UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

TESIS

SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS TRIÁNGULOS CON ESTUDIANTES DEL PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA BASADA EN EL MODELO DE VAN HIELE

PRESENTADA POR:

SILVIO UBALDO SANCHEZ CONDORI

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAGISTER SCIENTIAE EN EDUCACIÓN

MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

PUNO, PERÚ

2020

DEDICATORIA

El presente trabajo va dedicado para mi hijo Christopher Eloy.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, por darme la oportunidad de formar parte de la EPG de la Maestría en Educación, en mención didáctica de la matemática.

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA	i
AGRADECIMIENTOS	ii
ÍNDICE GENERAL	iii
ÍNDICE DE TABLAS	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE ANEXOS	viii
RESUMEN	ix
ABSTRACT	x
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
REVISIÓN DE LITERATURA	
1.1 Contexto y marco teórico	**2**
1.1.1 Modelo de Van Hiele	2
1.1.1.1 ¿Qué es la comprensión?	2
1.1.1.2 Propiedades del modelo Van Hiele	2
1.1.1.3 Niveles de razonamiento	3
1.1.1.4 Fases de aprendizaje	4
1.1.1.5 Grados de adquisición de un nivel de razonamiento	5
1.1.2 Objeto matemático	7
1.1.2.1 Triangulo	7
1.1.2.2 Clasificación de triángulos	8
1.1.2.3 Propiedades Fundamentales	10
1.1.3 Secuencia didáctica	12
1.1.3.1 Secuencia didáctica de la matemática	12
1.2 Antecedentes	13
1.2.1 Antecedentes internacionales	13
1.2.2 Antecedentes nacionales	17
1.3. Definición de términos	25
CAPÍTULO II	
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	
2.1. Identificación del problema	26
2.2 Definición del problema	27
2.2.1 Enunciados específicos	27
2.3 Intención de la investigación	28
2.4 Justificación	28

2.5 Objetivos 28
2.5.1 Objetivo general 28
2.5.2 Objetivos específicos 29

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1 Acceso al Campo 30
3.2 Selección de informantes y situaciones observadas 30
3.2.1 Diseño de los instrumentos de investigación 31
3.3 Estrategias de recogida y registro de datos 38
3.4 Análisis de datos y categorías 38

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Análisis de resultados 39
4.1.1. Descripción y análisis de las respuestas de la prueba de entrada 39
4.1.2. Descripción y análisis de las respuestas de la prueba de salida 48
4.1.3. Resultados de la prueba de entrada 55
4.1.4. Resultados de la prueba de salida 58
4.1.5. Comparación de los resultados de la prueba de entrada y salida 61
CONCLUSIONES 64
RECOMENDACIONES 66
BIBLIOGRAFÍA 67
ANEXOS 70

Puno, 17 de enero 2020

ÁREA: Logro de aprendizaje de la matemática.
TEMA: Secuencia Didáctica para La enseñanza de Los triángulos con estudiantes del Primer grado de educación secundaria basada en el modelo de Van Hiele.
LÍNEA: Características de aprendizaje logrados en la matemática.

ÍNDICE DE TABLAS

		Pág.
1.	Grado de adquisición de los niveles	6
2.	Ponderación de los tipos de respuestas	7
3.	Muestra de estudiantes del primer grado de la IES "José Olaya Balandra"	31
4.	Prueba de entrada basado en el modelo de Van Hiele	32
5.	Diseño de la sesión de aprendizaje número 01	34
6.	Diseño de la sesión de aprendizaje número 02	35
7.	Diseño de la sesión de aprendizaje número 03	36
8.	Diseño de la sesión de aprendizaje número 04	37
9.	Resultados sobre grado de adquisición de los estudiantes en la prueba de entrada	56
10.	Resultados de grado de adquisición de los estudiantes en la prueba de salida	59
11.	Contraste entre los resultados de la prueba de entrada y salida	62

ÍNDICE DE FIGURAS

		Pág.
1.	Elementos de un triángulo	7
2.	Triangulo acutángulo	8
3.	Triángulo obtusángulo	8
4.	Triángulo rectángulo	9
5.	Triángulo escaleno	9
6.	Triángulo isósceles	9
7.	Triángulo equilátero	10
8.	Propiedad 01	10
9.	Propiedad 02	10
10.	Propiedad 03	10
11.	Propiedad 04	11
12.	Propiedad 05	11
13.	Propiedad 06	11
14.	Propiedad 07	12
15.	Propiedad 08	12
16.	Respuesta de la pregunta 01 de la prueba de entrada	40
17.	Respuesta de la pregunta 02 de la prueba de entrada	41
18.	Respuesta de la pregunta 03 de la prueba de entrada	42
19.	Respuesta de la pregunta 04 de la prueba de entrada	42
20.	Respuesta de la pregunta 05 de la prueba de entrada	43
21.	Respuesta de la pregunta 06 de la prueba de entrada	44
22.	Respuesta de la pregunta 07 de la prueba de entrada	45
23.	Respuesta de la pregunta 08 de la prueba de entrada	45
24.	Respuesta de la pregunta 09 de la prueba de entrada	46
25.	Respuesta de la pregunta 10 de la prueba de entrada	47
26.	Respuesta de la pregunta 01 de la prueba de salida	48
27.	Respuesta de la pregunta 02 de la prueba de salida	49
28.	Respuesta de la pregunta 03 de la prueba de salida	49
29.	Respuesta de la pregunta 04 de la prueba de salida	50
30.	Respuesta de la pregunta 05 de la prueba de salida	51
31.	Respuesta de la pregunta 06 de la prueba de salida	52

32. Respuesta de la pregunta 07 de la prueba de salida 53

33. Respuesta de la pregunta 08 de la prueba de salida 53

34. Respuesta de la pregunta 09 de la prueba de salida 54

35. Respuesta de la pregunta 10 de la prueba de salida 55

36. Grado de adquisición de los estudiantes en la prueba de entrada 57

37. Grado de adquisición de los estudiantes en la prueba de salida 59

ÍNDICE DE ANEXOS

Pág.

1. Prueba de entrada y salida 71

2. Clasificación de respuestas de cada estudiante en la prueba de entrada 74

3. Grado de adquisición por niveles de cada estudiante en la prueba de entrada 74

4. Clasificación de respuestas de cada estudiante en la prueba de salida 75

5. Grado de adquisición por niveles de cada estudiante en la prueba de salida 76

6. Sesión de aprendizaje 01 78

7. Sesión de aprendizaje 02 80

8. Sesión de aprendizaje 03 83

9. Sesión de aprendizaje 04 85

RESUMEN

La investigación, surgió en base a la preocupación sobre el aprendizaje y enseñanza de la Matemática, la presente investigación tiene como objetivo: Determinar el nivel de razonamiento geométrico que alcanzan los estudiantes del primero de secundaria de la IES "José Olaya Balandra" sobre el objeto matemático triángulos, a través de una secuencia didáctica basada del modelo de Van Hiele. La población estuvo conformada por 17 estudiantes de la Institución Educativa José Olaya Balandra, una muestra igual a la población dado que se aplicó la secuencia didáctica con los 17 estudiantes. investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo, dado que se trata de un estudio naturalista e interpretativo, a través de un diseño de investigación acción; la cual consiste en construir el conocimiento por medio de la práctica. Llegando a la siguiente conclusión: Se concluye en base a los resultados obtenidos en la prueba de salida de los estudiantes del primer grado de secundaria, lograron alcanzar el nivel 1, nivel 2 y un 41% de los estudiantes el nivel 3, durante el desarrollo de la investigación se observó el paso de un nivel a otro nivel de razonamiento geométrico se realiza de modo gradual. Además, se concluye que la secuencia didáctica propuesta en base al modelo de Van Hiele tuvo un efecto positivo llegando a un grado de adquisición intermedia en los niveles anteriormente mencionados.

Palabras clave: Didáctica, geometría, razonamiento y triángulos.

ABSTRACT

The research, arising from concern scare about the learning and teaching of Mathematics, the present research aims to: Determine the level of geometric reasoning reached by students of the first of the IES high school "José Olaya Balandra" on the mathematical object triangles, through a didactic sequence based on the methodology of Van Hiele. The population consisted of 17 students from the José Olaya Balandra Educational Institution, a sample equal to the population since the didactic sequence was applied with the 17 students. research was conducted under the qualitative approach, since it is a naturalistic and interpretive study, through an action research design; which is to build knowledge through practice. Reaching the following conclusion: It is concluded based on the results obtained in the exit test of the students of the first grade of high school, managed to reach level 1, level 2 and 41% of students at level 3, during the development of the research observed the passage from one level to another level of geometric reasoning is done gradually. In addition, it is concluded that the proposed teaching sequence based on the Van Hiele model had a positive effect reaching an intermediate degree of acquisition at the above levels.

Keywords: Didactics, geometry, reasoning and triangles.

INTRODUCCIÓN

Las diferentes investigaciones que buscan explicar los fenómenos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, se mencionan que es compleja la adquisición del conocimiento matemático en la educación básica regular en particular en los estudiantes de primer grado de la Institución Educativa Secundaria.

En este trabajo de investigación se propone el diseño de una secuencia didáctica basado en el modelo de Van Hiele, la cual nos permiten desarrollar el razonamiento geométrico en los niveles de reconocimiento, análisis, clasificación y deducción formal, las cuales son niveles accesibles para los estudiantes del primer grado de educación secundaria.

El presente trabajo de investigación, se distribuye en cuatro capítulos.

En el primer capítulo presentamos la revisión de la literatura en la cual se presentan los antecedentes: antecedentes internaciones y nacionales, concepciones del modelo de Van Hiele, definiciones del objeto matemático triángulos y por último la definición de términos.

En el segundo capítulo presentamos las definiciones de los problemas y objetivos de investigación.

En el tercer capítulo presentamos la metodología o modelo de investigación, en la cual se definen las variables el diseño de las secuencias didácticas, el diseño de la prueba de entrada y salida basado en el modelo de Van Hiele.

En el cuarto capítulo presentamos los resultados, comentarios y discusión de la prueba de entrada y salida, en la cual se detalla la adquisición de grados en los diferentes niveles de razonamiento geométrico.

Finalmente presentamos las conclusiones en bases a los objetivos, recomendaciones o sugerencias.

CAPÍTULO I

REVISIÓN DE LITERATURA

1.1 Contexto y marco teórico

1.1.1 Modelo de Van Hiele

El modelo de Van Hiele está formado por los componentes: niveles de razonamiento geométrico, es como los estudiantes razonan cuando efectúan numerosas actividades en un determinado contenido, desde razonamiento intuitivo hasta abstracto y las fases de aprendizaje, que ayudan al docente a establecer las actividades para que los estudiantes progresen de un nivel a otro nivel inmediato superior (Fiallo, 2010).

1.1.1.1 ¿Qué es la comprensión?

Facultad del ser humano para percibir las cosas y tener una idea clara de ellas. La compresión de los niños en un determinado campo de la geometría que tiene a partir de los datos y relaciones geométricas que se les proporcionan es capaz de llegar a una conclusión en una situación nueva (Van Hiele, 1957).

1.1.1.2 Propiedades del modelo Van Hiele

Recursividad: Los conocimientos de los estudiantes se caracterizan por elementos implícitos y explícitos, sin embargo, en el proceso de transición de un nivel a otro nivel los elementos implícitos se hacen explícitos.

Secuencialidad: Los estudiantes pueden alcanzar un nivel de razonamiento sin haber superado de forma ordenada los inferiores niveles. La cual indica que los estudiantes pueden obtener mayores grados de adquisición en los diferentes niveles de razonamiento.

Especificidad del lenguaje: Los estudiantes tienen un lenguaje intrincadamente relacionado al vocabulario matemático, es decir que el lenguaje del estudiante le permite determinar del nivel en que se encuentra el estudiante.

Continuidad: La transición de un nivel razonamiento a otro nivel se produce de forma continua.

Localidad: cuando los estudiantes no tienen un mismo nivel de razonamiento en todos los objetos matemáticos (Guillen, 1997).

1.1.1.3 Niveles de razonamiento

Los niveles de razonamiento geométrico son etapas del desarrollo intelectual por las cuales todo ser humano atraviesa para alcanzar un mejor razonamiento, en decir el nivel de razonamiento de un estudiante de primero de secundaria es diferente al de un estudiante de quinto, en base a las propiedades y características de un objeto (Guillen, 1997).

Nivel 1. Reconocimiento: Aquí los conceptos geométricos son considerados como entes globales más que como entes con componentes y atributos. Las figuras geométricas se reconocen por su forma, por su apariencia física y no por sus partes y propiedades. El estudiante aprende algo de vocabulario, identifica diferentes figuras y reproduce una figura dada (Guillen, 1997).

Nivel 2. Análisis: En este nivel comienzan a analizarse los conceptos geométricos, aparecen propiedades que permiten conceptuar los tipos de figuras. Se reconoce que las figuras geométricas tienen partes o elementos, e incluso las figuras pueden ser reconocidas por sus partes, aunque no identifican las relaciones entre ellas. Por ejemplo, el estudiante identifica un rectángulo como un polígono dotado de un número de propiedades matemáticas: tiene 4 lados paralelos dos a dos, con 4 ángulos rectos, con diagonales iguales, etc. Pero no se da cuenta que algunas propiedades están relacionadas con otras. El razonamiento propio de este nivel incluye el descubrimiento y la generalización de propiedades a partir de la observación de unos pocos casos; así, si les pide la demostración de la propiedad de que la suma de los ángulos de un triángulo es 180°, los estudiantes de este nivel se limitarán a dibujar uno o dos triángulos y a medir sus ángulos. La deducción de las propiedades se hace mediante la experimentación. Se generalizan dichas propiedades a todas las figuras de una misma familia (Guillen, 1997).

Nivel 3. Clasificación: En este nivel se realizan clasificaciones lógicas de los objetos y se descubren nuevas propiedades con base en propiedades o relaciones ya conocidas y por medio de razonamiento informal; por ejemplo, el estudiante en este nivel clasifica los triángulos a partir de sus propiedades y reconoce que cualquier triángulo equilátero es un isósceles pero que no todos los triángulos isósceles son equiláteros. El estudiante entiende y puede reproducir una demostración formal, no compleja, cuando se le va explicando paso a paso, pues sólo necesita la implicación directa entre una situación y otra. Sin embargo, no comprende en su totalidad el significado de la deducción de las demostraciones o el papel de los axiomas (Guillen, 1997).

Nivel 4. Deducción formal: En este nivel se comprende ahora la relación existente entre términos indefinidos, axiomas, postulados, definiciones, teoremas y demostraciones, así como el papel que desempeñan dentro de la geometría. Aquí el estudiante tiene capacidad para realizar razonamientos lógicos formales, construye sin tener que memorizar las demostraciones, desarrolla demostraciones de más de una forma, entiende la interacción de las condiciones necesarias y suficientes. Asimismo, puede comprender la existencia de diferentes definiciones de una figura, analizarlas y relacionarlas (Guillen, 1997).

Nivel 5. Rigor: En este último estadio, el alumno puede trabajar en distintos sistemas axiomáticos; pueden ser estudiadas las geometrías no Euclidianas y se pueden comparar los diferentes sistemas. La Geometría se estudia desde un punto de vista totalmente abstracto (Guillen, 1997).

1.1.1.4 Fases de aprendizaje

Las fases del modelo de Van Hiele son actividades organizadas de acciones que deben realizar los estudiantes para adquirir experiencia para que logre el razonamiento del nivel superior. Las cuales se detallan a continuación: (Jaime, 1993).

Fase 1. Información: La primera fase tiene como finalidad obtener información recíproca entre estudiantes y docente. Los estudiantes se familiarizan o entran en contacto con el objeto matemático de estudio y el docente indaga sobre el conocimiento básico y el nivel de razonamiento de los estudiantes sobre el tema u objeto de estudio (Jaime, 1993).

Fase 2. Orientación dirigida: Los estudiantes son orientado por el docente para la exploración del objeto a través de la indagación basado en el material que se les proporciona, con la finalidad descubrir, comprender y aprender los conceptos, propiedades y relaciones, etc. básicas en el campo de estudio (Jaime, 1993).

Fase 3. Explicitación: Es cuando los estudiantes son conscientes del conocimiento sobre propiedades y características aprendidas para luego consolidar el lenguaje. La finalidad de esta fase es intercambiar experiencias, comenten las regularidades y expliquen la solución de actividades y además expresen desde diferentes puntos de vista para justificar sus opiniones (Jaime, 1993).

Fase 4. Orientación libre: En esta fase guía la aplicación del lenguaje y conocimientos, para que los estudiantes logren adquirir otras actividades diferentes de la ya conocidas, estas actividades deben facilitar resolver situaciones nuevas de conocimiento también en esta fase se recomienda el planteamiento de situaciones nuevas (Jaime, 1993).

Fase 5. Integración: La finalidad de esta fase es establecer y completar las relaciones del objeto de estudio de un determinado nivel de razonamiento, donde los estudiantes tengan una visión general de los contenidos y métodos, relacionando el nuevo conocimiento con otros ya estudiados anteriormente (Jaime, 1993).

1.1.1.5 Grados de adquisición de un nivel de razonamiento

El grado de adquisición del nivel de razonamiento geométrico en el modelo Van Hiele, el docente al evaluar debe interpretar las respuestas en términos de un nivel de razonamiento, para identificar de un nivel u otro y graduar la calidad de respuesta. La adquisición progresiva de un nivel, podemos determinar en términos cualitativos, de un proceso de dominios cada vez mayor del nivel, y que, desde el nulo hasta el completo, estos grados de adquisición de un nivel de razonamiento del modelo Van Hiele son determinados por la siguiente característica: (Jaime, 1993).

Nivel nulo: No se emplean las carteristas de este nivel de razonamiento.

Nivel baja: Empieza la conciencia de las características, métodos y exigencias propias del nivel, pero es muy pobre la utilización que se hace de ellos. Es frecuente el abandono del trabajo en este nivel para recurrir al razonamiento de nivel inferior.

Nivel intermedio: el empleo de los métodos de nivel es más frecuente y preciso. No obstante, todavía no se domina, por lo que, ante situaciones que resultan complicadas, se produce un retroceso de nivel, con un intento posterior de retorno al nivel superior.

Nivel alto: El nivel habitual de trabajo es este y se produce con poca frecuencia el retroceso de nivel, aunque sucede alguna vez. Asimismo, en ocasiones se hace un uso inadecuado de las herramientas propias de este **No se encuentran elementos de tabla de ilustraciones.**nivel de razonamiento.

Nivel completa: hay un dominio total de las herramientas y métodos de trabajo propios de este nivel de razonamiento (Jaime, 1993).

Tabla 1

Grado de adquisición de los niveles

Grado de adquisición	Porcentajes
Adquisición nula	$0\% \leq G \leq 15\%$
Adquisición baja	$15\% < G < 40\%$
Adquisición intermedia	$40\% \leq G \leq 60\%$
Adquisición alta	$60\% < G < 85\%$
Adquisición completa	$85\% \leq G \leq 100\%$

Fuente: Tesis investigado por Jaime

Asignación de los Grados de Adquisición

La determinación de los grados de adquisición de los diferentes niveles de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele, para lo cual se considera la ponderación para cada tipo de respuesta, de acuerdo a la siguiente tabla.

Tabla 2

Ponderación de los tipos de respuestas

Tipo	1	2	3	4	5	6	7
Ponderación	0%	20%	25%	50%	75%	80%	100%

Fuente: Tesis investigado por Jaime

1.1.2 Objeto matemático

Un objeto matemático es un objeto abstracto estudiado en matemáticas. Algunos ejemplos típicos de objetos matemáticos son los números, conjuntos, funciones y figuras geométricas.

1.1.2.1 Triangulo

Es una figura geométrica que se obtiene al unir tres puntos no colineales. Es la figura plana formada por una poligonal cerrada de tres lados, o bien, figura formada por tres rectas, a los puntos de corte se denomina vértices del triángulo.

Notación : ΔABC

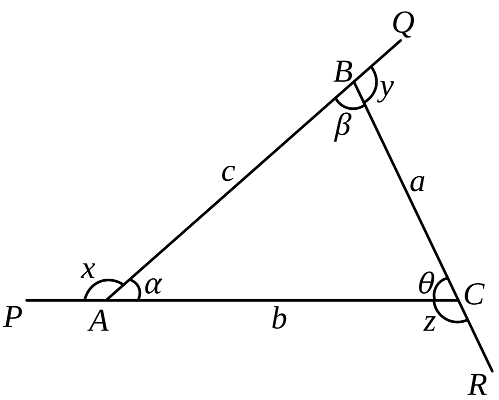


Figura 1. Elementos de un triángulo

Elementos de un triángulo

Vértices : $A,\ B$ y C

Lados : $\overline{AB},\ \overline{BC}$ y $\overline{AC}$

Perímetro : $2p = a + b + c$

Ángulos interiores : α, β y θ

Ángulos exteriores : x, y y z

1.1.2.2 Clasificación de triángulos

Clasificación según sus ángulos

Triángulo acutángulo: Es aquel triangulo en el cual las medidas de los ángulos interiores son menores de 90^{o} .

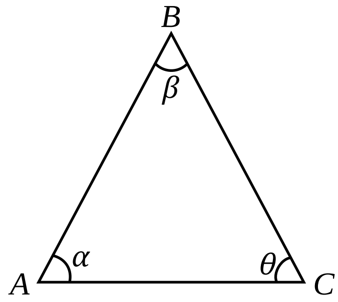


Figura 2. Triangulo acutángulo

Donde:

$$\alpha < 90^{o}$$
$$\beta < 90^{o}$$
$$\theta < 90^{o}$$

Obtusángulo: Es aquel triangulo que tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos.

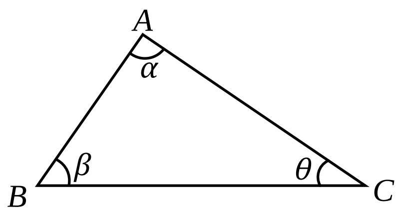


Figura 3. Triángulo obtusángulo

Donde:

$$\boxed{90^{o} < \alpha < 180^{o}}$$

Rectángulo: es aquel triangulo que tiene un ángulo interno recto y dos ángulos agudos.

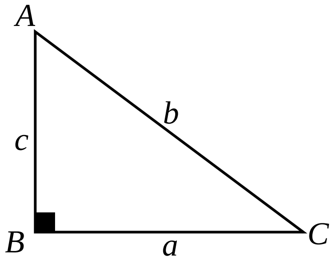


Figura 4. Triángulo rectángulo

Clasificación según sus lados

Escaleno: Es aquel triángulo que tiene la longitud de sus tres lados diferentes y sus tres ángulos interiores diferentes.

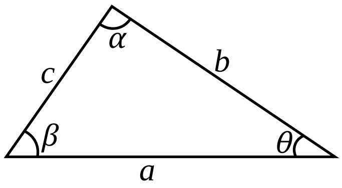


Figura 5. Triángulo escaleno

Isósceles: Es aquel triángulo que tiene dos lados congruentes y los ángulos que se oponen a dichos lados son también congruentes.

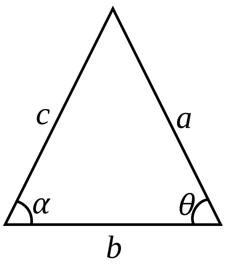


Figura 6. Triángulo isósceles

Equilátero: Es aquel triangulo donde sus tres lados congruentes y ángulos que se oponen a dichos lados también son congruentes.

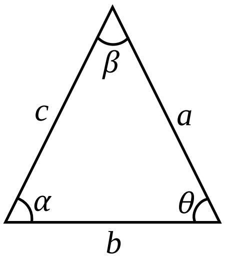


Figura 7. Triángulo equilátero

1.1.2.3 Propiedades Fundamentales

Suma de las medidas de los ángulos interiores.

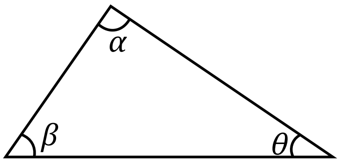


Figura 8. Propiedad 01

Se cumple: $\boxed{\alpha + \beta + \theta = 180°}$

Cálculo de la medida de un ángulo exterior.

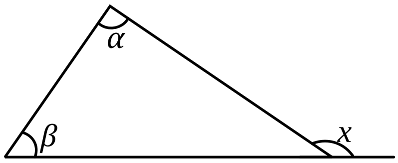


Figura 9. Propiedad 02

Se cumple: $\boxed{x = \alpha + \beta}$

Suma de medidas de ángulos exteriores considerando uno por cada vértice.

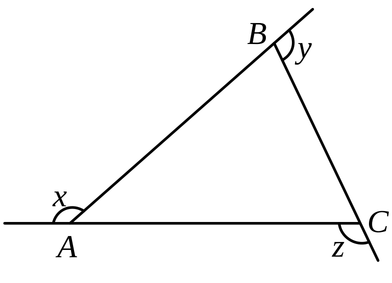


Figura 10. Propiedad 03

Se cumple: $\boxed{x + y + z = 360°}$

De correspondencia.

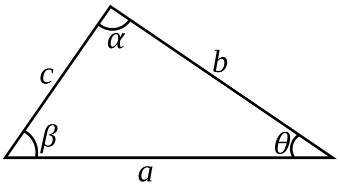


Figura 11. Propiedad 04

Si: $\alpha > \beta > \theta$ se cumple: $a > b > c$

Relación de existencia del triángulo.

Si: $a > b > c$

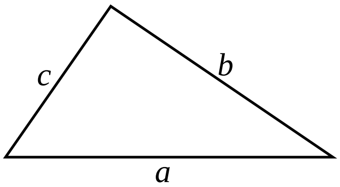


Figura 12. Propiedad 05

Se cumple:

$$b - c < a < b + c$$
$$a - c < b < a + c$$
$$a - b < c < a + b$$

Observación:

Para que el triángulo exista es suficiente que se verifique sólo una de las relaciones anteriores.

Propiedades adicionales

a)

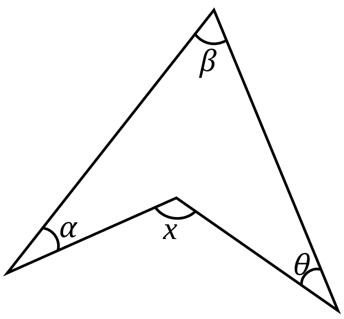


Figura 13. Propiedad 06

Se cumple: $\boxed{x = \alpha + \beta + \theta}$

b)

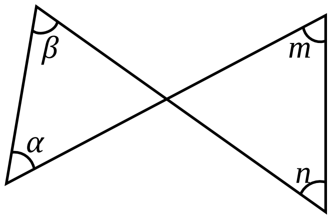


Figura 14. Propiedad 07

Se cumple: $\boxed{\alpha + \beta = m + n}$

c)

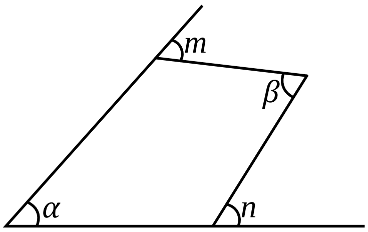


Figura 15. Propiedad 08

Se cumple: $\boxed{\alpha + \beta = m + n}$

1.1.3 Secuencia didáctica

La secuencia didáctica refiere al espacio de la enseñanza. Alcanza las sucesivas actividades que tienen como fin enseñar un contenido educativo. Tiene características de linealidad, dividiendo el tiempo de la clase sus tres fases clásicas: Inicio, Desarrollo y Cierre.

1.1.3.1 Secuencia didáctica de la matemática

Las secuencias didácticas son un ejercicio y un posible modelo que se propone al docente interesado para explorar nuevas formas de desarrollar el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

Se trata de un material que facilitará al docente que trabaja reflexiva y críticamente, enriquecer y fortalecer sus conocimientos didácticos del objeto matemático, y al estudiante encontrar el sentido y el significado de lo que está aprendiendo (Ramírez, 2013).

1.2 Antecedentes

A continuación, se mencionan los antecedentes relacionados a la investigación la cual se describe a continuación:

1.2.1 Antecedentes internacionales

Cabello (2013) en su tesis titulada "La modelización de Van Hiele en el aprendizaje constructivo de la geometría en primero de la Educación Secundaria obligatoria a partir de Cabri" en la Universidad de Salamanca, España, siendo su objetivo: Determinar los niveles de razonamiento alcanzados por los estudiantes de 2° grado de secundaria, según el modelo de Van Hiele, cuando abordan situaciones que involucran elementos de la circunferencia, usando como mediador el software Geogebra.

En este trabajo de investigación toma como marco teórico el modelo de Van Hiele, ya que este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes.

Esta investigación sigue una metodología cualitativa y se basa en un diseño experimental.

Llegando a la siguiente conclusión: "Casi todos nuestros alumnos han logrado un notable incremento en sus grados de adquisición de los niveles 1 y 2 [básico y de análisis] de Van Hiele después de haber trabajado con las unidades de enseñanza experimentales. Además, algunos de ellos han obtenido un moderado incremento en el grado de adquisición del nivel 3 [nivel de deducción]. Todo ello nos lleva a la conclusión de que hemos tenido éxito en nuestro trabajo de diseño de dichas unidades".

Se observa en la experimentación un logro en el incremento en sus grados de adquisición de los niveles uno y dos.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo, dado que involucra al modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría.

Ixcaquic (2015) en su tesis titulada “Modelo de Van Hiele y geometría plana (Estudio realizado en primero básico del Instituto Nacional de Telesecundaria, del municipio de San Francisco El Alto, departamento de Totonicapán” en Universidad Rafael Landivar, Guatemala, siendo su objetivo: Verificar como la aplicación del modelo de Van Hiele se relaciona con el aprendizaje de la Geometría Plana.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico el modelo de los esposos Van Hiele, ya que este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes.

En el trabajo de investigación se observa, se realizó bajo el enfoque cuantitativo, a través de un diseño cuasi-experimental.

Llegando a la siguiente conclusión: Existe rendimiento escolar obtenido después de aplicar el método de Van Hiele a la hora de comparar resultados del pretest y postest teniendo así una diferencia significativa.

Se observa que existe una mejora en el rendimiento escolar luego de haber realizado el experimento.

La investigación mencionada tiene cierta relación con nuestro trabajo de investigación, dado que basa en el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría plana.

Lastra (2005) en su tesis titulada “Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas” en la Universidad de Chile, Chile. Siendo su objetivo: Centrados en el interés de precisar de qué manera puede influir el nivel de aprendizaje geométrico en los niños, si en efecto esto sucede, cuando se emplea el modelo de Van Hiele y/o el uso de programas computacionales

Un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría, coherente con la construcción del espacio, es el propuesto por Van Hiele. Su trabajo propone un modelo de estratificación del conocimiento humano, en una serie de niveles de conocimiento, los que permiten categorizar distintos grados de representación del espacio.

Metodología, se toma una muestra de 144 niños y niñas. Las tres escuelas seleccionadas reúnen las condiciones antes expuestas, y entre ellas se sortea uno de los tres tipos de intervención (metodología de Van Hiele, uso de software y metodología de Van Hiele con uso de software).

La recolección de la información pertinente a la relación de las variables involucradas en la investigación, empleó dos procedimientos y dos instrumentos:

Como procedimiento una Prueba y como instrumento la construcción de una prueba objetiva.

Como procedimiento la observación y como instrumento una pauta de observación.

Llegando a la siguiente conclusión: Los resultados determinan que el aprendizaje geométrico aumenta significativamente en los cursos A y B de las tres escuelas, entre la1ª y 2ª prueba. Está conclusión resulta evidente, por la enseñanza del tema "Cuadriláteros" que se implementa a partir de la 1ª prueba. Por consiguiente, los resultados que se obtienen a partir de este instrumento permiten mostrar lo siguiente: los alumnos de los seis cursos tienen conocimientos previos sobre el tema, los niveles de conocimiento inicial son diferentes y los cursos son heterogéneos.

Es evidente según lo mencionado en la investigación si existe diferencia en su aprendizaje geometría de los niños y niñas en base al modelo de Van Hiele.

La investigación tiene relación, porque se propone una secuencia didáctica de enseñanza en base al modelo de Van Hiele para la enseñanza de triángulos.

Ramírez (2014) en su tesis titulada "Estrategia didáctica para la clasificación de triángulos y cuadriláteros orientada por el modelo Van Hiele y Geogebra" en la Universidad Nacional de Colombia, Colombia, siendo su objetivo: Caracterizar avances en el proceso cognitivo de visualización en estudiantes del grado séptimo mediante la clasificación de triángulos y cuadriláteros, según sus propiedades, utilizando una estrategia didáctica orientada por el modelo de Van Hiele y el uso de Geogebra.

En este trabajo de investigación toma como marco teórico la metodología de Van Hiele, ya este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de razonamiento geométrico que poseen los estudiantes.

El trabajo de investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo, a través de un estudio de casos.

Llegando a la siguiente conclusión: se tiene que hubo avance en las habilidades del subproceso de procesamiento visual, cabe destacar que la HRE fue la menos utilizada por los estudiantes junto con la HRM sin embargo hubo estudiantes que a lo largo de sus respuestas mostraron los indicadores de estas habilidades. Al igual que el anterior subproceso, este se fue fortaleciendo con la intervención didáctica.
Se observa que hubo un avance en desarrollo de habilidades de los estudiantes además se fortalece los procesos a medida de la intervención de la didáctica planteada.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que basa en el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría.

Zambrano (2005) en su tesis titulada "Los niveles de razonamiento geométrico y la apercepción del método de fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele en estudiantes de Educación Integral de la UNEG" en la Universidad Nacional Educación Integral de. Venezuela, siendo su objetivo: Evaluar el razonamiento geométrico de los alumnos cursantes de la asignatura Geometría de la carrera de Educación Integral de la UNEG en relación con la Teoría de Van Hiele y la apercepción por parte de estos estudiantes del Método de Fases de Aprendizaje del Modelo de Van Hiele.
Este trabajo de investigación toma como marco teórico el modelo de los esposos Van Hiele, ya que este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes.
El trabajo de investigación se realizó bajo el enfoque mixto del paradigma cualitativo y cualitativo, a través de un estudio de casos.
Llegando a la siguiente conclusión: Los sujetos en estudio diseñaron, planificaron y ejecutaron una actividad didáctica con estos niños, lo que permitió utilizar el recurso de la filmación en video, además los estudiantes logran ascender en los niveles de Van Hiele, hasta de Thales, Euclides y Fermat se ubican en el nivel III, Pitagoras en el nivel II y Arquimides en el nivel IV.

Se observa en la investigación que el logro de diseño, planificación y ejecución de la actividad didáctica, además los estudiantes logran ascender en los niveles de razonamiento.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que basa en el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría.

1.2.2 Antecedentes nacionales

Castillo (2015) en su tesis titulada "Secuencia didáctica para contribuir en la construcción del concepto de área como magnitud con estudiantes de educación primaria" en la Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, siendo su objetivo: Analizar los efectos del desarrollo de una secuencia didáctica basada en la Teoría de Situaciones Didácticas que favorezca a la construcción del concepto de área como magnitud, para que los niños del sexto grado de primaria puedan diferenciar entre área y de medida de área.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico la basada en teoría de situaciones didácticas y la geometría plana.

El trabajo de investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo, a través de la teoría de situaciones didácticas en particular en el aspecto ingeniería didáctica.

Llegando a la siguiente conclusión: Confrontados los análisis a priori y a posteriori de las actividades planteadas, afirmamos que se validó que los procedimientos de conteo de unidades, descomposición y composición, así como el uso de herramientas como la cuadrícula permiten a los estudiantes medir el área de polígonos diversos, considerando que el área como magnitud se mantiene independientemente de la unidad de medida elegida, de modo que dos polígonos pueden tener la misma área aun cuando tengan medidas diferentes respecto a las unidades de medida elegidas para su proceso de medición.

Se observa en el trabajo de investigación el logro de medir el área de los polígonos en base a herramientas como el cuadricula.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que se plantea una secuencia didáctica para la enseñanza de la geometría.

Chávez (2013) en su tesis titulada "Propuesta de una secuencia didáctica para la enseñanza de porcentajes a estudiantes de Administración y Sistemas". (Tesis de maestría), en la Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, siendo su objetivo: Contribuir al aprendizaje del concepto de porcentaje y al uso correcto de este objeto matemático en los procesos de resolución de problemas, mediante el diseño y propuesta de una secuencia didáctica fundamentada en la Teoría de Situaciones Didácticas.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico la basada en teoría de situaciones didácticas, además diseño de una secuencia didáctica.

El trabajo de investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo, a través de la teoría de situaciones didácticas en particular en el aspecto ingeniería didáctica.

Llegando a la siguiente conclusión: Los estudiantes han tomado conciencia de que el objeto matemático porcentajes no se reduce al campo de la aritmética y a la regla de tres simples. Utilizan distintas estrategias para resolver problemas y calcular porcentajes mayores que el 100%, y reconocen equivalencias entre distintas expresiones de porcentaje, como una fracción o como un decimal. Los estudiantes pueden resolver problemas de porcentajes con recursos algebraicos, planteando y resolviendo ecuaciones lineales.

Se observa en el trabajo de investigación que los estudiantes encuentran diferentes formas de resolver problemas que involucran porcentuales, utilizando distintas estrategias.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que se plantea una secuencia didáctica para la enseñanza de la matemática elemental.

Checya (2015) en su tesis titulada “Comprensión del objeto triángulo en estudiantes del sexto grado de primaria a través de una propuesta basada en el Modelo Van Hiele” en la Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, siendo su objetivo: Analizar cómo evoluciona el nivel de razonamiento respecto al objeto triángulo en estudiantes de sexto grado de Educación Primaria a través de una propuesta didáctica basada en el modelo Van Hiele y que algunas actividades contemplan el uso del GeoGebra.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico el modelo de Van Hiele, ya que este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes.

El trabajo de investigación se realizó bajo el enfoque cultivo, a través de un estudio de casos.

Llegando a la siguiente conclusión: Los resultados y el análisis del estudio de la evolución del nivel de comprensión del objeto triángulo en los estudiantes del sexto grado de educación primaria nos permiten afirmar que este objetivo se ha cumplido, porque los resultados emitidos a través del desarrollo de las actividades por los estudiantes presentan indicios de evolución del nivel de razonamiento con respecto al objeto de estudio. Además, el desarrollo de las actividades de los objetivos específicos se ha realizado en función del objetivo general.

Se observa la evolución de los estudiantes con respecto a los objetos de estudio.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que se basa en el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría.

Espinoza (2016) en su tesis titulada “Una secuencia didáctica sobre conceptos de topología métrica para la formación de docentes de matemática en la UNE Enrique Guzmán y Valle” en la Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, siendo su objetivo: Diseñar, aplicar y validar una Secuencia Didáctica sobre la métrica como parte del curso de topología en la formación de docentes de Matemática en la Universidad Nacional de Educación “Enrique Guzmán y Valle” – La Cantuta, en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas y la Ingeniería Didáctica.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico la basada en teoría de situaciones didácticas, además diseño de una secuencia didáctica.

El trabajo de investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo, a través de la teoría de situaciones didácticas en particular en el aspecto a-didáctica de acción.

Llegando a la siguiente conclusión: El diseño de la Secuencia Didáctica se realizó teniendo en cuenta los fundamentos de la Teoría de Situaciones Didácticas, con el propósito de que los estudiantes construyan sus conocimientos a partir de situaciones cotidianas, pasando por situaciones de acción, formulación y validación. También resultó fundamental el análisis preliminar considerando los componentes epistemológico, cognitivo y didáctico. Asimismo, el análisis a priori nos permitió formular las hipótesis, los comportamientos esperados y las variables didácticas.

Se observa en el trabajo de investigación en la cual los estudiantes construyen sus conocimientos a partir de las situaciones en acción

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que se plantea una secuencia didáctica para la enseñanza de la matemática elemental.

Jara (2015) en su tesis titulada "Niveles de razonamiento según el modelo de van hiele que alcanzan los estudiantes del primer año de secundaria al abordar actividades sobre paralelogramos" en Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, siendo su objetivo: Determinar los diferentes niveles de razonamiento, así como los conocimientos y habilidades, que poseen los estudiantes de primer año de secundaria, en relación al objeto paralelogramos, a través de una secuencia de actividades diseñadas según el modelo Van Hiele.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico el modelo de los esposos Van Hiele, ya que este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes.

La metodología que considera: El trabajo de investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo, a través de un estudio de casos, que es un instrumento muy importante para el estudio, está orientado a desarrollar procedimientos y elementos donde se encuentran los sujetos de estudio y las actividades planificadas para cada una de las fases de razonamiento.

Llegando a la siguiente conclusión: Pensamos por ello que el objetivo general: Determinar los diferentes niveles de razonamiento, así como los conocimientos y habilidades que poseen los estudiantes de primer año de secundaria, en relación al objeto paralelogramo, a través de la aplicación de una secuencia de actividades diseñadas según el modelo de van Hiele, fue alcanzado debido a que los estudiantes no solo lograron alcanzar el nivel 2, también observamos que aplicaron conocimientos matemáticos y habilidades en el desarrollo de cada una de las actividades que planteamos.

Se observar que la transición de un nivel a otro se realiza de forma gradual del razonamiento geométrico de los estudiantes en base al modelo de Van Hiele en el aprendizaje de objeto paralelogramo.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que se basa en el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría.

Jara (2014) en su tesis titulada “Aplicación del modelo de razonamiento de Van Hiele mediante el uso del Software GeoGebra en el Aprendizaje de la geometría en tercer grado de educación secundaria del Colegio San Carlos de Chosica, 2014” en Universidad nacional de educación Enrique Guzmán y Valle, Perú, siendo su objetivo: Determinar el efecto de la aplicación del modelo de razonamiento de VAN HIELE mediante el uso de Software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría en el tercer grado de educación secundaria del Colegio San Carlos de Chosica, 2014.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico el modelo de los esposos Van Hiele, ya que este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes.

En base al tipo de investigación adoptado en este trabajo de investigación, el diseño de investigación es el experimento o experimental; y dentro de este es el cuasi experimental de dos grupos no equivalentes.

Llegando a la siguiente conclusión: La aplicación del modelo de razonamiento de Van Hiele mediante el uso de Software GeoGebra mejora significativamente el aprendizaje de la geometría en el tercer grado de educación secundaria del Colegio San Carlos de Chosica, para un nivel de significancia de 5%. Habiéndose demostrado que la diferencia de medias para la prueba de entrada de los grupos experimental y de grupo control no es estadísticamente significativa, pues el p – valor fue de 0,750>0,05; mientras que la prueba de salida si es estadísticamente significativa dado que se obtuvo p – valor de 0,000<0,05.

Se observar mediante el uso del geogebra mejora significativamente el aprendizaje de la geometría.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que basa en el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría.

Maguiña (2013) en su tesis titulada "Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele" en Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú, siendo su objetivo: Diseñar una propuesta didáctica, según el modelo de Van Hiele, para promover que los estudiantes del cuarto grado de secundaria alcancen el nivel 3, de deducción informal, haciendo uso del software de geometría dinámica GeoGebra.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico el modelo de los esposos Van Hiele, ya que este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes.
Diseñar y aplicar una prueba de entrada para identificar el grado de adquisición inicial en los niveles de reconocimiento, análisis y deducción informal que poseen los estudiantes de cuarto año de educación secundaria.
Diseñar y aplicar actividades para facilitar la compresión de los cuadriláteros y mejorar los grados de adquisición en los niveles de reconocimiento, análisis y deducción informal, teniendo en cuenta las fases del modelo de Van Hiele.
Diseñar y aplicar una prueba de salida para identificar el grado de adquisición final en los niveles de reconocimiento, análisis y deducción informal que poseen los estudiantes de cuarto año de educación secundaria, luego de aplicar la secuencia diseñada para tal fin.
Llegando a la siguiente conclusión: La propuesta didáctica diseñada, según las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, permitió que los estudiantes logren un grado de adquisición alto en el nivel 1, un grado de adquisición intermedio en el nivel 2 y se encuentren desarrollando habilidades en el nivel 3, al pasar de un nivel de adquisición nula a un nivel de adquisición baja.
Se puede observar que si tiene efectos positivos el modelo de Van Hiele en la enseñanza de los cuadriláteros.

Existe una relación dado que trabajaremos teniendo en cuenta el modelo de Van Hiele, para poder diseñar una propuesta didáctica.

Ramos (2015) en su tesis titulada “Estrategia didáctica basada en el modelo Van Hiele para lograr competencias matemáticas en Geometría” en la Universidad San Ignacio de Loyola, Perú, siendo su objetivo: Diseñar una estrategia didáctica basada en el Modelo de Van Hiele para desarrollar las competencias matemáticas en polígonos en los estudiantes de cuarto grado.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico el modelo de los esposos Van Hiele, ya que este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes.

El trabajo de investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo, a través de la de la metodología de Van.

Llegando a la siguiente conclusión: Existen dificultades en el desarrollo de las competencias matemáticas en polígonos en los estudiantes del cuarto grado del nivel secundario de la institución educativa “La Victoria de Ayacucho”.

Se observar en el este trabajo de investigación en la cual no se ha logrado el desarrollo de competencias matemáticas.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que basa en el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría.

Santos (2014) en su tesis titulada “El modelo Van Hiele para el aprendizaje de los elementos de la circunferencia en estudiantes de segundo de secundaria haciendo uso del Geogebra” en Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú, siendo su objetivo: Determinar los niveles de razonamiento alcanzados por los estudiantes de 2° grado de secundaria, según el modelo de Van Hiele, cuando abordan situaciones que involucran elementos de la circunferencia, usando como mediador el software Geogebra.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico el modelo de los esposos Van Hiele, ya que este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes.

El trabajo de investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo.

Llegando a la siguiente conclusión: A partir de la metodología empleada y del diseño de las actividades, podemos afirmar que se ha cumplido este objetivo, como una consecuencia del cumplimiento de los objetivos específicos.

Se observar en este trabajo de investigación el progreso y mejora significativamente el aprendizaje de la geometría.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que basa en el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría.

Vidal (2015) en su tesis titulada "Secuencia didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros con estudiantes del 5º grado de educación primaria basada en el modelo de Van Hiele" en Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú, siendo su objetivo: Analizar los niveles de razonamiento geométrico, que alcanzan los estudiantes de quinto grado de primaria, sobre el objeto cuadriláteros según el modelo Van Hiele.

Este trabajo de investigación toma como marco teórico el modelo de los esposos Van Hiele, ya que este modelo presenta una categorización para los diferentes niveles de pensamiento geométrico que poseen los estudiantes.

El trabajo de investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo, a través de la investigación acción.

Llegando a la siguiente conclusión: La secuencia de actividades diseñadas, en base al modelo de Van Hiele, permitió que los estudiantes logren alcanzar un grado de adquisición intermedio en el nivel II de razonamiento, donde los estudiantes describen las características de los cuadriláteros y establecen propiedades para cada una de ellas. Pero, no pueden aun establecer relaciones entre las propiedades y afirmar que unas propiedades son consecuencia de otras. Esto nos permite afirmar que la aplicación de una secuencia de actividades basada en el modelo de Van Hiele permitió al 100% de los estudiantes mejorar los grados de adquisición del nivel I al grado de adquisición intermedia del nivel II. Por lo tanto, la relación que guarda todo esto con los objetivos específicos, nos permite afirmar que, hemos logrado el objetivo de nuestra investigación.

Se observar en este trabajo de investigación, la secuencia planteada hace que logre alcanzar un nivel intermedio en el nivel I y II de razonamiento geométrico.

La investigación mencionada tiene una relación con nuestro trabajo de investigación, dado que basa en el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría y el diseño de una secuencia didáctica.

1.3. Definición de términos

Fases de aprendizaje: Las fases de aprendizaje constituyen un esquema para organizar la enseñanza y están orientadas a favorecer el progreso desde un nivel de razonamiento al inmediatamente superior.

Geometría plana: Geometría que estudia objetos en el plano: puntos, rectas, triángulos, cuadriláteros, etc.

Didáctica: La didáctica de la matemática o educación matemática es una disciplina científica cuyo objeto de estudio es la relación entre los saberes, la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos propios de la matemática.

Didáctica de la matemática: Es una disciplina científica cuyo objeto de estudio es la relación entre los saberes, la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos propios de la matemática.

Metodología: Un método o modelo de enseñanza comprende los principios de la fiscalización y métodos utilizados para la instrucción impartida por los maestros para lograr el aprendizaje deseado por los estudiantes.

Modelo de Van Hiele: Es una teoría de enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Objeto matemático: Un objeto matemático es un objeto abstracto estudiado en matemáticas. Algunos ejemplos típicos de objetos matemáticos son los números, conjuntos, funciones y figuras geométricas.

Razonamiento: Hecho de pensar, ordenando ideas para llegar a una conclusión.

Nivel de razonamiento: Describen como los estudiantes razonan cuando efectúan diversas actividades.

CAPÍTULO II

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1. Identificación del problema

El presente trabajo de investigación surge como una preocupación por la enseñanza de la geometría, en particular de los triángulos, ya que observamos que los estudiantes presentan muchas dificultades para adquirir conocimientos básicos de geometría, tales como: arista, vértice, caras, diagonal, apotema, área lateral, área total, volumen.

A continuación, presentamos los resultados obtenidos en PISA 2009 y PISA 2012, por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) y por el Informe del Programa Internacional para la Evaluación de los Estudiantes PISA respecto al desempeño de los estudiantes peruanos en relación al área de las matemáticas.

La OCDE señala que el desempeño promedio de los estudiantes peruanos está por debajo de aquellos obtenidos por los estudiantes de la OCDE, con menor desempeño, lo cual evidencia la gran brecha que existe entre las habilidades de los estudiantes peruanos en relación con los países desarrollados, ocupa el penúltimo lugar y último lugar en las dos últimas evaluaciones antes mencionadas.

Según el Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular del Perú (2003) y tomando en cuenta nuestra experiencia docente vemos el tema poliedro es fundamental como conocimiento de la geometría, se puede observar que existe cierta dificultad en su aprendizaje.

Tal es que así tomaremos como objeto matemático los triángulos, para lo cual revisaremos: vértices, aristas, diagonales, caras, diagonales, alturas, áreas y volúmenes.

Por otro lado, tomamos en cuenta a Patricio (2010) quien realizó una investigación cuyo objetivo fue diseñar actividades para el aprendizaje de los conceptos de mediatriz y circuncentro. El mencionado estudio, presenta como marco teórico el modelo de Van

Hiele; además, para el diseño de las actividades utilizó el software GeoGebra. Este estudio reveló que el aprendizaje de los conceptos matemáticos con la ayuda de un software de geometría dinámica genera en el estudiante un nuevo tipo de expectativa que se caracteriza por el cambio de actitud de este frente a un problema, el cual queda reflejado cuando un estudiante pasa de formularse preguntas como ¿por qué? a preguntas como ¿qué pasa sí? Asimismo, en un corto tiempo se accede a infinidad de posiciones y formas, las cuales son manipuladas por el estudiante y que le permiten descubrir características y propiedades de objetos matemáticos.

También tomamos, como referencia a Maricela Ixcaquic quien realizo una investigación cuyo objetivo fue Verificar como la aplicación del modelo de Van Hiele se relaciona con el aprendizaje de la Geometría Plana. El mencionado estudio reveló que: El modelo de Van Hiele incide positivamente en la enseñanza de la geometría (Ixcaquic, 2015).

Por tanto, en este trabajo, pretendemos abordar el tema de los poliedros a partir de una secuencia didáctica que contribuya con el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes respecto a los poliedros. Para esto, el modelo de Van Hiele nos proporcionará las herramientas necesarias para observar el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes, así como identificar el nivel de razonamiento alcanzado. Asimismo, los estudiantes podrán visualizar y manipular el objeto matemático.

2.2 Definición del problema

¿Cuál es el nivel de razonamiento geométrico que alcanzan los estudiantes del primero grado de secundaria de la IES "José Olaya Balandra" sobre el objeto matemático triángulo, a través de una secuencia didáctica basada en modelo de Van Hiele?

2.2.1 Enunciados específicos

¿Cuáles son los procesos de adquisición de los niveles de razonamiento geométrico del objeto matemático triángulo en los estudiantes del primer grado de secundaria?

¿Cuál es el grado de adquisición de razonamiento geométrico inicial de los niveles del modelo de Van Hiele que poseen los estudiantes de primer grado de educación secundaria?

¿Cuál es el grado de adquisición de razonamiento geométrico final de los niveles del modelo de Van Hiele que poseen los estudiantes de primer grado de educación secundaria?

2.3 Intención de la investigación

En consideración a investigaciones relacionadas que se han realizado sobre la aplicación del modelo Van Hiele para el logro de los niveles razonamiento geométrico, se tiene como intención implementar una secuencia didáctica en base al modelo de Van Hiele para determinar el nivel de razonamiento geométrico.

2.4 Justificación

La geometría como cuerpo de conocimientos es la ciencia que tiene por objetivo analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales. Desde esta mirada, se puede considerar a la geometría como la matemática del espacio.

Hoy, la geometría vive un momento de auge y esplendor. En todo el mundo reconoce su importancia y su conveniencia; por lo que implementar un modelo de su enseñanza favorecerá la experimentación directamente con las formas de los objetos, los que, paulatinamente, van permitiendo tomar posición del espacio para orientarse, analizando sus formas, y estableciendo las relaciones espaciales o simplemente por la contemplación, en un comienzo en forma intuitiva, exploratoria y posteriormente en forma deductiva (Sánchez, 2002).

En la institución educativa secundaria José Olaya Balandra, poco o casi nada se aplica las metodologías como Van Hiele, la cual es un modelo de didáctica de la matemática la nos permite desarrollar los niveles de razonamiento geométrico.

2.5 Objetivos

2.5.1 Objetivo general

Determinar el nivel de razonamiento geométrico que alcanzan los estudiantes del primero de secundaria de la IES "José Olaya Balandra" sobre el objeto matemático triángulos, a través de una secuencia didáctica basada del modelo de Van Hiele.

2.5.2 Objetivos específicos

Describir el proceso de adquisición de los niveles de razonamiento geométrico del objeto triángulos en los estudiantes del primer grado de secundaria.

Identificar el grado de adquisición de razonamiento geométrico inicial en los niveles del modelo de Van Hile que poseen los estudiantes de primer grado de educación secundaria.

Identificar el grado de adquisición de razonamiento geométrico final en los niveles del modelo de Van Hiele que poseen los estudiantes de primer grado de educación secundaria.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

Nuestra investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo, dado que se trata de un estudio naturalista e interpretativo, a través de un diseño de investigación acción; la cual consiste en construir el conocimiento por medio de la práctica (Hernandez, 2006).

3.1 Acceso al Campo

En primer lugar, se procedió a realzar los tramites a la dirección de la institución educativa para que comunique y autorice la aplicación del experimento de la secuencia didáctica planteada por el investigador en los estudiantes del primer grado de la institución educativa secundaria José Olaya Balandra de la ciudad de Juliaca.

El periodo de ejecución y recopilación de información duro cinco meses, incluyendo la de la secuencia didáctica y de la prueba de salida. Así mismo se diseñó la secuencia didáctica en base al modelo de Van Hiele. El investigador se desempeñó como mediador en el proceso de aplicación de la secuencia didáctica.

3.2 Selección de informantes y situaciones observadas

Se seleccionó como unidades experimentales a diecisiete estudiantes del primer grado de la institución educativa secundaria Jose Olaya Balandra, en el presente estudio se utilizó el muestreo no probabilístico intencionado la cual estará conformado por los estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Secundaria "José Olaya Balandra" de la ciudad de Juliaca, las cuales son determinados de forma intencional para conformar el grupo experimental, el tamaño de muestra considerado para siguiente trabajo de investigación fue diecisiete estudiantes, a las cuales se aplicó la secuencia didáctica que consistía en cinco sesiones diseñados para cada nivel de razonamiento geométrico en base al modelo de Van Hiel.

Tabla 3

Muestra de estudiantes del primer grado de la IES "José Olaya Balandra"

Genero	Número de estudiantes	Porcentaje
Varones	8	47%
Mujeres	9	53%
TOTAL	17	100%

Fuente: Nomina de matricula

La Institución Educativa Secundaria "José Olaya Balandra", es una institución educativa de carácter humanística, se encuentra ubicada en la ciudad de Juliaca, jurisdicción de la provincia de San Román del departamento de Puno, una institución mixta con una modalidad de educación básica regular de menores.

3.2.1 Diseño de los instrumentos de investigación

Diseño de la prueba de entrada

La prueba de diagnóstico o entrada se diseñó y se aplicó con la finalidad de conocer los conocimientos previos de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Secundaria "José Olaya Balandra" que poseen sobre el objeto matemático de triángulo, basado en el modelo de Van Hiele.

Tabla 4
Prueba de entrada basado en el modelo de Van Hiele

Nivel de razonamiento	Indicador	Ítem
Reconocimiento	Reconoce un triángulo en su forma global. Agrupa triángulos según su forma global.	2
Análisis	Establece las propiedades principales de un triángulo escaleno. Identifica y describe las propiedades de un triángulo isósceles. Establece las relaciones entre los elementos de un triángulo equilátero.	3
Clasificación	Promueve, explica y justifica sus argumentos. Utiliza las notaciones matemáticas. Establece relaciones entre las propiedades de los diferentes tipos de triangulo. Resuelve problemas que involucran los triángulos.	3
Deducción formal	Demuestra propiedades de triángulos. Demuestra teoremas de triángulos.	2
Total		10

Implementación de la secuencia didáctica

El diseño de una secuencia didáctica para la siguiente investigación, está centrado en la enseñanza de triángulos en los estudiantes del primer grado de educación básica regular, la cual consiste en diseñar actividades basadas a los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje según el modelo de Van Hiele.

Objetivos de nivel de visualización

- Identificar triángulos por su apariencia global.
- Comparar triángulos por su forma.

Objetivos de nivel de análisis

- Describir los triángulos e identificar sus elementos

- Identificar las propiedades de cada triangulo.
- Asociar propiedades a tipos de triángulos.

Objetivos del nivel de clasificación

- Establecer relaciones entre las propiedades de los triángulos.
- Definir a partir de sus propiedades el tipo de triángulos.
- Demostrar propiedades de un triángulo de modo informal.
- Resolver problemas básicos que involucran triángulos.

Objetivos del nivel de deducción formal

- Realizar razonamientos lógicos formales.
- Clasificar tipos de triángulo.
- Argumentar propiedades en base a deducciones formales.
- Demostrar teoremas sobre triángulos.
- Relacionar teoremas sobre triángulos.

Objetivos del nivel de rigor

- Establecer consistencias de un sistema de axiomas sobre triángulos.
- Realizar deducciones abstractas basado en un sistema de axiomas sobre triángulos.

Diseño de las sesiones de aprendizaje a partir del modelo de Van Hiele

Actividades de la secuencia didáctica para la enseñanza del objeto matemático triángulos fueron diseñados en base a las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, dado que estas fueron propuestas por los autores Van Hiele adaptados a nuestra investigación, para la transición de un nivel a otro nivel inmediato superior de razonamiento geométrico. Dichas actividades se diseñan en base a los resultados obtenidos en la prueba de entrada, las actividades fueron adaptadas al trabajo propuesto por Maguiña (2013) y las otras fueron propuestos por el investigador.

A continuación, se describe las actividades por cada sesión de aprendizaje según cada nivel de razonamiento geométrico y fases del modelo de Van hiele.

Diseño de la sesión de aprendizaje número 01

En esta actividad se busca contacto de los estudiantes con el docente y con el objeto matemático en estudio (triángulos). en la cual se presenta a los estudiantes un conjunto de figuras geométricas sobre triángulos, para lo cual el estudiante: reconoce un triángulo por su apariencia global; reconoce las propiedades de un triángulo se mantienen cuando cambia de posición; muestra la construcción de un triángulo depende a las propiedades matemáticas; reconoce y menciona diversos tipos de triángulos por su forma global y establece una visión global de la clasificación de los triángulos.

Tabla 5

Diseño de la sesión de aprendizaje número 01

Nivel de razonamiento	Fases	Objetivo	Tiempo
Nivel 1 (Reconocimiento)	Información	Reconocer un triángulo por su apariencia global.	10
	Orientación dirigida	Reconocer las propiedades de un triángulo se mantienen cuando cambia de posición.	20
	Explicitación	Mostrar que la construcción de un triángulo depende a las propiedades matemáticas.	20
	Orientación libre	Reconocer y mencionar diversos tipos de triángulos por su forma global.	20
	Integración	Establecer una visión global de la clasificación de los triángulos.	20

Diseño de la sesión de aprendizaje número 02

En esta actividad se presenta para facilitar un análisis de los elementos y propiedades de cada tipo de triángulo, donde los estudiantes en contacto directo con el objeto triángulos, el estudiante: describe los triángulos e identifica sus elementos; explica, justifica e interpreta las propiedades básicas del triángulo; realiza generalizaciones sobre los elementos de los triángulos a partir de la inducción geométrica por ultimo establece y define elementos y propiedades de los diferentes tipos de triángulos.

Tabla 6

Diseño de la sesión de aprendizaje número 02

Nivel de razonamiento	Fases	Objetivo	Tiempo
Nivel 2 (Análisis)	Información	Identificar los símbolos matemáticos respecto al triangulo.	10
	Orientación dirigida	Describir los triángulos e identificar sus elementos.	20
	Explicitación	Explicar, justifica y interpretar las propiedades básicas del triángulo.	20
	Orientación libre	Realizar generalizaciones sobre los elementos de los triángulos a partir de la inducción geométrica.	20
	Integración	Establecer y definir elementos y propiedades de los diferentes tipos de triángulos.	20

Diseño de la sesión de aprendizaje número 03

En esta actividad el estudiante mediado por el docente: caracteriza a los triángulos según sus ángulos y lados; establece relación de las propiedades básicas que permitan caracterizar a los triángulos; realiza demostraciones de las propiedades básicas del triángulo utilizando ejemplos y contraejemplos; realiza demostraciones básicas y establece relaciones entre las propiedades de los triángulos y también resuelve ejercicios básicos que involucran triángulos.

Tabla 7

Diseño de la sesión de aprendizaje número 03

Nivel de razonamiento	Fases	Objetivo	Tiempo
Nivel 3 (Clasificación)	Información	Caracteriza a los triángulos según sus ángulos y lados.	10
	Orientación dirigida	Establecer relación de las propiedades básicas que permitan caracterizar a los triángulos.	20
	Explicitación	Realiza demostraciones de las propiedades básicas del triángulo utilizando ejemplos y contraejemplos.	20
	Orientación libre	Realiza demostraciones básicas y establece relaciones entre las propiedades de triángulos.	20
	Integración	Resuelve ejercicios básicos que involucran triángulos.	20

Diseño de la sesión de aprendizaje número 04

En esta actividad el estudiante mediado por el docente: identifica las propiedades del triángulo; descubre, comprende y aprende los conceptos y propiedades de un triángulo; realizar demostraciones de las propiedades de un triángulo del modo formal; realiza demostraciones de teoremas de los triángulos y también resuelve problemas que involucran triángulos.

Tabla 8

Diseño de la sesión de aprendizaje número 04

Nivel de razonamiento	Fases	Objetivo	Tiempo
Nivel 4 (Deducción formal)	Información	Identificar las propiedades del triángulo.	10
	Orientación dirigida	Descubre, comprende y aprende los conceptos y propiedades de un triángulo.	20
	Explicitación	Realizar demostraciones de las propiedades de una triangulo del modo formal.	20
	Orientación libre	Realiza demostraciones de teoremas de los triángulos.	20
	Integración	Resuelve problemas que involucran triángulos.	20

Diseño de la prueba de salida

La prueba de salida se ha considerado la misma prueba de entrada, la cual se aplicó luego de haberse aplicado la secuencia didáctica. Esta prueba de salida nos permitió observar y evidenciar el progreso de su nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes de primer grado de Institución Educativa Secundaria José Olaya Balandra.

Teniendo en cuenta de los resultados de la prueba de entrada o inicial, en la cual los estudiantes muestran deficiencias y dificultades en su aprendizaje respecto al objeto matemático (triángulos), por lo cual se ha considerado la tomar como prueba de salida, la misma prueba que se tomó al inicio. Esto con la finalidad de comparar el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes**.**

3.3 Estrategias de recogida y registro de datos

La recogida de daros se utilizó diversos instrumentos como la observación es uno de los instrumentos más utilizados en la investigación científica y con mayor frecuencia en la investigación cualitativa. En la presente investigación se utilizó en su gran parte la técnica de observación.

Para el presente trabajo de investigación se utilizó la técnica del examen, la cual está constituido en un grupo de preguntas sistemáticamente elaboradas, y su respectivo instrumento de evaluación, la prueba escrita con preguntas abiertas. Dicho instrumento nos ayuda a determinar los niveles de razonamiento geométrico por nivel. El número de evaluados después de la aplicación de la secuencia didáctica fue diecisiete.

Posteriormente se valoró los ítems en base a la propuesta de Van Hiele.

3.4 Análisis de datos y categorías

Luego de ser valoradas la prueba de salida teniendo como referencia el nivel de razonamiento geométrico y las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, posteriormente se realizó el análisis respectivo logro del grado de adquisición en los diferentes niveles de razonamiento, así mismo se realizó las diferencias y similitudes y progreso del grado de adquisición en los diferentes niveles de razonamiento geométrico de las pruebas de entrada y salida.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Análisis de resultados

En este capítulo presentamos los resultados obtenidos de la prueba de entrada y la prueba de salida luego de ser aplicado las secuencias didácticas planteada. Luego comparamos los resultados de las dos pruebas tomadas a los estudiantes con la finalidad de comparar el nivel de razonamiento geométrico inicial y final, para determinar e identificar la evolución de grados de adquisición de los niveles.

4.1.1. Descripción y análisis de las respuestas de la prueba de entrada

Para realizar la identificación de los niveles de razonamiento geométrico en base al modelo de Van Hiele, a partir de las respuestas dadas de los estudiantes por ítems. A continuación, se presenta los resultados antes de haber sido aplicado la secuencia didáctica.

Comentario a las respuestas de la pregunta 1

Los estudiantes consideran que al unir los tres puntos se forma un triángulo, sin embargo, tienen dificultad en determinar la clase o tipo de triángulo se forma la unir los tres puntos de manera correcta.

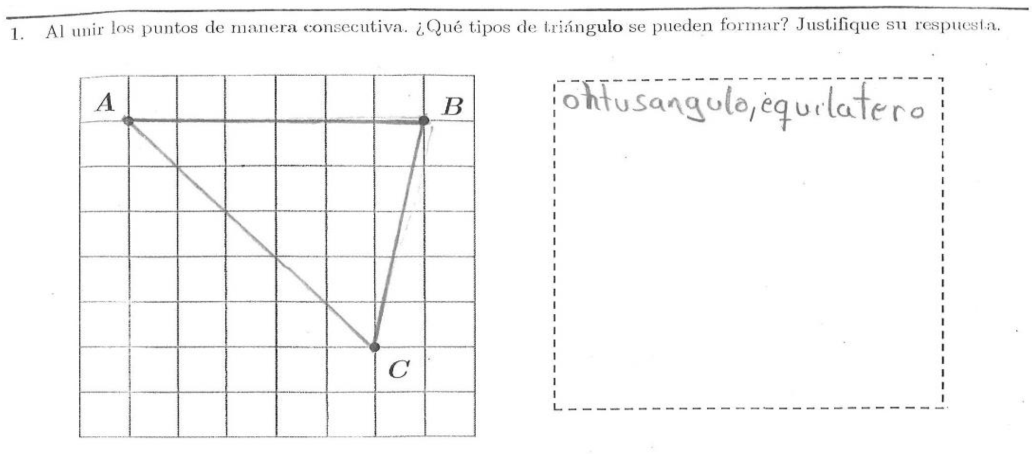


Figura 16. Respuesta de la pregunta 01 de la prueba de entrada

Esta respuesta refleja que el estudiante del primer grado de secundaria identifica el objeto triángulo de manera global, de tal manera su respuesta está en relación a lo que observan de manera visual, sin embargo, no logra justificar su respuesta de forma adecuada. Además, Jaime (2009) para el nivel de reconocimiento los estudiantes deben realizar la descripción de las figuras basada principalmente en su aspecto físico y posición en los espacios. Los conocimientos o clasificaciones se basan en aspectos globales.

Comentario a las respuestas de la pregunta 2

Se observa en la pregunta 2 de la prueba de entrada, en la cual los estudiantes no poseen una clara idea sobre la existencia de diferentes tipos o clases de triángulos, incluso se observa que los estudiantes presentan dificultades en confundir triángulos con otras figuras geométricas.

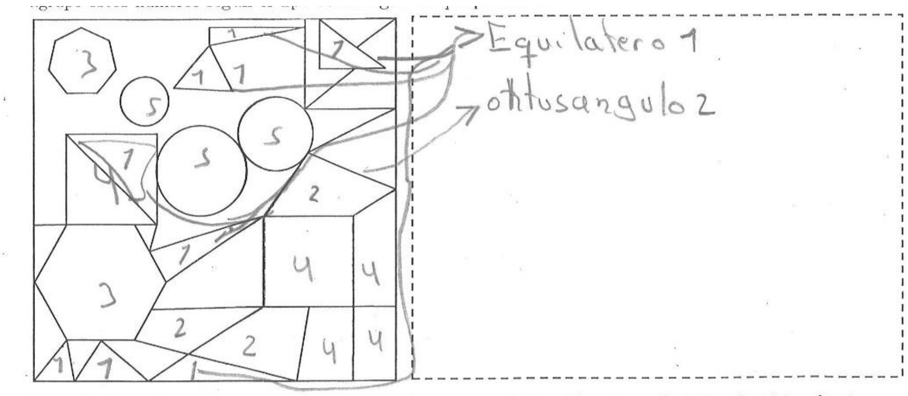


Figura 17. Respuesta de la pregunta 02 de la prueba de entrada

En la respuesta que dio este estudiante, considera algunos triángulos como equilátero de forma errada, en la cual se evidencia las dificultades que tiene el estudiante, su respuesta está en relación a lo que observan de manera visual. Además, Jaime (2009) para este nivel de reconocimiento los estudiantes deben realizar la descripción de las figuras basada principalmente en su aspecto físico y posición en los espacios. Los conocimientos o clasificaciones se basan en aspectos globales.

Comentario a las respuestas de la pregunta 3

Una mayoría de estudiantes responde la pregunta de manera incorrecta, además no justifican sus respuestas. y una minoría de estudiantes dan una respuesta correcta pero no logran justificar sus las mismas.

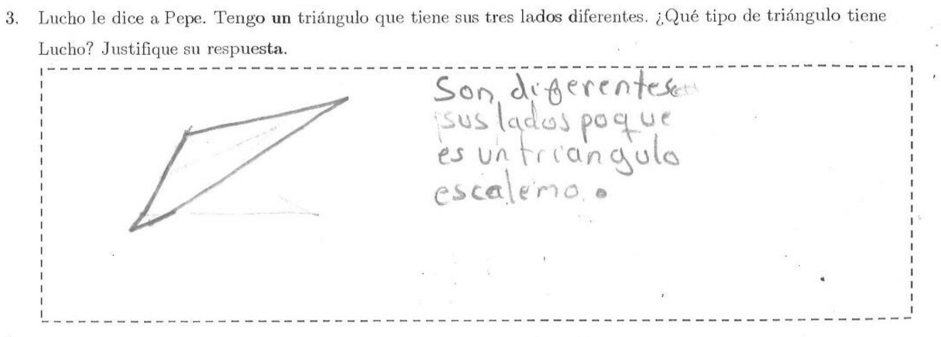


Figura 18. Respuesta de la pregunta 03 de la prueba de entrada

En la respuesta que dio este estudiante es correcta pero no logra justificar su respuesta, solo menciona lo indicado en el contenido de la pregunta. Además, Jaime (2009), en el este nivel de análisis los estudiantes deben realizar el reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes y están dotadas de propiedades. Se describen las partes que integran una figura geométrica y se mencionan sus propiedades.

Comentario a las respuestas de la pregunta 4

Una mayoría de estudiantes responde la pregunta de manera incorrecta, además no justifican sus respuestas. Una minoría dan una respuesta correcta pero no logran justificar sus las mismas.

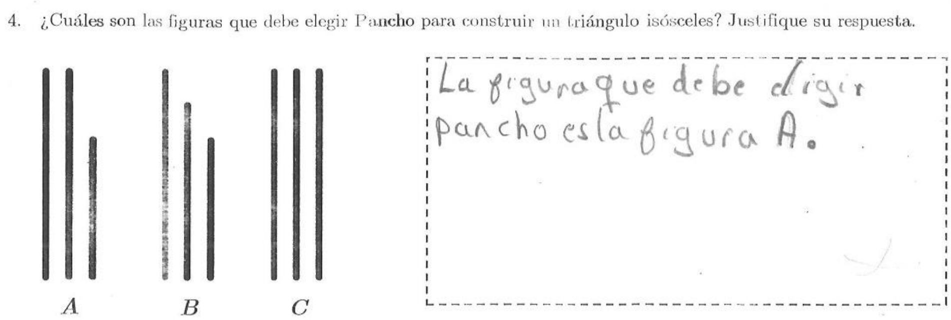


Figura 19. Respuesta de la pregunta 04 de la prueba de entrada

En la respuesta que dio este estudiante es correcta pero no logra justificar su respuesta, porque con la figura A, se construye un triángulo isósceles. Esta respuesta refleja que el estudiante no es capaz de establecer las características de un triángulo isósceles. Además, Jaime (2009) en el este nivel análisis los estudiantes deben realizar la deducción de propiedades mediante procedimiento ensayo error, capacidad de generalización de dichas propiedades a las figuras de misma familia de triángulos.

Comentario a las respuestas de la pregunta 5

En su totalidad de estudiantes responde la pregunta de manera incorrecta, muestran dificultades en ubicar los puntos medios en cada lado de un triángulo. Una mínima cantidad de estudiantes dan una respuesta correcta pero no logran justificar sus las mismas.

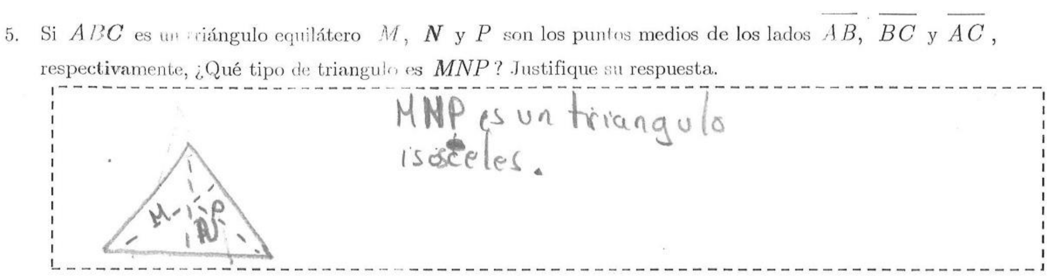
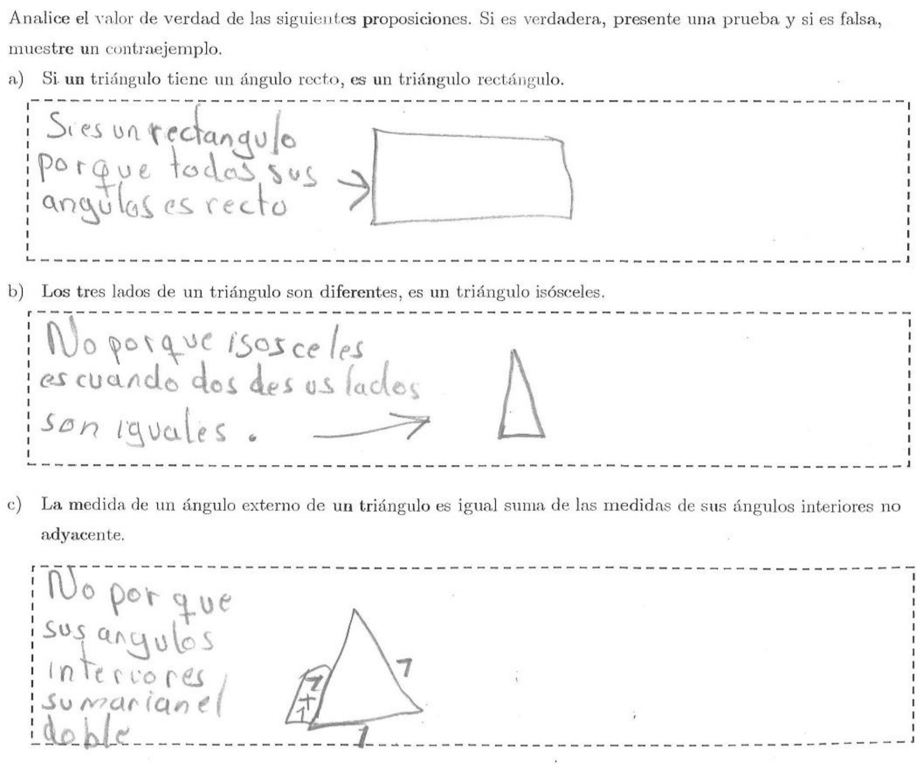


Figura 20. Respuesta de la pregunta 05 de la prueba de entrada

En la respuesta que dio este estudiante es incorrecta, muestra dificultad en la comprensión del enunciado, dado que no logra elaborar la figura correcta y no ubica los puntos medios que corresponde a cada lado del triángulo. Además, Jaime (2009) en el este nivel análisis los estudiantes deben realizar demostraciones de una propiedad mediante comprobaciones en uno o pocos casos.

Comentario a las respuestas de la pregunta 6

La mayoría de los estudiantes responde la pregunta de manera incorrecta, y una minoría de estudiantes responden alguna de los ítems de la pregunta 6 de manera correcta, además los estudiantes muestran dificultades en caracterizar elementos, clasificar tipos de triangulo y en relacionar propiedades.


Analice el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Si es verdadera, presente una prueba y si es falsa, muestre un contraejemplo.

a) Si un triángulo tiene un ángulo recto, es un triángulo rectángulo.

Si es un rectangulo porque todas sus angulos es recto

b) Los tres lados de un triángulo son diferentes, es un triángulo isósceles.

No porque isosceles es cuando dos des us lados son iguales .

c) La medida de un ángulo externo de un triángulo es igual suma de las medidas de sus ángulos interiores no adyacente.

No por que sus angulos interiores sumarian el doble

Figura 21. Respuesta de la pregunta 06 de la prueba de entrada

En la respuesta que dio este estudiante es incorrecta el ítem b, no logra probar utilizando ejemplos ni contra ejemplos, sin embargo, en los ítems a y c se equivoca completamente, en la cual se evidencia las dificultades que muestra en la interpretación del enunciado y la claridad de la clasificación de triángulos. Además, Jaime (2009), en el este nivel de clasificación los estudiantes deben relacionar propiedades de una figura y otra, comprende la existencia de relaciones y se descubren de manera experimental.

Comentario a las respuestas de la pregunta 7

En su totalidad de los estudiantes responde la pregunta de manera incorrecta, mostrando una clara dificultad sobre la propiedad de existencia de triángulos, además los estudiantes muestran dificultades en la aplicación de las propiedades básicas del objeto matemático triángulos.

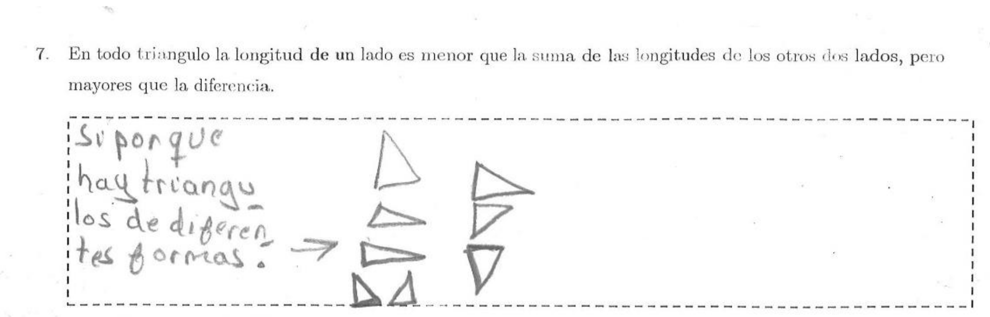


Figura 22. Respuesta de la pregunta 07 de la prueba de entrada

En la respuesta a la pregunta 7, que dio el estudiante es incorrecta no logra identificar la propiedad adecuada, no muestra ideas para probar dicha condición. Además, Jaime (2009), en el este nivel clasificación los estudiantes comprenden las definiciones matemáticas y sus requisitos, se definen correctamente conceptos.

Comentario a las respuestas de la pregunta 8

En su gran mayoría de los estudiantes responde la pregunta 8 de manera incorrecta, mostrando una clara dificultad sobre las características y propiedades básicas del objeto matemático triángulos.

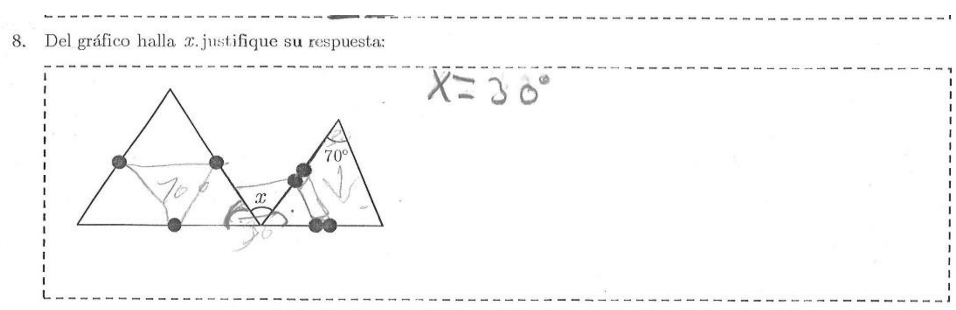


Figura 23. Respuesta de la pregunta 08 de la prueba de entrada

En la respuesta que dio este estudiante es incorrecta, no muestra ideas de aplicabilidad de propiedades básicas, además el estudiante muestra una clara dificultad en la resolución de problemas y ejercicios.

Además, Jaime (2009) en el este nivel clasificación los estudiantes comprenden las definiciones matemáticas y sus requisitos, se definen correctamente conceptos las cuales aplican en la solución de problemas y ejercicios.

Comentario a las respuestas de la pregunta 9

En su gran mayoría de los estudiantes responde la pregunta 9 de manera incorrecta, mostrando una clara dificultad en la aplicación de las propiedades básicas del objeto matemático triángulos.

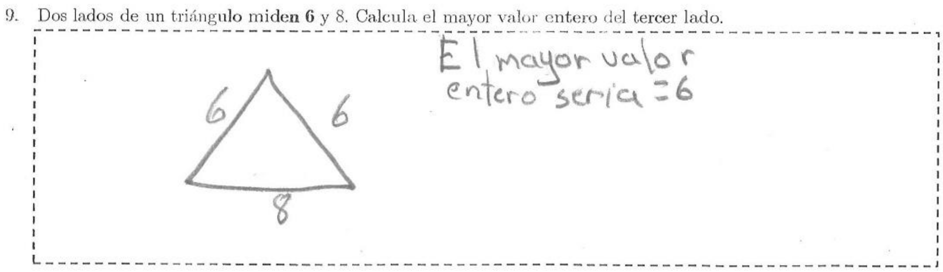


Figura 24. Respuesta de la pregunta 09 de la prueba de entrada

En la respuesta que dio este estudiante es incorrecta, muestra dificultad en la resolución de problema, además se evidencia que no demuestra el análisis crítico ni la aplicabilidad de la propiedad de existencia de triángulos. Además, Jaime (2009) en el este nivel deducción formal los estudiantes pueden reformular enunciados de problemas o propiedades trasladando a un lenguaje más preciso.

Comentario a las respuestas de la pregunta 10

En su totalidad de estudiantes responde la pregunta 10 de manera incorrecta, mostrando una clara dificultad en probar y demostrar las propiedades básicas del objeto matemático triángulos.

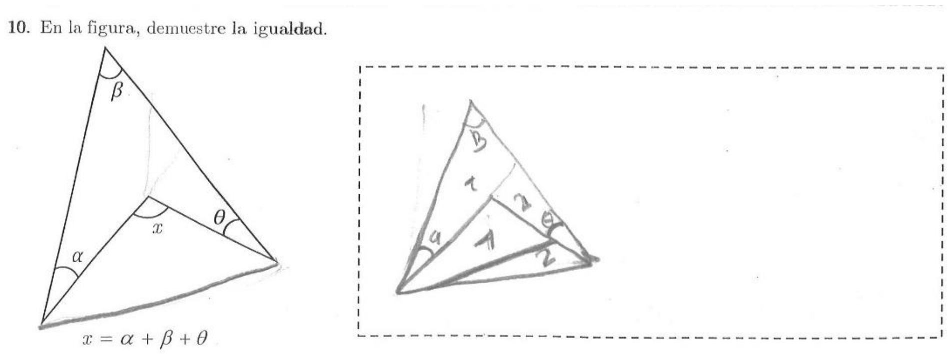


Figura 25. Respuesta de la pregunta 10 de la prueba de entrada

En la respuesta que dio este estudiante es incorrecta, muestra muchas dificultades en probar y demostrar las propiedades básicas del objeto matemático triángulos. Además, Jaime (2009), en el este nivel de deducción formal los estudiantes realizan demostraciones mediante razonamiento deductivos formales y capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales.

4.1.2. Descripción y análisis de las respuestas de la prueba de salida

Para realizar la identificación de los niveles de razonamiento geométrico en base al modelo de Van Hiele, a partir de las respuestas dadas de los estudiantes por ítems. A continuación, se presenta los resultados después de haber sido aplicado la secuencia didáctica.

Comentario a las respuestas de la pregunta 1

En su totalidad de estudiantes responden la pregunta 1 de manera correcta, el estudiante considera que al unir tres puntos es un triángulo, además los estudiantes logran identificar el tipo o clase de triángulos que se obtiene al unir los tres puntos.

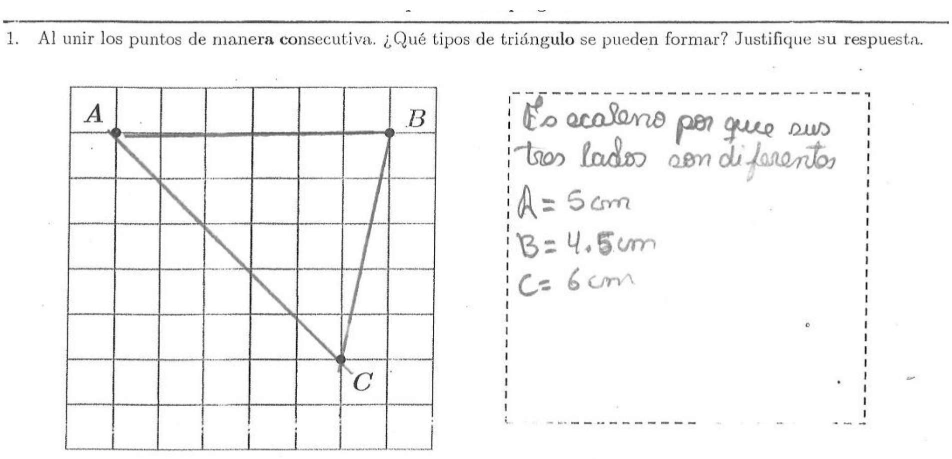


Figura 26. Respuesta de la pregunta 01 de la prueba de salida

Esta respuesta refleja que un estudiante del primer grado de secundaria logra identificar un triángulo en forma global, su respuesta está en relación a lo que observan de manera visual también de algún modo justifica su respuesta. Además, Jaime (2009) para el nivel de reconocimiento los estudiantes deben realizar la descripción de las figuras basada principalmente en su aspecto físico y posición en los espacios. Los conocimientos o clasificaciones se basan en aspectos globales.

Comentario a las respuestas de la pregunta 2

Se observa en la pregunta 2 de la prueba de salida, en la cual los estudiantes si poseen una clara idea sobre la existencia de diferentes tipos de triángulos.

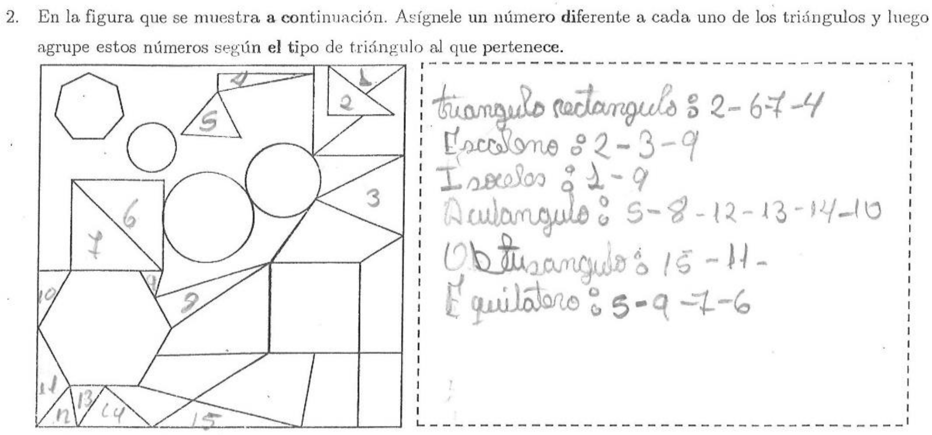


Figura 27. Respuesta de la pregunta 02 de la prueba de salida

En la respuesta que dio este estudiante a esta pregunta es correcta, en la cual de algún modo logra clasificar los triángulos, su respuesta está en relación a lo que observan de manera visual. Además, Jaime (2009) para este nivel reconocimiento los estudiantes deben realizar la descripción de las figuras basada principalmente en su aspecto físico y posición en los espacios. Los conocimientos o clasificaciones se basan en aspectos globales.

Comentario a las respuestas de la pregunta 3

Una mayoría de estudiantes responde la pregunta tres de manera correcta, además logra justiciar de algún modo justifican sus respuestas. y una minoría dan una respuesta incorrecta pero no logran justificar sus las mismas.

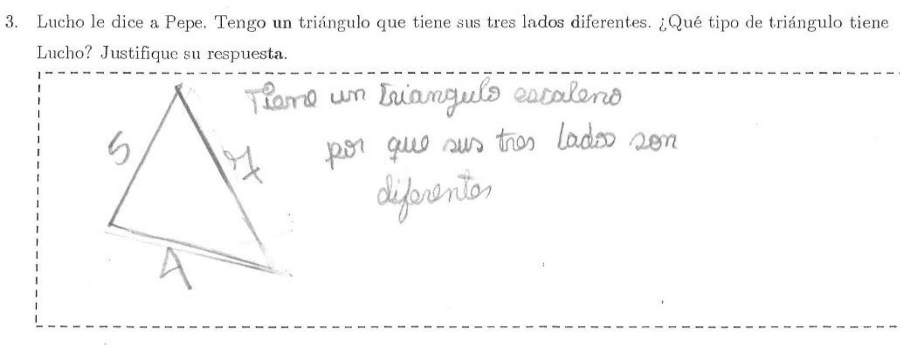


Figura 28. Respuesta de la pregunta 03 de la prueba de salida

En la respuesta que dio este estudiante es correcta, además logra justificar su respuesta, proponiendo un ejemplo en base al contenido de la pregunta.

Comentario a las respuestas de la pregunta 4

La totalidad de estudiantes responden la pregunta de manera correcta, además logran justifican sus respuestas respecto a la construcción de un triángulo isósceles.

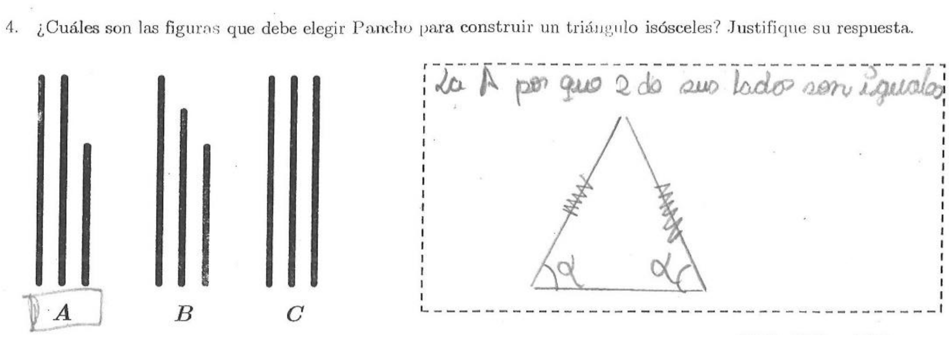


Figura 29. Respuesta de la pregunta 04 de la prueba de salida

En la respuesta que dio este estudiante es correcta, además logra justificar su respuesta, porque con la figura A, se construye un triángulo isósceles. Esta respuesta refleja que el estudiante es capaz de establecer las características de un triángulo isósceles, sin embargo, muestra dificultad en discutir sobre un triángulo equilátero que dicho de paso es también un triángulo isósceles. Además, Jaime (2009) en el este nivel de análisis los estudiantes deben realizar el reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes y están dotadas de propiedades. Se describen las partes que integran una figura geométrica y se mencionan sus propiedades.

Comentario a las respuestas de la pregunta 5

La mayoría de estudiantes responde la pregunta de manera correcta, logran justificar su respuesta de manera informal ubicar los puntos medios en cada lado del triángulo. Unas mínimas cantidad de estudiantes dan una respuesta incorrecta.

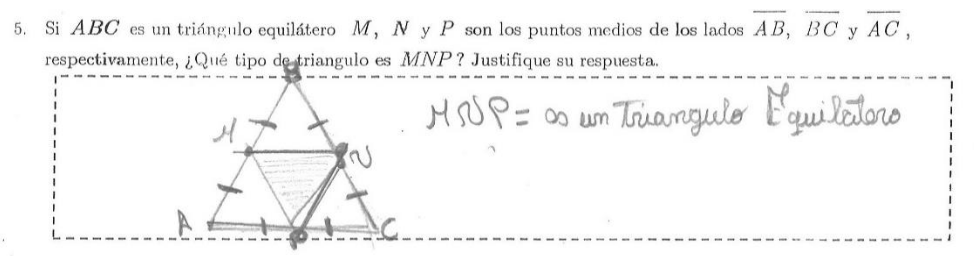
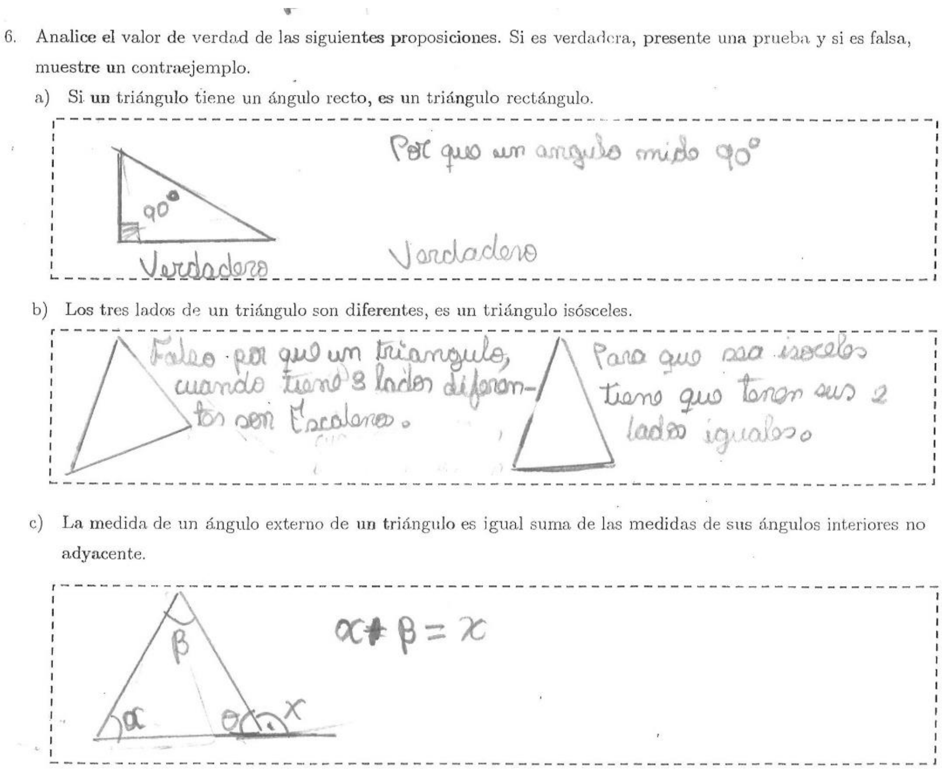


Figura 30. Respuesta de la pregunta 05 de la prueba de salida

En la respuesta que dio este estudiante es correcta, logra justificar su respuesta de manera informal, dado que logra construir los triángulos equiláteros uniendo los puntos medios que corresponde a cada lado del triángulo equilátero. Además, Jaime (2009) en el este nivel análisis los estudiantes deben realizar demostraciones de propiedades mediante comprobaciones en uno o pocos casos.

Comentario a las respuestas de la pregunta 6

En su mayoría de los estudiantes responde la pregunta de manera correcta en la cual justifican sus respuestas, una minoría de estudiantes responden alguna de los ítems de la pregunta 6 de manera incorrecta, de esta minoría los estudiantes muestran dificultades en caracterizar elementos, clasificar tipos de triangulo y en relacionar propiedades.


6. Analice el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Si es verdadera, presente una prueba y si es falsa, muestre un contraejemplo.

a) Si un triángulo tiene un ángulo recto, es un triángulo rectángulo.

90°
Verdadero
Por que un angulo mide 90°
Verdadero

b) Los tres lados de un triángulo son diferentes, es un triángulo isósceles.

Falso por que un triangulo, cuando tiene 3 lados diferentes son Escalenos.
Para que sea isocelos tiene que tener sus 2 lados iguales.

c) La medida de un ángulo externo de un triángulo es igual suma de las medidas de sus ángulos interiores no adyacente.

β α θ x
$\alpha \neq \beta = x$

Figura 31. Respuesta de la pregunta 06 de la prueba de salida

En la respuesta que dio este estudiante es correcta en la cual logra justificar en los ítems a y b, no logra probar utilizando ejemplos ni contra ejemplos, sin embargo, en el ítem c no logra justificar su respuesta. Además, Jaime (2009), en el este nivel de clasificación los estudiantes deben relacionar propiedades de una figura y otra, comprende la existencia de relaciones y se descubren de manera experimental.

Comentario a las respuestas de la pregunta 7

La mitad de los estudiantes responde la pregunta de manera correcta, en la cual logran justificar su respuesta sobre la propiedad de existencia de triángulos, además la otra mitad de los estudiantes muestran dificultades en la aplicación de las propiedades básicas del objeto matemático triángulos.

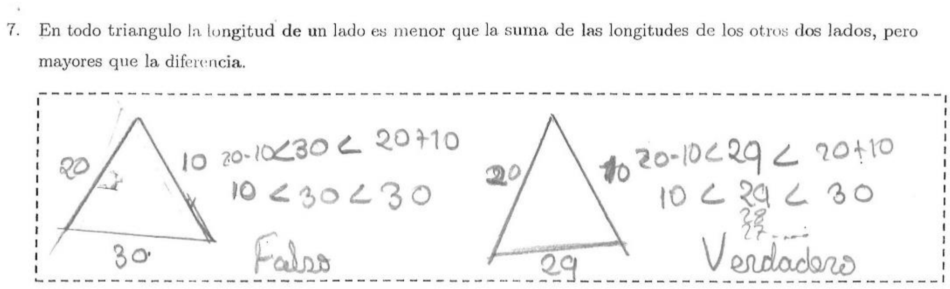


Figura 32. Respuesta de la pregunta 07 de la prueba de salida

La respuesta a la pregunta 7 que dio el estudiante es correcta fundamentar o justica su respuesta mediante u ejemplo y contra ejemplo, entonces logra identificar la propiedad adecuada. Además, Jaime (2009), en el este nivel clasificación los estudiantes comprenden las definiciones matemáticas y sus requisitos, se definen correctamente conceptos.

Comentario a las respuestas de la pregunta 8

En su menoría de los estudiantes responde la pregunta 8 de manera correcta la cual logran justificar sus respuestas y una mayoría de los estudiantes responden de una manera incorrecta o no adecuada.

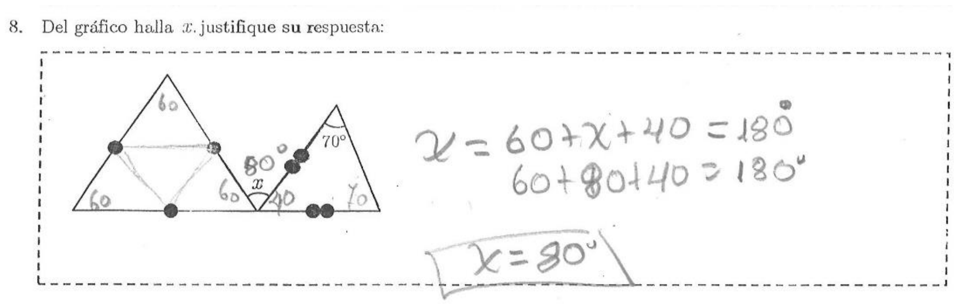


Figura 33. Respuesta de la pregunta 08 de la prueba de salida

En la respuesta que dio este estudiante, sin embargo, no logra justificar de manera adecuada su respuesta. Muestra el estudiante la dificultad de un trabajo ordenado y coherente en la resolución del problema. Además, Jaime (2009) en el este nivel clasificación los estudiantes comprenden las definiciones matemáticas y sus requisitos, se definen correctamente conceptos las cuales aplican en la solución de problemas y ejercicios.

Comentario a las respuestas de la pregunta 9

En su gran memoria de los estudiantes responde la pregunta 9 de manera correcta justificando sus respuestas, y una mayoría de los estudiantes de manera incorrecta, mostrando una clara dificultad en la aplicación de las propiedades básicas del objeto matemático triángulos.

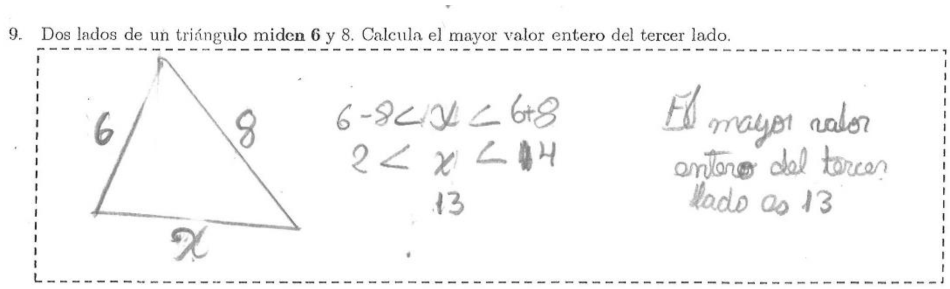


Figura 34. Respuesta de la pregunta 09 de la prueba de salida

En la respuesta que dio este estudiante es correcta, justifica su repuesta de forma coherente en la resolución de problema, sin embargo, la gran mayoría de los estudiantes muestran dificultad. Además, Jaime (2009) en el este nivel deducción formal los estudiantes pueden reformular enunciados de problemas o propiedades trasladando a un lenguaje más preciso.

Comentario a las respuestas de la pregunta 10

En su gran mayoría de los estudiantes responde la pregunta 10 de manera incorrecta, mostrando una clara dificultad en probar y demostrar las propiedades básicas del objeto matemático triángulos y una mínima cantidad de estudiantes responde de manera correcta y justifican sus respuestas.

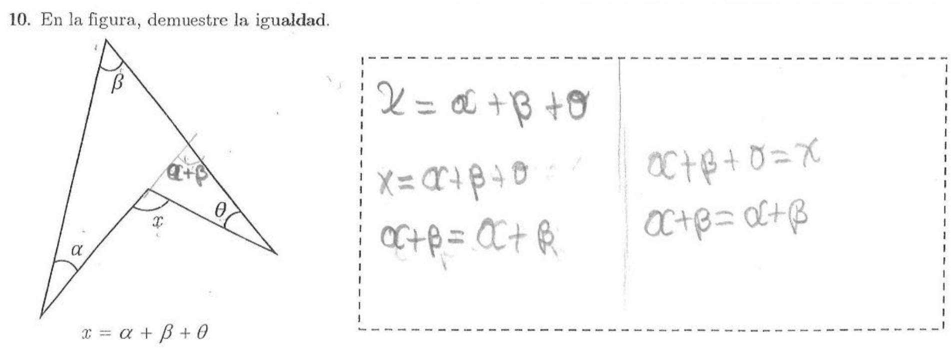


Figura 35. Respuesta de la pregunta 10 de la prueba de salida

En la respuesta que dio este estudiante es incorrecta, muestra dificultad probar y demostrar las propiedades básicas del objeto matemático triángulos. Además, Jaime (2009) en el este nivel de deducción formal los estudiantes realizan demostraciones mediante razonamiento deductivos formales y capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales.

4.1.3. Resultados de la prueba de entrada

Al inicio de la presente investigación se aplicó la prueba de entrada que constaba de 10 preguntas o ítems, además dicha prueba se considera como prueba de diagnóstico. Para la determinación del nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Secundaria “José Olaya Balandra”.

Además, presentamos los resultados obtenidos de la prueba de entrada se muestran en anexos. También se observa los grados de adquisición de los niveles de razonamiento geométrico en los estudiantes.

Tabla 9

Resultados sobre grado de adquisición de los estudiantes en la prueba de entrada

Estudiante	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Deysi	25%	15%	7%	0%
Stefany	20%	7%	0%	0%
Hasly	75%	48%	32%	10%
Beatriz	25%	7%	7%	0%
Delfín	25%	7%	0%	0%
Ángel	63%	32%	7%	10%
Renzo	20%	20%	7%	0%
Luis	50%	15%	13%	0%
Franklin	25%	23%	0%	0%
Armando	25%	7%	15%	0%
Blanca	38%	17%	8%	0%
Delia	25%	23%	7%	0%
Liliana	35%	13%	0%	0%
Felicia	38%	22%	17%	10%
Ronald	25%	22%	7%	0%
Josue	23%	0%	0%	0%
Gabriel	23%	7%	0%	0%

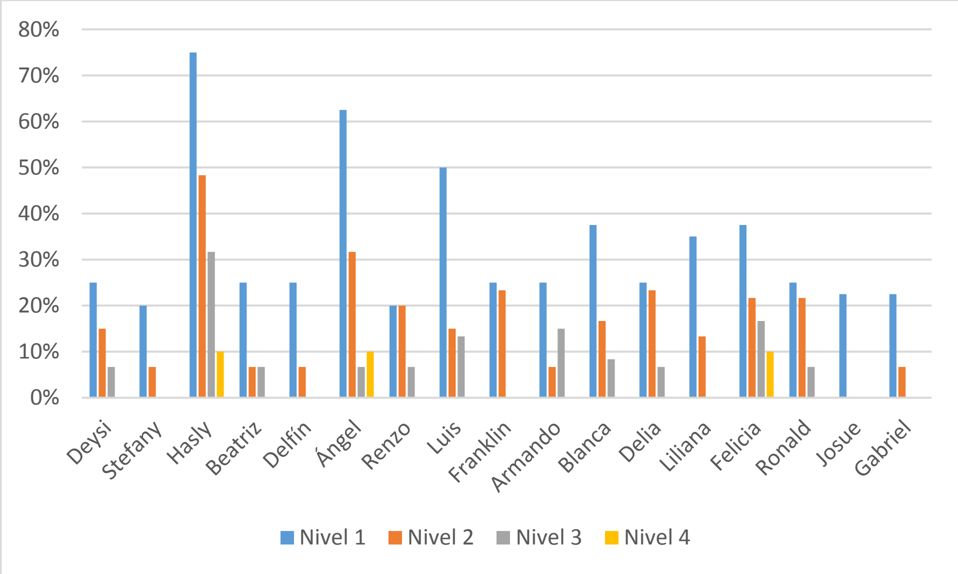


Figura 36. Grado de adquisición de los estudiantes en la prueba de entrada

Descripción:

El porcentaje más alto en nivel 1, es obtenido por la estudiante Hasly es de 75%, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es alta y el más bajo es de 20% que obtuvo el estudiante Renso, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es baja.   Además, Jaime (1993) para este nivel reconocimiento los estudiantes deben realizar la descripción de las figuras basada principalmente en su aspecto físico y posición en los espacios. Los conocimientos o clasificaciones se basan en aspectos globales. También, Jara (2015) considera en el nivel deducción formal. Reconoce, nombra y compara figuras de forma global y no reconoce sus elementos. En este nivel considerado también el más elemental, los estudiantes lograr una intermedia, buena o alta adquisición, pero no en su totalidad.

El porcentaje más alto en nivel 2, es obtenido por la estudiante Hasly es de 48%, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es intermedia y el más bajo es de 0% que obtuvo el estudiante Josue, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es nula. Además, Jaime (2009) en el este nivel de análisis los estudiantes deben realizar el reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes y están dotadas de propiedades. Se describen las partes que integran una figura geométrica y se mencionan sus propiedades. También, Jara (2015) considera en el nivel análisis. Tiene conocimiento de los componentes matemáticos, propiedades básicas y comienza a establecer relaciones intuitivas. En este nivel, los estudiantes muestran dificultades en lograr una buena o alta adquisición.

El porcentaje más alto en nivel 3, es obtenido por la estudiante Hasly es de 32%, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es baja y el más baja es de 0% que obtuvo los estudiantes: Stefany, Delfín, Franklin, Liliana, Josue y Gabriel, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es nula. Además, Jaime (2009) en el este nivel clasificación los estudiantes comprenden las definiciones matemáticas y sus requisitos, se definen correctamente conceptos las cuales aplican en la solución de problemas y ejercicios. También, Jara (2015) considera en el nivel clasificación. Relaciona y clasifica figuras en forma lógica pero muy sencilla. En este nivel, los estudiantes muestran dificultades en lograr una intermedia, buena o alta adquisición.

El porcentaje más alto en nivel 4, es obtenido por los estudiantes Hasly, Ángel, y Felicia es de 10%, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es intermedia y el más baja es de 0% que obtuvo los estudiantes: Deysi, Stefany, Beatriz, Renso, Luis, Franklin, Armando, Blanca, Deli, Liliana, Ronald, Josue Gabriel, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es nula Además, Jaime (2009) en el este nivel de deducción formal los estudiantes realizan demostraciones mediante razonamiento deductivos formales y capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales. También, Jara (2015) considera en el nivel clasificación. Corresponde a un razonamiento de tipo deductivo, se comprende el sentido de los axiomas. En este nivel, los estudiantes muestran muchas dificultades.

4.1.4. Resultados de la prueba de salida

Los resultados de la prueba de salida se presentan en anexos, luego de la aplicación de la secuencia didáctica propuesta, para la determinación del nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Secundaria “José Olaya Balandra”.

Además, presentamos los resultados obtenidos de la prueba de salda se muestran en anexos. También se observa los grados de adquisición de los niveles de razonamiento geométrico en los estudiantes.

Tabla 10

Resultados de grado de adquisición de los estudiantes en la prueba de salida

Estudiante	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Deysi	80%	68%	42%	35%
Stefany	90%	70%	50%	50%
Hasly	100%	80%	78%	63%
Beatriz	75%	25%	22%	10%
Delfín	50%	23%	20%	0%
Ángel	90%	67%	58%	23%
Renzo	78%	50%	23%	10%
Luis	90%	60%	25%	10%
Franklin	50%	33%	13%	10%
Armando	100%	87%	42%	35%
Blanca	90%	67%	40%	20%
Delia	80%	67%	52%	0%
Liliana	90%	77%	50%	35%
Felicia	100%	77%	68%	63%
Ronald	80%	67%	33%	35%
Josue	50%	23%	7%	0%
Gabriel	80%	67%	67%	50%

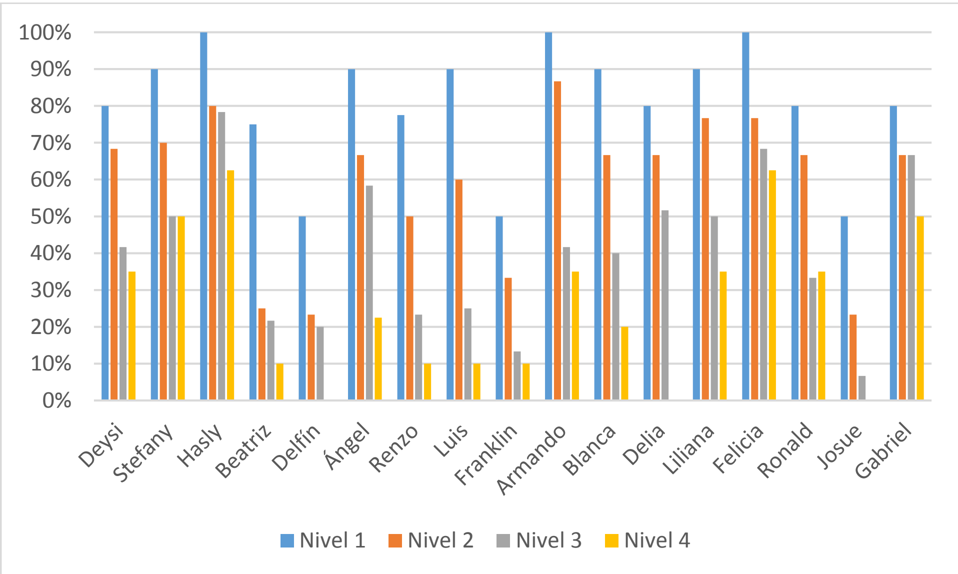


Figura 37. Grado de adquisición de los estudiantes en la prueba de salida

Descripción:

El porcentaje más alto en nivel 1, es obtenido por los estudiantes Hasly, Armando y Felicia es de 100%, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es completa y el más bajo es de 50% que obtuvieron los estudiantes Delfín y Josue, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es intermedia. Ixcaquic (2015) en base a su investigación afirma, el modelo de Van Hiele incide positivamente en la enseñanza de la geometría, la cual coincide con nuestros resultados. Cabello (2013) también afirma “todos nuestros estudiantes lograron un notable incremento en sus grados de adquisición del nivel de reconocimiento”, las cuales coinciden con nuestros resultados.

El porcentaje más alto en nivel 2, es obtenido por el estudiante Armando es de 87%, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es completa y el más bajo es de 23% que obtuvo los estudiantes Delfín y Josue, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es baja. Ixcaquic (2015) en base a su investigación afirma, el modelo de Van Hiele incide positivamente en la enseñanza de la geometría. Cabello (2013) también afirma “todos nuestros estudiantes lograron un notable incremento en sus grados de adquisición del nivel de análisis”, las cuales coinciden con nuestros resultados.

El porcentaje más alto en nivel 3, es obtenido por la estudiante Hasly es de 78%, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es alta y el más bajo es de 7% que obtuvo el estudiante Josue, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es nula. Ixcaquic (2015) en base a su investigación afirma, el modelo de Van Hiele incide positivamente en la enseñanza de la geometría. Cabello (2013) también afirma “todos nuestros estudiantes lograron un notable incremento en sus grados de adquisición de los niveles de reconocimiento y análisis”, las cuales coinciden con nuestros resultados.

El porcentaje más alto en nivel 4, es obtenido por los estudiantes Hasly y Felicia es de 63%, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es alta y el más baja es de 0% que obtuvo los estudiantes: Ángel, Delfín, Delia y Josue Gabriel, la cual equivale a un grado de adquisición de razonamiento es nula. Ixcaquic (2015) en base a su investigación afirma, el modelo de Van Hiele incide positivamente en la enseñanza de la geometría, la cual coincide con nuestros resultados.

4.1.5. Comparación de los resultados de la prueba de entrada y salida

Para contrastar los resultados verificamos y observamos los porcentajes obtenidos por los estudiantes en la prueba de entrada y salida.

Para la verificación del grado de adquisición de cada estudiante con respecto a los resultados de la prueba de entrada y salida de los estudiantes del primer grado de secundaria, la cual detallamos a continuación:

Tabla 11

Contraste entre los resultados de la prueba de entrada y salida

	Nivel 1			Nivel 2			Nivel 3			Nivel 4		
Estudiante	Prueba de entrada	Prueba de salida	Diferencia	Prueba de entrada	Prueba de salida	Diferencia	Prueba de entrada	Prueba de salida	Diferencia	Prueba de entrada	Prueba de salida	Diferencia
Deysi	25%	80%	55%	15%	68%	53%	7%	42%	35%	0%	35%	35%
Stefany	20%	90%	70%	7%	70%	63%	0%	50%	50%	0%	50%	50%
Hasly	75%	100%	25%	48%	80%	32%	32%	78%	47%	10%	63%	53%
Beatriz	25%	75%	50%	7%	25%	18%	7%	22%	15%	0%	10%	10%
Delfín	25%	50%	25%	7%	23%	17%	0%	20%	20%	0%	0%	0%
Ángel	63%	90%	28%	32%	67%	35%	7%	58%	52%	10%	23%	13%
Renzo	20%	78%	58%	20%	50%	30%	7%	23%	17%	0%	10%	10%
Luis	50%	90%	40%	15%	60%	45%	13%	25%	12%	0%	10%	10%
Franklin	25%	50%	25%	23%	33%	10%	0%	13%	13%	0%	10%	10%
Armando	25%	100%	75%	7%	87%	80%	15%	42%	27%	0%	35%	35%
Blanca	38%	90%	53%	17%	67%	50%	8%	40%	32%	0%	20%	20%
Delia	25%	80%	55%	23%	67%	43%	7%	52%	45%	0%	0%	0%
Liliana	35%	90%	55%	13%	77%	63%	0%	50%	50%	0%	35%	35%
Felicia	38%	100%	63%	22%	77%	55%	17%	68%	52%	10%	63%	53%
Ronald	25%	80%	55%	22%	67%	45%	7%	33%	27%	0%	35%	35%
Josue	23%	50%	28%	0%	23%	23%	0%	7%	7%	0%	0%	0%
Gabriel	23%	80%	58%	7%	67%	60%	0%	67%	67%	0%	50%	50%
Promedios	33%	81%	48%	17%	59%	43%	7%	41%	33%	0%	25%	25%
Grado	Baja	Alta		Baja	Intermedia		Nula	intermedia		Nula	Baja	

Descripción:

En la tabla se observa que, en todos los casos, al contrastar los resultados obtenidos en a prueba de entrada y salida, obtenemos respuesta en porcentajes diferentes, además diferencias positivas. A continuación, detallamos estas diferencias para los cuatro niveles.

En el nivel 1, se logró mejorar en un 48%; en el nivel 2, se logró mejorar en un 43%; en el nivel 3, se logró mejorar en un 33% y por último en el nivel 4, se logró mejorar en un 25%.

En base la información obtenida, se deduce que las actividades de la secuencia didáctica aplicada a los estudiantes del primer grado de educación secundaria permitieron un desplazamiento en la adquisición de los niveles de razonamiento geométrico: nivel 1, nivel 2, nivel 3 y nivel 4.

Estas afirmaciones son respaldadas por lo detallado en análisis de la prueba de entrada y salida. Ixcaquic (2015) en base a su investigación afirma, “el modelo de Van Hiele incide positivamente en la enseñanza de la geometría”. Cabello (2013) también afirma “todos nuestros estudiantes lograron un notable incremento en sus grados de adquisición del nivel de reconocimiento y análisis”, las cuales coinciden con nuestros resultados.

CONCLUSIONES

PRIMERA: Se concluye que los estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Secundaria logran alcanzar el nivel 1 de razonamiento geométrico con un grado de adquisición alta (81%), logra el nivel 2 del razonamiento geométrico con un grado de adquisición intermedia (59%) y el nivel 3 del razonamiento geométrico con un grado de adquisición intermedia (41%), durante el desarrollo de la investigación se observó el paso de un nivel a otro nivel de razonamiento geométrico se realiza de modo gradual. Además, se concluye que la secuencia didáctica propuesta en base al modelo de Van Hiele tuvo un efecto positivo llegando a un grado de adquisición alta e intermedia en los niveles anteriormente mencionados.

SEGUNDA: Aplicación de la secuencia didáctica propuesta; en la primera sesión se considera el nivel de razonamiento geométrico reconocimiento; el 100% de los estudiantes describen e identifican los elementos básicos de un triángulo por su aspecto global obteniendo un grado de adquisición intermedia**.** En la segunda sesión se trabajó en función al nivel razonamiento análisis; el 76% de los estudiantes analizan los conceptos y tipos del objeto matemático triángulos obteniendo un grado de adquisición intermedia. En la tercera sesión se trabajó en función al nivel de razonamiento clasificación; el 53% de los estudiantes clasifican, relacionan, prueba y resuelve problemas que involucran al objeto matemático triángulos obteniendo un grado de adquisición intermedia. En la cuarta sesión se trabajó en función al nivel de razonamiento geométrico deducción formal; el 24% de los estudiantes demuestran teoremas y resuelve problemas sobre el objeto matemático triángulos, obteniendo un grado de adquisición intermedia.

TERCERA: Antes de la aplicación de la secuencia didáctica propuesta basado en el modelo de Vann Hiele, se observar que los grados de adquisición de los estudiantes fue 33% en el nivel 1, 17% en el nivel 2, 7% en el nivel 3 y 0% en el nivel 4; se concluye que al inicio los estudiantes del primer grado de secundaria en el nivel 1, tenían un grado de adquisición baja; en el nivel 2, un grado de adquisición baja; en el nivel 3 y 4, un grado de adquisición nula.

CUARTA: Se concluye en base a los resultados obtenidos en la prueba de salida de los estudiantes del primer grado de secundaria, lograron alcanzar un grado de adquisición alto (81%) en el nivel 1, intermedio (59%) en el nivel 2 y un 41% que equivale a un grado de adquisición intermedio en el nivel 3, durante el desarrollo de la investigación se observó el paso de un nivel a otro nivel de razonamiento geométrico se realiza de modo gradual. Además, se concluye que la secuencia didáctica propuesta en base al modelo de Van Hiele tuvo un efecto positivo llegando a un grado de adquisición intermedia en los niveles anteriormente mencionados.

RECOMENDACIONES

A los docentes de las Instituciones Educativas Secundarias como una estrategia de enseñanza del modelo de Van Hiele en desarrollo de las sesiones de aprendizaje de la matemática en particular la geometría.

A los docentes del área de matemática diseñar secuencias didácticas similares basado del modelo de Van Hiele para el desarrollo de otros objetos matemáticos de la Geometría, en diferentes contextos, niveles de la educación básica regular.

A las próximas investigaciones relacionadas al tema, en el diseño de la secuencia didáctica planteada en esta investigación, necesitan ser reformuladas y mejoradas, de modo que puedan aportar al desarrollo del razonamiento lógico de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

Almendros Gómez, S. (2016). *La didáctica de la geometría y el modelo de van Hiele*.

Baldor de la Vega, A. Á. (2004). *Geometría plana y del espacio y trigonometría* (Vigésima r). Cultural, Publicaciones.

Bedoya Beltrán, J. A., Esteban Duarte, P. V., & Vasco Agudelo, E. D. (2007). *Fases de aprendizaje del modelo educativo de van Hiele y su aplicación al concepto de aproximación local*. *28*, 77–95. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7176400.pdf

Berritzegune DeDonosti, F. F. (2013). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*. 67–82. http://www.cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría.*Fouz, Fernando%3B De Donosti, Berritzegune.*Fernando Fouz, Berritzegune de Donosti.pdf

Cabello Pardos, A. B. (2013). *La modelización de Van Hiele en el aprendizaje constructivo de la geometría en primero de la educación secundaria obligatoria a partir de Cabri* [Universidad de Salamanca]. http://hdl.handle.net/10366/122919

Castillo Pérez, V. M. (2015). *Secuencia didáctica para contribuir en la construcción del concepto de área como magnitud con estudiantes de educación primaria* [Pontificia Universidad Católica del Perú]. http://hdl.handle.net/20.500.12404/6751

Checya Sotta, V. (2015). *Comprensión del objeto triángulo en estudiantes del sexto grado de primaria a través de una propuesta basada en el Modelo Van Hiele* [Pontificia Universidad Católica del Perú]. http://hdl.handle.net/20.500.12404/

Fiallo Leal, J. E. (2010). *Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica* [Universidad de Vlencia]. http://matematicas.uis.edu.co/jfiallo/sites/default/files/TESIS_FIALLO.pdf

Guevara, M., & Lazo, L. (2014). *Triángulos* (Primera ed). Rodo.

Guillén Soler, G. (1997). *El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos : observación de procesos de aprendizaje* [Universidad de Valencia].

http://hdl.handle.net/10550/38013

Hernández Sampierí, R., Fernández Collado, C., & Baptísta Lucio, P. (2006). *Metodología de la Investigación* (Cuarta edi). MCGRAW-HILL.

Hernández Sampieri, R., & Mendoza Torres, C. P. (2018). *Metodología de la Investigación* (Primera ed). MCGRAW-HILL.

Ixcaquic Aguilar, I. M. (2015). *Modelo de Van Hiele y geometría plana* [Universidad Rafael Landívar]. http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Ixcaquic-Ilsi.pdf

Jaime Pastor, A. (1993). Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento [Universidad de Valencia]. In *Tesis de doctorado*. http://roderic.uv.es/handle/10550/37994

Jara Acebedo, C. O. (2015). *Aplicación del modelo de razonamiento de Van Hiele mediante el uso del Software GeoGebra en el Aprendizaje de la geometría en tercer grado de educación secundaria del Colegio San Carlos de Chosica, 2014* [Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. http://repositorio.une.edu.pe/handle/UNE/954

Jara Pereda, L. M. (2015). *Niveles de razonamiento según el modelo de van hiele que alcanzan los estudiantes del primer año de secundaria al abordar actividades sobre paralelogramos* [Pontificia Universidad Católica del Perú]. http://repositorio.une.edu.pe/handle/UNE/954

Lastra Torres, S. (2010). *Propuesta metodológica de enseñanza aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas*. http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2005/lastra_s/sources/lastra_s.pdf

Lemos, J. J., & Quintana, J. (2012). *El modelo de Van Hiele en una estrategia para el desarrollo del pensamiento espacial por medio del esquema corporal* [Universidad Tecnológicas de Pereira]. http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesisd/textoyanexos/37276L557.pdf

Maguiña Rojas, A. T. (2013). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele* [Pontificia Universidad Católica del

Perú]. http://hdl.handle.net/20.500.12404/4733

Ministerio de Educación Nacional. (2013). *Secuencia Didáctica en Matemática* (Primera ed).

Quispe Rafael, J., & Espinoza Fabión, R. (2014). *Geometría esencial* (Primera ed). Lumbreras.

Ramirez Gutierrez, N. V. (2014). *Estrategia didáctica para la clasificación de triángulos y cuadriláteros orientada por el modelo Van Hiele y geogebra* [Universidad Nacional de Colombia]. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-329722_archivo_pdf_matematicas_primaria.pdf

Ramos Paucar, C. (2015). *Estrategia didáctica basada en el modelo Van Hiele para lograr competencias matemáticas en geometría* [Universidad San Ignacion de Loyola]. http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/USIL/2248/2/2015_Ramos.pdf

Rodo, F. E. (2014). *Geometría plana y del espacio* (Quinta edi). Rodo.

Santos Napán, E. A. V. (2014). *El Modelo Van Hiele Para El Aprendizaje De Los Elementos De La Circunferencia En Estudiantes De Segundo De Secundaria Haciendo Uso Del Geogebra* [Pontificia Universidad Católica del Perú]. http://hdl.handle.net/20.500.12404/5769

Van Hiele, P. M. (1957). *El problema de la comprensión en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría*. https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf

Vargas Vargas, G., & Gamboa Araya, R. (2012). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4945319.pdf

Vidal Chavarria, P. M. (2015). *Secuencia didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros con estudiantes del 5º grado de educación primaria basada en el modelo de Van Hiele* [Pontificia Universidad Católica del Perú]. http://hdl.handle.net/20.500.12404/6666

Zambrano M., M. A. (2005). *El razonamiento geométrico y la teoría de Van Hiele*. http://revencyt.ula.ve/storage/repo/ArchivoDocumento/kaleido/v3n5/art04.pdf

ANEXOS

Anexo 1. Prueba de entrada y salida

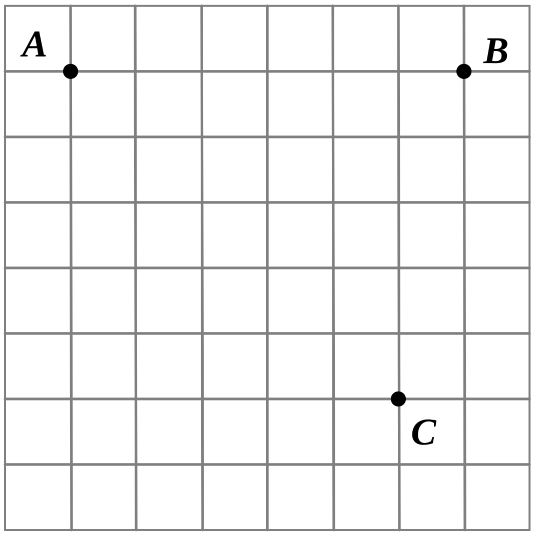
PRUEBA DE ENTRADA Y SALIDA

Apellidos y Nombres:

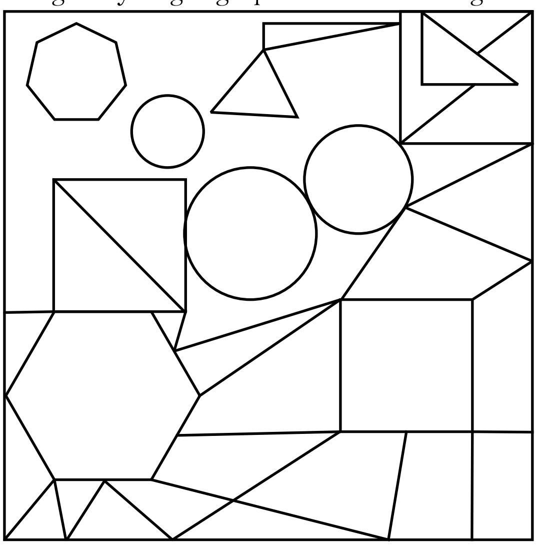
……………………………………………………………………………………………..…..

Instrucción: Lea con mucha atención antes de responder cada pregunta.

1. Al unir los puntos de manera consecutiva. ¿Qué tipos de triángulo se pueden formar? Justifique su respuesta.

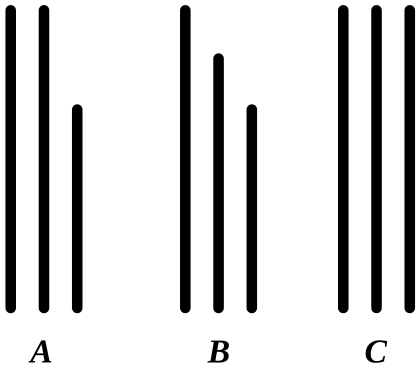


2. En la figura que se muestra a continuación. Asígnele un número diferente a cada uno de los triángulos y luego agrupe estos números según el tipo de triángulo al que pertenece.



3. Lucho le dice a Pepe. Tengo un triángulo que tiene sus tres lados diferentes. ¿Qué tipo de triángulo tiene Lucho? Justifique su respuesta.

4. ¿Cuáles son las figuras que debe elegir Pancho para construir un triángulo isósceles? Justifique su respuesta.



5. Si ABC es un triángulo equilátero $M,\ N$ y P son los puntos medios de los lados $\overline{AB},\ \overline{BC}$ y $\overline{AC}$, respectivamente, ¿Qué tipo de triangulo es MNP ? Justifique su respuesta.

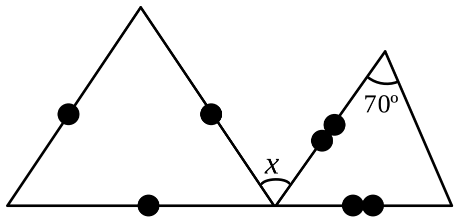
6. A
es falsa, muestre un contraejemplo.
a) Si un triángulo tiene un ángulo recto, es un triángulo rectángulo.

b) Los tres lados de un triángulo son diferentes, es un triángulo isósceles.

c) La medida de un ángulo externo de un triángulo es igual suma de las medidas de sus ángulos interiores no adyacente.

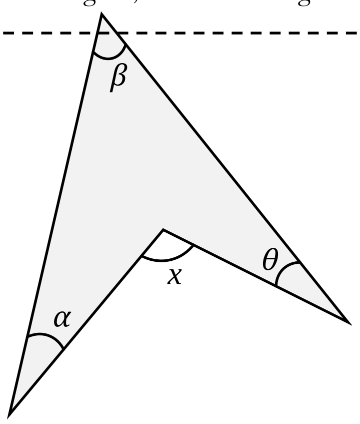
7. En todo triangulo la longitud de un lado es menor que la suma de las longitudes de los otros dos lados, pero mayores que la diferencia.

8. Del gráfico halla x. justifique su respuesta:



9. Dos lados de un triángulo miden 6 y 8. Calcula el mayor valor entero del tercer lado.

10. En la figura, demuestre la igualdad.



$$x = \alpha + \beta + \theta$$

Anexo 2. Clasificación de respuestas de cada estudiante en la prueba de entrada

Ítem	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo
Deysi	1	3	1	3	2	1	2	3	2	2	3	2	3	1	3	1	4	1	4	1
Stefany	1	2	1	2	2	2	2	1	2	1	3	1	3	1	3	1	4	1	4	1
Hasly	1	5	1	5	2	4	2	5	2	2	3	4	3	3	3	2	4	2	4	1
Beatriz	1	3	1	3	2	2	2	1	2	1	3	2	3	1	3	1	4	1	4	1
Delfin	1	3	1	3	2	2	2	1	2	1	3	1	3	1	3	1	4	1	4	1
Angen	1	4	1	5	2	3	2	4	2	2	3	2	3	1	3	1	4	2	4	1
Renzo	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	1	3	1	4	1	4	1
Luis	1	4	1	4	2	3	2	2	2	1	3	2	2	2	3	1	4	1	4	1
Franklin	1	3	1	3	2	2	2	4	2	1	3	1	3	1	3	1	4	1	4	1
Armando	1	3	1	3	2	2	2	1	2	1	3	2	3	1	3	3	4	1	4	1
Blanca	1	3	1	4	2	3	2	3	2	1	3	3	3	1	3	1	4	1	4	1
Delia	1	3	1	3	2	2	2	4	2	1	3	2	3	1	3	1	4	1	4	1
Liliaca	1	4	1	2	2	2	2	2	2	1	3	1	3	1	3	1	4	1	4	1
Felicia	1	4	1	3	2	2	2	3	2	2	3	4	3	1	3	1	4	2	4	1
Ronald	1	3	1	3	2	2	2	3	2	2	3	2	3	1	3	1	4	1	4	1
Josue	1	3	1	2	2	1	2	1	2	1	3	1	3	1	3	1	4	1	4	1
Gabriel	1	3	1	2	2	1	2	2	2	1	3	1	3	1	3	1	4	1	4	1

Anexo 3. Grado de adquisición por niveles de cada estudiante en la prueba de entrada

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo
Deysi	1	25	1	25	2	0	2	25	2	20	3	20	3	0	3	0	4	0	4	0
Stefany	1	20	1	20	2	20	2	0	2	0	3	0	3	0	3	0	4	0	4	0
Hasly	1	75	1	75	2	50	2	75	2	20	3	50	3	25	3	20	4	20	4	0
Beatriz	1	25	1	25	2	20	2	0	2	0	3	20	3	0	3	0	4	0	4	0
Delfin	1	25	1	25	2	20	2	0	2	0	3	0	3	0	3	0	4	0	4	0
Angen	1	50	1	75	2	25	2	50	2	20	3	20	3	0	3	0	4	20	4	0
Renzo	1	20	1	20	2	20	2	20	2	20	3	20	3	0	3	0	4	0	4	0
Luis	1	50	1	50	2	25	2	20	2	0	3	20	3	20	3	0	4	0	4	0
Franklin	1	25	1	25	2	20	2	50	2	0	3	0	3	0	3	0	4	0	4	0
Armando	1	25	1	25	2	20	2	0	2	0	3	20	3	0	3	25	4	0	4	0
Blanca	1	25	1	50	2	25	2	25	2	0	3	25	3	0	3	0	4	0	4	0
Delia	1	25	1	25	2	20	2	50	2	0	3	20	3	0	3	0	4	0	4	0
Liliaca	1	50	1	20	2	20	2	20	2	0	3	0	3	0	3	0	4	0	4	0
Felicia	1	50	1	25	2	20	2	25	2	20	3	50	3	0	3	0	4	20	4	0
Ronald	1	25	1	25	2	20	2	25	2	20	3	20	3	0	3	0	4	0	4	0
Josue	1	25	1	20	2	0	2	0	2	0	3	0	3	0	3	0	4	0	4	0
Gabriel	1	25	1	20	2	0	2	20	2	0	3	0	3	0	3	0	4	0	4	0

Anexo 4. Clasificación de respuestas de cada estudiante en la prueba de salida

Ítem	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo

Deysi	1	6	1	6	2	5	2	6	2	4	3	4	3	4	3	3	4	4	4	2
Stefany	1	6	1	7	2	6	2	6	2	4	3	4	3	3	3	5	4	5	4	3
Hasly	1	7	1	7	2	6	2	6	2	6	3	6	3	5	3	6	4	5	4	4
Beatriz	1	5	1	5	2	3	2	3	2	3	3	3	3	2	3	2	4	2	4	1
Delfin	1	3	1	5	2	3	2	3	2	2	3	2	3	2	3	2	4	1	4	1
Angen	1	7	1	6	2	5	2	5	2	4	3	4	3	4	3	5	4	3	4	2
Renzo	1	5	1	6	2	4	2	4	2	4	3	3	3	3	3	2	4	2	4	1
Luis	1	7	1	6	2	4	2	6	2	4	3	3	2	3	3	3	4	2	4	1
Franklin	1	4	1	4	2	3	2	4	2	3	3	2	3	2	3	1	4	2	4	1
Armando	1	7	1	7	2	7	2	6	2	6	3	4	3	4	3	3	4	4	4	2
Blanca	1	7	1	6	2	5	2	5	2	4	3	4	3	4	3	2	4	2	4	2
Delia	1	6	1	6	2	5	2	5	2	4	3	4	3	3	3	6	4	1	4	1
Liliaca	1	7	1	6	2	5	2	6	2	5	3	4	3	3	3	5	4	4	4	2
Felicia	1	7	1	7	2	6	2	5	2	5	3	5	3	6	3	4	4	5	4	4
Ronald	1	6	1	6	2	5	2	5	2	4	3	4	3	3	3	3	4	4	4	2
Josue	1	4	1	4	2	3	2	3	2	2	3	2	3	1	3	1	4	1	4	1
Gabriel	1	6	1	6	2	5	2	5	2	4	3	5	3	4	3	5	4	5	4	3

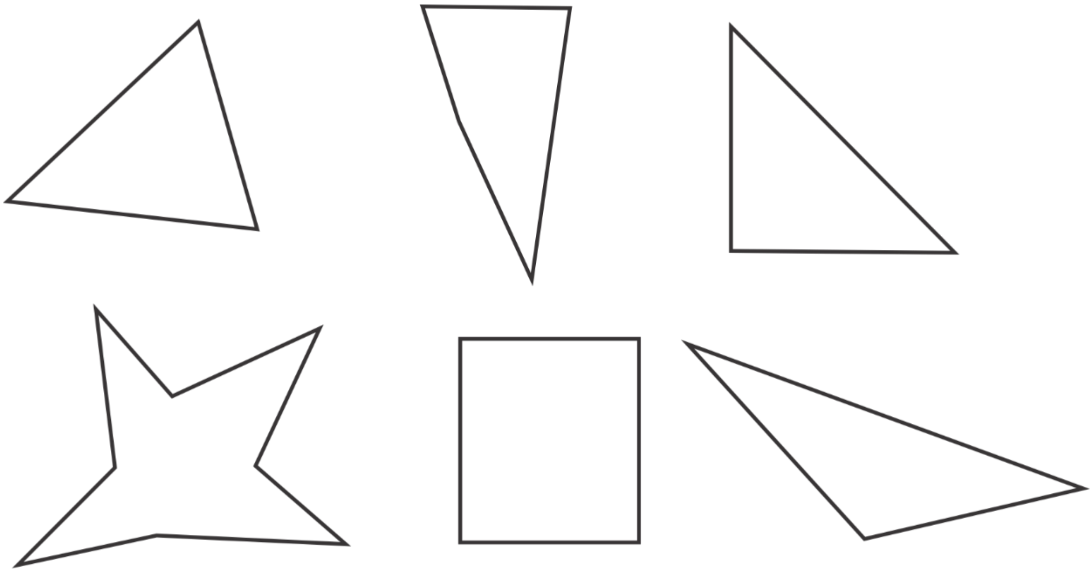
Anexo 5. Grado de adquisición por niveles de cada estudiante en la prueba de salida

Ítem	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo	Nivel	Tipo
Deysi	1	80	1	80	2	75	2	80	2	50	3	50	3	50	3	25	4	50	4	20

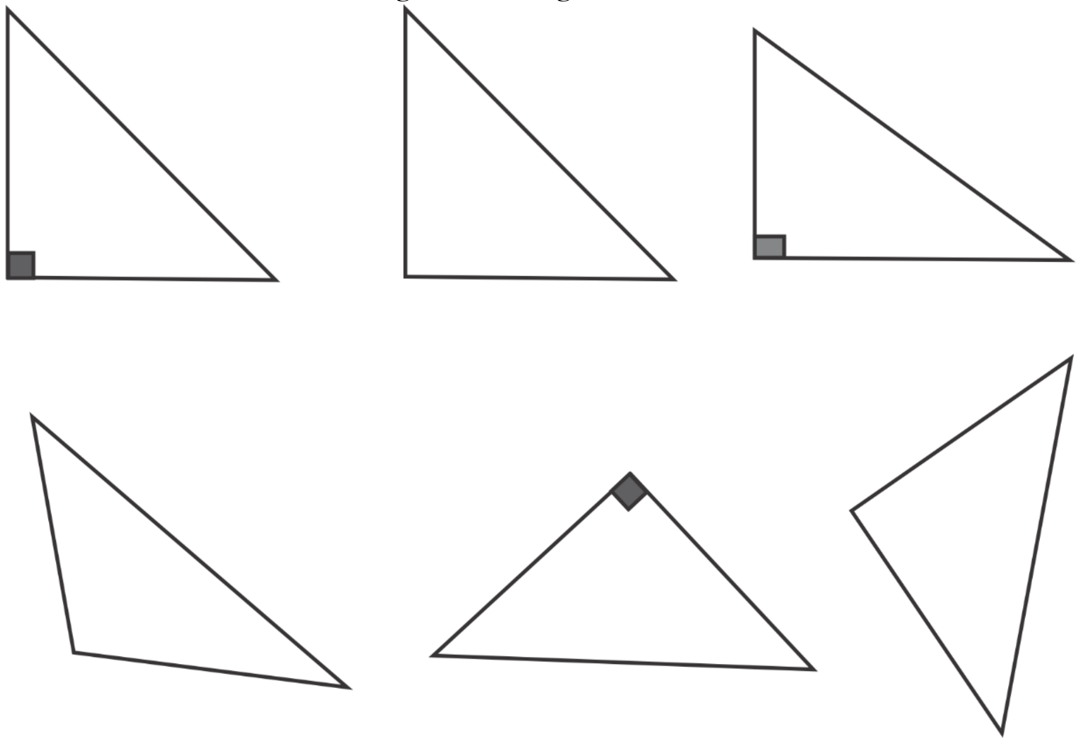
Stefany	1	80	1	100	2	80	2	80	2	50	3	50	3	25	3	75	4	75	4	25
Hasly	1	100	1	100	2	80	2	80	2	80	3	80	3	75	3	80	4	75	4	50
Beatriz	1	75	1	75	2	25	2	25	2	25	3	25	3	20	3	20	4	20	4	0
Delfin	1	25	1	75	2	25	2	25	2	20	3	20	3	20	3	20	4	0	4	0
Angen	1	100	1	80	2	75	2	75	2	50	3	50	3	50	3	75	4	25	4	20
Renzo	1	75	1	80	2	50	2	50	2	50	3	25	3	25	3	20	4	20	4	0
Luis	1	100	1	80	2	50	2	80	2	50	3	25	3	25	3	25	4	20	4	0
Franklin	1	50	1	50	2	25	2	50	2	25	3	20	3	20	3	0	4	20	4	0
Armando	1	100	1	100	2	100	2	80	2	80	3	50	3	50	3	25	4	50	4	20
Blanca	1	100	1	80	2	75	2	75	2	50	3	50	3	50	3	20	4	20	4	20
Delia	1	80	1	80	2	75	2	75	2	50	3	50	3	25	3	80	4	0	4	0
Liliaca	1	100	1	80	2	75	2	80	2	75	3	50	3	25	3	75	4	50	4	20
Felicia	1	100	1	100	2	80	2	75	2	75	3	75	3	80	3	50	4	75	4	50
Ronald	1	80	1	80	2	75	2	75	2	50	3	50	3	25	3	25	4	50	4	20
Josue	1	50	1	50	2	25	2	25	2	20	3	20	3	0	3	0	4	0	4	0
Gabriel	1	80	1	80	2	75	2	75	2	50	3	75	3	50	3	75	4	75	4	25

Anexo 6. Sesión de aprendizaje 01

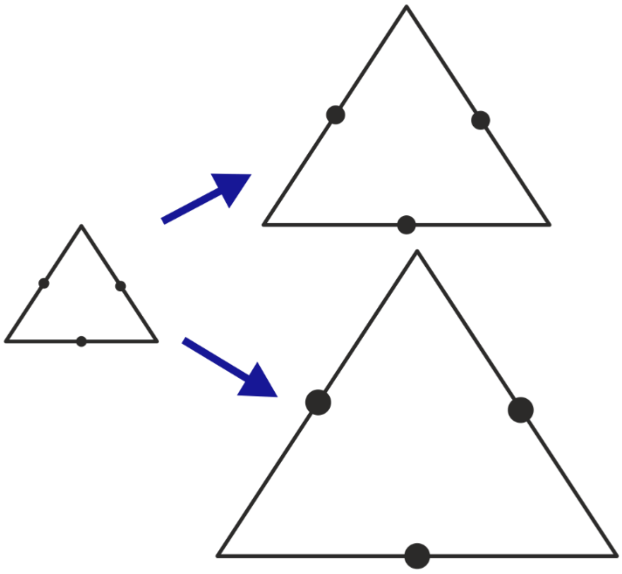
1. A continuación, se muestran las siguientes figuras geométricas diferentes. Coloree aquellas que considere que son triángulos.



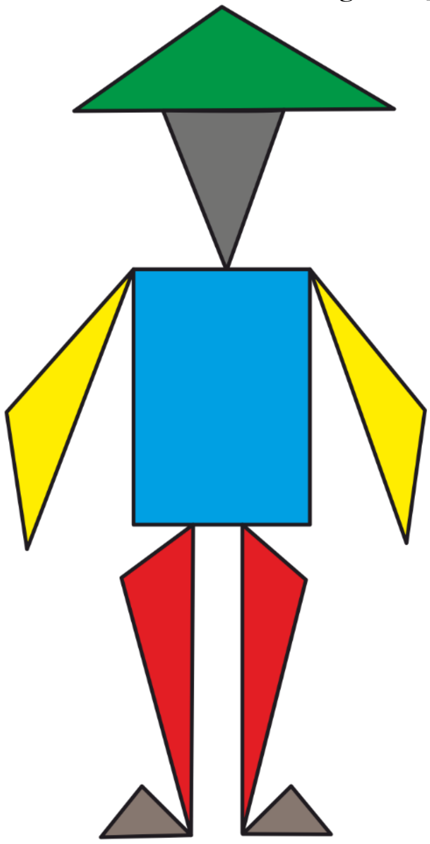
2. Determine la cantidad de triángulos rectángulos:



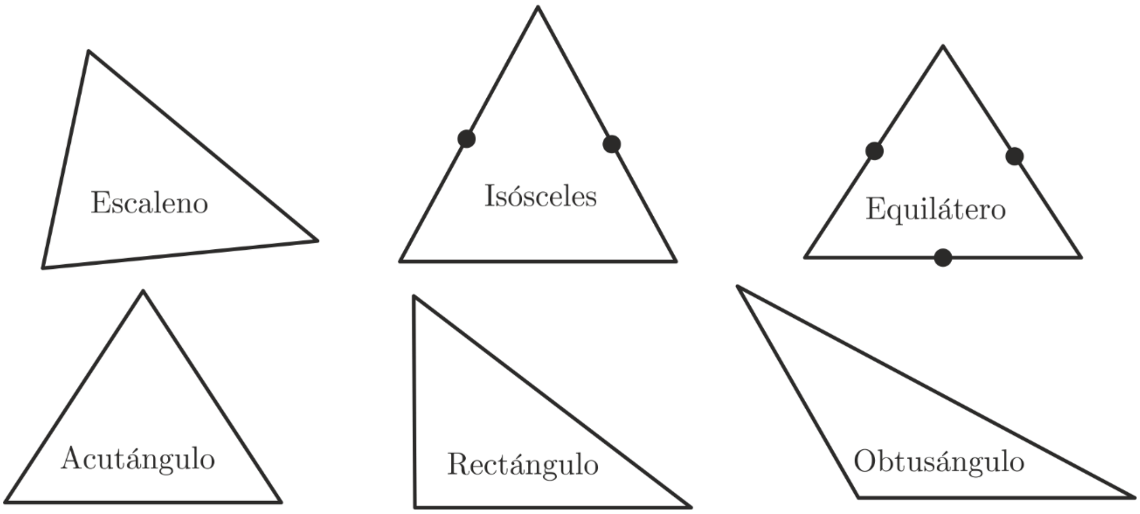
3. Mostrar que la construcción de un triángulo depende a las propiedades matemáticas.

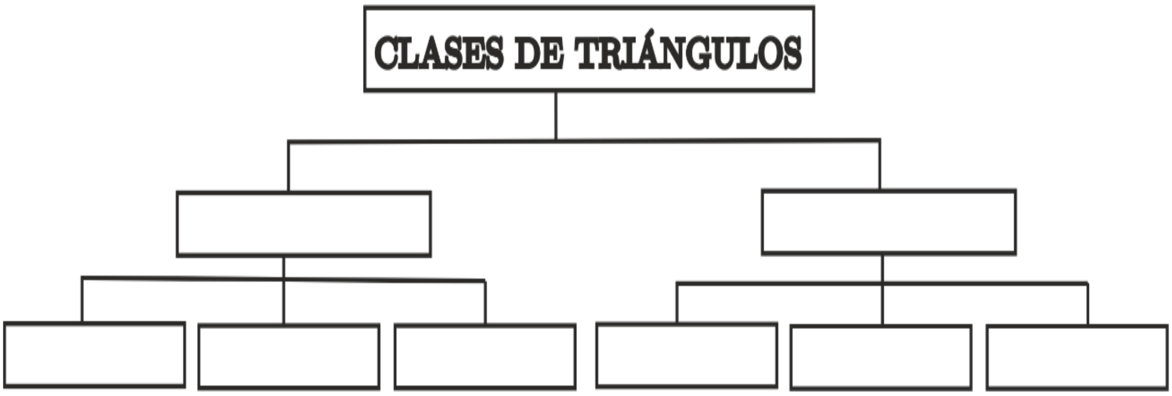


4. En la figura mostrada, escriba nombres de los triángulos que se visualiza.



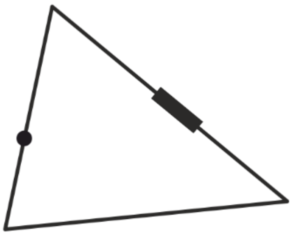
5. Complete el diagrama colocando el nombre del tipo de triangulo según corresponda los siguientes tipos de triángulos:



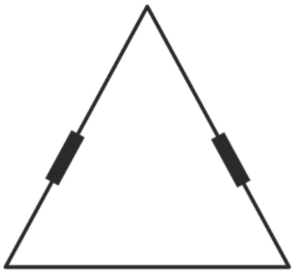


Anexo 7. Sesión de aprendizaje 02

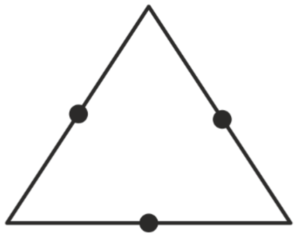
1. Observe los diferentes tipos de triángulos mostrados y escriba el nombre de cada uno de ellos.



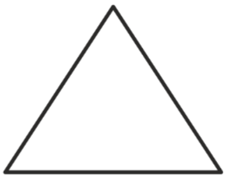
....



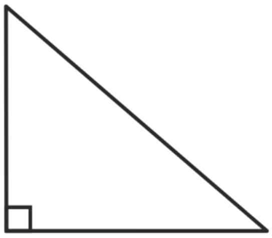
....



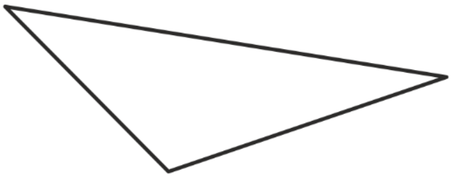
....



....

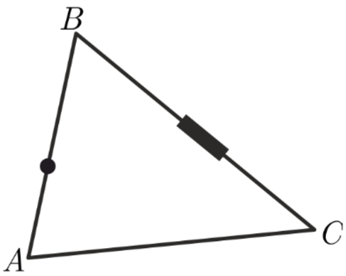


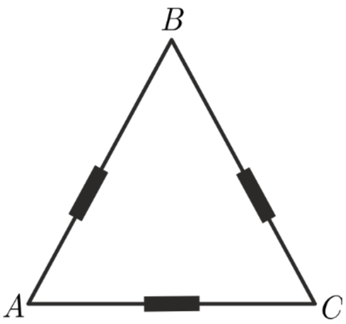
....

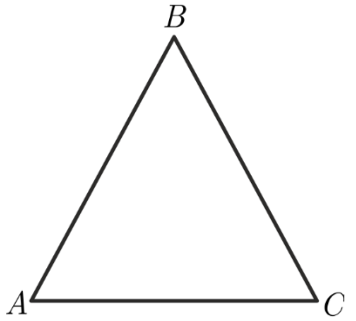


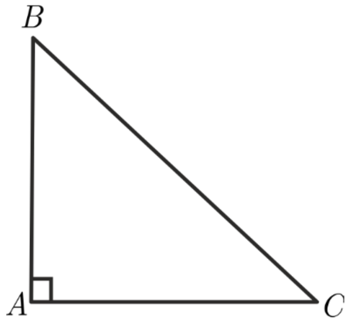
....

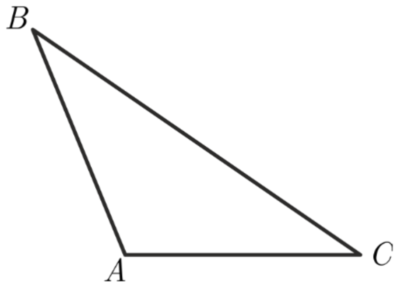
2. Observe las figuras mostradas luego complete los espacios en blanco de la siguiente tabla, según corresponda.

<table>
<tr><th colspan="3">TRIÁNGULOS</th></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>AB ....BC
AC ....BC
AB ....AC</td><td>Sus lados:
……………..………………………</td></tr>
<tr><td>$m\angle A$ ....$m\angle B$
$m\angle A$ ....$m\angle C$
$m\angle B$ ....$m\angle C$</td><td>Sus ángulos internos:
……………………………………..</td></tr>
</table>

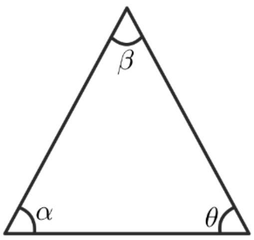
<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>AB ....BC
AC ....BC
AB ....AC</td><td>Sus lados:
……………..………………………</td></tr>
<tr><td>$m\angle A$ ....60^o
$m\angle B$........60^o
$m\angle C$ ....60^o</td><td>Sus ángulos internos:
……………………………………..</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>AB ....BC
AC ....BC
AB ....AC</td><td>................................
................................</td></tr>
<tr><td>$m\angle A$ ....90^{o}
$m\angle B$ ....90^{o}
$m\angle C$ ....90^{o}</td><td>................................
................................</td></tr>
</table>

	$m\angle A$ ....90^{o} $m\angle B$ ....90^{o} $m\angle C$ ....90^{o} ....

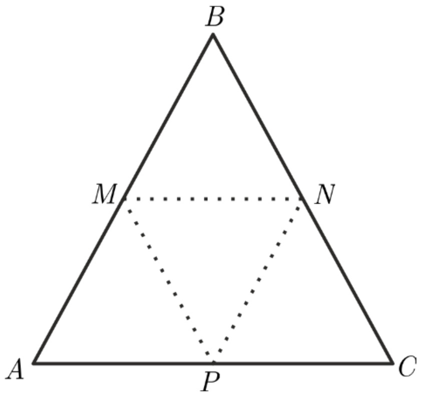
	90^{o} ......$m\angle A$ ......180^{o} ....

3. En la figura mostrada, justifique y explique el teorema:



$\boxed{\alpha+\beta+\theta=180^{o}}$

4. En la figura, ABC es un triángulo equilátero los puntos M, N y P son puntos medios de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$.
¿Será verdad que el triángulo MNP es equilátero?, justifique su respuesta.



5. Marcando con un aspa (x) según corresponda, en la siguiente tabla:

Triángulo:	Escaleno	Isósceles	Equilátero	Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo
cuando tiene una ángulo recto						
cuando sus tres lados son diferentes						
cuando tiene un ángulo obtuso						
cuando dos de sus lados son iguales						
cuando sus tres ángulos son agudos						
cuando sus tres lados son iguales						

Anexo 8. Sesión de aprendizaje 03

1. Considerando las propiedades de un triángulo, indique qué propiedades cumple:

   Triángulo acutángulo

   Triángulo recto

Triángulo obtusángulo

Triángulo escaleno

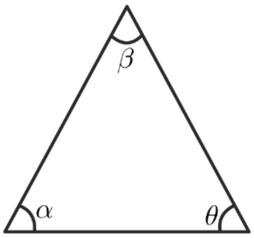
Triángulo isósceles

Triángulo equilátero

2. En un triángulo ABC, analice y relacione la propiedades básicas del triángulo, determine el valor de verdad y justifique sus respuestas.
   Si sus tres ángulos internos sumas 180° :

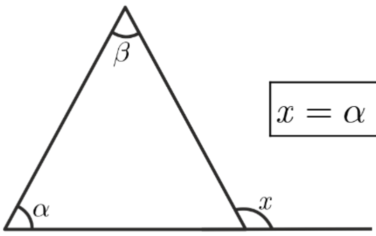
   Si sus tres ángulos externos sumas 360° :

3. En la figura demuestre la propiedad utilizando ejemplos y contraejemplos.



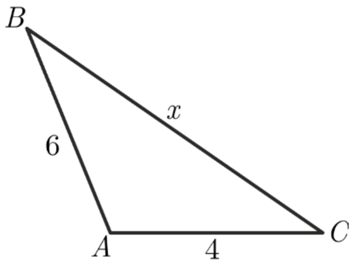
$\boxed{\alpha + \beta + \theta = 180^{\circ}}$

4. En la figura demuestre la propiedad utilizando ejemplos y contraejemplos.



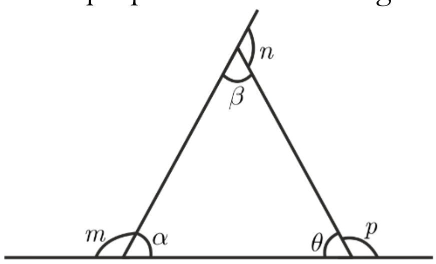
$\boxed{x = \alpha + \beta}$

5. En la figura, calcule el máximo valor de "x ".



Anexo 9. Sesión de aprendizaje 04

1. Relacione las propiedades básicas según corresponda.



( ) $\boxed{\alpha + \beta + \theta = 180^{\circ}}$ a) ángulo exterior

( ) $\boxed{m + n + p = 360^{\circ}}$

( ) $\boxed{\alpha + \beta = p}$ b) suma de sus ángulos externos

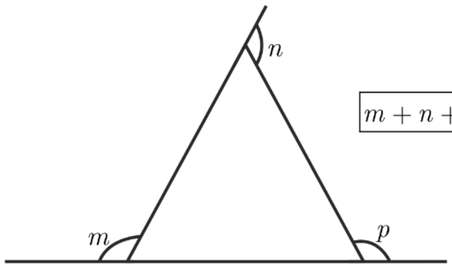
( ) $\boxed{\alpha + \theta = n}$

( ) $\boxed{\theta + \beta = m}$ c) suma de sus ángulos internos

2. Explique las propiedades gráficamente:
   a) En todo triangulo, la relación de orden entre la medida de dos ángulos es la misma que entre los lados opuestos correspondientes a dichos ángulos.

b) En todo triangulo, la longitud de cualquier lado es menor a la suma de longitudes de los otros dos lados y mayor que la diferencia entre las longitudes de los mismos.

3. Demuestre el teorema de manera formal.



$\boxed{m + n + p = 360^{\circ}}$

4. En un cuadrilátero $ABCD$, $m\sphericalangle A = 60^{\circ}$ y $m\sphericalangle C = 70^{\circ}$, $AB = AD = CD$. Calcule la medida del ángulo exterior del vértice D.

5. Se tiene triángulo ABC ; se traza la ceviana $\overline{BD}$, $AB = AD$ y $BC = AC$. Halle el mayor valor entero del ángulo DBC.

6. En la figura, calcule el valor de x.