

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO MAESTRÍA EN INFORMÁTICA



TESIS

PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES PARA LA CALIFICACIÓN DE EXÁMENES CON OPCIÓN MÚLTIPLE BASADO EN EQUIPOS CONVENCIONALES DE BAJO COSTO PARA LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE JULIACA, 2018

PRESENTADA POR:

FREDY GONZALO COPARI ROMERO

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAGISTER SCIENTIAE EN INFORMÁTICA

MENCIÓN EN GERENCIA DE TECNOLOGÍA DE INFORMACIÓN Y

COMUNICACIONES

PUNO, PERÚ 2019



DEDICATORIA

Con mucho cariño e infinita gratitud a mis padres Simon Copari Velasquez y Leonarda Romero Paxi por estar ahí cuando más los necesité por su ayuda y constante apoyo para poder superarme en mi formación profesional.



AGRADECIMIENTOS

Mi más sincero y profundo y sincero agradecimiento:

- A Dios, un ser superior que está siempre a nuestro lado en las dificultades para socorrernos y en lo bueno para darnos más confianza y ser mejores personas.
- A La Universidad Nacional del Altiplano Puno y Facultad de Ingeniería Estadística e Informática (FINESI) de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno (UNAP) y a sus autoridades que la conducen, por haber permitido al interesado seguir estudios de PosGrado y por la ayuda y facilidades prestadas.
- A los Docentes de la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, por sus sabias enseñanzas.
- A la familia Copari Romero y amigos por haber apoyado en varios aspectos para la culminación de este trabajo de Investigación y posterior obtención del Grado Académico.



ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA	i
AGRADECIMIENTOS	ii
ÍNDICE GENERAL	iii
ÍNDICE DE TABLAS	vi
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
ÍNDICE DE ANEXOS	X
RESUMEN	xi
ABSTRACT	xii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
REVISIÓN DE LITERATURA	
1.1 Marco Teórico	2
1.1.1 Imagen digital	2
1.1.2 Representación de la imagen digital	2
1.1.3 Adquisición	8
1.1.4 Parámetros de control de la calidad de una imagen	9
1.1.5 Resolución en amplitud	10
1.1.6 Almacenamiento	12
1.1.7 Perturbaciones características de las imágenes y métodos de corrección.	12
1.1.8 Tipos de imágenes	14
1.1.9 Modelos de color	16
1.1.10 Formatos de imagen digital	20
1.1.11 Procesamiento digital de imágenes	21
1.1.12 Análisis de imágenes	32
1.1.13 Binarización de una imagen	34
1.2 Antecedentes	35



CAPÍTULO II

2.1	Identificación del problema	43
2.2	Enunciado del problema.	44
2.3	Justificación	44
2.4	Objetivos	44
2.4.	1 Objetivo general	44
2.4.	2 Objetivos específicos	45
2.5	Hipótesis	45
	CAPÍTULO III	
	MATERIALES Y MÉTODOS	
3.1	Lugar de estudio	46
3.2	Población	46
3.3	Muestra	46
3.4	Método de investigación	48
3.5	Descripción detallada de métodos por objetivos específicos	49
3.5.	1 Análisis e Identificación de requerimientos	50
3.5.	2 Desarrollo de técnicas de procesamiento digital de imágenes	51
3.5.	3 Pruebas de procesamiento digital de imágenes	51
3.5.	4 Prueba estadística Inferencial	51
	CAPÍTULO IV	
	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	
4.1	Análisis de requerimiento para el desarrollo del sistema	53
4.1.	1 Análisis de tecnologías	53
4.1.	2 Análisis del sistema	55
4.1.	3 Diagramas de casos de uso	56
4.2	Desarrollo e implementación de técnicas de procesamiento digital de imágenes	60
4.2.	1 Desarrollo de técnicas de procesamiento digital de imágenes	60
4.2.	2 Implementación de técnicas de procesamiento digital de imágenes	70
4.2.	3 Segmentación de imágenes	70



4.2.4 Extracción de la alternativa marcada	73
4.2.5 Calificación de exámenes con opción múltiple	77
4.3 Comprobación estadística del procesamiento digital de imágenes	78
4.3.1 Prueba de hipótesis	78
CONCLUSIONES	81
RECOMENDACIONES	82
BIBLIOGRAFÍA	83
ANEXOS	86

ÁREA: Informática.
TEMA: Procesamiento Digital de Imágenes.
LÍNEA: Verificación, validación, testing y análisis.

Puno, 04 de abril de 2019



ÍNDICE DE TABLAS

	Pág
1. Colores RGB	18
2. Población de estudio	46
3. Muestra de estudio	48
4. Coeficiente de orrelación entre imagen Segmentada e imagen patrón	76
5. Porcentaje de resultados de la calificación de examen	78
6. Prueba estadística	79
7. Regla de decisión	80



ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
1. Imagen 2D a partir de una Imagen 3D	2
2. Representación en formato matriz	3
3. Representación de cada elemento de la matriz	3
4. Coordenadas espaciales empleadas en la representación de la imagen digital	4
5. Imagen de 16 píxeles	5
6. Esquema de una imagen muestreada	6
7. Muestreo de la imagen en forma de matriz	6
8. Muestreo y cuantificación	7
9. Resolución de una imagen	10
10. Imagen con cuatro resoluciones espaciales diferente	10
11. Imagen cuantizada usando 1, 2, 3 y 8 bits por pixel	11
12. Pérdida de calidad de una imagen (a) por insuficiente muestreo (b) y cuantificación (c)). 13
13. Codificación para imágenes RGB y HSL	15
14. Espacio de Color RGB	17
15. Colores contenidos en la cara posterior del cubo RGB	18
16. Colores sustractivos	19
17. Suma de dos imágenes	23
18. Operaciones lógicas aplicadas a imágenes binarias	24
19. Representación de una Imagen mediante pixeles	27
20. Máscara de convolución	27
21. Máscara rotada para la convolución	27
22. Convolución para obtener el valor de A(2,4)	28
23. Inserción de ceros (Zero padding) en los extremos.	28
24. Correlación de A con h.	29

25. Histograma de una Imagen	31
26. Vecindad $N_4(p)$	33
27. Vecindad $N_D(p)$	33
28. Binarización de una imagen	34
29. Esquema del desarrollo del sistema	49
30. Imagen de la hoja de respuesta	50
31. Logo de MATLAB	54
32. Interfaz de MATLAB	54
33. Diagrama de Casos de Usos del Sistema	57
34. Diagrama de bloques del algoritmo de procesamiento	60
35. Representación matricial de imagen a color.	61
36. Representación matricial de imagen monocromática.	62
37. Imagen obtenida escala de grises	63
38. Histograma de la imagen obtenida en escala de grises	64
39. Imagen obtenida al binarizar con un umbral de 127.	64
40. Imagen obtenida al binarizar con un umbral de 200	65
41. Puntos a localizar zonas estratégicas	65
42. Imagen Recortada	66
43. Transformaciones geométricas en 2D	67
44. Escalado de una Imagen	68
45. a. Rotación horaria b. Rotación anti horaria	68
46. Esquema de una imagen segmentada	71
47. Imagen dividida en subregiones	72
48. Árbol cuaternario correspondiente a la anterior figura	72
49. Recorte de la sección de código del alumno	73
50. Imagen de prueba para aplicar la correlación de imagen.	75

viii



51. Imágen	nes Patrón para	el código del e	studiante		75
52. Imagen	segmentada o	le la hoja de res _i	puestas del j	primer digito	76



ÍNDICE DE ANEXOS

	Pág.
1. Escáner convencional de bajo costo	87



RESUMEN

Esta tesis presenta el uso de las técnicas de procesamiento digital de imágenes en un sistema de calificación de exámenes de opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo, siendo las entradas las imágenes de los exámenes previamente escaneados y muestra como salida la calificación de los mismos, su objetivo de esta tesis es desarrollar técnicas de procesamiento digital de imágenes en un sistema de calificación de opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo, para el cual la metodología de desarrollo de software que se utiliza en este trabajo de investigación corresponde al basado en prototipos. Para el desarrollo del sistema y al ser una aplicación de procesamiento digital de imágenes se utiliza una metodología iterativa, en donde en cada iteración se aplica las técnicas de procesamiento digital de imágenes, dentro de las diferentes técnicas que se aplica nos centraremos en la técnica de correlación de imágenes para extraer su código de estudiante y las alternativas que marco en la hoja de respuestas. La conclusión de la presente investigación, según la prueba de Hipótesis para una proporción y con el 95% de probabilidad, se afirma que el uso de las técnicas de procesamiento digital de imágenes aporta en la solución para el desarrollo de un sistema de calificación de exámenes con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo para la Universidad Nacional de Juliaca 2018, el desarrollo de las técnicas de procesamiento digital de imágenes es efectivo para la extracción de características como el código de estudiante y las alternativas marcadas a partir de una imagen de una tarjeta de respuestas.

Palabras clave: Correlación, extracción de características, procesamiento digital de imágenes, sistema de calificación.



ABSTRACT

This thesis presents the use of digital image processing techniques in a multiple-choice exam grading system based on low-cost conventional equipment, the inputs being the images of the previously scanned exams and the output showing their grades. , the objective of this thesis is to develop digital image processing techniques in a multiplechoice qualification system based on low-cost conventional equipment, for which the software development methodology used in this research work corresponds to the one based on in prototypes. For the development of the system and being a digital image processing application an iterative methodology is used, where in each iteration digital image processing techniques are applied, within the different techniques that are applied we will focus on the technique of image correlation to extract your student code and the alternatives I mark on the answer sheet. The conclusion of the present investigation, according to the Hypothesis test for a proportion and with a 95% probability, it is stated that the use of digital image processing techniques provides the solution for the development of an exam grading system with multiple choice based on low-cost conventional equipment for the National University of Juliaca, 2018, the development of digital image processing techniques is effective for the extraction of characteristics such as the student code and the alternatives marked from an image of an answer card

Keywords: Correlation, digital image processing, feature extraction, rating system.



INTRODUCCIÓN

Procesamiento digital de imágenes en la actualidad se ha convertido en una potente herramienta de extracción de características frente al de las imágenes almacenadas en papel, donde es posible la identificación de objetos, así como la obtención de datos de una imagen, gracias al desarrollo de técnicas y algoritmos de procesamiento digital de imágenes.

Para trabajar computacionalmente con una imagen hay que interpretarla como una función matemática. Algunas características de una imagen guardada en una computadora es que tiene una cantidad finitas de puntos, es una interpretación de una imagen original que debería formarse por una cantidad infinita (o mucha más grande) de puntos. Cada punto de la imagen esta indexado a través de valores naturales x; y que referencian a las coordenadas x e y del plano. A su vez cada punto puede contener más de un canal asociado a una frecuencia o energía que son capaces de reflejar.

La presente investigación se encuentra dividida por cuatro capítulos, exponiendo a continuación:

Capítulo I. En este capítulo se detallan los conceptos sobre imágenes digitales, así como procesamiento de estas imágenes.

Capítulo II. En este capítulo se identifica el problema, justificación y objetivos de estudio por los cuales se va a desarrollar la investigación.

Capítulo III. En este capítulo se describe la metodología de investigación.

Capítulo IV. En este capítulo se describen los Resultados y Discusión. Los resultados se presentan por objetivos específicos, así mismo se da la interpretación de la información contenida en tablas, figuras y/o algoritmos, demostrando la aceptación o rechazo de las hipótesis mediante la prueba estadística, según sea el caso.

Conclusiones. Se desarrolló de acuerdo a los objetivos específicos y se redactó en párrafos.

Recomendaciones. Se presentó en relación con los objetivos específicos dando cuenta de las consecuencias, orientaciones y medidas a realizarse.



CAPÍTULO I REVISIÓN DE LITERATURA

1.1 Marco Teórico

1.1.1 Imagen digital

Una imagen es una representación de un objeto real, es una representación plana de un objeto de 3 dimensiones (Rodriguez, 2013).

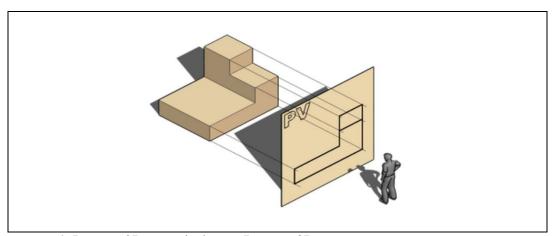


Figura 1. Imagen 2D a partir de una Imagen 3D Fuente: (Rodriguez, 2013).

Cuando se obtienen una imagen bidimensional del mundo tridimensional desaparece gran cantidad de información.

1.1.2 Representación de la imagen digital

Según Rodriguez y Sossa (2012), La imagen digital se puede representar convenientemente por medio de una matriz de NxM de la siguiente forma:

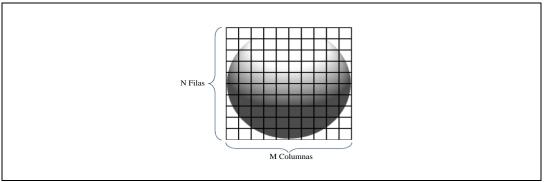


Figura 2. Representación en formato matriz Fuente: (Rodriguez y Sossa, 2012).

De acuerdo a Gonzalez y Woods (2002), a cada valor de esta matriz se le denomina elemento de la imagen o pixel (del inglés *Picture element*). Por ejemplo, para una imagen de 8 bits, los elementos de la matriz son enteros que están en un rango de [0,...,255]. La única restricción que existe para M y N es que deben de ser positivos.

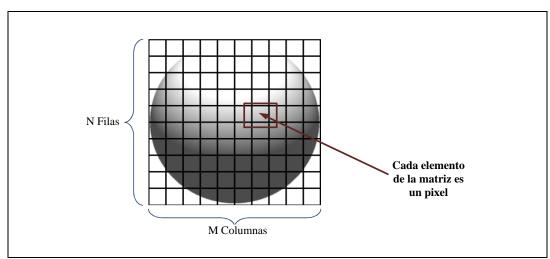


Figura 3. Representación de cada elemento de la matriz Fuente: (Gonzalez y Woods, 2002).

El componente más pequeño de una imagen digital es conocido como elemento de la imagen, generalmente abreviado como *pixel* o *pel*, al que usualmente se hace referencia como un punto en la imagen (Leyva et al., 2002).

Una imagen se puede definir dentro de un sistema de coordenadas con el origen colocado por convención en la esquina superior izquierda, como se muestra en la figura siguiente, y se trata de una imagen en escala de grises se puede representar mediante una función f(x,y), donde la amplitud f para cualquier par de coordenadas x y y es proporcional a la intensidad de la luz detectada en ese punto (Efford, 2000).

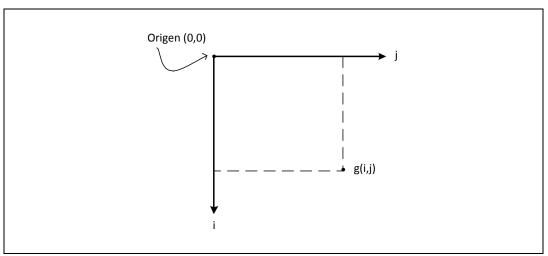


Figura 4. Coordenadas espaciales empleadas en la representación de la imagen digital

La figura muestra la convención de ejes usada en la representación de una imagen digital. Las imágenes bidimensionales son el resultado de una proyección en perspectiva de escenas tridimensionales.

Una imagen puede definirse como una función bidimensional f(x,y) donde x y y son coordenadas en el plano y la amplitud f es llamada intensidad o nivel de gris en ese punto. Cuando (x,y) y f son todos finitos (cantidades discretas) llamamos a la función como imagen digital; cuyos elementos son llamados pixeles, cada uno de los cuales con un valor y una posición particular, se componen de tres registros de color, mediante la combinación de cierta cantidad de rojo, verde y azul, el pixel adopta un color particular (Rodrigez y Sossa, 2012).

Según Esqueda (2002), define una imagen como un arreglo bidimensional de pixeles con diferente intensidad luminosa (escala de gris).



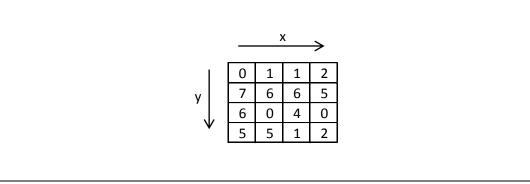


Figura 5. Imagen de 16 píxeles

Fuente: (Esqueda, 2002)

La intensidad luminosa de cada pixel se representa por n bits, entonces existirán 2ⁿ escalas de gris diferentes.

Matemáticamente, una imagen se representa por r=f(x,y), donde r es la intensidad luminosa del pixel cuyas coordenadas son (x,y). Matematicamente, un sistema para procesar imágenes se representa como g(x,y)=T[f(x,y)].

Para procesar una imagen de tono continuo usando una computadora, primero se debe convertir a una forma digital, es decir, traducirla a un conjunto de datos numéricos. Esta representación digital es únicamente una aproximación de la imagen original. La traducción de una imagen de tono continuo a una forma digital se consigue a través de los procesos de Muestreo y Cuantificación.

1.1.2.1 Muestro

Muestreo es el proceso de tomar el valor de la función f(x,y) en intervalos discretos de espacio, es decir, tomar muestras de la intensidad de luz en la imagen de tono continuo en lugares específicos formando un arreglo rectangular, como se muestra en la figura siguiente. Cada muestra corresponde a una pequeña área cuadrada de la imagen conocida como pixel y se le asigna unas coordenadas (x,y) (Efford, 2000).

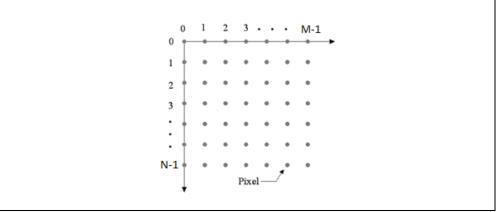


Figura 6. Esquema de una imagen muestreada Fuente: (Efford, 2000)

La digitalización de las coordenadas se conoce como *muestreo* de la imagen. Con el resultado del proceso de muestreo se obtiene una matriz de números los cuales pueden ser enteros o reales. Así La imagen digital se puede representar convenientemente por medio de una matriz de NxM de la siguiente forma:

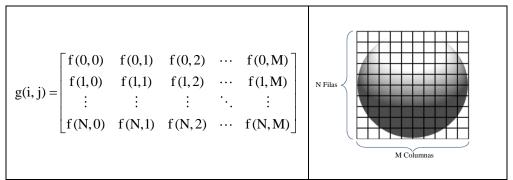


Figura 7. Muestreo de la imagen en forma de matriz

Fuente: (Efford, 2000)

1.1.2.2 Cuantización

Una vez que la imagen fue muestreada y ordenada en una arreglo de pixeles, cada uno de ellos debe ser descrito con un valor numérico discreto de acuerdo con la cantidad de luz que posea. Este proceso se conoce como *Cuantización* (Baxes, 1994).

Por convención, un conjunto de n niveles de cuantización está compuesto por los enteros 0, 1, 2,..., n-1, donde el cero representa al negro, n-1 al blanco y los valores intermedios representan varios tonos de gris (Efford, 2000).

Según Pastor (2012) Una imagen puede ser continua tanto respecto a sus coordenadas x e y, como a su amplitud. Para convertirla a forma digital, hay que digitalizarla en ambos sentidos.

Por ello podemos definir la imagen digital como una matriz cuyos índices de fila y columna identifican un punto de la imagen y el valor indica el nivel de gris en ese punto. A los elementos que componen esta matriz se les denomina pixeles.

$$f(x,y) \sim \begin{bmatrix} f(0,0)f(0,1).....f(0,M-1) \\ f(1,0)f(1,1).....f(1,M-1) \\ \\ f(N-1,0)f(N-1,1).....f(N-1,M-1) \end{bmatrix}$$

El proceso de seleccionar un conjunto de valores finitos, discretos de una señal continua se denomina muestreo (sampling) y los valores seleccionados se denominan muestras (samples). Las muestras seleccionadas continúan siendo continuas, es decir, tienen un valor real. El proceso de discretización de estos valores se denomina cuantificación y es el segundo paso en el proceso de digitalización de una señal. El tercer y último paso es la codificación de los resultados obtenidos.

Para concluir podemos asegurar, visto lo anterior, que la calidad de una imagen digital se determina en gran manera por el número de muestras y niveles de gris utilizados en el muestreo y cuantificación.

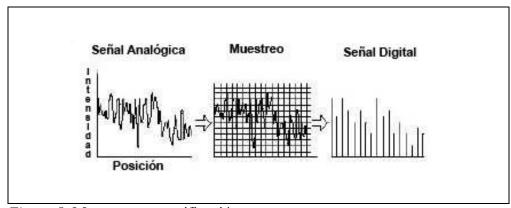


Figura 8. Muestreo y cuantificación

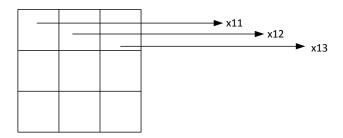
Fuente: (Pastor, 2012)



1.1.3 Adquisición

Existen diferentes medios para la obtención de una imagen digital, los más comunes son: los scanners de cama plana y las cámaras digitales.

Se dice que la imagen ha sido digitalizada, ya que por cada región en ella se genera un número que representa la cantidad de luz que fue registrada (González y Woods, 2004). En las siguientes figuras se muestra un arreglo de 3x3 de digitalización. Para cada celda de registro se genera un número que corresponde a la cantidad de luz que se registró en la zona, en la figura los valores x11, x12 y x13 son éstas cantidades. De igual manera se hace con todos los reglones.

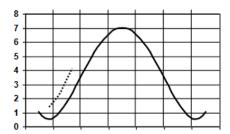


En general para un arreglo de nxm celdas se generará una matriz de la forma,

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} & \cdots & \mathbf{X}_{1n} \\ \mathbf{X}_{21} & \mathbf{X}_{22} & \cdots & \mathbf{X}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{X}_{m1} & \mathbf{X}_{m2} & \cdots & \mathbf{X}_{mn} \end{bmatrix}$$

Cada elemento de matriz representa una propiedad de la imagen. El sistema más simple de digitalización corresponde al llamado "tono de gris", éste indica la cantidad o intensidad de la luz registrada.

En todos los pasos de adquisición de una imagen, los datos sufren un proceso de discretización o cuantización. Este proceso se refiere al hecho de que la información registrada no es almacenada de manera exacta como un número real, los cuales son densos, sino como enteros, ya que el sistema luego de tomar el dato (en general analógico) lo pasa por un "Convertidor Analógico Digital" (DAC). Este paso ocasiona una pérdida en la precisión de los registros. En el grafico siguiente se muestra una curva analógica digitalizada a 8 niveles.



N	X_N
1	1
2	2
3	5
4	7
5	5
6	2
7	1

Puede notarse como por ejemplo para el segundo dato (línea punteada), la curva toma valores desde algunas décimas hasta un poco más de 3, pero el valor medio registrado en la tabla es 2.

La adquisición de la región de interés podría considerarse la etapa crítica de la aplicación, ya que se elimina la información superflua del fondo contra el cual se toma la imagen (Bolañoz, Arango y Vallejos, 2018).

1.1.4 Parámetros de control de la calidad de una imagen

Según Pastor (2012), la calidad de una imagen se mide en función de dos tipos de parámetros: los relativos a la extensión y los relativos a la intensidad o profundidad, conociendo esta última como la capacidad de distinguir diferencias de intensidad y de color en un mismo punto.

1.1.4.1 Resolución

Es la capacidad de un detector para discriminar detalles, concretamente, es la capacidad para diferenciar dos puntos muy próximos antes de que se fundan en uno solo. Dado que las imágenes digitales están formadas por puntos discontinuos que se perciben como un continuo a una determinada distancia, este parámetro tiene una vital importancia (Pastor, 2012).

La resolución viene determinada por el muestreo, y es la cantidad de pixeles que definen la imagen. La resolución espacial de una imagen es el tamaño físico de los pixeles en la imagen, Un muestreo muy denso da como resultado una imagen de alta resolución en la dispone de muchos pixeles, en cambio, un Muestreo poco denso produce una imagen de baja resolución en la que hay pocos pixeles (Efford, 2000).



Figura 9. Resolución de una imagen

Fuente: (Pastor, 2012)

Según Efford (2000), Los cambios graduales en una imagen pueden representarse adecuadamente con un Muestreo poco denso, mientras que cambios rápidos únicamente se pueden representar apropiadamente con un Muestreo muy denso, el cual se puede observar la figura siguiente.

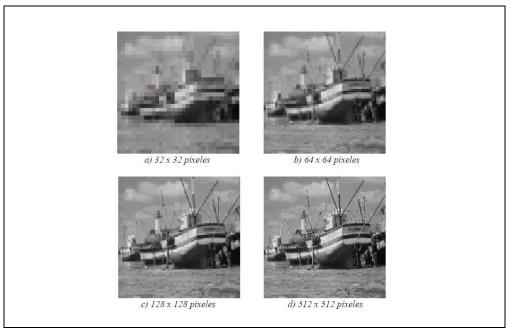


Figura 10. Imagen con cuatro resoluciones espaciales diferente

Fuente: (Efford, 2000)

1.1.5 Resolución en amplitud

Los niveles de cuantización son llamados comúnmente *niveles de gris* y el término que los agrupa a todos desde el negro hasta el blanco es el de *escala de grises*.



Por conveniencia y por eficiencia en el procesamiento de la imagen digital, el número de niveles de gris n usualmente es una potencia entre de dos, como se muestra en la ecuación:

$$n=2^b$$

donde b es el número de bits usados.

El valor de b es típicamente ocho, lo que implica imágenes con 256 posibles niveles de gris, desde el 0 (negro) hasta el 255 (blanco). La figura siguiente muestra que mientras mayor es el número de niveles de gris, mayor es la semejanza de la imagen con la escena original.

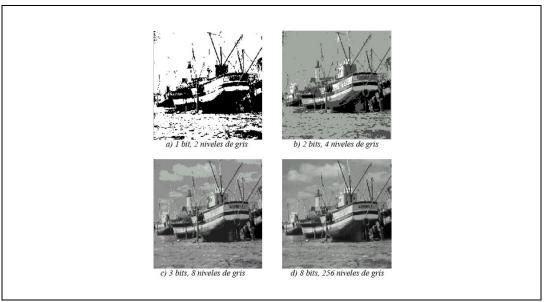


Figura 11. Imagen cuantizada usando 1, 2, 3 y 8 bits por pixel

Fuente: (Efford, 2000)

La calidad de la imagen depende, como segundo factor principal, del número de valores de intensidad que es capaz de representar. Existe diferencia si trabajamos con una imagen acromática o cromática. Entendemos por imagen acromática, a la compuesta por una escala tonal de grises cuyo rango varía de 2, tal como un dibujo en blanco y negro (1 bit por pixel (bpp)). El parámetro bpp representa la información



con la que contamos y permite saber el número de valores que nos proporcionará una imagen y que será igual a 2ⁿ donde n es el valor de bpp. En el caso de las imágenes cromáticas los parámetros que se tienen en cuenta son los 256 niveles de gris a través de tres canales RGB (Red, Green, Blue), rojo, verde y azul (Pastor, 2012).

1.1.6 Almacenamiento

Para almacenar una imagen en disco o memoria se han desarrollado una diversidad de formatos, los campos básicos a considerarse son los descriptores principales de la imagen.

Se almacena mínimamente: el ancho, el alto, la profundidad en bits y la matriz en pixeles. A esta representación se le llama un "Mapa de Bits" o simplemente BitMap.

Por ejemplo para guardar una imagen en tonos de gris adquirida de una fotografía de 2"x3" con una resolución de 300 dpi y una profundidad en bits de 8, se requiere un espacio de almacenamiento de:

$$N_1 = (2 \times 300)(3 \times 300)$$
 bytes = 5.4×10^5 bytes

Que corresponde aproximadamente a $\frac{1}{2}MB$.

Si tomamos ahora un postal de (5"x8") y la digitalizamos a 600 dpi en color a 24 bits, el espacio de almacenamiento requerido para el BitMap será:

$$N_2 = (5 \times 600)(8 \times 600)$$
 bytes = 1.44 x 10⁷ bytes

Que ahora corresponde a 13.73 MB. Puede notarse que el aumento de resolución (300 \rightarrow 600) y el aumento en el tamaño de la imagen en (5/5,8/3) \approx (2.5,2.66) refleja el carácter no lineal de la transformación.

Debido al gran espacio que se requiere para el proceso, se han desarrollado formatos comprimidos para el almacenamiento de las imágenes (Murray y VanRyper, 1996).

1.1.7 Perturbaciones características de las imágenes y métodos de corrección.

Las perturbaciones típicas que se producen en las imágenes son el ruido, las interferencias, las manchas, las franjas, los bordes de colores, las pérdidas o alteraciones de tono, intensidad o saturación. Estas perturbaciones tienen su origen



en fallos del dispositivo que impiden una respuesta adecuada. Las perturbaciones más características de las señales digitales son el contorneado, la pixelación y el aliasing. La más común en las señales analógicas es el ruido aunque también se produce en señales digitales. (Pastor, 2012).

1.1.7.1 Pixelación y contorneado.

La pixelación y el contorneado son dos perturbaciones de las señales digitales que se producen por insuficiencia de la resolución en el primer caso y por insuficiencia del rango de intensidades en el segundo. En la siguiente figura podemos ver un ejemplo de pixelación y contorneado. En la ilustración se muestra un esquema que correspondería a una imagen determinada (izquierda) de la que se han suprimido la mitad de las muestras (centro) lo que produciría un efecto de pixelación, o la mitad de los valores (derecha) lo que produciría un efecto de contorneado.

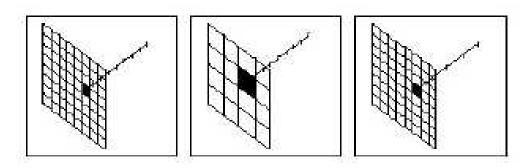


Figura 12. Pérdida de calidad de una imagen (a) por insuficiente muestreo (b) y cuantificación (c).

1.1.7.2 Ruido.

Es una señal no deseada que se introduce en un sistema de transmisión. Puede tener diversos orígenes pero generalmente se consideran como errores de medición superpuestos a la imagen. Por ejemplo, el ruido de fondo es la agitación de electrones presentes en el canal antes del paso de los electrones propios de la señal. La única forma de evitar el ruido es disminuir la capacidad del canal.

La unidad de medida del ruido son los decibelios (dB) referidos a numeros S/N. En general todos los dispositivos introducen cierto grado de ruido a la imagen,



tanto si se ha generado internamente o se capta por algún dispositivo. Se distinguen dos grandes tipos de ruido:

- El ruido determinado o no aleatorio se genera por un sistema concreto y
 tiene siempre un aspecto similar: franjas o bandas o nubes de puntos de
 determinadas características de tamaño y orientación. Se pueden filtrar y
 eliminar si se conoce su patrón de recurrencia.
- El ruido indeterminado o aleatorio se genera por diversas causas que no se pueden identificar o corregir pues su distribución es aleatoria y cambia con el tiempo. La única forma de eliminar este ruido es introducir filtros a la imagen.

1.1.7.3 Aliasing

Es la aparición de fenómenos extraños que alteran notablemente el aspecto de la imagen original, suprimiendo información relevante o alterando la existente hasta volverla equivoca. Estos fenómenos se producen en el momento de la reconstrucción, por pérdida o modificación, debido a que algunos de los componentes de la señal original estaban comprendidos en frecuencias superiores al límite de Nyquist y ha sido reconstruido en frecuencias más bajas (Benítez y Campo, 2018).

1.1.7.4 Antialiasing

Son el conjunto de técnicas que se utilizan para prevenir o disimular los defectos comprendidos genéricamente bajo la denominación de aliasing (Jaramillo, Jiménez y Ramos, 2014).

1.1.8 Tipos de imágenes

1.1.8.1 Imágenes en escala de grises

Una imagen en escala de grises está compuesta de un simple plano de pixeles (Aguirre, 2014).

Cada pixel es codificado usando un solo número. Este número puede ser:

• Un entero sin signo de 8 bits representando valores de escala de grises entre 0 y 255.



- Un entero con signo de 16 bits representando valores de escala de grises entre -32768 y +32767
- Un simple número de precisión flotante (codificado mediante 4 bytes)
 representando valores de escala de grises desde -∞ a ∞.

1.1.8.2 Imágenes a color (True Color)

Una imagen a color es codificada en memoria como una imagen RGB o una imagen HSL. Los pixeles de una imagen a color son una composición de 4 valores. Las imágenes RGB guardan la información del color utilizando a 8 bits tanto para el rojo (R), como para el verde (G) y para el azul (B). Las imágenes HSL guardan información de color utilizando 8 bits tanto para el matiz (H), como para la saturación (S) y para la luminancia (L).

En estos los modelos a color, existe un valor de 8 bits que no es usado (plano alfa), que representa la transparencia de ese punto y a veces es utilizado para combinar distintas fuentes de imagen; teniéndose asi una codificación de 32 bits (4 x 8 bits) como se indica en la siguiente Figura.

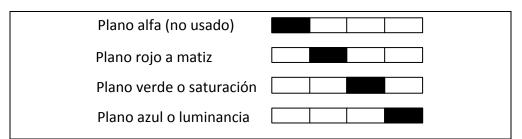


Figura 13. Codificación para imágenes RGB y HSL

1.1.8.3 Imágenes complejas

Una imagen compleja contiene información de frecuencia de una imagen en escala de grises luego de haber aplicado a esta la transformada rápida de Fourier (FFT), y así de esta manera se puede permitir operaciones en el dominio de la frecuencia sobre la imagen.

Cada pixel en una imagen compleja es codificada mediante dos números simples de precisión flotante que representa las componentes real e imaginaria del pixel complejo. De una imagen compleja se pueden extraer las siguientes componentes: parte real, parte imaginaria, magnitud y fase.



1.1.9 Modelos de color

Las imágenes digitales a color se pueden representar mediante una función vectorial f(x,y), donde las componentes del vector f para cualquier par de coordenadas x y y representan el color del pixel localizado en ese punto (Efford, 2000).

Existen varias formas de representar colores utilizando datos numéricos y cada una de ellas recibe el nombre de *Modelo de Color*. La elección del Modelo de Color para una aplicación determinada usualmente depende del dispositivo que se utilice para desplegar la imagen (Miano, 1999).

Los Modelos de Color más utilizados son: RGB, usado en aplicaciones de computadora, CMYK, usado en impresión a color (Miano, 1999), y YCbCr (Luminancia, Crominancia azul, Crominancia roja), usado en sistema de video (Tarrés, 2009); sin embargo, ninguno de estos modelos está relacionado directamente con las nociones más intuitivas de matiz, saturación e intensidad, lo que ha llevado a la creación de otros modelos de color como el HSI (Pajares, 2003).

1.1.9.1 Rgb

El modelo de color más comúnmente usado en aplicaciones de computadora es conocido como RGB (rojo, verde, azul) y está basado en el hecho de que todos los colores del espectro se pueden generar combinando luz roja, verde y azul en diferentes proporciones, por lo cual estos tres colores son conocidos como colores aditivos. Por ejemplo, en la mayoría de los monitores a color hay tres emisores de luz por cada pixel, uno rojo, uno verde y uno azul, y ajustando individualmente la intensidad de cada emisor se puede controlar el color del pixel (Miano, 1999).

El conjunto de colores que puede ser representado por un Modelo de Color se conoce como *espacio de color*, el cual, para el modelo RGB, como puede apreciarse en la figura siguiente es un cubo.

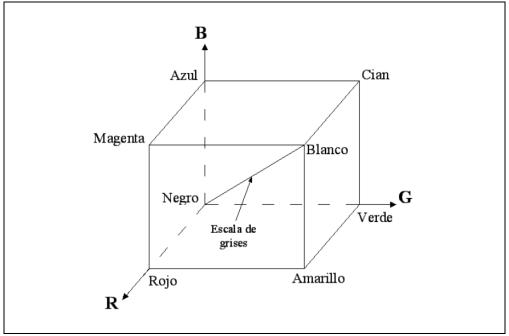


Figura 14. Espacio de Color RGB

Fuente: (Miano, 1999)

Los ejes de este espacio de color representan a cada uno de los colores que componen el modelo. La proyección de un punto P contenido en el cubo sobre un eje indica la intensidad de luz con la que coopera el color de ese eje en la formación del color en ese punto. El origen del espacio de color es la ausencia de los tres colores, es decir, el negro, y la esquina opuesta del cubo es la combinación de los tres colores con el máximo de intensidad que pueden tomar, es decir, el blanco (Baxes, 1994).

Un color contenido en una cara del cubo RGB se forma combinando los colores de los ejes que forman esa cara, como se puede observar en la figura siguiente. El volumen dentro del cubo contiene todo los colores del espectro que se pueden generar mezclando los tres colores del modelo.

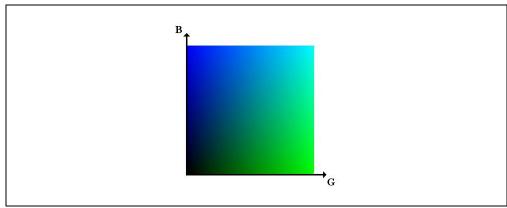


Figura 15. Colores contenidos en la cara posterior del cubo RGB

Los valores que puede tomar cada componente del modelo RGB está determinado por el número de bits usado para representarlo, el cual, para imágenes fotográficas, es usualmente 8 (Miano, 1999).

Todos los modelos de color se pueden obtener a partir de la información que proporcionan dispositivos como escáners y cámaras, los cuales representan los colores utilizando el modelo RGB (Miano, 1999).

Según Esqueda (2002), Un color puede definirse como la combinación de tres colores básicos: rojo, verde y azul, y expresarse mediante una tripleta de valores de 0 a 1 (R, G, B), donde R, G y B representan las intensidades de cada uno de los tres colores básicos rojo, verde y azul, respectivamente. En la siguiente tabla se presentan ejemplos de colores definidos mediante estas tripletas.

Tabla 1

Colores RGB

COLOR	R	G	В
Blanco	1	1	1
Rojo	1	0	0
Amarillo	1	1	0
Verde	0	1	0
Turquesa	0	1	1
Gris	0.5	0.5	0.5
Rojo Oscuro	0.5	0	0
Azul	0	0	1
Agua Marina	0.5	1	0.83
Negro	0	0	0

Fuente: (Esqueda, 2002)



1.1.9.2 Cmyk

El Modelo de Color CMYK (cian, magenta, amarillo, negro) está basado en los colores sustractivos, los cuales, a diferencia de los colores aditivos del modelo RGB que emiten luz, absorben una parte de la luz que incide sobre ellos y la otra la reflejan. Los colores sustractivos son cian, magenta y amarillo (CMY) y resultan de la combinación de luz roja, verde y azul como se muestra en la figura siguiente (Baxes, 1994).

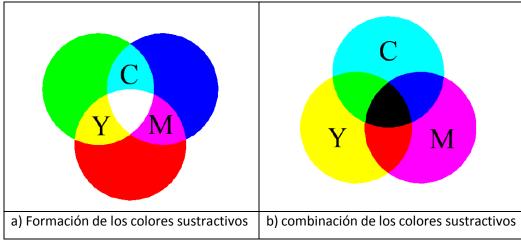


Figura 16. Colores sustractivos

Fuente: (Baxes, 1994)

Debido a que el cian se obtiene combinando luz verde con luz azul, cuando se imprime sobre papel blanco y se ilumina con luz blanca, refleja estos dos colores y absorbe la luz roja. Del mismo modo, el magenta absorbe la luz verde y el amarillo absorbe la luz azul.

Cuando se combinan cian y magenta, el cian absorbe la luz roja y el magenta absorbe la luz verde, lo que da como resultado que sólo se refleje la luz azul, como se puede observar en la figura 16-b. Cuando se combinan amarillo y magenta sólo se refleja luz roja y cuando se mezclan el amarillo y el cian sólo se refleja luz verde. Imprimiendo los tres colores sustractivos en diferentes proporciones sobre papel blanco, el proceso de impresión puede crear todos los colores del espectro (Baxes, 1994).

Las componentes del modelo CMYK representan las cuatro tintas usadas comúnmente en la impresión a color. En teoría, la combinación del cian, magenta y amarillo absorbe toda la luz, dando como resultado el color negro



(figura 16-b), sin embargo, en la práctica dicha combinación no resulta en un negro puro y, aunque lo hiciera, se necesitaría tres veces más tinta que si simplemente se usara tinta negra. Es por eso que este Modelo de Color tiene cuatro componentes: cian, magenta, amarillo y negro (Miano, 1999).

Las impresoras a color y copiadoras requieren una entrada CMY o realizan internamente una conversión de RGB a CMY, la cual se lleva a cabo mediante la ecuación:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{G} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}$$

1.1.10 Formatos de imagen digital

Según Rodriguez (2004) algunos de los formatos de imágenes digitales son:

1.1.10.1 JPEG: Joint Photographic Experts Group.

Método de compresión más adecuado para fotografías e imágenes de tonos continuos similares que contienen muchos colores. Este formato analiza las imágenes y elimina la información que no es apreciable.

1.1.10.2 PNG: Portable Network Graphics.

Es un formato de almacenamiento sin pérdida y comprime la imagen de manera totalmente reversible siendo la imagen que se recupera idéntica a la original.

1.1.10.3 GIF: Graphics Interchange Format.

Es un formato sin pérdida para imágenes de hasta 256 colores, si la imagen en cuestión excede los 256 colores se adapta reduciendo sus colores lo que resulta en una pérdida de calidad.



1.1.10.4 BMP: Windows bitmap (mapa de bits).

Es un formato de imagen de mapa de bits sin compresión propiedad de Microsoft. Se debe resaltar que por su fácil implementación es muy demandada su utilización para los distintos sistemas de visión por computadora.

1.1.11 Procesamiento digital de imágenes

Según Romero (2020), el procesamiento digital de imágenes desempeña un papel determinante como instrumento de las tecnologías de información y comunicación para establecer innovaciones en diversas áreas de conocimiento, sea evidenciada por mejoramiento en la calidad de la imagen a ser percibida por el ojo humano o bien, para ser interpretada por el computador (robot).

En tales caso, es importante asociar el concepto de imagen digital a la función 'f(x,y)' que posee dos dimensiones o coordenadas espaciales 'x' e 'y' que representan matemáticamente las propiedades visuales de una imagen analógica. Por tanto, cuando se observa una imagen gris o de color, dan cuenta de la descripción cuantitativa de los atributos de la función. Por lo tanto, una imagen digital refiere a una matriz donde a cada elemento le corresponde un valor de la función 'f(x,y)' representado por un número de bits finito, mientras que los índices de fila y columna representan la ubicación 'x' e 'y'. A cada uno de los elementos de la matriz se le llama pixel (picture element). Los pixeles pueden ser escalares o vectores de la misma dimensión para toda la imagen, estos últimos pueden considerarse como compuestos por varios planos formados por píxeles escalares.

Ante estas descripciones prácticas, se conoce como procesamiento digital de imágenes al conjunto de técnicas y procesos para mejorar, extraer e interpretar la información contenida en una imagen por medio de un computador. Dicho de otra manera, es una forma especial del procesamiento de señales en dos (o tres) dimensiones, que busca extraer información contenida en la imagen, necesaria para que las aplicaciones intérpretes gestionen datos y potencialmente otorguen resultados satisfactorios.



Según Pastor (2012), cuando hablamos de tratamiento digital de las imágenes abarcamos dos áreas principales de aplicación. En primer lugar, el procesamiento de imágenes con la finalidad de mejorar la información de modo que sea capaz de ser asimilada por observadores humanos, y el procesamiento y análisis de imágenes, con la finalidad de hacer que sean reconocidas por computadores especializados.

Por procesamiento se entiende al conjunto de técnicas y métodos encaminados a mejorar una imagen, con el fin de la independencia de su contenido, facilitar su posterior interpretación. Ejemplos de procesamiento son el tratamiento de radiografías para realzar zonas de interés, el procesamiento de fotografías en mal estado para facilitar el reconocimiento de personas, etc.

En el procesamiento de imágenes es indispensable poder determinar ciertas características de las imágenes obtenidas por los diferentes métodos. Más específicamente, es necesaria la segmentación de las imágenes para aislar estructuras fisiológicas y biológicas de interés que permiten analizar sus características. Las técnicas de segmentación se pueden agrupar en tres clases: métodos basados en píxeles, métodos basados en regiones y métodos basados en bordes (Pratt, 2004).

Por análisis de imágenes se alude al conjunto de técnicas y métodos encaminados a facilitar la extracción de la información contenida en ellas. La finalidad principal sería llegar a hacer eficaz la visión por computador, es decir, conseguir que una maquina dotada de sensores pueda reconocer fragmentos más o menos grandes del espacio y los objetos que le rodean a ajustar su conducta de acuerdo con esta información. El proceso implica la detección, la identificación y la comprensión de patrones que son relevantes en una aplicación determinada. Un ejemplo de análisis de imágenes puede ser el uso de robots en cadenas de producción que pueden reconocer si un producto tiene defectos y debe ser retirado de la cadena, o el uso de robots en procesos de fabricación para reconocer formas características (Benítez y Campo, 2018).

Procesamiento de imágenes es el término usado para denominar las operaciones desarrolladas sobre un conjunto de datos de imagen para mejorarlas de alguna forma, para ayudar a su interpretación o para extraer algún tipo de información útil de ella. Alguna de las operaciones principales en el procesamiento digital de imágenes son



el escalamiento, codificación, extracción de características, reconocimiento de patrones, entre otras (Malpartida, 2003).

Las operaciones que se realizan sobre imágenes y que tienen como resultado otra imagen se puede clasificar en tres grupos:

- Operaciones puntuales: Son aquellas en el ue el valor de cada pixel G(x,y) de la imagen resultante se obtiene a partir del valor del pixel F(x,y) de la imagen original, sin involucrar ningún otro pixel.
- Operaciones locales: Son aquellas en las que el valor de cada pixel G(x,y) de la imagen resultante se obtiene a partir de los valores del pixel F(x,y) y de sus vecinos en la imagen original.
- Operaciones globales: Son aquellas en las que el valor de cada pixel G(x,y) de la imagen resultante se obtiene de los valores de pixel F(x,y) y de todos los demás pixeles en la imagen original.

El procesamiento de imágenes tiene un amplio uso, por ejemplo, en el procesamiento de imágenes es usado para extraer regiones de interés con propiedades que pueden ser potencialmente relacionadas con el área médica, usa la tecnología de diagnóstico asistido por computadora para procesar las imágenes, extrae las texturas, hacer una segmentación dela imagen y encontrar el área de interés (Pérez et al., 2019).

1.1.11.1 Operaciones aritméticas

Las operaciones aritméticas más usadas en procesamiento de imágenes son: suma, resta, multiplicación y división. Para que se pueda llevar a cabo una operación aritmética, ambas imágenes deben ser del mismo tamaño, en la figura siguiente se muestra la suma de dos imágenes, la cual se realiza de la forma C(x,y)=A(x,y)+B(x,y) (Cleva et al., 2013).

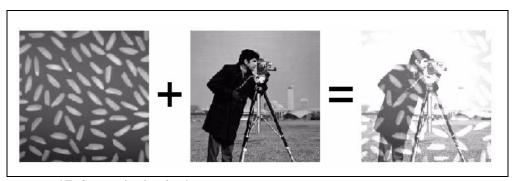


Figura 17. Suma de dos imágenes



1.1.11.2 Operaciones lógicas

Las principales operaciones lógicas utilizadas en el procesamiento de imágenes son: AND, OR, NOT, las cuales se aplican solo a imágenes binarizadas. En la figura siguiente se muestran las operaciones lógicas aplicadas a imágenes binarias.

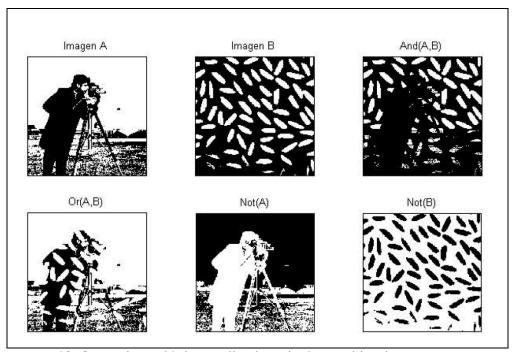


Figura 18. Operaciones lógicas aplicadas a imágenes binarias

1.1.11.3 Transformaciones geométricas

Las transformaciones geométricas modifican las relaciones espaciales entre pixeles; a continuación se presentan algunas.

a) Interpolación

Al realizar transformaciones afines a las imágenes se presentan cambios en la posición de los pixeles respecto a su posición inicial en el plano imagen y por lo tanto se requieren métodos de interpolación numérica para los valores de intensidad que se asignarán a las nuevas posiciones en el plano imagen (Sifuentes et al., 2020).

Relacionado con la imagen digital consiste en la creación de nuevos píxeles a partir de los existentes, de modo que la imagen resultante represente lo mismo que la original, solo que con más pixeles.



La interpolación es el proceso en el cual se estiman los valores de una imagen en una sección específica, cuando por ejemplo, se cambia el tamaño de una imagen y en la nueva imagen existen más pixeles que en la imagen original.

De forma general, la interpolación de una imagen se presenta como:

$$f(x, y) = \sum \sum g(i, j) h(x-i, y-j)$$

Dónde: g(x,y) es la imagen original, f(x,y) representa la imagen procesada y h(x,y) es la interpolación (mascara).

b) Traslación

Si se requiere trasladar el origen de una imagen, se aplican las ecuaciones:

$$X_f = X_i + X_0$$

$$y_f = y_i + y_0$$

Que en coordenadas homogéneas es:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{f}} \\ \mathbf{y}_{\mathrm{f}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \mathbf{x}_{\mathrm{0}} \\ 0 & 1 & \mathbf{y}_{\mathrm{0}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{i}} \\ \mathbf{y}_{\mathrm{i}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotación respecto al origen

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{f}} \\ \mathbf{y}_{\mathrm{f}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\mathrm{sen}\theta & 0 \\ \mathrm{sen}\theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{i}} \\ \mathbf{y}_{\mathrm{i}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotación respecto a un punto cualquiera

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{f}} \\ \mathbf{y}_{\mathrm{f}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \mathbf{x}_{\mathrm{o}} \\ 0 & 1 & \mathbf{y}_{\mathrm{o}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\mathbf{x}_{\mathrm{o}} \\ 0 & 1 & -\mathbf{y}_{\mathrm{o}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{i}} \\ \mathbf{y}_{\mathrm{i}} \\ 1 \end{bmatrix}$$



c) Convolución bidimensional

La convolución es un proceso lineal, que consiste en aplicar a una imagen una matriz de filtro o kernel, lo que da como resultado una nueva imagen (Peña, 2018).

La convolución bidimensional discreta es la base de algunos procesamientos comunes, como el filtrado de imágenes. En la convolución, el valor de un pixel de salida se calcula mediante la suma ponderada de los pixeles vecinos. Dentro del campo del procesamiento de imágenes, la convolución entre la imagen y una matriz (los coeficientes del filtro) llamada máscara para filtrar una imagen. La convolución de f(x,y) y h(x,y) está dada por:

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(i,j) h(x-i,y-j)$$

Lo más común es usar convoluciones de 3 x 3 elementos; entonces la ecuación anterior se convierte en:

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) = \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2} f(i,j) h(x-i,y-j)$$

Que, por ejemplo, para obtener g(2,2) se tiene:

$$g(2,2) = \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2} f(i,j) h(2-i,2-j) = f(0,0) h(2,2) + f(0,1) h(2,1) + f(0,2) h(2,0) + ...$$
... + f(1,0) h(1,2) + f(1,1) h(1,1) + f(1,2) h(1,0) + ...
... + f(2,0) h(0,2) + f(2,1) h(0,1) + f(2,2) h(0,0)

Considere que la imagen es la mostrada en la figura siguiente:

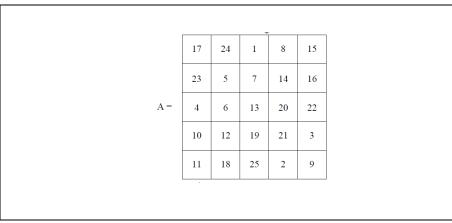


Figura 19. Representación de una Imagen mediante pixeles

y la máscara se muestra en la figura siguiente

$$h = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 8 & 1 & 6 \\ \hline 3 & 5 & 7 \\ \hline 4 & 9 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Figura 20. Máscara de convolución

En la figura siguiente se muestra como calcular el pixel de salida (procesada) mediante los siguientes pasos:

1.- Rotar la máscara de convolución 180 grados a partir del elemento del centro.La máscara rotada queda como:

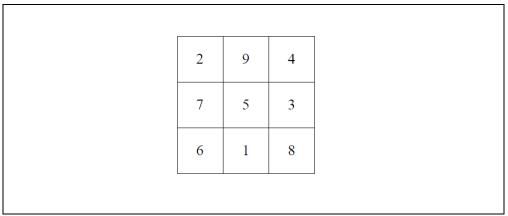


Figura 21. Máscara rotada para la convolución

2.- Sobreponer el elemento central de la máscara de tal forma que quede sobre el elemento de interés, en este caso el elemento (2,4) de A, tal como se muestra en la figura siguiente:

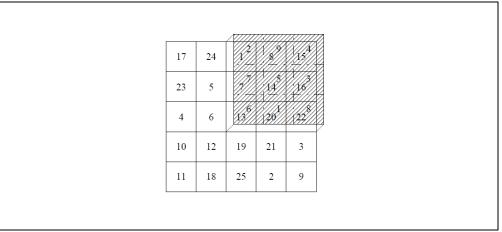


Figura 22. Convolución para obtener el valor de A(2,4)

- 3.- Multiplicar cada peso (valor) de la máscara rotada por el pixel de A que se encuentra "bajo" la máscara.
- 4.- Sumar los productos individuales obtenidos en el paso 3.

Por ejemplo, para el pixel (2,4), el pixel de salida (procesado) es:

$$1 \cdot 2 + 8 \cdot 9 + 15 \cdot 4 + 7 \cdot 7 + 14 \cdot 5 + 16 \cdot 3 + 13 \cdot 6 + 20 \cdot 1 + 22 \cdot 8 = 575$$

Cuando se trabaja en los extremos de la imagen, se acostumbra insertar ceros (zero padding) en los extremos, tal como se muestra en la figura siguiente:

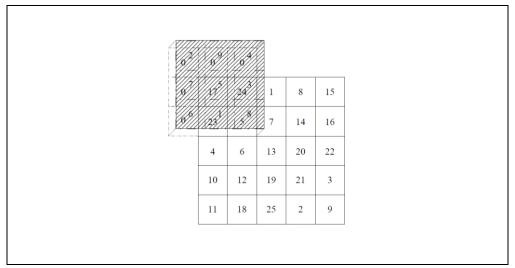


Figura 23. Inserción de ceros (Zero padding) en los extremos.



d) Correlación

La correlación es una operación parecida a la convolución, en la cual el valor de un pixel de salida se calcula como la suma ponderada de los pixeles vecinos. La diferencia está en que la matriz de pesos o mascara, en este caso se llamaba núcleo o kernel de correlación no se rota durante el cálculo. La correlación está dada por:

$$g(x,y) = h(x,y) \circ f(x,y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=\infty}^{\infty} f^*(i,j) h(x+i,y+j)$$

La correlación se utiliza para encontrar el parecido entre pixeles de una imagen. Si los pixeles son iguales o parecidos, se dice que están altamente correlacionados entre sí. La correlación permite hallar patrones (Cleva et al., 2013).

La diferencia entre la correlación y la convolución estriba en que la máscara de correlación no se rota como en la convolución. En la figura siguiente se muestra como se calcula la correlación para el pixel (2,4) de la imagen A usando como máscara de correlación a h.

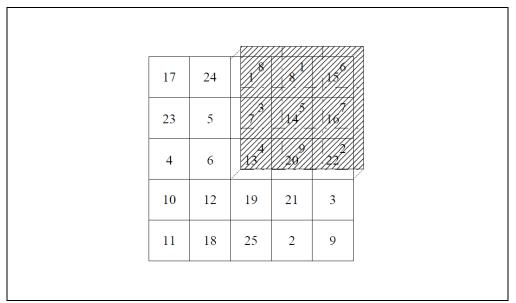


Figura 24. Correlación de A con h.

El algoritmo de la correlación opera de la siguiente forma:

- 1. Sobreponer el elemento central de la máscara de tal forma que quede sobre el elemento de interés, en este caso el elemento (2,4) de A, tal como se muestra en la figura siguiente.
- 2. Multiplicar cada peso (valor) de la máscara rotada por el píxel de A que se encuentra "bajo" la máscara.
- 3. Sumar los productos individuales obtenidos en el paso 2.

Por ejemplo, para el píxel (2,4), el píxel de salida (procesado) es:

$$1 \cdot 8 + 8 \cdot 1 + 15 \cdot 6 + 7 \cdot 3 + 14 \cdot 5 + 16 \cdot 7 + 13 \cdot 4 + 20 \cdot 9 + 22 \cdot 2 = 585$$

e) Tratamiento estadístico de imágenes

En los métodos estadísticos, se distinguen los de primer y segundo orden. Los estadísticos de primer orden involucran pixeles simples, por ejemplo en un histograma normalizado de los niveles de gris de una imagen se puede considerar datos como la media, varianza, suavidad, sesgo, curtosis, correlación, energía o entropía para caracterizar una textura. Los estadísticos de segundo orden consideran propiedades de pares de pixeles, por ejemplo métodos de matrices de concurrencia los cuales consideran características como energía, entropía, contraste, homogeneidad y correlación (La Serna, Contreras y Ruiz, 2010).

- Brillo medio

En una imagen es la suma de todos los brillos dividido por el número total de pixeles de la imagen.

$$\mu = x = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{\mu=0}^{255} \mu_i n_i$$

Siendo M y N las dimensiones de la imagen, μ_i el valor de brillo de 0 a 255 y n_i es el número de píxeles que tienen ese valor de brillo.

Varianza de una imagen

Valora la separación existente entre los brillos de los píxeles y el valor medio (elevado al cuadrado para no compensar variaciones positivas con negativas).

$$\sigma^2 = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^{M} \sum_{i=1}^{N} [x(i, j) - \mu]^2$$

- Desviación típica

Es la raíz cuadrada de la varianza.

Desviación típica $\rightarrow \sigma$

- Histograma

El histograma de una imagen es una representación del número de píxeles de cierto nivel de gris en función de los niveles de gris.

El histograma de una imagen representa de forma gráfica el número de veces que aparece cada brillo. En el eje de abscisas tendremos los distintos brillos de la imagen y en el eje de ordenadas la frecuencia con que aparecen dichos brillos.

Mediante la ecualización del histograma podemos ajustar los parámetros de brillo y contraste de la imagen, para ello primero debemos convertir el histograma en una función de densidad de probabilidad normalizando los brillos entre 0 y 1, lo que conseguimos dividiendo las ordenadas entre el número total de píxeles (Rodriguez y Sossa, 2012).

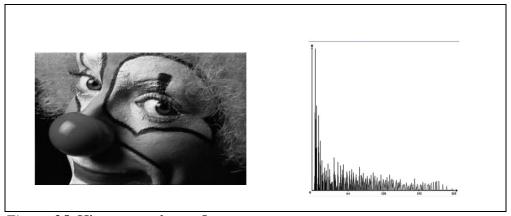


Figura 25. Histograma de una Imagen

Según Esqueda (2002), El histograma de una imagen es una representación de número de píxeles de cierto nivel de gris en función de los niveles de gris.



Según Pastor (2012), el histograma de una imagen es el grafico en el que se representan las veces que aparece cada brillo. En el eje de abscisas del gráfico se representa los distintos brillos de la imagen y en el eje de ordenadas aparece la frecuencia relativa con la que cada color aparece en la imagen. El histograma aporta información sobre el brillo y el contraste de la imagen, pudiendo ser utilizado para ajustar estos parámetros.

Un pico en nuestro histograma en el lado izquierdo indica un gran número de píxeles que están oscuros o negros, mientras que un pico en la parte derecha indica un gran número de píxeles luminosos o blancos.

1.1.12 Análisis de imágenes

Se define como el estudio de las características de la imagen, con el fin de extraer cualquier tipo de información adicional contenida en la imagen y que a simple vista es poco evidente. Esta información puede ser de muy diversos tipos tales como medidas sobre la imagen, reconocimiento de formas, etc (Jiménez et al., 2015).

El análisis de imágenes abarca toda esa serie de procesos que permiten extraer información de una imagen. Estos procesos los podemos resumir en los siguientes:

- 1. Extracción de características globales de la imagen.
 - Detección de bordes, líneas y esquinas.
 - Texturas.
 - Detección del movimiento.
- 2. Segmentación de imágenes.
 - Basada en Umbralización.
 - Basada en extracción de contornos.
 - Orientada a regiones.
- 3. Transformaciones morfológicas.
- 4. Representación de contornos y regiones mediante información extraída de la imagen segmentada.

El análisis de imágenes se utiliza como un filtro de calidad (León et al., 2016).



1.1.12.1 Relaciones entre Píxeles.

Un Pixel p con coordenadas (x,y) tiene cuatro vecinos horizontales y verticales, cuyas coordenadas son: (x+1,y), (x-1,y), (x, y-1), (x,y+1). A este conjunto de pixeles se llama vecindad 4 o 4 vecinos de p y se denota por $N_4(p)$, ver la siguiente figura. Notese que para cada uno de estos pixeles hay una distancia de 1 de p y que en los bordes de la imagen algunos de estos pixeles quedaran fuera de la imagen (Cuevas y Ortega, 2013).

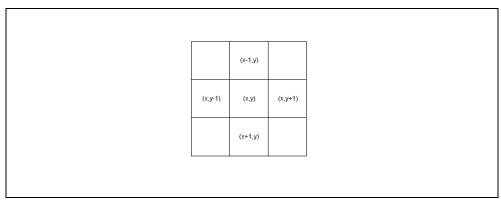


Figura 26. Vecindad $N_4(p)$

Existen también 4 vecinos diagonales de p con coordenadas: (x+1,y+1), (x+1,y-1), (x-1,y-1), (x-1,y-1) y se les denota por $N_D(p)$, ver la siguiente figura. $N_4(p)$ y $N_D(p)$ juntos forman la vecindad 8 denotada por $N_8(p)$.

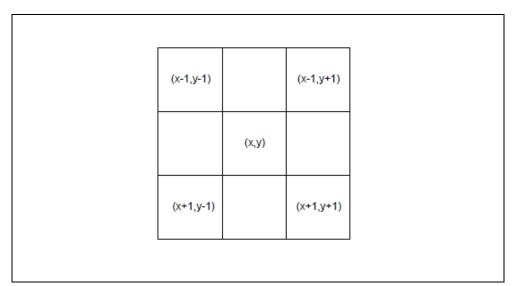


Figura 27. Vecindad $N_D(p)$



1.1.13 Binarización de una imagen

La binarización de una imagen consiste en comparar los niveles de gris presentes en la imagen con un valor (umbral) predeterminado. Si el nivel de gris de la imagen es menor que el umbral predeterminado, se le asigna al pixel de la imagen binarizada el valor de 0 (negro), y si es mayor, se le asigna un 1 (blanco). De esta forma se obtiene una imagen en blanco y negro. Generalmente se utiliza un umbral de 128 si se trabaja con 255 niveles de gris, pero en algunas aplicaciones se requiere de otro umbral. En la figura siguiente se muestra un ejemplo de la imagen binarizada (Colubi, 2017).

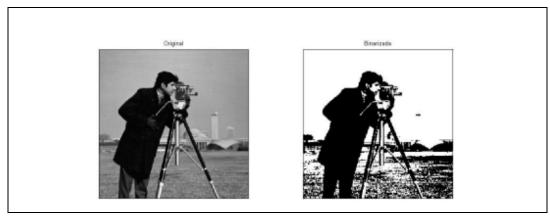


Figura 28. Binarización de una imagen



1.2 Antecedentes

Moreira y Valencia (2008) publicaron su tema "Implementación de un algoritmo para la detección y conteo de células en imágenes microscópicas" en Escuela Superior Politécnica del Litoral de Ecuador. En este proyecto se presentó el desarrollo de una aplicación para el conteo de células en imágenes obtenidas mediante microscopio, en la cual se hace posible la utilización de 2 algoritmos (métodos) de segmentación y de 2 de los principales operadores para detectar bordes en imágenes.

En esta aplicación, se trabajado con una serie de imágenes de células obtenidas en análisis de diferentes fluidos y tejidos, encontradas en su mayoría en la Internet, que para propósitos de demostrar el desempeño de su aplicación, fueron aceptables.

Para la realización de la misma, emplearon el muy conocido paquete computacional Matlab 7.7.0 (R2008b), de la compañía MathWorks, el que dispone de una serie de funciones que facilitan el procesamiento de imágenes.

- Espinosa (2014) en su Tesis de nombre "Sistema de reconocimiento de patrones en placas vehiculares para el acceso automático de visitas a un edificio", expresa que, el principal problema que se abordará en el presente trabajo es el referido a la detección automática de la placa vehicular del sistema peruano de placas vehiculares, lo cual implica realizar un pre-procesamiento de la imagen el cual incluye la binarización y detección de bordes de la imagen, y finalmente la segmentación (detección) de la placa. Una vez detectada la placa, esta puede ser procesada por un sistema de reconocimiento óptico de caracteres (OCR). Lo que se pretende es desarrollar un método que extraiga la placa de los automóviles, teniendo como espacio de aplicación controlado el acceso vehicular de un edificio, considerando las características de las placas de autos nacionales además de los factores de error presentes en el entorno peruano.
- Diaz (2006) En su tesis de nombre "Localización y reconocimiento automático del número de la placa de un automóvil", hace mención de la diferencia porcentual entre las letras y los dígitos se debe a que la red neuronal backpropagation funciona mejor o alcanza un menor error cuadrático medio cuando se tiene menos salidas, dado que sólo se tiene 10 neuronas de salida para los números mientras que 26 para las letras. Se tiene un éxito de 100% en la etapa de segmentación. Se logra un éxito de 100%



para diferenciar entre placas de tres letras y tres dígitos frente a las de dos letras y cuatro dígitos. Este sistema fue desarrollado principalmente para identificar placas en el Perú, país en el que se presentan dos tipos de placas. Sin embargo, con muy pocas modificaciones el sistema puede ser usado para identificar placas de diferentes países.

El sistema responde considerablemente bien ante caracteres con deterioro, ya sea por manchas de suciedad o despintado de los mismos. Los resultados obtenidos toman en cuenta a todo este tipo de placas. No se ha hecho ningún tipo de pre-selección a las imágenes capturadas, tan solo se han tomado en cuenta las condiciones impuestas inicialmente. Habría que agregar que en el Perú existen placas que presentan una máscara que une los caracteres en la parte inferior y provocan una sombra en los mismos. Este problema fue tomado en cuenta, dado que el sistema propuesto arroja resultados extraídos de placas con estas características. La muestra presentó más de la mitad de imágenes de placas que contenían dichas máscaras. A la luz de estos resultados y a las dificultades que se presentan se concluye que el sistema propuesto para la localización y reconocimiento automático de la placa de un automóvil tiene un funcionamiento bastante óptimo.

- Pahamón (2011). En su tesis: "Restauración de Imágenes Mediante un Modelo Matemático Basado en las Técnicas de Detección de Bordes y Propagación de Texturas." Se utilizó en primera instancia la técnica de síntesis de texturas basada en parches. Se observó que para lograr la mejor restauración posible se debe lograr un equilibrio entre la propagación del color (textura) y de bordes (estructura) ya que el dar prioridad a una u otra genera resultados muy distintos. En otras palabras, estos dos factores "compiten" entre sí. Así mismo se observó mediante experimentos sencillos que el resultado de la restauración en la imagen depende fuertemente del orden en que se restauren los pixeles de la zona objetivo. Se planteó una función de probabilidad que soluciona ambos problemas, genera un equilibrio entre la propagación de textura y de estructura y determina el orden de restauración de la zona objetivo.
- Morocho (2019); explora cómo la intervención humana puede ayudar a mejorar los sistemas de autenticación automática de firma. Durante las últimas décadas, se han hecho esfuerzos importantes para mejorar el rendimiento de los sistemas automáticos de reconocimiento basados en firma. Este trabajo analiza como acciones llevadas a cabo por humanos pueden ser utilizadas para complementar las capacidades de los



algoritmos automáticos. Qué acciones y en qué medidas éstas pueden ayudar a mejorar algoritmos del estado-del-arte es el objetivo perseguido en esta tesis. En este trabajo se proponen y analizan intervenciones a nivel de clasificación y de extracción de características. El análisis a nivel de clasificación comprende experimentos con más de 500 personas a través de tareas de autenticación de firma desarrolladas sobre plataformas de crodwourcing. Los resultados permiten establecer un rendimiento de base de reconocimiento de firma llevado a cabo por personas sin experiencia forense. La intervención a nivel de características se realiza a través de aplicaciones de etiquetación de atributos de firma desarrolladas durante la tesis e inspiradas en el trabajo de expertos forenses. Estas aplicaciones han permitido la captura de dos nuevas bases de datos. Se analiza el rendimiento humano para la etiquetación de atributos discriminantes de la firma y se analiza su complementariedad con sistemas automáticos. Los experimentos se llevan a cabo sobre una la base de datos pública BioscurID y se incluyen los dos escenarios de autenticación más populares: firma dinámica u online y firma estática u offline. A su vez, se analizan los dos tipos de ataques más habituales: aleatorios y ataques entrenados. Los resultados demuestran las limitaciones y el potencial de la intervención humana en tareas de reconocimiento de firma. Se demuestra que las capacidades humanas pueden ser explotadas para mejorar el rendimiento de los sistemas de autenticación automática de firma.

- Pencue y Téllez (2003), reporta que Los sistemas de control de calidad en el ámbito agroindustrial han tenido grandes avances en la actualidad debido al advenimiento de las técnicas del procesamiento digital de imágenes. La actividad agroindustrial del entorno regional y nacional hace pensar en la necesidad de implementar sistemas de visión artificial para la clasificación y control de calidad de frutas. El sistema se basa en el análisis realizado sobre las imágenes tomadas con iluminación y cámaras de operación en el visible, analizando el aspecto externo de la fruta y realizando la clasificación de los defectos de acuerdo a parámetros de evaluación de control de calidad. Se presenta una descripción del desarrollo y desempeño del método por visión artificial.
- Martinez, Arango y Vallejo (2018), en su artículo describe una aplicación de visión artificial para la automatización del proceso de calificación de exámenes escritos del tipo de selección múltiple. Una cámara digital es usada para capturar fotografías de las hojas de respuesta, que luego son adecuadas y procesadas con el fin de determinar la nota del estudiante. La adecuación de las imágenes se hace por medio de



algoritmos heurísticos de filtrado y redimensionamiento de baja complejidad, con miras a portar la aplicación a una plataforma móvil en el futuro. Los resultados obtenidos son prometedores, con una tasa de aciertos de alrededor del 97 %, y con buena tolerancia a condiciones cambiantes de iluminación y orientación en la toma de las fotografías.

- ➤ Pérez et al. (2019), presenta los resultados de experimentos realizados en segmentos de hueso vacuno sobre las condiciones asociadas con la propagación del sonido. Se utiliza procesamiento de imágenes térmicas. El método propuesto, consta de la separación de la imagen en sus canales principales y se construye una imagen binaria complementaria de acuerdo con el umbral ponderado por cada una de estas imágenes en escala de grises. La parte experimental se llevó a cabo en un conjunto de imágenes variando el tiempo de exposición de la muestra. Los resultados obtenidos permiten ver la viabilidad de la metodología propuesta, así como su aplicación para identificar algún tipo de padecimiento como la osteoporosis.
- La serna, Contreras y Ruiz (2010), realiza una revisión bibliográfica de los principales métodos y técnicas de la característica visual de textura para procesamiento digital de imágenes, concretamente en Sistemas de recuperación de imágenes basados en contenido (CBIR). Además se presentan tres aplicaciones CBIR en los que se pone énfasis a las características y técnicas de textura usados. En CBIR una imagen es representada por una colección de características visuales que describe el contenido de la imagen. Las características primitivas o de bajo nivel, es la información visual del color, textura o forma. Textura se puede ver como la repetición de un patrón espacial básico, cuya estructura puede ser periódica, o parcialmente periódica (aleatoria). Además, la textura de una superficie hace referencia a la distribución de valores de intensidad a nivel espacial y por sus propiedades se evalúan en: fineza, rugosidad, suavidad, granulación, aleatoriedad, etc. No existe una clasificación estándar de los métodos y técnicas para análisis de textura, en esta revisión presentamos aquella que más destaca: a) Métodos estructurales o sintácticos, y b) Métodos estadísticos. Las aplicaciones de textura en recuperación de imágenes son de dominios específicos, como análisis de imágenes médicas, reconocimiento remoto como imágenes aéreas, o en inspección industrial.
- ➤ Jaramillo, Jiménez y Ramos (2014), presenta el diseño y construcción de un sistema de visión artificial, basado en el procesamiento digital de imágenes que permita automatizar la inspección de calidad en un proceso de producción. El prototipo



desarrollado fue implementado en una banda transportadora que hace parte de una cadena de ensamblaje y su función es medir el diámetro interno y externo, con una sensibilidad de +/- 0,1 mm y una velocidad de procesamiento de 1400 piezas por hora, de dos tipos de piezas que simulan la geometría de una arandela y un tornillo. Lo anterior con el propósito de identificar cuáles piezas se encuentran dentro de los requerimientos de fábrica para su posterior ensamblaje. Para desarrollar el prototipo de manera oportuna se dividió el trabajo en tres etapas principales: hardware, control electrónico y software.

- Leyva et al. (2002), tiene la finalidad de realizar selección para textura de endospermo en líneas de maíz, utilizando como parámetros los porcentajes de endospermo córneo y endospermo harinoso en granos, se evaluó una técnica que permite la estimación de estos componentes estructurales de manera rápida y confiable, basada en la aplicación de un método de procesamiento digital de imágenes, al que se conoce como umbral "threshold"; generalmente aplicado a las imágenes en escala de grises para posteriormente transformarlas a binarias mediante un contraste entre el fondo y los objetos. Su aplicación en 22 líneas de maíz fue comparada estadísticamente con la técnica de textura por disección, adoptada por la industria de la harina de maíz nixtamalizado. Se evaluaron granos con diferente proporción de endospermo córneo y harinoso, desde cristalinos hasta completamente harinosos. La técnica de procesamiento de imágenes también permite la posibilidad de la estimación de los porcentajes de embrión y pedicelo. Los resultados indicaron que los valores porcentuales de endospermo córneo y harinoso, obtenidos con la técnica de procesamiento de imágenes, sobrestiman en alrededor de 4 y 8 % respectivamente, a los obtenidos con los de textura por disección, pero no hubo diferencias estadísticas entre ellos.
- ➤ Sifuentes et al. (2020), soluciona un problema fundamental en los robots móviles como la determinación de trayectorias, es decir, establecer el camino por dónde el robot debe moverse. También lo es, el buscar el camino más óptimo para ir de un punto a otro, evitando obstáculos. El objetivo de este artículo es la realización práctica de un sistema de control por visión de un robot móvil que ponga a prueba dos aspectos: el uso del procesamiento digital de imágenes como una alternativa para la definición de trayectorias en robots móviles y el uso de uno de los algoritmos de la teoría de grafos para la determinación del camino más corto al objetivo. El sistema presentado es un robot móvil con ruedas capaz de seguir una trayectoria calculada;



la cual es la solución de un laberinto. Esta solución se calcula a partir de una imagen tomada por una cámara, la cual está colocada en la parte superior de un laberinto. La imagen es procesada en Matlab para encontrar la solución del laberinto. En la determinación de la trayectoria se usa un algoritmo llamado "Floodfill", que siempre busca encontrar el camino más corto desde la salida hasta la meta. Finalmente, esta solución es enviada al robot mediante Bluetooth.

- Romero (2020), presenta el resultado de una investigación documental, experimental y proyectiva. Se desarrolló con el objetivo de diseñar un algoritmo para el reconocimiento de personas en robots móviles exploradores utilizando Matlab, debido a su sencillez de uso y configuración, y a su plena integración en el potente entorno de trabajo matemático. En este trabajo idealiza la formulación de técnicas de procesamiento digital, patrones de reconocimiento sobre imágenes y tecnología robótica empleada en las tareas de rescate de víctimas en condiciones de desastre, que sería posible de confeccionar en contexto ecuatoriano con recursos accesibles y optimizables para la gestión de emergencias.
- ➢ Jiménez et al. (2015), presenta los resultados del diseño e implementación de un sistema de captura y procesamiento de imágenes de cultivos agrícolas. El diseño incluye el desarrollo de software y hardware para la adquisición de imágenes mediante un helicóptero de aeromodelismo equipado con cámaras de resolución de 640x480 pixeles. Se desarrolló una aplicación en software para realizar la corrección diferencial de errores generados por el Sistema de Posicionamiento Global (GPS por sus siglas en inglés), permitiendo también el monitoreo de la posición del helicóptero en tiempo real. Se desarrolló un sistema de telemetría compuesto de una unidad de medida inercial, un magnetómetro, un sensor de presión y altitud, un GPS y dos cámaras fotográficas. Finalmente se elaboró un software de procesamiento de imágenes para determinar algunos índices de vegetación y generación de mapas tridimensionales de los cultivos.
- León et al. (2016), muestra como las actividades humanas cotidianas han podido avanzar y adaptar las tecnologías a sus necesidades, lo cual se ha visto reflejado en la eficiencia de los sistemas que actualmente usamos para nuestra vida cotidiana y en donde la aplicación del tratamiento digital de imágenes en los sistemas industriales y de control de calidad ha hecho parte del cubrimiento de estas necesidades. Este trabajo muestra la aplicación del procesamiento digital de imágenes en el proceso de secado y selección de calidad del cacao, donde se automatiza el sistema de manera



que el agricultor después de depositar el cacao en el lugar de acopio termine su trabajo, ya que el sistema se encargará de analizar las características de los granos de cacao y de acuerdo a los resultados arrojados pueda por si solo seleccionar las semillas, cambiar de cajón y terminar por completo el proceso de secado del producto.

- ➤ Benítez y Campo (2018), reporta la relación entre el color y los matices del café tostado, con sus propiedades organolépticas como herramienta para determinar la calidad del mismo.
- ➤ Peña (2018), desarrolla un sistema computacional de cálculo de parámetros que se utilizan en el análisis de citología exfoliativa del cuello del útero o Papanicolau (PAP), para reducir los "falsos negativos" y "falsos positivos" del sistema convencional actual de PAP. Los principales parámetros que se calculan son los que se utilizan actualmente para diagnosticar el cáncer cérvico uterino y son comprobados por un citólogo mediante la examinación visual de una muestra de PAP en un microscopio. Se busca con esto la determinación de riesgo de cáncer, basado en el cálculo de parámetros del núcleo de las células de la muestra, tales como su tamaño y forma.
- Cuevas y Ortega (2013), muestra métodos tradicionales de procesamiento de imagen presentan diferentes dificultades al momento de ser usados en imágenes que poseen ruido considerable y distorsiones. Bajo tales condiciones, el uso de técnicas de optimización se ha extendido en los últimos años. En este artículo se explora el uso del algoritmo de Búsqueda Armónica (BA) para el procesamiento digital de imágenes. BA es un algoritmo metaheurístico inspirado en la manera en que músicos buscan la armonía óptima en la composición musical, el cual ha sido empleado exitosamente para resolver problemas complejos de optimización. En este artículo se presenta dos problemas representativos del área de procesamiento digital de imágenes, como lo son: la detección de círculos y la estimación de movimiento, los cuales son planteados desde el punto de vista de optimización. Considerando este enfoque, en la detección de círculos se utiliza una combinación de tres puntos borde para codificar círculos candidatos. Utilizando las evaluaciones de una función objetivo (que determina si tales círculos están presentes en la imagen) el algoritmo de BA realiza una exploración eficiente hasta encontrar el circulo que mejor se aproxime a aquel contenido en la imagen (armonía óptima). Por otro lado, en la estimación de movimiento se utiliza el algoritmo de BA para encontrar el vector de



- movimiento que minimice la suma de diferencias absolutas entre bloques de dos imágenes consecutivas. Resultados experimentales muestran que las soluciones generadas son capaces de resolver adecuadamente los problemas planteados.
- > Cleva et al. (2013), presenta un método para determinar el volumen de una muestra de granos de arroz basada en el procesamiento digital de imágenes, caracterizada por su sencillez y mínimos requerimientos. El registro de la imagen de la muestra se realiza con un escáner de escritorio. Se propone un modelo en el que cada grano de la muestra se asimila a un elipsoide de ejes principales L (largo), A (ancho) y E (espesor). Los valores L y A se determinan a partir de la elipse que mejor ajusta al área proyectada de cada grano en la imagen. Se asume que el espesor es proporcional al ancho del grano (E = k.A). La constante de proporcionalidad k se determina igualando la expresión dada por el modelo para el volumen de una muestra de n granos en función de L, A y k, con su volumen obtenido experimentalmente por el método de desplazamiento de tolueno. Se realizaron determinaciones con muestras de cuatro variedades con distintas composiciones de granos enteros y partidos. Los valores de k obtenidos para las distintas variedades y composiciones fueron muy similares entre sí, con un promedio de 0,63 y desviación estándar de 0,01. Con el valor de k de cada variedad y el promedio de todas las variedades, se determinaron los respectivos volúmenes y se los contrastó con el correspondiente obtenido por el método de desplazamiento de tolueno, donde la diferencia, en general, fue inferior al 3%.
- ➤ Colubi (2017), propone un algoritmo computacionalmente eficiente para resolver el sistema aumentado con Hessiano semi-definido positivo. El algoritmo, que es recursivo por bloques, se basa en la descomposición QR y explota la estructura trapezoidal del factor de Cholesky del Hessiano. El algoritmo proporciona el mejor estimador lineal insesgado de un modelo lineal general con matriz de varianzas-covarianzas singular. Esta estrategia recursiva mejora los métodos tradicionales basados en el espacio nulo y su comportamiento es superior a medida que disminuye el rango del Hessiano. Cuando sólo se conoce el factor de Cholesky, la eficiencia del algoritmo es considerablemente superior.



CAPÍTULO II PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Identificación del problema

En la actualidad muchas instituciones de educación superior realizan exámenes de admisión para captar nuevos estudiantes, donde la evaluación, llenado de la tarjeta de respuesta y la calificación, es similar.

En el caso de la Universidad Nacional de Juliaca, para la lectura de la tarjeta de respuesta se utiliza un equipo electrónico llamado OPSCAN, que a nivel nacional la única empresa que provee esos equipos es la empresa POLYSYSTEMAS CORP, donde el mantenimiento y las actualizaciones de dicho equipo no es inmediata y esos trabajos no se realizan dentro de la universidad sino en las instalaciones de la empresa Polysystemas Corp, lo cual genera tiempo y costo. Por otro lado también se tiene problema con el uso de la licencia del software, estas licencias solo se dan para una sola plantilla o modelo de la tarjeta de respuesta, y de tener otro modelo o plantilla de la tarjeta de respuesta necesariamente se tiene que pagar por la licencia de uso.

En este sentido como alternativa el presente trabajo de investigación propone realizar un sistema de calificación de exámenes empleando técnicas de procesamiento digital de imágenes basado en el uso de equipos convencionales de bajo costo (uso solo de un escáner convencional), que a diferencia de los sistemas de la empresa Polysystemas Corp para la lectura de las hojas de respuesta son implementados en hardware y software, el sistema propuesto será implementado en su totalidad en software y requerirá un mínimo de hardware para su funcionamiento gracias al empleo de técnicas de procesamiento digital de imágenes.



Si bien el sistema que se propone compite con los sistemas ópticos tradicionales, no será concebido con esa idea, si no para su uso en pequeña y mediana escala orientado a institutos, colegios que no cuentan con presupuesto para adquirir equipos como el OPSCAN cuyo costo es altísimo y cuyo uso de software es de licencia privativo.

2.2 Enunciado del problema.

¿Cuáles serían las herramientas y técnicas de procesamiento digital de imágenes para desarrollar un sistema de calificación de examen con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo?

2.3 Justificación

El presente trabajo de investigación se justifica bajo las siguientes razones:

Desde el puno de vista teórico, la investigación muestra los sustentos teóricos sobre procesamiento digital de imágenes así las técnicas existentes y herramientas convencionales existentes.

Desde el puno de vista social, con el diseño e implementación del nuevo sistema de calificación se beneficiaran las instituciones que no puedan adquirir equipos como OPSCAN con licencia privativo.

El proyecto se justifica en el sentido que soluciona una problemática real del uso de software con licencia privativo y lo hace de manera sencilla y económica.

Desde el punto de vista Metodológico, se justifica ya que el presente trabajo de investigación pueda constituirse como una herramienta metodológica para quienes quieran realizar aplicación en el ámbito de Computación Grafica.

2.4 Objetivos

2.4.1 Objetivo general

Desarrollar técnicas procesamiento digital de imágenes en un sistema de calificación de examen con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo para la Universidad Nacional de Juliaca.



2.4.2 Objetivos específicos

- Analizar e Identificar los requerimientos para el desarrollo del sistema de calificación de examen con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo para la Universidad Nacional de Juliaca.
- Desarrollar e implementación de técnicas de procesamiento digital de imágenes para la detección y extracción de la alternativa marcada a partir de la imagen de la hoja de respuesta de un examen con opción múltiple.
- Calificar las tarjetas respuestas con opción múltiple con las claves correctas de un examen de opción múltiple.

2.5 Hipótesis

Las técnicas de procesamiento digital de imágenes aportará en la solución para el desarrollo de un sistema de calificación de examen con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo para la Universidad Nacional de Juliaca



CAPÍTULO III MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 Lugar de estudio

Distrito: Juliaca

Provincia: San Román

Departamento: Puno

3.2 Población

La población de estudio para nuestro caso lo conforma todas las tarjetas de respuestas marcadas y/o llenadas por los estudiantes del Centro Pre Universitario de la Universidad Nacional de Juliaca del ciclo 2018-III.

Tabla 2

Población de estudio

ÁREA	TOTAL
Sociales	154
Ingeniería	232
TOTAL	386

Fuente: Centro Pre Universitario de la Universidad Nacional de Juliaca

3.3 Muestra

- Unidad de muestreo y análisis

La unidad de muestreo y análisis en nuestro estudio son la tarjetas de respuesta marcadas por los estudiantes del Centro Pre Universitario de la Universidad Nacional de Juliaca del ciclo 2018-III.



- Tipo o técnica de muestreo

La técnica de muestreo a utilizarse en el presente trabajo de investigación será el muestreo aleatorio estratificado por etapas; que nos presenta Perez (2000), en una etapa: las tarjetas de respuestas por área (Sociales y Ingenierías) ya que difieren en sus respuestas, luego con asignación proporcional se obtiene el tamaño muestral para cada uno de los estratos (áreas) considerados en nuestro estudio, y finalmente con selección aleatoria detectamos nuestra unidad de análisis.

Tamaño Muestral

El tamaño de muestra mediante el muestreo aleatorio estratificado es: (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014)

$$n_h = \frac{N_h}{N}(n);$$
 $h = 1,2,...L$

Donde:

N : Tamaño total de la población.

 N_h : Tamaño total del estrato h.

n_h : Tamaño de muestra para el estrato h.

n : Número total de la muestra para el estudio.

h : Notación asignada para cada estrato.

L : Número total de estratos existentes.

Para determinar el tamaño de muestra total para el estudio (n), se basa en la siguiente fórmula estadística:

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2} \qquad D = \frac{B^2}{4}$$

En ello se desconoce varianza, entonces sustituimos la varianza con "pq"; asignando siempre la siguiente igualdad de p=0.5 y q=(1-p) por lo tanto la fórmula se convierte en:

$$n = \frac{N(pq)}{(N-1)D + (pq)} \qquad D = \frac{B^2}{4}$$

Donde:

N: Tamaño de muestra estimada.

N : Tamaño total de la población.



p: 50% = 0.5: probabilidad favorable inicial

q: 50% = 0.5 : probabilidad desfavorable inicial

B:5% = 0.05: Límite para el error de estimación.

D : (D = 0.000625) Nivel de precisión utilizada en la investigación.

Entonces el tamaño de muestra mediante el muestreo aleatorio estratificado con asignación proporcional es:

Tabla 3

Muestra de estudio

ÁREA	TOTAL
Sociales	78
Ingeniería	118
TOTAL	196

3.4 Método de investigación

El tipo de Investigación al que corresponde el presente trabajo de investigación es el aplicado, por lo que las técnicas de procesamiento digital de imágenes que se aplicara deben surtir efecto en la calificación de exámenes.

El sistema se ha diseñado de modo que se requiera un mínimo de hardware. En este sentido el usuario sólo necesita de una PC, impresora y scanner. Estos equipos se encuentran con facilidad en el mercado y son de precios accesibles.

Los exámenes están compuestos de dos partes. La primera parte el alumno debe marcar las respuestas de las preguntas en la cartilla de evaluación y esta cartilla debe ser entregada obligatoriamente al momento de finalizar el examen. Después de recoger las cartillas de los alumnos, la segunda parte consta en que el usuario del sistema procede a escanear los exámenes y a procesarlos en el sistema de calificación para obtener automáticamente los resultados.

Para el desarrollo del sistema, se presenta esquemáticamente en la figura siguiente:

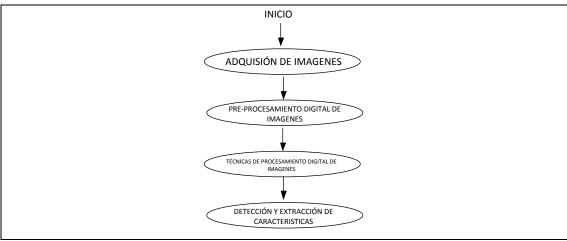


Figura 29. Esquema del desarrollo del sistema

Para la presente investigación se utilizó el Método de Análisis que permitirá la identificación de cada una de las partes que caracterizan la realidad del objeto de estudio para de esta manera establecer la relación causa-efecto entre los elementos que componen el mismo.

También se utilizará el Método Científico que es el proceso mediante el cual una teoría científica es validada o bien descartada y contiene una serie ordenada de pasos a seguir para la resolución de un problema determinado y cuyas etapas son: observación, planteo de un problema, recopilación de datos, formulación de hipótesis, experimentación y conclusión.

3.5 Descripción detallada de métodos por objetivos específicos

La metodología de desarrollo de software que se utilizará en este trabajo de investigación corresponde al basado en prototipos, el motivo por el cual fue escogida esta metodología se debe a la naturaleza del proyecto y a las características de las entregas de éste.

Para el desarrollo del sistema y al ser una aplicación de Procesamiento Digital de Imágenes, en esta fase va a seguir un orden de secuencias genérico y se utiliza una metodología iterativa, en donde en cada iteración, si es que corresponde, se aplica:



3.5.1 Análisis e Identificación de requerimientos

Para la obtención de la muestra (imágenes del llenado de tarjeta de respuesta en formato jpg) se utiliza un escáner convencional, el cual modelo de la tarjeta de respuesta se muestra en la figura siguiente:

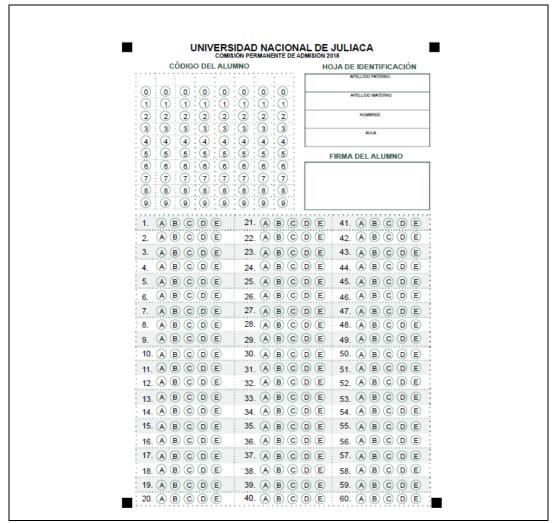


Figura 30. Imagen de la hoja de respuesta

En cuanto al análisis se realiza un permanente diálogo entre la parte empresarial y técnica del proyecto, en la que los primeros decidirán el alcance ¿Qué es lo realmente es necesario del proyecto?, la prioridad qué debe ser hecho en primer lugar, la composición de las versiones que debería incluir cada una de ellas.



3.5.2 Desarrollo de técnicas de procesamiento digital de imágenes

En esta etapa se detalla el desarrollo de métodos del pre-procesamiento digital de imágenes como binarizacion, rotación, segmentación de imágenes y entre otros tratamientos que se puede hacer a una imagen.

Las técnicas a implementar en este sistema son: correlación de imágenes Prueba de las técnicas de procesamiento digital de imágenes

3.5.3 Pruebas de procesamiento digital de imágenes

Para las pruebas de las técnicas de procesamiento digital de imágenes se realiza la calificación por dos métodos:

- 1.- Realizada de manera manual (realizada por una persona)
- 2.- Calificación hecho por el sistema realizado.

3.5.4 Prueba estadística Inferencial

Se utiliza la prueba de hipótesis para una Proporción, después del desarrollo de las técnicas de procesamiento digital de imágenes para la calificación de exámenes con opción múltiple, todos ellos obtenidos después de la aplicación de tratamiento, considerando los siguientes pasos:

1. Formulación de hipótesis.

Hipótesis nula (H₀): El uso de las técnicas de procesamiento digital de imágenes no aporta en la solución para el desarrollo de un sistema de calificación de exámenes con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo.

Hipótesis alterna (H₁): El uso de las técnicas de procesamiento digital de imágenes aporta en la solución de un sistema de calificación de exámenes con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo.

2. Especificación del nivel de significación.

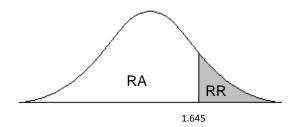
Tomamos un nivel de significancia de 5%, es decir que $\alpha = 0.05$

3. Distribución muestral apropiada para la prueba.

Utilizaremos la Prueba de Hipótesis para una Proporción.



4. Esquema gráfico para la prueba.



5. Cálculo del estadístico de la prueba.

$$Z_{c} = \frac{\hat{P} - P_{0}}{\sqrt{\frac{P_{0} (1 - P_{0})}{n} \frac{N - n}{N - 1}}}$$

6. Toma de decisión.

Se rechaza la hipótesis nula si z_c está contenido en la región de rechazo, de otro modo si la significancia unilateral es menor que nuestra probabilidad, en caso contrario se acepta la hipótesis nula



CAPÍTULO IV RESULTADO Y DISCUSIÓN

4.1 Análisis de requerimiento para el desarrollo del sistema

4.1.1 Análisis de tecnologías

Una de las principales motivaciones para realizar la investigación fue el deseo de ampliar los contenidos y soluciones aprendidos en la asignatura de Visión Artificial, tanto en las clases teóricas como en las prácticas. Debido a esto, el software utilizado para desarrollar y ejecutar la aplicación es **Matlab** como lenguaje de programación, ya que aprovecha los conocimientos de tratamiento de imágenes por computador, dicho lenguaje posee diversas librerías muy útiles en el campo del tratamiento de imagen.

4.1.1.1 Matlab

MATLAB es un lenguaje de alto nivel que incluye herramientas de cálculo numérico y visualización de imágenes. Es un programa de Mathworks orientado para realizar todo tipo de cálculos con vectores y matrices. También presenta la posibilidad de realizar gráficos en dos y tres dimensiones.

MATLAB es una herramienta muy potente que realiza con gran precisión operaciones complejas. Se emplea en todo tipo de aplicaciones donde se trabaja con funciones matemáticas o matrices.

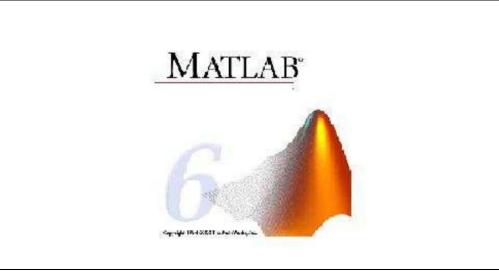


Figura 31. Logo de MATLAB

MATLAB posee unas librerías especializadas para distintos tipos de aplicaciones llamadas toolboxes. Estas toolboxes contienen una colección de funciones (M-files) que extienden el dominio de MATLAB para resolver problemas de ámbitos particulares. Existen muchas áreas de trabajo para las que hay disponibles toolboxes específicas, como por ejemplo el procesado de señales y de imágenes, la lógica difusa, los sistemas de control, etc. También permiten llevar a cabo simulaciones usando diferentes parámetros, que permiten analizar el comportamiento de diferentes sistemas.

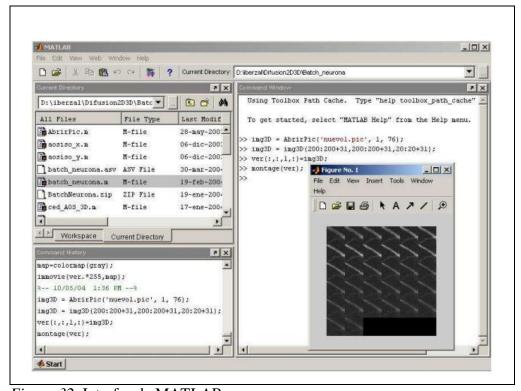


Figura 32. Interfaz de MATLAB

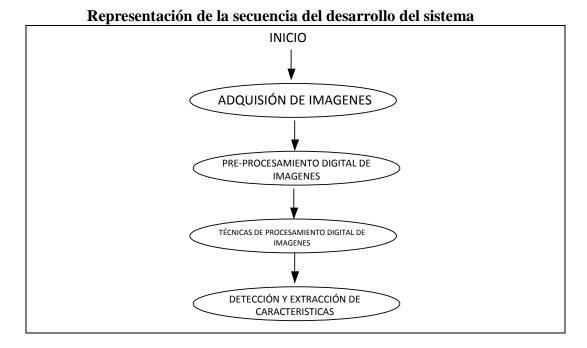


También se puede utilizar otros lenguajes de programación para el tratamiento de imágenes, donde se menciona alguno de ellos:

- ➤ **Python.-** Este lenguaje en Visión Artificial es agradable para el desarrollador, ya que proporciona un buen rendimiento, además de ser soporte para algunas librerías muy útiles en el campo del tratamiento de imagen.
- ➢ OpenCV.- La Open-Source Computer Vision, es una librería de funciones para la visión por computador, desarrollada originalmente por Intel. Contiene más de 500 funciones que pueden ser utilizadas en infinidad de áreas, como el reconocimiento facial o de objetos, o la visión robótica.
- Numpy.- Debido a que Python corre sobre una máquina virtual, algunos algoritmos corren más lentamente que sus equivalentes compilados. Numpy ofrece soporte para matrices multidimensionales y funciones que operan en matrices, y hace que las operaciones en estos tipos de datos sean prácticamente tan rapidos como el código equivalente en C. Este beneficio se hace patente en el tratamiento de imágenes como matrices bidimensionales.
- Scipy.- Librería científica, complemento a Numpy, proporciona algoritmos como la transformada de Radon. Utiliza como tipo de dato básico el array definido en Numpy.

4.1.2 Análisis del sistema

El desarrollo del sistema está basado en prototipos, el modelo de prototipos pertenece a los modelos de desarrollo evolutivo que pone énfasis en la etapa de Especificación de Requerimientos a través de la construcción de prototipos que aproximan al usuario a la idea final del sistema, con objeto de poder clarificar los requerimientos.



Las ventajas que ofrece un desarrollo basado en prototipos son las siguientes:

- Es útil cuando los requerimientos son cambiantes.
- Se utiliza cuando no se conoce bien la aplicación.
- Cuando el usuario no se quiere comprometer con los requerimientos.
- Cuando se quiere probar una arquitectura o tecnología.

Y las desventajas que presenta son:

- No se conoce cuando se tendrá un producto aceptable.
- No se sabe cuántas iteraciones serán necesarias.
- Da una falsa ilusión al usuario sobre la velocidad del desarrollo.
- Se puede generar un producto aun cuando no este con los estándares.

4.1.3 Diagramas de casos de uso

Como parte final a la fase de diseño se encuentra el diagrama de casos de uso, el cual describe detalladamente el funcionamiento de la aplicación visto tanto desde la perspectiva del usuario como del sistema.

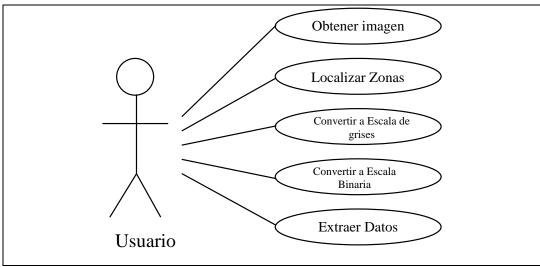


Figura 33. Diagrama de Casos de Usos del Sistema

4.1.3.1 CASO DE USO - 01: Obtener imagen

Descripción: paso previo al reconocimiento, consiste en cargar la imagen del contador.

- 1. Usuario abre Interfaz y pulsa sobre el botón "Cargar Imagen".
- 2. El sistema muestra a la izquierda del interfaz la imagen y se prepara para el tratamiento.
- 3. Paso al caso de uso siguiente: "Localización de zonas (USO-02)".
- 4. El caso de uso termina.

4.1.3.2 CASO DE USO - 02: Localización de zonas

Descripción: primera fase del algoritmo de tratamiento de imágenes, buscamos el área donde se encuentra la zona de consumo así como la zona del número de referencia del contador.

- 1. Usuario solicita al Sistema la localización de las zonas pulsando en el interfaz sobre el botón "Localiza zonas".
- 2. Sistema realiza paso 1 del algoritmo: localiza las zonas deseadas y las muestra a la derecha del interfaz.

- 3. Paso al caso de uso siguiente: Escala Grises (USO 03).
- 4. El caso de uso termina.

4.1.3.3 CASO DE USO - 03: Escala Grises

Descripción: es la segunda fase de la aplicación, ya que la primera fase es la localización de las zonas, ahora procede realizar el tratamiento de la imagen.

- 1. Usuario solicita al Sistema hacer el escalado a grises pulsando en el interfaz sobre el botón "Escala grises".
- 2. Sistema realiza el paso 2 del algoritmo: convierte el valor de los píxeles en una graduación equivalente a gris. Muestra el resultado a la derecha de la interfaz.
- 3. Paso al caso de uso siguiente: Binarización (USO 04).
- 4. El caso de uso termina.

4.1.3.4 CASO DE USO - 04: Binarización

Descripción: es la tercera fase de la aplicación, en este caso realizaremos una segmentación de la imagen en dos partes:

- 1. Usuario solicita al Sistema realizar la binarización de la imagen pulsando en el interfaz sobre el botón "Binarizar".
- 2. Sistema realiza el siguiente paso del algoritmo, se encarga de mostrar la imagen binarizada a la derecha de la interfaz.
- 3. Paso al caso de uso siguiente: Extracción de datos (USO 05)
- 4. El caso de uso termina.

4.1.3.5 CASO DE USO – 05: Extracción de datos

Descripción: en esta última fase, aplica el algoritmo OCR sobre las zonas deseadas y se muestran los resultados obtenidos.

1. Usuario solicita al Sistema hacer el OCR así como obtener los resultados de la imagen pulsando en el interfaz sobre el botón "OCR".



- 2. Sistema realiza el último paso: realiza el algoritmo OCR sobre el número de referencia y su consumo y muestra por pantalla los datos resultantes.
- 3. El caso de uso termina.



4.2 Desarrollo e implementación de técnicas de procesamiento digital de imágenes

4.2.1 Desarrollo de técnicas de procesamiento digital de imágenes

El procesamiento de la imagen atraviesa los pasos de acondicionamiento, rotación, ubicación, revisión y calificación. Este proceso debe de realizarse por cada examen, previamente se debe de cargar la clave del examen para que se la pueda comparar con los resultados del alumno. La siguiente Figura muestra el diagrama de flujo de todo el proceso.

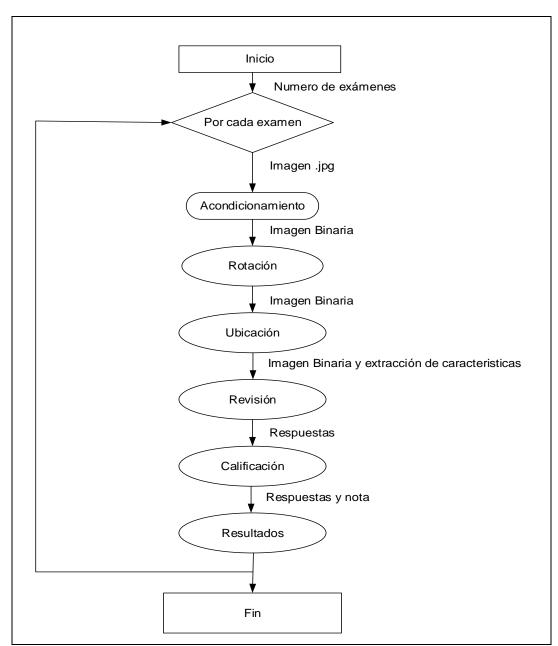


Figura 34. Diagrama de bloques del algoritmo de procesamiento



Los algoritmos desarrollados en el pre-procesamiento de imágenes que será implementado bajo la plataforma de programación del MatLab. A continuación se mostrara los pasos a seguir:

4.2.1.1 Obtener imagen

Se tiene previamente la base de datos de las imágenes en formato jpg de la hoja de respuestas de los exámenes de los evaluados en una carpeta y como adicional la imagen de la hoja de respuestas del examen patrón.

El primer paso es cargar la imagen de las tarjetas de respuesta en formato jpg, donde se obtiene la matriz A en 3D, si no se selecciona no se seguirá con el resto del programa.

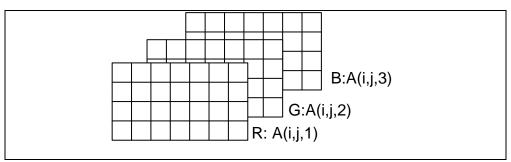


Figura 35. Representación matricial de imagen a color.

Donde:

R=Componente Red (Rojo) de la imagen.

G=Componente Green (Verde) de la imagen.

B=Componente Blue (Azul) de la imagen.

Código para obtener una imagen

$$A = \{R,G,B\} = \{A(i,j,1),A(i,j,2)\}$$

Max(A) = 255

Min(A) = 0

Size(A) = MxNx3

Su función es cargar la imagen en formato .jpg y convertirla a una imagen binaria. Para esto en primer lugar se convierte la imagen de colores de tipo RGB a una imagen en escala de grises. Luego se convierte la imagen en escala de grises a una imagen binaría. Para realizar esta conversión se debe de especificar el umbral a partir del cual se considera un tono de gris como negro.

4.2.1.2 Convertir a escala de grises

En esta parte se trata la conversión de una imagen de color a escala de grises. Como sabemos el ojo percibe distintas intensidades de luz en función del color que se observe, esto es debido a la respuesta del ojo al espectro visible, por esa razón el cálculo de la escala de grises o luminancia de la imagen debe realizarse como una media ponderada de las distintas componentes de color de cada pixel.

La ecuación de la luminancia es la expresión matemática de ese fenómeno, y los factores de ponderación de cada componente de color nos indican la sensibilidad del ojo humano a las frecuencias del espectro cercanas al rojo, verde y azul.

$$Y = 0.3*R + 0.5*G + 0.11*B$$

Por tanto, para realizar esta conversión basta con aplicar la ecuación anterior a cada pixel dela imagen de color, entonces resultara una nueva matriz de un byte por pixel que daría la información de luminancia.

Una escala de grises es una escala en la que el valor de cada pixel posee un valor, una graduación de gris de 0-255.

Llevar la imagen a niveles de gris, separando la componente Green (G) de la matriz A.

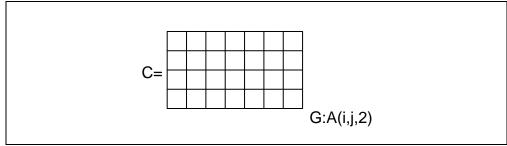


Figura 36. Representación matricial de imagen monocromática.



Procedemos con el código:

```
C(i, j) = A(i, j, 2)
Max(C) = 255
Min(C) = 0
Size(C) = MxN
```

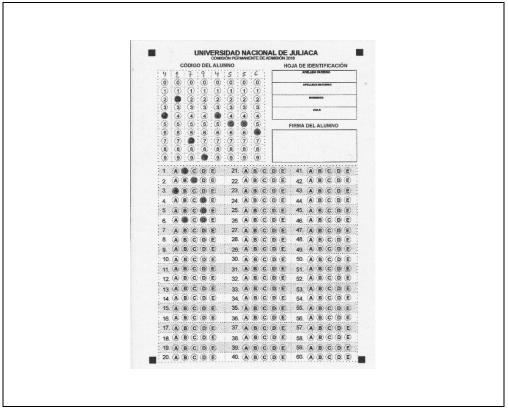


Figura 37. Imagen obtenida escala de grises

4.2.1.3 Binarizar la imagen

Previamente se habrá convertido a escala de grises y con 256 tonos de grises y bajo un criterio de discriminación conocido como umbral (0 < x < 255) estableceremos entre blanco los valores mayores y negro los valores menores o iguales.

- Para obtener el Umbral de la imagen primero obtenemos el histograma de la imagen en niveles de gris.

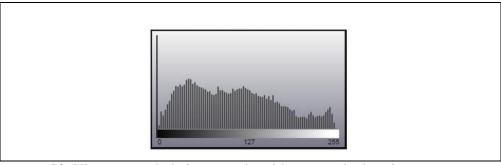


Figura 38. Histograma de la imagen obtenida en escala de grises

- Binarizamos la imagen que está en escala de grises. El valor del umbral (en este caso 127), se obtiene a partir del histograma.

```
CC(i,j) = \begin{cases} 0 \; ; \; C(i,j) \leq 50 \\ 255 \; ; \; C(i,j) > 50 \end{cases}
Para \; i=1 \; a \; M
Para \; j=1 \; a \; N
Si \; C(i,j) < 220 \Rightarrow CC(i,j) = 0 \; (negro)
Si \; C(i,j) > = 220 \Rightarrow CC(i,j) = 255 \; (Blanco)
Size \; (CC) = MxN
```



Figura 39. Imagen obtenida al binarizar con un umbral de 127.



Figura 40. Imagen obtenida al binarizar con un umbral de 200

Modificando el umbral se obtiene una mejor tonalidad para lograr fronteras o bordes.

4.2.1.4 Localizar zonas

Una vez cargado la imagen el siguiente paso es detectar zonas estratégicas que se encuentran en la imagen para que posteriormente se aplique la rotación, traslación y el recorte de la imagen, los puntos a localizar son los puntos A, B, C y D, los cuales se muestra en la siguiente figura.

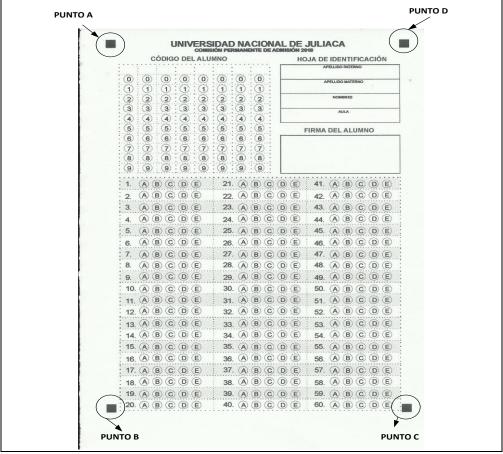


Figura 41. Puntos a localizar zonas estratégicas



Para que la imagen escaneada sea ideal para nuestro sistema tenemos que ver la pendiente que forman los puntos encontrado.

Pendiente entre los puntos A y B =90°

Pendiente entre los puntos A y $D=0^{\circ}$

Pendiente entre los puntos D y c = 90°

Si cumple con estos requisitos solo se tendría que hacer el recorte desde los 4 puntos encontrados como se muestra en la siguiente figura.

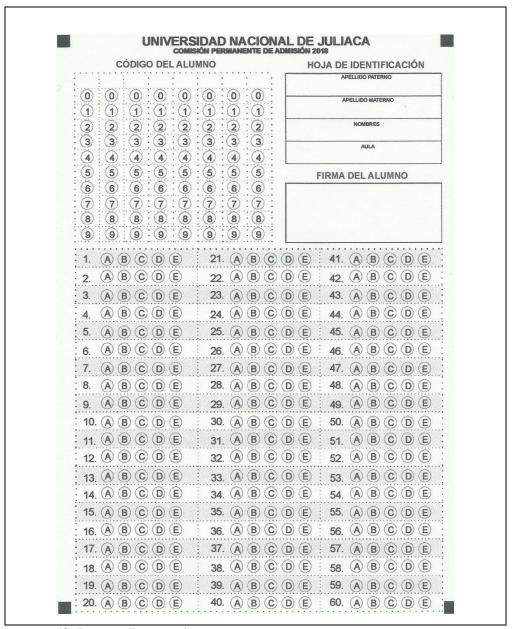


Figura 42. Imagen Recortada



De no cumplir con esos requisitos se tiene que aplicar la rotación de la imagen hasta que cumpla con los requisitos.

Primero para aplicar la rotación de imágenes se aplica algunas transformaciones importantes usadas en el procesamiento digital de imágenes. Para ello, consideramos un sistema de coordenadas cartesiano para imágenes bidimensionales (2D) se mantendrá la norma de indicar como (x,y) las coordenadas de punto.

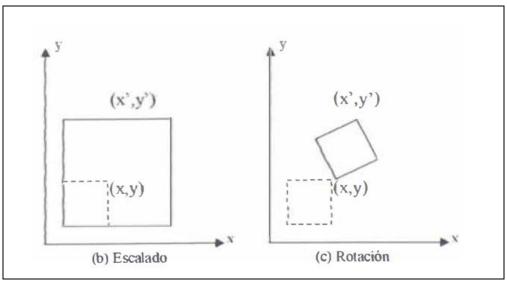


Figura 43. Transformaciones geométricas en 2D

Las principales transformaciones que se utilizó son:

a. Escalado: Produce un cambio de escala, haciendo que éste resulte más grande o más pequeño; pero también puede usarse para alterar las proporciones del mismo. Las ecuaciones que describen esta operación son las siguientes:

$$x' = k_{1}x ; y' = k_{2}y$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1} & 0 & 0 \\ 0 & k_{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

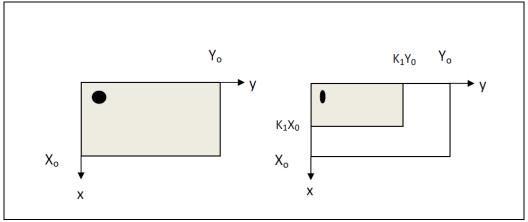


Figura 44. Escalado de una Imagen

b. Rotación: Consiste en girar la imagen un ángulo definido. Un detalle a tener en cuenta es que la imagen puede cambiar de tamaño respecto a la original con este proceso.

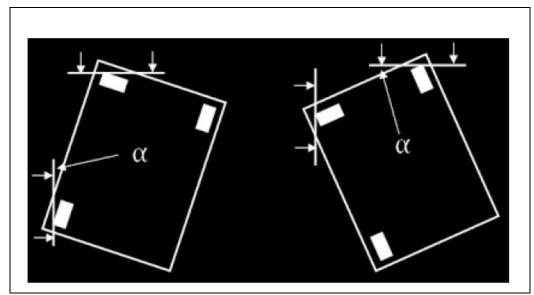


Figura 45. a. Rotación horaria b. Rotación anti horaria

Deducimos la relación entre posiciones que es:

$$y'_0 = y_0 \cos \alpha + x_0 \sin \alpha$$

 $x'_0 = x_0 \cos \alpha + x_0 \sin \alpha$

Y de estas ecuaciones obtenemos la matriz de rotación:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}' \\ \mathbf{y}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\mathrm{sen}\alpha \\ \mathrm{sen}\alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}$$



Si los nuevos ejes giran en sentido horario, la imagen gira en sentido anti horario y viceversa. Para girar la imagen en sentido horario α será negativo.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}' \\ \mathbf{y}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}$$

Al momento de escanean los exámenes, puede existir una ligera rotación, por lo que es necesario corregir esta rotación. Para solucionar los problemas de rotación se han colocado cuatro marcas de calibración en la cartilla de evaluación. Estas marcas permiten detectar el ángulo y dirección en que se debe de rotar el examen. La Figura anterior muestra cómo se calcula estos ángulos tanto para una rotación en sentido horario como anti horario.



4.2.2 Implementación de técnicas de procesamiento digital de imágenes

En esta fase se trata todo lo relacionado con la implementación de la aplicación, se verán técnicas que hemos usado para la extracción de los caracteres y las técnicas utilizadas para el reconocimiento de los mismos. También veremos globalmente cual es la estructura de la aplicación y las distintas fases que lo componen. Todo este proceso se adecua a todo lo desarrollado en la fase de análisis y en la fase de diseño.

Para la implementación de técnicas de Procesamiento Digital de Imágenes se debe cerciorar que cumple con todos los requisitos propuestos en la fase de preprocesamiento de imagen como:

- Carga de imágenes
- Escala de grises
- Localización de las zonas de interés
- Binarización

4.2.3 Segmentación de imágenes

Una vez extraídas las características de una imagen, el siguiente paso es la partición de la imagen para su posterior reconocimiento e interpretación. Por tanto la segmentación consiste en separar los objetos localizados en un entorno, sobre la base de una o varias de las características obtenidas en el proceso de extracción.

La segmentación es el proceso mediante el cual una imagen se descompone en regiones o elementos que corresponden a objetos o parte de objetos. El proceso de segmentación se encarga de evaluar si cada pixel de la imagen pertenece o no al objeto de interés. Esta técnica de procesamiento de imágenes idealmente genera una imagen binaria.

La segmentación consiste en dividir la imagen en bloques rectangulares y horizontales llamados mosaicos. Las dimensiones de los mosaicos se encogen arbitrariamente, pero todos ellos deben tener las mismas dimensiones en una imagen.



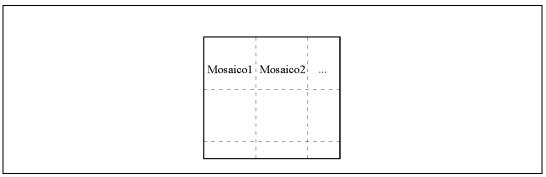


Figura 46. Esquema de una imagen segmentada

El objetivo de la segmentación es simplificar y/o cambiar la representación de una imagen en otra más significativa y más fácil de analizar. La segmentación se usa tanto para localizar objetos como para encontrar los límites de estos dentro de una imagen.

Para la segmentación se utilizó la técnica de segmentación por detección de regiones, proceso que divide una imagen en regiones u objetos cuyos pixeles poseen atributos similares. La segmentación es una de las tareas más difíciles del procesamiento de una imagen y determina el éxito o fracaso de dicho análisis.

Esta técnica se basa en la subdivisión inicial de la imagen en un conjunto de regiones arbitrarias y disyuntas. A partir de ese conjunto, se comienza un proceso iterativo de fusión y/o división de dichas regiones, sujeto a las condiciones establecidas en esta técnica.

Este método tiene el siguiente algoritmo:

- 1. Sea R_0 la región inicial, constituida por la imagen completa;
- 2. Seleccionar un predicado P;
- 3. Para toda la región R_i , tal que, $P(R_i)=FALSE$: Subdividir R_i en cuatro cuadrantes disjuntos;
- 4. Fusionar cualquier par de regiones adyacentes R_j y R_k , para que se verifique $P(R_k U R_j) = TRUE$
- 5. Si existen más regiones para fusionar o dividir, entonces ir a 3, si no, parar;

Para la representación de las sucesivas subdivisiones se suele usar un árbol cuaternario como el de la siguiente figura, donde se representa una imagen dividida y su correspondiente árbol cuaternario.

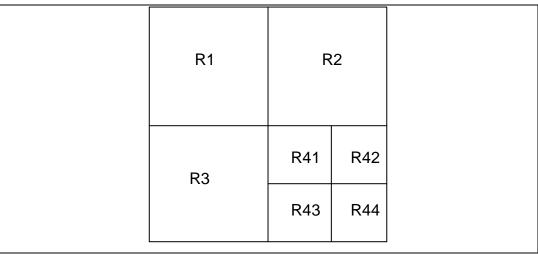


Figura 47. Imagen dividida en subregiones

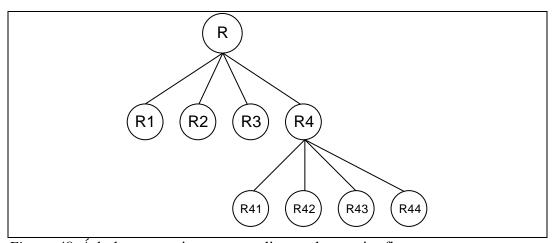


Figura 48. Árbol cuaternario correspondiente a la anterior figura

El resultado de la segmentación de una imagen, en la que se propone una descomposición de la imagen original se muestra en la siguiente figura:

Esta operación consiste en recortar la información del código de alumno y sus respuestas, de modo que se aísle esta información del contenido adicional con el fin de acelerar el procesamiento de la información. La posición y tamaño del código y de las respuestas se calcula de manera indirecta con la información adquirida en el proceso de rotación. De este modo se hace el proceso independiente de la marca y tipo de impresora y de la resolución del scanner.



La Figura siguiente muestra el recorte del área de código del alumno.

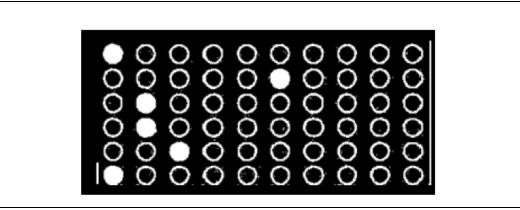


Figura 49. Recorte de la sección de código del alumno

4.2.4 Extracción de la alternativa marcada

Para la extracción de la alternativa marcada se utilizó la técnica estadística de Correlación.

4.2.4.1 Correlación de imágenes

La idea es medir el grado de semejanza del patrón con la ventana de correspondencia calculando el factor de correlación.

El coeficiente de correlación ρ se define como:

$$\rho = \frac{\sigma_{LR}}{\sigma_L \sigma_R}$$

Si ρ está normalizado se verifica $-1 \le \rho \le 1$. En la ecuación anterior los términos se definen como:

 σ_{LR} , covarianza de las teselas de imagen L(izquierda) y R(derecha).

 $\sigma_{\scriptscriptstyle L}$, desviación típica o estándar de la tesela de imagen L (patrón).

 $\sigma_{\rm R}$, desviación típica de la tesela de la imagen R(ventana de correspondencia).

Si se introducen las funciones imagen $g_L(x,y)$ $g_R(x,y)$ para las teselas de imagen izquierda y derecha (en este caso el patrón y la ventana de



correspondencia) y se notan en la forma de g_L , g_R se obtienen las siguientes ecuaciones de definición:

$$\bar{g}_{L} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} g_{L}(x_{i}, y_{i})}{n \cdot m}$$

$$\bar{g}_{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} g_{R}(x_{i}, y_{i})}{n \cdot m}$$

$$\sigma_{L} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (g_{L}(x_{i}, y_{i}) - \overline{g}_{L})^{2}}{n \cdot m - 1}}$$

$$\sigma_{R} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (g_{R}(x_{i}, y_{i}) - \overline{g}_{R})^{2}}{n \cdot m - 1}}$$

$$\sigma_{LR} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} ((g_{R}(x_{i}, y_{i}) - \overline{g}_{R})^{2} (g_{L}(x_{i}, y_{i}) - \overline{g}_{L})^{2})}{n \cdot m - 1}$$

El factor de correlación se determina dentro del espacio de búsqueda para cada posición f,c de la ventana de correspondencia.

El factor de correlación máximo normalizado ρ toma valores en el intervalo [-1,1]. Se obtiene un valor igual a la unidad si el patrón y la ventana de correlación son idénticos. Si no existe correlación entre las dos teselas de imagen, es decir si no hay coincidencia en absoluto, entonces $\rho=0$. EL valor de $\rho=-1$ indicaría una correlación inversa, como en el caso de la de la diapositiva y el negativo de la misma imagen.



4.2.4.2 Aplicación de la técnica de correlación de imágenes

Es la etapa más importante, consiste en determinar el código del alumno así como sus respuestas. Esta información se enviará a la siguiente etapa para determinar los resultados.

Para la aplicación de la correlación se hizo la prueba con la siguiente imagen escaneada:



Figura 50. Imagen de prueba para aplicar la correlación de imagen.

Para determinar el código que marca el alumno se emplea la correlación, para ello se tienen imágenes patrón para aplicar la correlación con la tarjeta de respuesta segmentada que se realizó en la anterior etapa.

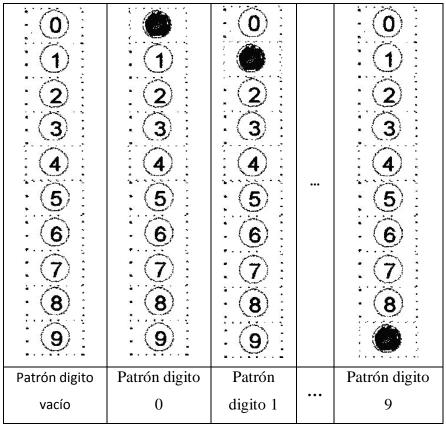


Figura 51. Imágenes Patrón para el código del estudiante



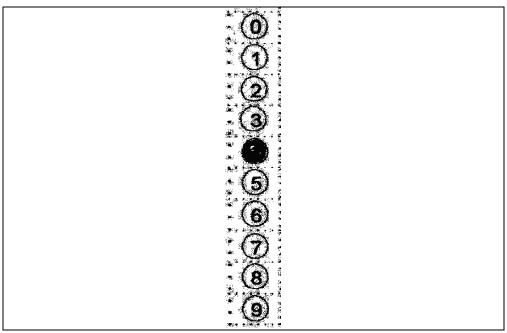


Figura 52. Imagen segmentada de la hoja de respuestas del primer digito

Por ejemplo para extraer el primer digito del código del estudiante tenemos que hacer la correlación entre la imagen segmentada del primer digito con las 9 imágenes patrón obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 4

Coeficiente de correlación entre imagen Segmentada e imagen patrón

Imagen Patrón	Imagen segmentada del primer digito	
Patrón digito vacío	0.29807821	
Patrón digito 1	0.23664421	
Patrón digito 2	0.29652043	
Patrón digito 3	0.39453238	
Patrón digito 4	0.79453238	
Patrón digito 5	0.30858863	
Patrón digito 6	0.2879443	
Patrón digito 7	0.35618586	
Patrón digito 8	0.30858863	
Patrón digito 9	0.3486922	

En la tabla anterior se presenta los resultados del coeficiente de correlación entre las imágenes patrón y la imagen segmentada para el primer digito, a partir



del análisis del coeficiente de correlación podemos decir que la imagen segmentada tiene el valor de 4 dado que el valor de la correlación es igual a **0.79453238** y este valor es el que se aproxima a uno.

Y este proceso se realiza para todos los dígitos del código de estudiante y similar manera para las alternativas.

4.2.5 Calificación de exámenes con opción múltiple

Finalmente una vez extraída el código de estudiante y las respuestas de la tarjeta de respuesta se pasará esa información para comparar estos resultados con el examen patrón y otorgarle una calificación de acuerdo a sus respuestas.

PARÁMETRO	VALOR
Numero de preguntas	20
Numero de preguntas en blanco	3
Numero de preguntas con más de 2 respuestas	1
Numero de preguntas con respuesta correcta	12
Numero de preguntas con respuesta incorrecta	4



4.3 Comprobación estadística del procesamiento digital de imágenes en la de calificación de examen con opción múltiple

4.3.1 Prueba de hipótesis

Usando la escala de Likert, los niveles de puntuación del procesamiento digital de imágenes en la calificación de examen con opción múltiple son:

No califica : 0 Punto

Califica : 1 Punto

Para validar la eficacia del procesamiento digital de imágenes en la calificación de examen con opción múltiple se seleccionó al azar 196 tarjetas de respuestas de ellos 78 corresponden al área de Sociales y 118 al área de Ingenierías posteriormente se empezó a comparar calificar manualmente obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 5

Porcentaje de resultados de la calificación de examen basado en técnicas de procesamiento digital de imágenes

Categoría	Tarjetas de Respuesta	%
No califica	5	2,55
Califica	191	97,45
Total	196	100

1. Planteamiento de hipótesis.

Hipótesis nula (H_0): $P_0 = 0.95$, La proporción de aceptación del uso de las técnicas de procesamiento digital de imágenes para la calificación de exámenes con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo, es igual a 0.95.

Hipótesis alterna (H_1): $P_0 > 0.95$, La proporción de aceptación del uso de las técnicas de procesamiento digital de imágenes para la calificación de exámenes con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo, es mayor a 0.95.

2. Nivel de significancia. $\alpha = 0.05$



3. Prueba estadística.

$$Z_{c} = \frac{\hat{P} - P_{0}}{\sqrt{\frac{P_{0} \left(1 - P_{0}\right)}{n} \frac{N - n}{N - 1}}}$$

Tabla 6

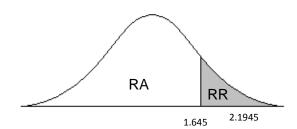
Prueba estadística

prueba	aplicación del sistema			
N	386			
n	196			
P_0	0,95			
Ŷ	$\hat{P} = \frac{191}{196} = 0.9745$			
Z_{c}	2.1945			

4. Región de rechazo.

$$Z_{\alpha} = Z_{0.05} = 1.64$$

$$Z_c > Z_\alpha \left(2.1945 \! > \! 1.64 \right)$$
 . Se Rechaza H_0





5. Regla de decisión.

Tabla 7

Regla de decisión

Evaluación	Z_{C}	Z_{t}	Decisión
Uso de las técnicas de procesamiento digital de imágenes para la calificación de exámenes con opción múltiple.	2.1945	1.645	Se rechaza H ₀

6.- Decisión. Por tanto confirmamos que el uso de las técnicas de procesamiento digital de imágenes aporta en la solución para el desarrollo del sistema de calificación de exámenes con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo para la Universidad Nacional de Juliaca.



CONCLUSIONES

PRIMERO: Según la prueba de Hipótesis para una proporción y con el 95% de probabilidad, se afirma que el uso de las técnicas de procesamiento digital de imágenes aporta en la solución para el desarrollo de un sistema de calificación de exámenes con opción múltiple basado en equipos convencionales de bajo costo para la Universidad Nacional de Juliaca.

SEGUNDO: Para poder realizar un adecuado procesamiento digital de imágenes será necesario realizar un previo análisis de la imagen de la tarjeta de respuestas. Esto quiere decir que se tendrá que verificar la resolución, orientación, tamaño de la imagen escaneada, este análisis e identificación ayuda para el desarrollo de las técnicas de procesamiento digital de imágenes para el mejoramiento, orientación y tamaño que se requiere para realizar la técnica de correlación de imágenes.

TERCERO: Para aplicar las técnicas de procesamiento digital de imágenes, es necesario pre procesarla a un formato de imagen que sea más fácil de manejar. El desarrollo del módulo de pre-procesamiento digital de imágenes garantiza que la imagen cumpla con todos los requisitos para aplicar las técnicas de procesamiento digital de imágenes, el cual se optó por trabajar con una imagen binaria, debido a que así se maneja una menor cantidad de datos y que es una matriz compuesta de unos y ceros, el objetivo de esta tesis no es darle realce a la imagen si no extraer algunas características.

CUARTO: El desarrollo de las técnicas de procesamiento digital de imágenes son efectivos para la extracción de características como el código de estudiante y las alternativas marcadas de una imagen de una tarjeta de respuestas, según la técnica estadística de la correlación donde muestra que las imágenes patrón se relacionan positivamente y significativamente con la imagen segmentada perteneciente a una imagen de una tarjeta de respuesta.

Las técnicas que se aplicó a la imagen son técnicas que aplica a una matriz que está compuesta de unos y ceros, el cual nos facilita su trabajo, debido a que las matrices son muy estudiadas en las carreras de ingenierías.



RECOMENDACIONES

- Se recomienda en utilizar otras técnicas para la identificación y/o extracción de características de una imagen como Redes Neuronales, la transformada de Wavelet.
- ➤ Se recomienda a los estudiantes en realizar investigaciones y desarrollo de aplicaciones en temas de procesamiento digital de imágenes, para la identificación de males en el campo de la medicina, reconocimiento de personas, identificación de vehículos motorizados entre otros, esto debido a que en algunas partes del mundo ya se hace uso de estos medios.
- ➤ Algo muy importante que queda pendiente es migrar todo el código de Matlab al lenguaje C para así incrementar la velocidad de ejecución del mismo y trabajar en programación orientada a objetos.
- Es recomendable utilizar este trabajo como un medio de consulta, sin seguir fielmente los pasos utilizados o la metodología aplicada en este trabajo, considerando que este trabajo no pretende ser un trabajo de investigación final, sino un incentivo para desarrollar investigaciones en este sub campo de la Computación Grafica.



BIBLIOGRAFÍA

- Aguirre, N. (2014). Procesamiento digital de imagenes.
- Bahamon, N. (2011). Restauración de Imágenes Mediante un Modelo Matemático Basado en Técnicas de Detección de Bordes y Propagación de Texturas. (tesis inedita de Maestria). Universidad Nacional de Colombia, Bogota. Recuperado de https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/8383
- Baxes, G. (1994). Digital Image Processing Principles and Applications. USA.
- Benítez, O., y Campo, D. (2018). Evaluación de la calidad el café tostado utilizando herramientas de procesamiento digital de imágenes. *Revista de la Asociación Colombiana de Ciencias Biológicas*, 30-41.
- Bolañoz, F., Arango, E., y Vallejos, M. (2018). Aplicación De Visión Artificial Para La Calificación Automática De Pruebas Escritas. *Revista Politécnica*, *14*(26), 65-74. doi: https://doi.org/10.33571/rpolitec.v14n26a6
- Cleva, M., Sampallo, G., Gonzales, A., & Acosta, C. (2013). Método para la determinación del volumen de una muestra de granos de arroz mediante el procesamiento digital de imágenes. *RIA*, 185-190.
- Colubi, A. (2017). Algoritmos basados en matrices para resolver problemas estadísticos de alto coste computacional. (Tesis), Universidad de Oviedo. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=176165
- Cuevas, E., y Ortega, N. (2013). El algoritmo de búsqueda armónica y sus usos en el procesamiento digital de imágenes. *Computación y Sistemas*, *17*(*4*), 543-560. DOI: 10.13053/CyS-17-4-2013-007
- Diaz Rojas, K. (2006). Localización y Reconocimiento Automatico del Numero de la Placa de un Automovil. (Tesis). Pontificia Universidad Católica del Peru, Lima, Peru.

 Recuperado de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/1085
- Efford, N. (2000). *Digital Image Processing: A Practical Introduction Using Java*. USA: Pearson Education.
- Espinosa, G. (2014). Sistema de Reconocimiento de Patrones en Placas Vehiculares para el Acceso Automatico de Visitas a un Edificio. (Tesis) Universidad Catolica, Peru. Recuperado de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/5753
- Esqueda, J. (2002). *Fundamentos de procesamiento de Imagenes*. Tijuana: Universidad Autonoma de Baja California.
- Gonzalez, R., y Woods, R. (2002). *Tratamiento Digital de Imagenes*. Addison-Wesley Iberoamericana S.A.



- González, R., y Woods, R. (2004). Digital Image Processing. Prentice Hall.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodologia de la Investigación*. Mc Graw Hill.
- Jaramillo, A., Jiménez, R., y Ramos, O. (2014). Inspección de calidad para un sistema de producción industrial basado en el procesamiento de imágenes. *Tecnura*, 18(41), 76-90.
- Jiménez, A., Salamanca, J., Quiroz, M., y Acevedo, O. (2015). Diagnóstico de Cultivos Utilizando Procesamiento Digital de Imágenes y Tecnologías de Agricultura de Precisión. *Inge Cuc*, 11(1). 63-71.
- La Serna, N., Contreras, W., y Ruiz, M. (2010). Procesamiento Digital de textura: Técnicas utilizadas en aplicaciones actuales de CBIR. *Revista de Investigación de Sistemas e Informática*, 7(1), 57-64.
- León, O., Herrera, W., Londoño, W., y Jiménez, A. (2016). Prototipo De Automatización Del Proceso De Secado Y Selección Del Cacao A Través Del Procesamiento Digital De Imágenes. Revista Interdisciplinar de Estudios en Ciencias Básicas e Ingenierías, 4(1), 53-65.
- Leyva, O., Carballo, A., Mejia, J. y Vasquez, M. (2002). Procesamiento Digital De Imágenes Para La Estimación De Textura De Endospermo En Líneas De Maíz. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 25(4), 355-365.
- Malpartida, E. (2003). Sistema de Visión artificial para el reconocimiento y manipulación de objetos utilizando un brazo robot.
- Martinez, F., Arango, E. y Vallejo, M. (2018). Aplicación de Visión Artificial para la Calificación Automática de Pruebas Escritas. *Revista Politecnica*, *14*(26), 65-74. doi:https://doi.org/10.33571/rpolitec.v14n26a6
- Miano, J. (1999). *Compressed Image File Formats JPEG, PNG, GIF, XBM, BMP*. New York: Addison Wesley.
- Moreira, J., y Valencia, V. (2008). *Implementación de un algoritmo para la detección y conteo de células en imágenes microscópicas*. Escuela Superior Politécnica del Litoral de Ecuador, Ecuador. recuperado de http://www.dspace.espol.edu.ec/xmlui/handle/123456789/16146
- Morocho Checa, D. (2019). *Reconocimiento Automático de Firma Manuscrita*. Universidad Autónoma De Madrid, Madrid. Recuperado de https://repositorio.uam.es/bitstream/handle/10486/688660/morocho_checa_derli n.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Murray, J., y VanRyper, W. (1996). *The Encyclopedia of Graphics File Formats*. O'Reilly &Associates.



- Ossa, R., y Notario, R. (2015). Analisis de media de diferencia entre imágenes y su posterior implementación usando Matlab.
- Pajares, G. (2003). *Imagenes Digitales Procesamiento Práctico con Java*. Alfaomega, RA-MA.
- Pastor, E. (2012). Analisis de imagenes basado en correlacion de imagenes.
- Pencue, E. y Téllez, J. (2003). Detección y clasificación de defectos en frutas mediante el procesamiento digital de imágenes. *Revista colombiana de fisica*, 35(1), 148-151.
- Peña, J. (2018). Sistema De Procesamiento Digital De Imágenes Para La Detección Precoz Del Cáncer Cérvico Uterino. *Universidad Técnica Federico Santa María*.
- Perez, C. (2000). Tecnicas de Muestreo Estadistico: Teoria, Practica y Aplicaciones. Mexico: Alfaomega.
- Pérez, E., Córdova, T., García, M., Hernández, J., Gómez, C., & Guzmán, R. (2019). Procesamiento digital de imágenes térmicas para identificar las características de propagación del sonido en hueso. *Computación y Sistemas*, *23*(*4*), 1469-1473. doi: http://dx.doi.org/10.13053/cys-23-4-3214
- Pratt, W. (2004). Digital Image Processing.
- Rodrigez, R., y Sossa, J. (2012). *Procesamiento y Analisis Digital de Imagenes*. Mexico: Alfaomega Grupo Editor.
- Rodriguez, H. (24 de 07 de 2013). *Iniciación de la Imagen Digital*. Marcombo. Recuperado el 06 de 11 de 2017, de http://www.hugorodriguez.com/cursos/curso-idigital_01.htm: http://tecno.unsl.edu.ar/multimedia/Imagen/curso-imagen%20digital.pdf
- Rodriguez, R. (2004). Fundamentos de Visión por Computadora.
- Rodriguez, R., y Sossa, J. (2012). *Procesamiento y Analisis Digital de Imagenes*. Mexico: Alfaomega Grupo Editor, S.A.
- Romero, H. (2020). Algoritmo de reconocimiento de personas mediante procesamiento digital de imágenes usando MATLAB. *Polo del Conocimiento*, *5*(08), 1241-1252. DOI: 10.23857/pc.v5i8.1656
- Sifuentes, J., Hiram, F., Márquez, J., y Santillan, J. (2020). Robot solucionador de laberintos usando procesamiento digital de imágenes. *Revista Ciencia, Ingeniería y Desarrollo Tec Lerdo*, *1*(6), 22-28.
- Tarrés, F. (2009). Sistemas Audiovisuales I. Televisión Analógica y Digital. Barcelona, España: Edicions UPC.



ANEXOS



Anexo 1 Escáner convencional de bajo costo

