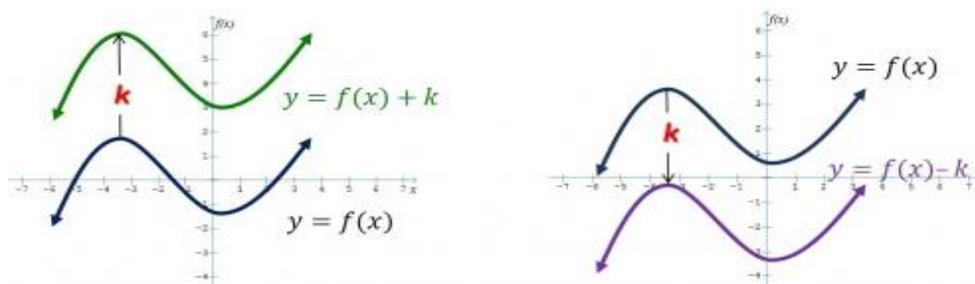


Figura 9. Gráfico de la traslación vertical de la función  $y = f(x)$

### 7. TRANSFORMACIÓN DE LA FUNCIÓN TANGENTE

Para realizar la transformación de funciones compuestas de la forma:

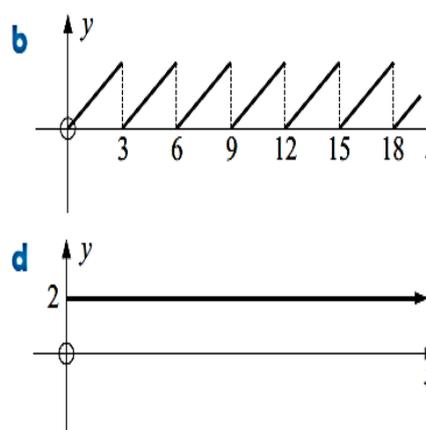
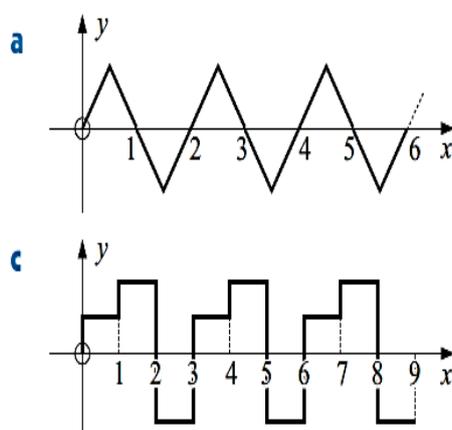
$$f(x) = A \tan(B(x + C)) + D$$

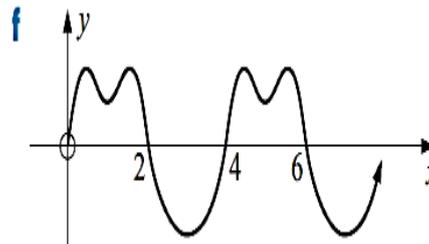
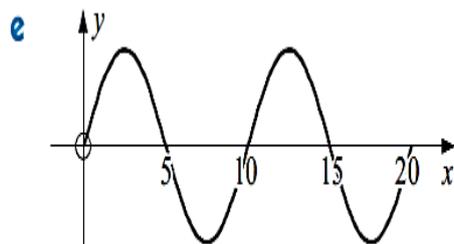
Para las funciones de este tipo, pueden ocurrir cuatro transformaciones.

- ✓  $A$ : Representa un estiramiento vertical. La amplitud de la función tangente es  $-\infty < x < \infty$ .
- ✓  $B$ : Representa un estiramiento horizontal, que afecta al período de la función. El período de la función tangente será igual a  $T = \frac{\pi}{|B|}$ .
- ✓  $C$ : Representa una traslación (o un desplazamiento) horizontal. La función se desplazará a la derecha si  $C$  es negativo o hacia a la izquierda si  $C$  es positivo.
- ✓  $D$ : Representa una traslación (o un desplazamiento) vertical. La función se desplazará hacia arriba si  $D$  es positivo o hacia abajo si  $D$  es negativo.

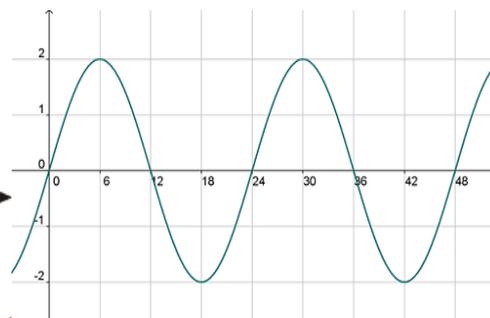
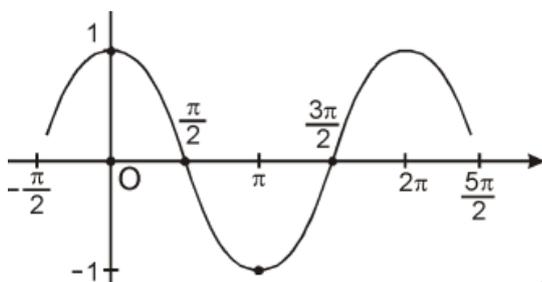
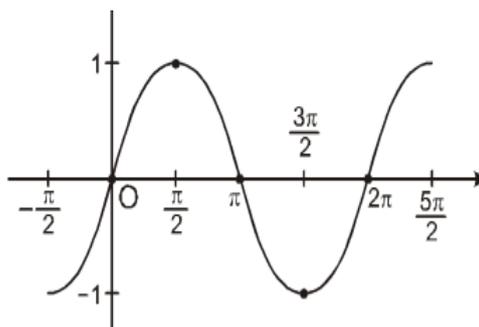
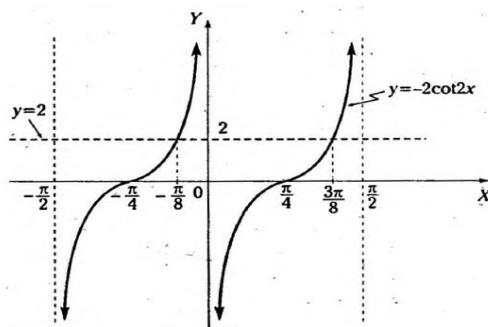
### 8. APLICACIONES

1. ¿Cuál de los siguientes gráficos muestra un comportamiento periódico?





2. Determinar el dominio y rango de las siguientes funciones trigonométricas.



3. Determinar el dominio y rango de las siguientes funciones:

k.  $f(x) = \text{sen}(x) - 1$

o.  $f(x) = 2 \cos(4x) - 1$

l.  $f(x) = \text{sen}(4x) + 3$

p.  $f(x) = \tan(x) - 1$

m.  $f(x) = \cos(3x) - 1$

q.  $f(x) = \tan(3x) - 1$

n.  $f(x) = 8 \text{sen}(x) - 1$

r.  $f(x) = \tan(4x) - 1$

4. Determine el periodo de las siguientes funciones:

g.  $f(x) = \text{sen}(4x)$

k.  $f(x) = \tan(5x)$

h.  $f(x) = \text{sen}(-4x)$

l.  $f(x) = \tan(3x)$

i.  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

j.  $f(x) = \cos(0,6x)$

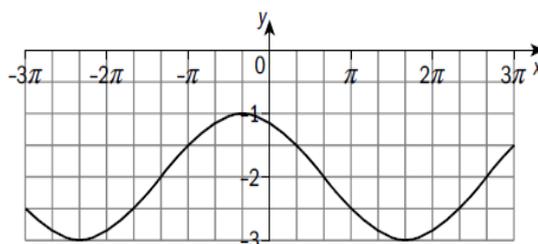
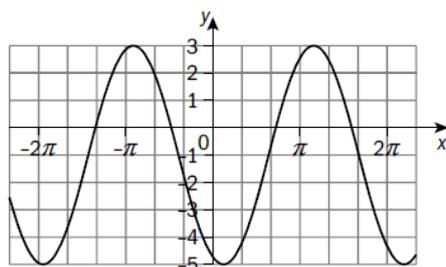
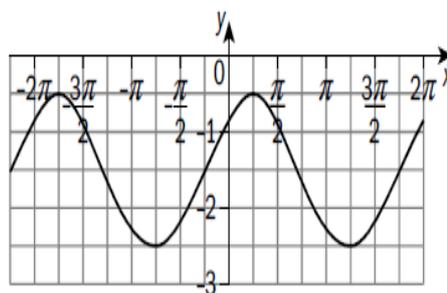
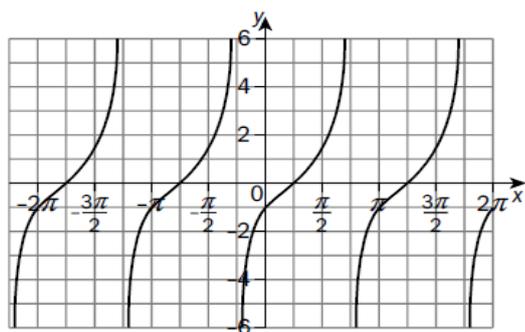
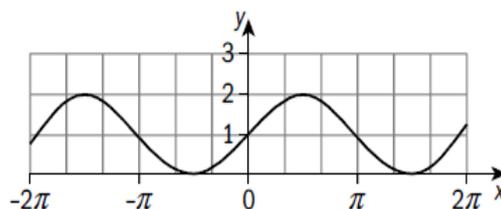
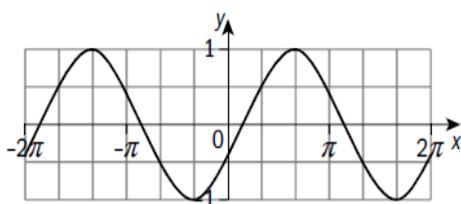
5. Hallar  $B$ :

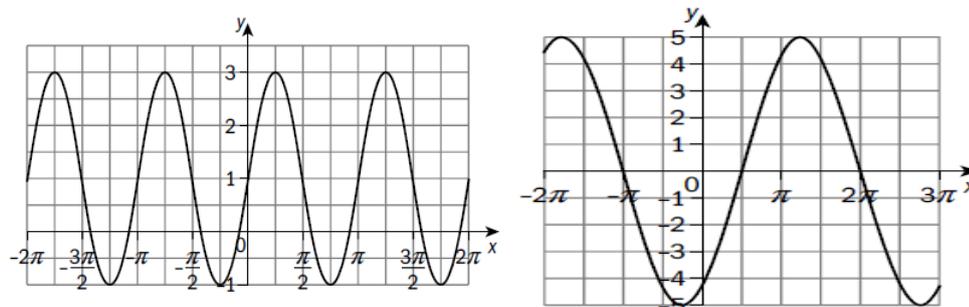
- a.  $f(x) = \text{sen}(Bx)$  tiene período  $2\pi$
- b.  $f(x) = \text{tan}(Bx)$  tiene período  $\frac{\pi}{2}$
- c.  $f(x) = \text{cos}(Bx)$  tiene período  $\frac{2\pi}{3}$
- d.  $f(x) = \text{sen}(Bx)$  tiene período 4
- e.  $f(x) = \text{tan}(Bx)$  tiene período 2
- f.  $f(x) = \text{cos}(Bx)$  tiene período  $\frac{\pi}{3}$

6. Dibujar aproximadamente el grafico de las siguientes funciones para  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

- a.  $f(x) = \frac{2}{3} \text{sen}(x)$
- b.  $f(x) = 3 \text{cos}(x)$
- c.  $f(x) = 1 + 2\text{sen}(x)$
- d.  $f(x) = 3 \text{cos}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
- e.  $f(x) = \text{sen}(x + \pi) + 2$
- f.  $f(x) = \text{tan}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$
- g.  $f(x) = \text{sen}2\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$
- h.  $f(x) = 2 \text{cos}2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$

7. Escriba una ecuación para cada una de las siguientes funciones:





8. Para cada conjunto de datos:
- Utilice los datos para estimar el período, la amplitud y las traslaciones horizontal y vertical.
  - Escriba una función coseno en la forma  $y = a \cos(b(x - c)) + d$  para modelizar los datos.
  - Represente gráficamente la función en el mismo sistema de ejes que los datos.
  - Use la función regresión de la CPG para obtener un modelo para los datos que contenga la función seno, y dibuje el gráfico de esta función en el mismo sistema de ejes que los datos.

(i)

$x$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$y$	11,8	8,5	2,2	5,5	11,8	8,5	2,2	5,5	11,8	8,5	2,2

(ii)

$x$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$y$	12,5	9,3	12,5	18,9	21,9	18,9	12,5	9,3	12,5	18,9	21,9

(iii)

$x$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$y$	1,8	2,1	1,8	1,3	0,7	0,5	0,7	1,3	1,8	2,1	1,8

9. La población estimada de saltamontes después de  $t$  semanas, donde  $0 \leq t \leq 12$  esta dada por  $P(t) = 7500 + 3000 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{8}\right)$ .

- a. Cual fue:            **i)** La estimación inicial.            **ii)** ¿La estimación después de 5 semanas?
- b. ¿Cuál fue el mayor tamaño de la población en este intervalo y cuándo ocurrió?
- c. Cuándo la población es: **i)** ¿9000?            **ii)** ¿6000?
- d. ¿Durante qué intervalo(s) de tiempo el tamaño de la población supera los 10000?
- 10.** El modelo para la altura de una luz en una rueda de la fortuna es  $H(t) = 20 - 19 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$ , donde  $H$  es la altura en metros sobre el suelo,  $t$  está en minutos.
- a. ¿Dónde está la luz en el tiempo  $t = 0$ ?
- b. ¿A qué hora estuvo la luz en su punto más bajo en la primera revolución de la rueda?
- c. ¿Cuánto tarde la rueda en completar una revolución?
- d. Dibuje la gráfica de la función  $H(t)$  sobre una revolución.
- 11.** La población de búfalos de agua está dada por:  $P(t) = 400 + 250 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{2}\right)$ , donde  $t$  es el número de años desde la primera estimación.
- a. ¿Cuál fue la estimación inicial?
- b. Cuál fue el tamaño de la población después de: **i)** ¿6 meses?    **ii)** ¿Dos años?
- c. Hallar  $P(1)$ . ¿Cuál es el significado de este valor?
- d. Hallar el tamaño más pequeño de la población y cuando ocurre por primera vez.
- e. Hallar el primer intervalo de tiempo cuando la manada supera los 500.
- 12.** La profundidad del agua al final de un muelle puede estimarse mediante la función  $P(t) = 5,6 \operatorname{sen}0,5236(t - 2,5) + 14,9$ , donde  $P$  es la profundidad del agua en metros, y  $t$  es el número de horas después de la noche.
- a. ¿Cuál es el periodo de la función?
- b. Estime la profundidad del agua a medianoche.
- c. Estime la profundidad del agua a las 14:00
- d. ¿A qué hora alcanzará el agua por primera vez su mayor profundidad?

13. La temperatura máxima promedio en una ciudad puede modelizarse mediante la función mediante la función  $T(d) = 17,5 \cos 0,0172(d - 187) + 12,5$ , donde  $T$  es la temperatura en grados Celsius, y  $d$  es el día del año (*1 de enero = 1; 14 de enero = 14; etc.*).

- a. ¿Cuál es la temperatura máxima esperada en esta ciudad el primer día de febrero?
- b. ¿Cuál es la temperatura máxima esperada y en qué día ocurrirá?
- c. ¿Cuántos días de cada año se espera que la temperatura no supere los cero grados?

14. A continuación se muestra una tabla que muestra la temperatura máxima mensual media (°C) para una ciudad.

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Set	Oct	Nov	Dic
Temperatura	15	14	15	18	21	25	27	26	24	20	18	16

- a. Se utiliza una función seno de la forma  $T(t) = A \operatorname{sen} B(t - C) + D$  para modelar los datos. Encuentre buenas estimaciones de las constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  sin usar tecnología. Use *Enero = 1, Febrero = 2, etc.*
- b. Use la tecnología para verificar tu respuesta en a. ¿Qué tan bien encaja tu modelo?

## 9. Referencias

- 9.1. Buchanan, L. y otros (2015): “Matemáticas Nivel Medio”. Primera publicación. Oxford University Press. Oxford.
- 9.2. Haese, R.; y otros (2012): “Mathematics for the international student. Mathematics SL”. Third edition. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 9.3. Urban, Paul y otros (2004): “Mathematics for the internacional students”. Primera edición. Haese & Harrys Publications. Australia.
- 9.4. Organización del Bachillerato Internacional (2015): “IB QUESTION BANK” First edition.
- 9.5. Temas de matemáticas Inc. (25/06/2012): “Transformación de funciones”. Recuperado de la dirección web <https://sites.google.com/site/gaseportafolio/2-funciones-reales-de-variable-real/2-4-transformacion-de-funciones>.



N°	APELLIDOS Y NOMBRES	PUNOS						1a	1b	2	3	4	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c	TOTAL
		P1	P2	P3	P4	P5	P6													
01	A E M P	20,00	20,00	20,00	17,00	20,00	19,00	2,00	1,00	2,00	1,50	1,00	2,00	2,00	2,00	2,20	2,00	0,50	20,00	
02	C J H R	18,00	14,00	16,00	30,00	16,00	15,00	1,10	1,00	1,00	2,50	2,40	1,00	0,00	1,00	1,60	0,00	1,00	14,00	
03	C A M L	20,00	8,00	6,00	9,00	11,00	11,00	1,60	1,00	1,50	2,50	2,00	1,00	0,00	1,00	2,00	0,00	0,00	14,00	
04	C A C L	20,00	20,00	16,00	14,00	19,00	18,00	2,00	1,00	1,50	3,00	2,00	1,00	1,00	1,00	1,70	0,00	1,00	17,00	
05	F C A R	20,00	20,00	20,00	17,00	20,00	19,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,40	2,00	1,00	20,00	
06	G C S A P	18,00	18,00	14,00	7,00	17,00	14,00	1,60	1,00	0,50	2,00	2,20	1,00	0,00	1,00	2,20	0,00	0,00	13,00	
07	H S E	20,00	20,00	16,00	17,00	19,00	18,00	1,60	1,00	2,00	3,00	1,00	3,00	2,00	2,00	1,40	0,00	1,00	20,00	
08	M V G F	20,00	20,00	10,00	11,00	17,00	15,00	1,00	1,00	0,50	2,50	2,00	2,00	0,00	1,00	2,40	2,00	0,00	15,00	
09	M B D M	14,00	20,00	12,00	30,00	15,00	14,00	1,30	1,00	2,00	2,50	2,00	3,00	0,00	1,00	2,40	0,00	0,00	16,00	
10	M C J M	20,00	12,00	14,00	16,00	15,00	16,00	2,00	1,00	1,00	2,50	1,50	2,00	2,00	2,00	2,20	1,00	0,50	19,00	
11	M C Y M	8,00	4,00	12,00	7,00	8,00	8,00	2,00	1,00	0,00	2,50	2,00	1,00	0,00	1,00	2,70	0,00	0,00	13,00	
12	M T K T	20,00	20,00	16,00	11,00	19,00	17,00	1,60	1,00	2,00	2,50	1,00	2,00	0,00	1,00	1,40	0,00	1,00	15,00	
13	M S M	16,00	14,00	16,00	13,00	15,00	15,00	1,75	1,00	1,00	2,00	2,00	1,00	0,00	1,00	2,00	2,00	1,00	16,00	
14	M F O	14,00	20,00	18,00	15,00	17,00	17,00	2,00	1,00	1,50	1,75	2,00	3,00	2,00	2,00	1,60	0,00	0,00	19,00	
15	O P G D	18,00	14,00	20,00	16,00	17,00	17,00	2,00	1,00	0,50	2,50	1,00	3,00	2,00	1,00	1,80	2,00	0,50	18,00	
16	Q C S M	18,00	20,00	18,00	14,00	19,00	18,00	2,00	1,00	2,00	2,50	2,00	2,00	0,00	1,00	1,60	2,00	0,00	17,00	
17	Q S M L	18,00	14,00	16,00	11,00	16,00	15,00	2,00	1,00	2,00	2,50	1,00	1,00	0,00	1,00	1,40	0,00	1,00	14,00	
18	Q V M M	14,00	16,00	14,00	9,00	15,00	13,00	1,75	1,00	1,75	1,50	2,00	1,00	0,00	1,00	1,70	0,00	0,00	13,00	
19	R Q K J	16,00	12,00	12,00	30,00	13,00	13,00	1,10	1,00	2,00	2,00	0,50	1,00	0,00	1,00	2,20	1,00	0,50	13,00	
20	T I J A	18,00	20,00	14,00	8,00	17,00	15,00	1,60	1,00	1,50	2,50	2,00	1,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	13,00	
21	T M X E	20,00	20,00	14,00	14,00	18,00	17,00	2,00	1,00	1,50	2,50	2,00	2,00	2,00	1,00	1,60	0,00	1,00	18,00	
22	V L A C	20,00	20,00	10,00	9,00	17,00	15,00	1,30	1,00	1,00	2,00	0,50	2,00	0,00	1,00	2,40	0,00	0,00	12,00	



**Anexo 16.** Ficha de validación del instrumento de investigación

**FICHA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN**

**I. DATOS GENERALES:**

- 1.1. **Apellidos y nombres del informante:** Dr. Lino Vilca Mamani
- 1.2. **Cargo e institución donde labora:** Docente de la Universidad Nacional del Altiplano Puno
- 1.3. **Nombre del instrumento o proyecto motivo de evaluación:** “Flipped Classroom y Aprendizaje de las Funciones Trigonométricas en el Primer Año de Bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento Puno”
- 1.4. **Autor del instrumento:** Br. Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 1 – 20	Regular 21 – 40	Buena 41 – 60	Muy Buena 61 – 80	Excelente 81 – 100
1. Claridad	Esta formulado con lenguaje apropiado.					83
2. Objetividad	Está expresado en conductas observables.					84
3. Actualidad	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.					94
4. Organización	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.					94
5. Suficiencia	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.				75	
6. Intencionalidad	Adecuado para valorar aspectos sobre la didáctica de la matemática en relación al logro de la calidad académica.					87
7. Consistencia	Consistencia entre la formulación del problema, objetivos y la hipótesis.					86
8. Coherencia	Entre los índices indicadores y las dimensiones.					95
9. Metodología	La estrategia responde al propósito de la investigación.					93
10. Pertinencia	Adecuado para tratar el problema de investigación.					91

II. **Opinión de aplicabilidad:** VALIDO PARA SU APLICACIÓN

III. **Promedio de valoración:** 88

Lugar y fecha: Puno, 20 de junio de 2019

DNI N°: 02146354

Teléfono: 980202090

Firma y post firma del experto informante

Dr. LINO VILCA MAMANI  
Esp.: Físico - Matemáticas  
DOCENTE UNA - PUNO

FICHA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

- 1.1. **Apellidos y nombres del informante:** Dr. Felipe Gutierrez Osco
- 1.2. **Cargo e institución donde labora:** Docente de la Universidad Nacional del Altiplano Puno
- 1.3. **Nombre del instrumento o proyecto motivo de evaluación:** "Flipped Classroom y Aprendizaje de las Funciones Trigonométricas en el Primer Año de Bachillerato del Colegio de Alto Rendimiento Puno"
- 1.4. **Autor del instrumento:** Br. Miguel Arnaldo BEJAR FERNANDEZ

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 1 - 20	Regular 21 - 40	Buena 41 - 60	Muy Buena 61 - 80	Excelente 81 - 100
1. Claridad	Esta formulado con lenguaje apropiado.					84
2. Objetividad	Está expresado en conductas observables.					83
3. Actualidad	Adecuado al avance de la ciencia y tecnología.					92
4. Organización	Existe una organización lógica entre variables e indicadores.					88
5. Suficiencia	Comprende los aspectos en cantidad y calidad.				79	
6. Intencionalidad	Adecuado para valorar aspectos sobre la didáctica de la matemática en relación al logro de la calidad académica.					85
7. Consistencia	Consistencia entre la formulación del problema, objetivos y la hipótesis.					82
8. Coherencia	Entre los índices indicadores y las dimensiones.					94
9. Metodología	La estrategia responde al propósito de la investigación.					93
10. Pertinencia	Adecuado para tratar el problema de investigación.					94

II. Opinión de aplicabilidad: Procede su aplicación

III. Promedio de valoración: 87

Lugar y fecha: Puno, 20 de junio de 2019

DNI N°: 01228685

Teléfono: 951662893

Firma y post firma del experto informante

Dr. Felipe Gutiérrez Osco  
DOCENTE FCEDUC-UNA-PUNO