UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

TESIS

MÉTODO HEURÍSTICO EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO - PUNO

PRESENTADA POR:

ALEJANDRO TICONA CHOQUE

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAESTRO EN EDUCACIÓN

MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

PUNO - PERÚ

2021

DEDICATORIA

Dedico el presente trabajo a mis queridos padres y a la memoria de mi admirable madre Lucia Choque Calsin, que desde la eternidad mi irradia energías para vencer todas las adversidades.

AGRADECIMIENTO

Agradezco con gratitud y reconocimiento:

- A mis distinguidos docentes de la Maestría en Didáctica de la Matemática, por sus sabias enseñanzas que redundarán en beneficio de la Educación Matemática de los jóvenes.
- A mis distinguidos jurados de la tesis: Dr. Víctor Benito Guevara Guerra, Dr. Henry Noblega Reinoso y Dra. Nancy Chambi Condori, por sus acertadas y oportunas sugerencias.
- A mi asesor Dr. Felipe Gutierrez Osco, por brindarme su confianza y tiempo, sin cuyo apoyo no hubiera sido posible concluir esta investigación con las cualidades necesarias.

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Puno, 09 de setiembre de 2021

ÁREA: Estrategias metodológicas de la educación matemática

TEMA: Método heurístico en el aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno.

LÍNEA: Comprobación de la eficiencia y eficacia de las estrategias metodológicas para la educación matemática

ÍNDICE DE TABLAS

Pág.

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE ANEXOS

RESUMEN

La investigación titulada método heurístico en el aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del altiplano – Puno, tuvo como objetivo determinar el efecto de la aplicación del método heurístico en el aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de Ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano – Puno, para lo cual se formuló la hipótesis de investigación en el sentido de que la aplicación del método heurístico mejora significativamente el aprendizaje del cálculo diferencial, en los estudiantes de Ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano-Puno. El estudio se realizó desde el enfoque cuantitativo, siendo de tipo experimental de diseño cuasi experimental con pre y post prueba, constituido por un grupo de control y un grupo experimental. La población de la investigación estuvo constituida por 373 estudiantes y la muestra por 90 estudiantes que equivale al 24% de la población de estudio. Para contrastar la hipótesis de la investigación se ha utilizado la prueba estadística de Wilcoxon con un margen de error del 5%. Los resultados de la investigación muestran que la aplicación del método heurístico produce efectos positivos en el aprendizaje del curso de cálculo diferencial en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano, puesto que el porcentaje de estudiantes del grupo experimental en comparación a los estudiantes del grupo control es significativamente superior en el nivel de logro de aprendizaje, con puntajes que varían entre 15 y 20 puntos en la escala vigesimal de evaluación, por lo que se rechaza la hipótesis nula.

Palabras clave: Aprendizaje, cálculo diferencial, enseñanza, estudiantes de ingenierías método heurístico.

ABSTRACT

The research entitled heuristic method in the learning of differential calculus in engineering students of the National University of the Altiplano - Puno, aimed to determine the effect of the application of the heuristic method in the learning of differential calculus in engineering students of the National University of the Altiplano - Puno, for which the research hypothesis was formulated in the sense that the application of the heuristic method significantly improves the learning of differential calculus in engineering students of the National University of the Altiplano-Puno. The study was carried out from the quantitative approach, being of experimental type of quasi-experimental design with pre- and post-test, constituted by a control group and an experimental group. The research population consisted of 373 students and the sample consisted of 90 students, equivalent to 24% of the study population. To contrast the research hypothesis, the Wilcoxon statistical test was used with a margin of error of 5%. The results of the research show that the application of the heuristic method produces positive effects in the learning of the differential calculus course in engineering students of the Universidad Nacional del Altiplano, since the percentage of students of the experimental group in comparison to the students of the control group is significantly higher in the level of learning achievement, with scores that vary between 15 and 20 points in the vigesimal scale of evaluation, so the null hypothesis is rejected.

Keywords: Learning, differential calculus, teaching, engineering students, heuristic method.

INTRODUCCIÓN

El conocimiento matemático es uno pilares fundamentales que requiere ser consolidada en la vida diaria y académica, en tal sentido, sus enseñanza y aprendizaje tanto en educación básica como en la universitaria, necesita ser mejorada, incorporando estrategias y métodos de carácter activo, donde la participación de los estudiantes en la construcción y reconstrucción de sus aprendizajes, sea dinámica y activa.

Uno de los métodos activos es el heurístico, que permite el desarrollo óptimo de capacidades y competencias matemáticas en estudiantes universitarios, en comparación con los métodos convencionales basados principalmente en el método expositivo que gira principalmente alrededor del docente. El método heurístico permite el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas de cálculo diferencial y sus aplicaciones, ya que está orientado a la participación activa de los estudiantes, pues son ellos quienes logran aprendizajes significativos y duraderos, ya que aprenden con sentido crítico y pertinencia.

El informe de investigación, motivo de la tesis está estructurado de la siguiente manera:

En el capítulo I, se presentan las teorías que fundamentan y explican el problema y los antecedentes en los que se apoya esta investigación.

En el capítulo II, se presenta y fundamenta la realidad problemática de la enseñanza y aprendizaje matemático en la universidad y del cálculo diferencial de manera particular, así mismo se presenta la justificación, objetivos y la hipótesis que orientó la investigación.

En el capítulo III, se describe el método, técnica e instrumentos, población y muestra para el desarrollo del trabajo de campo.

En el capítulo IV, se presentan los resultados y la discusión en relación a los resultados de otras investigaciones consideradas en la tesis.

El informe concluye con la presentación de las conclusiones y recomendaciones. Así mismo se adjunta las referencias bibliográficas y los anexos que dan sustento empírico.

CAPÍTULO I

REVISIÓN DE LITERATURA

1.1 Marco teórico

1.1.1 Método heurístico

La heurística que significa “hallar, inventar”, aparece en más de una categoría gramatical. Cuando se usa como sustantivo, se refiere a la disciplina, el arte o la ciencia del descubrimiento. Cuando aparece como adjetivo, se refiere a aspectos más concretos, como estrategias, reglas, silogismos y conclusiones heurísticas. Estos dos usos están íntimamente relacionados, ya que la heurística usualmente propone estrategias que guían el descubrimiento. El término fue utilizado por Albert Einstein en la publicación sobre efecto fotoeléctrico (1905), con el cual obtuvo el premio Nobel en Física en el año 1921 y cuyo título traducido al idioma español es: “Sobre un punto de vista heurístico concerniente a la producción y transformación de la luz”.

Actualmente se han realizado adaptaciones al término en diferentes áreas, así definen la heurística como un arte, técnica o procedimiento práctico o informal, para resolver problemas. Alternativamente, Lakatos lo define como un conjunto de reglas metodológicas no necesariamente forzosas, positivas y negativas, que sugieren o establecen cómo proceder y qué problemas evitar a la hora de generar soluciones y elaborar hipótesis.

Generalmente heurística es considerado como la capacidad o un rasgo característico de los humanos desde cuyo punto de vista puede describirse como el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente.

Según el matemático Polya (2002) la base de la heurística está en la experiencia de resolver problemas y en ver cómo otros lo hacen. Consecuentemente considera que hay búsquedas ciegas y búsquedas heurísticas (basadas en la experiencia) y búsquedas racionales.

La popularización del de heurística se debe a Polya (2002) quien con su libro Cómo resolverlo (How to solve it), después de haber estudiado tantas pruebas matemáticas desde su juventud, quería saber cómo los matemáticos llegan a ellas. El libro contiene las sugerencias heurísticas que trataba de enseñar a sus alumnos de matemáticas.

Desde la perspectiva matemática, la heurística existe desde la Grecia antigua. Sin embargo, la formalización y el alto grado de rigor en matemática le ha restado importancia al estudio del descubrimiento, considerándolo más bien de interés para la psicología, aunque existe el campo de la teoría de la demostración, nada tiene que ver con encontrar patrones de demostración o reglas para encontrar las demostraciones de los teoremas y corolarios en la ciencia matemática.

1.1.1.1 Estrategias heurísticas

Polya (1957) propone varías definiciones de heurística, entre ellas se tienen: Heurística como adjetivo significa "servicio al investigador". Para la heurística moderna es la que trata de comprender el método que conduce a la solución del problema, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso.

Foong (2013) considera que las heurísticas son estrategias usadas para avanzar en la solución de problemas. En las orientaciones para el trabajo pedagógico (OTP) del Ministerio de Educación (2013) "la heurística es el conjunto de caminos, formas, modos, medios, procedimientos, técnicas y maneras para llegar al descubrimiento y la invención" (p. 59).

1.1.1.2 Conceptualización de estrategias heurísticas

Según, Perales (2015) define a las estrategias heurísticas, como la actividad del estudiante en el proceso de aprendizaje, también en la actividad mental; pero que en determinados niveles puede ser simplemente manipulativa, de esta forma el estudiante se convierte en sujeto activo, eje del proceso, mientras que la labor del profesor se centra en despertar el interés y orientar en su actividad.

Para el Circulo Latino Austral (2007) "las estrategias heurísticas son mecanismos y estrategias de decisión y que es el fruto de la práctica; a diferencia de los procedimientos algorítmicos que son procesos mecánicos invariables, en otras palabras, son estrategias prefijadas de antemano (p. 28); además, en la resolución de problemas podrían presentarse dos tipos de escenarios:

a) Primero el hecho de que se comprenda el problema y se entienda todos los pasos para solucionarlo mediante la aplicación de una sucesión fija de procedimientos mecánicos, llamados procedimientos algorítmicos y;

b) Segundo el hecho de que se comprenda el problema y no se entienda los pasos para resolverlo. Entonces será obligatorio acudir a experiencias ya pasadas y conocimientos previos que acepten encontrar planes o estrategias ventajosos para resolverlo, son los llamados procedimientos heurísticos.

1.1.1.3 Características del método heurístico

Las principales características que presenta el método heurístico son:

- Es una conversación instructiva: Bien se sabe que la instrucción es la que alimenta y nutre a la educación para que de este modo pueda crecer y progresar o desarrollarse.

- El método heurístico es un instrumento de que el profesor se vale, para poder realizar la actividad de enseñanza y aprendizaje, puesto que sostiene como ninguno la atención al discípulo y educa su voluntad, obtiene de sus facultades cognitivas el mayor rendimiento posible, le proporciona el placer inefable de que él descubra la verdad, le infunde curiosidad del saber y confianza en su capacidad y le convence de que es posible instruirse así mismo.

- Se basa en un diálogo: En el método heurístico, el diálogo es utilizado a gran escala, pues se toma en consideración que el diálogo no es más que una participación del diálogo universal, que une a los seres entre sí, y que hace que toda palabra del hombre dicha a sí misma es también comunicativa. El diálogo por consiguiente como conectivo universal del ser está en la forma de interrogar y en la forma de responder. La sesión dialogada es siempre fructífera de alguna manera y por eso en el método heurístico se exige más repetición de donde se resalta que es más corto porque su eficacia compensa la duración del ejercicio.

- Su esencia es la interrogación: En el método heurístico todo conocimiento que se desea que los estudiantes descubran tiene que dividirse en una serie de interrogantes, las cuales generalmente son expuestas por el profesor. Esta interrogación por parte del maestro debe empezar por llamar la atención de los alumnos sobre el asunto de la sesión y se funda en los conocimientos que aquellos tienen. El profesor para cumplir a cabalidad con esta característica tiene que considerar que: las preguntas estén al alcance de los alumnos y que sean variadas. La claridad de la interrogación y que cada pregunta considere la corrección la sencillez y la brevedad. Las interrogantes deben expresarse metódicamente, obedeciendo a un plan y dentro de la graduación, en lo posible se debe considerar que las más fáciles preceden a las difíciles y que a su vez preparen la solución del tema en estudio. El número de interrogantes debe estar en concordancia con el tema y los objetivos del aprendizaje del tema de estudio.

- Es un método activo: En este método se descarta las lecciones dogmáticas o expositivas, pues se exige que el estudiante haga un esfuerzo personal, haciéndole encontrar por sí mismo lo que se le quiere enseñar. Desde este punto de vista, concebir al método heurístico como activo, no es errar sino acertar, pues la participación del alumno en la elaboración del conocimiento es siempre requerida y sin actividad no se puede avanzar, sin aun comenzar en la aplicación heurística.

En síntesis, es un método activo que requiere necesariamente la participación activa y conjunta del profesor y del estudiante, en el cual el segundo aprende construyendo el mismo las respuestas, descubriendo por su propio esfuerzo y razonamiento los conocimientos; pero no solo la actividad realiza el estudiante, sino que a su vez el docente es el mediador, facilitador, orientador o guía en la construcción de los aprendizajes matemáticos.

1.1.1.4 Perspectivas del método heurístico según los especialistas

Realizando una revisión del abordaje del método heurístico realizado por los especialistas en la temática, además de los referidos en las secciones anteriores y que plantean diferentes estrategias para tratar de resolver los problemas matemáticos, entre ellos se pueden citar a:

Kantowsky, quien planteó algunas estrategias para resolver un problema matemático: trazar un diagrama (figura, esquema o tabla), examinar un caso peculiar, determinar bien qué es lo que se busca y qué es lo que se da, reconocer la información relevante y no relevante, trabajar hacia adelante, trabajar iniciando desde la conclusión, reconocer patrones, hallar un problema que tenga relación, buscar un algoritmo para aplicar al problema, resolver el problema dividiéndolo en partes, comprobar la solución, analizar si se puede tener otra solución alternativa y analizar el proceso de resolución del problema.

Por otra parte se tiene a Schoenfeld, quien propuso las siguientes estrategias que se desarrollan en tres etapas consecutivas: la primera es el análisis, lo que se realiza a partir del trazado de un diagrama, del examen de casos individuales, lo que implica elegir valores que ejemplifiquen el problema, analizar casos límite, asignar valores a los parámetros y de buscar una pauta inductiva y del intento de abreviar el problema a resolver aprovechando las simetrías con otros problemas parecidos o mediante razonamientos; la segunda etapa es la exploración en la que se plantea las siguientes estrategias: examinar problemas básicamente similares con métodos como la sustitución de las condiciones por otras parecidas, la recombinación de los elementos que integran el problema, la inserción de elementos auxiliares, el replanteamiento del problema por medio del cambio de perspectiva, la consideración del razonamiento por su contradicción, la suposición de que se dispone de un resultado y la correspondiente determinación de cuáles serían sus propiedades, examinar problemas ampliamente modificados; la tercera etapa es la comprobación del resultado, en el cual se debe verificar si la misma responde tanto a criterios específicos como a criterios generales.

Otro aporte importante es la realizada por Polya, quien considera que un problema se resuelve correctamente si se atraviesan cuatro fases y que además en cada fase deben de intervenir las siguientes estrategias heurísticas:

- La primera fase es la comprensión del problema, que supone responder a las siguientes preguntas: ¿cuál es la incógnita que debo hallar?, ¿cuáles son los datos que dispongo?,¿cuáles son las condiciones establecidas?,¿es posible cumplir dichas condiciones establecidas?,¿las condiciones para hallar la incógnita son suficientes o insuficientes?, ¿son redundantes dichas condiciones?; por lo que comprender el problema implica conocer las incógnitas, los datos más relevantes y las condiciones que relacionan dichos datos. Esta fase que es eminentemente de exploración señala que lo más importante para resolver un problema matemático es estar seguro que se comprendió el enunciado, conocer qué se debe averiguar y saber con qué datos se dispone, la comprensión lectora del estudiante juega un papel muy importante en esta etapa o fase, lo que supone el manejo de un léxico vasto de contenido matemático. El desarrollo de esta primera fase requiere que realicen una lectura del problema en forma comprensiva, establezcan qué se les pide y cuáles son los datos del problema, intercambien diferentes interpretaciones con sus compañeros, representen el problema de múltiples maneras a fin de seleccionar el camino más adecuado. Si el problema se ha logrado comprender, entonces puede solucionarse aplicando un modelo matemático conocido. Pero si esto no es factible, entonces se pasa a la fase siguiente de consecución de un plan;

- La segunda fase consiste en concebir un plan, en esta fase se realiza después de que se haya comprendido el problema, se debe idear un plan con el objetivo de encontrar una solución, para lo cual se debe idear las siguientes estrategias: usar métodos semejantes hallados en la solución de un problema anterior, encajar algún elemento auxiliar, replantear el problema de diferentes formas, volver al planteamiento original, resolver primero algún problema relacionado al imaginar algún caso.

- La tercera fase consiste en ejecutar el plan. En esta fase es necesario un seguimiento y un examen de todos los pasos, a fin de que no queden espacios a partir de los cuales se incurra en errores, al idear un plan se establece qué operaciones se usarán cuando se lleve a cabo el plan de resolución, se debe comprobar cada paso para determinar que el paso dado es el correcto y si se puede justificar que es el correcto;

- La cuarta fase consiste en verificar la solución, en esta fase es preciso examinar y preguntarse si en la solución alcanzada se puede comprobar el resultado y el razonamiento, si se puede conseguir el resultado de otra forma y si el procedimiento se puede utilizar en la solución de otro problema.

Barrantes (2006) al citar a Shoenfeld (1992) expresa que además de las heurísticas se debe tener en cuenta otros factores, para poder llegar a solucionar problemas (p. 2). Los autores citados destacan que no existen procedimientos definidos para resolver problemas matemáticos, pues está condicionado por un conjunto de factores intra y extra matemáticos.

1.1.1.5 Dimensiones del método heurístico en la resolución de problemas

En la resolución de problemas utilizando el método heurístico es necesario considerar algunas dimensiones, entre ellas se destacan:

a. Los recursos. - son los conocimientos previos que poseen los individuos, entre ellos conceptos, formulas, algoritmos y, en general todas las nociones que se considere necesario para enfrentar un determinado problema. Estos recursos deben ser conocidos por los docentes y los estudiantes, para que accedan a los conceptos que tienen, que según Shoenfeld considerado como inventario de recursos.

b. Las circunstancias estereotípicas que provocan respuestas estereotípicas

c. Los recursos defectuosos, en este caso, el estudiante tiene un almacén de recursos, pero algunos pueden ser defectuosos, por ejemplo, alguna fórmula mal aprendida o procedimiento mal aprendido o que el estudiante cree que se usan en alguna situación, pero resulta que no es así.

d. Heurística, que según Shoenfeld hay un problema con la heurística de Polya, pues cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares, que no están previstas.

e. Control, se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo, pues este último debe saber darse cuenta si el camino tomado lo lleva a una solución o si va hacia un callejón sin salida; es decir, debe darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía.

1.1.1.6 Las creencias en al aprendizaje de la matemática

Shoenfled (1987) al referirse al sistema de creencia sobre la matemática, sostiene que éstas inciden notablemente en la forma en que los estudiantes, e incluso los profesores, abordan la resolución de algún problema. Las creencias del estudiante según Shoenfeld son:

- Los problemas matemáticos tienen una y solo una respuesta correcta
- Existe una única manera correcta para resolver cualquier problema, usualmente es la regla que el profesor dio en la clase.
- Los estudiantes corrientes no pueden esperar entender matemáticas, simplemente esperan memorizarla y aplicarla cuando la hayan aprendido mecánicamente. Esta creencia se ve con bastante frecuencia.
- La Matemática es una actividad solitaria realizada por individuos en aislamiento, no hay nada de trabajo en grupo.
- Los estudiantes que han entendido las matemáticas que han estudiado podrán resolver cualquier problema que se les asigne en cinco minutos o menos.
- Las matemáticas aprendidas en la escuela tienen poco o nada que ver con el mundo real

Las creencias del profesor según Schoenfeld que usualmente se manifiestan en los profesores (principalmente los más nuevos), están condicionadas por la forma en que a ellos mismos les enseñaron Matemática en el colegio o en la universidad.

Las creencias sociales se manifiestan por las grandes diferencias culturales en cuanto a las creencias que tienen los padres, maestros y jóvenes acerca de la naturaleza del aprendizaje de la Matemática. Estas creencias se agrupan en tres categorías:

- Lo que es posible, es decir, lo que los niños pueden aprender de matemática en las diferentes edades.
- Lo que es deseable, es decir, lo que los niños deben aprender, pues una cosa es lo que pueden y otra la que deben aprender.
- Y la otra es preguntarse cuál es el mejor método para enseñar matemática.

Estas tres clases de creencias ya son determinadas, la sociedad decide qué es posible, qué es lo que quiere que se aprenda, y cómo se debe enseñar. Esto es lo que va a suceder en el ámbito general a nivel de programas, textos, etc.

Guzmán (1969) se refiere al proceso de inculturación, lo cual supone:

a. Un continuo apoyo en la intuición directa de lo concreto, la inmersión en lo abstracto se debe realizar teniendo en cuenta mucho más intensamente la experiencia y la manipulación de los objetos de los que surge. La formalización rigurosa corresponde a un estadio superior. Así mismo se debe acudir, a la historia de la matemática, que devela el proceso de emergencia en el tiempo, y, por otra parte, a las aplicaciones de la matemática, que nos hacen patente la fecundidad y potencia de la misma. También se debe tener en cuenta que la enseñanza ideal de la matemática debe reflejar su carácter humano, tomando en cuenta con ello la asequibilidad, dinamismo, interés y atractivo.

b. Los procesos del pensamiento matemático. La matemática es sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método prima sobre el contenido. Es necesario conceder una gran importancia al estudio de las cuestiones que se refieren a los procesos mentales de resolución de problemas. Por otro lado, existe la conciencia de traspasar la prioridad de unos contenidos a otros. Por lo que vale mucho más hacer acopio de procesos de pensamientos útiles, que contenidos que se convierten en ideas inertes.

c. Conciencia de la importancia de la motivación. El fracaso matemático de muchos alumnos tiene origen en un posicionamiento inicial afectivo totalmente destructivo de sus potencialidades en este campo. Se trata de motivar al estudiante, no sólo por el interés intrínseco de la matemática y sus aplicaciones, sino por el desarrollo de la creatividad y el razonamiento.

d. Los impactos de la nueva tecnología inducen a poner énfasis en la comprensión de los procesos matemáticos más que en la ejecución de ciertas rutinas.

Para Guzmán los principales problemas en la educación matemática son: exceso de formalismo, carencia de una alfabetización matemática de la sociedad, y problemas de organización, entre ellos el escaso tiempo dedicado a las matemáticas.

Por otra parte, El Ministerio de Educación en la OTP (2010) hace mención al modelo de Miguel de Guzmán, quién partiendo de las ideas de Polya, Manson y Shoenfeld, presenta un modelo para resolver problemas en el que se incluye tanto las decisiones ejecutivas y de control como las heurísticas. Su modelo consta de cuatro etapas:

a. Familiarización con el problema. En esta etapa se debe tener en cuenta la importancia de entender antes de hacer, regular el tiempo necesario para la resolución del problema, la necesidad de actuar sin prisa y con tranquilidad, clarificar la situación de partida, la situación intermedia y adónde se pretende llegar llegar, y buscar información que pueda ayudar.

b. Búsqueda de estrategias, lo que implica diseñar varias estrategias, pero sólo llevarlas a cabo cuando se tenga todas las estrategias definidas pudiendo elegir la más adecuada, entre las estrategias que se pueden utilizar se tienen las heurísticas (simplificar; ensayo y error; organización; representación numérica; simbólica o gráfica; analogía, empezar desde atrás; entre otras)

c. Ejecución de las estrategias. De las estrategias diseñadas se eligen aquellas que pueda resultar mejor para resolver el problema; se debe asegurarte de haber llegado a la solución antes de dar por concluido el problema; si ninguna de las estrategias seleccionadas fue útil, entonces se debe volver a la fase anterior y buscar nuevas estrategias.

d. Revisión de procesos y establecimiento de consecuencias. Para revisar el proceso es necesario preguntarse: ¿nos hemos acercado a las respuestas correctas?, ¿en qué hemos fallado?, ¿en algún momento hemos variado el rumbo de la solución del problema', ¿por qué?; y para sacar consecuencias del problema es útil hacerse las siguientes interrogantes: ¿qué pasaría si variamos los datos del problema?, ¿se puede generalizar el problema?, ¿si variamos algo del problema adónde conduce?

Como se puede ver, las propuestas de fases de resolución, estrategias o heurísticas para resolver problemas son bastante similares y difieren en las fases.

Ampliando el abordaje de la temática, Foong (2013) plantea que además de estás heurísticas "generales", existen otras específicas que serían de ayuda para problemas concretos. Entre ellas se consideran:

Actuar en el problema, lo cual consiste en utilizar un diagrama, dibujar esquemas de barras, hacer una lista sistemática, buscar patrones y utilizarlos, ensayo y error, trabajar hacía atrás, usar la noción antes-después, dividir el problema, resolver un problema más sencillo, conjeturar

Ministerio de Educación (2016) en las rutas del aprendizaje propone nueve estrategias heurísticas que, en los manuales de matemática para los docentes del 2017, propone:

a. Estrategias de comprensión:

- Lectura analítica, que consiste en dividir en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al hacer esta lectura es posible formularnos las siguientes preguntas: ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudan a familiarizarse y perder el temor a la situación.

- Parafrasear; es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión, parafrasear es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

- Hacer esquemas; ayuda a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

b. Estrategias de resolución:

- Diagramas de tiras; utilizada si la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí
- Diagramas tabulares (tablas); se emplea cuando hay características que se relacionan en dos grupos. También se utilizan en problemas sobre edades o proporcionalidad, en los que se debe buscar un patrón o regla de formación.
- Diagramas analógicos, son dibujos que esquematizan la realidad de manera similar, sin considerar los elementos irrelevantes.
- Diagramas de flujo, se emplea cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencia de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.
- Diagramas conjuntistas, se utilizan cuando la información trata de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. Los más conocidos son los diagramas de Venn - Euler y los de Carroll.
- Diagramas cartesianos, son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o cuando se tienen pares ordenados o relaciones entre dos variables.
- Diagramas lineales, generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.
- Diagramas de árbol, se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas.

c. Otras estrategias

- Buscar patrones, en algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución

- Hacer una lista sistemática, se usa cuando se tiene que enumerar objetos matemáticos. Es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

- Generaliza, en algunos problemas puede ser útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; conocida como la paradoja del inventor.

- Particulariza, para obtener algún método que nos lleve a la solución de un problema genérico, conviene siempre utilizar casos particulares.

- Razona lógicamente, nos ayuda a encadenar y comprender la secuencia de pasos y razonamiento que se llevan a cabo al solucionar un problema.

- Empieza por el final; llamado también pensamiento regresivo, lo cual es usado cuando se tiene información de una situación final; también para demostrar desigualdades.

- Plantea una ecuación, es una técnica por excelencia a nivel elemental. El éxito de su aplicación depende del entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico

- Establece subtemas. Para llegar a resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio, dicho en otras palabras, para solucionar un problema, se deben resolver problemas más pequeños o elementales.

- Utiliza el ensayo y error, es una estrategia útil cuando se realiza de forma organizada y se va evaluando cada ensayo, de manera que cada rectificación lleve a un ensayo próximo a la respuesta.

- Supón el problema resuelto, a veces conviene suponer que el problema se resuelve de alguna forma, esto nos permite analizar las relaciones y procedimientos que debemos llevar acabo para dar la solución.

1.1.1.7 Los objetivos fundamentales del método heurístico

El método heurístico tiene ciertos propósitos, siendo los principales:

a. Asimilación y transferencia de estructuras conceptuales y procedimientos algorítmicos novedosos en un contexto de resolución de problemas.

b. Desarrollo de estrategias heurísticas.

c. Generación de estrategia positivas hacia las matemáticas

Como se puede destacar, en el primer lugar se muestra una preocupación primordial por los contenidos específicos de las matemáticas, en contra de la irrelevancia que este aspecto suele tener en otras metodologías de este tipo. En segundo lugar, se coloca el desarrollo de estrategias heurísticas que son técnicas que tienen una alta probabilidad de conducir a la resolución de muchos tipos de problemas. Han sido identificadas mediante el análisis de la actuación de expertos o mediante la programación de un ordenador que efectúan tareas intelectualmente exigentes. Rio (1991) al referirse a Polya (1989), Shoenfeld (1985), Newel y Simon 718 (1972), sostiene que las heurísticas muestran ciertas características, entre estas se destacan:

a. Representación gráfica o simbólica, que consiste en Trazar un dibujo o un diagrama que resuma la información del enunciado, representando con números o letras las variables.

b. Problema análogo, cuyo propósito es buscar un problema con una estructura similar o equivalente que ya haya sido resuelto o que sea más sencillo.

c. Casos especiales, que consiste en simplificar el problema fijándose en caso especiales (dando valores a las variables, entre otras formas).

d. Sub problemas, que implica descomponer el problema en partes (considerando, por ejemplo, condiciones y objetivos parciales) de modo que la solución progresiva de ellos conduzca a la solución completa del problema.

e. Registro de alternativas y exploración sistemática, implica buscar relaciones entre los datos y la incógnita (o entre la hipótesis y la tesis) que permitan transformarlos o acercarlos.

Las heurísticas funcionan como estrategias cognitivas y ocupan un papel importante en la educación, y por su gran versatilidad y aplicabilidad, su desarrollo se constituye como objetivo en el modelo de enseñanza.

Las personas que se adaptan al contexto logran una clara percepción de él, si lo comprenden y lo aceptan, todo esto se evidencia a través de las acciones y de las actitudes que cada ser humano tiene como respuesta a las situaciones que se le presentan. De allí la importancia de desarrollar en el estudiante la habilidad de observar y reflexionar sobre los acontecimientos cotidianos, y que descubra por sí mismo que debe ir transformando la forma en que piensa y actúa sobre dichos acontecimientos. En la institución educativa se debe favorecer, por lo tanto, las actitudes positivas del estudiante y evitar las actitudes negativas, porque obstaculizan el aprendizaje, la capacidad de razonamiento, su imaginación y su creatividad.

1.1.1.8 Aplicación del método heurístico

El método heurístico se utiliza en la práctica educativa de distintas disciplinas científicas, principalmente en el área de matemáticas, para lo cual se propone un interesante esquema para la preparación, en caso de los profesores, se basa en pequeñas reuniones de grupos de trabajo donde se experimenta y se reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas. La iniciación de la práctica con los estudiantes debe hacerse gradualmente; el profesor selecciona cuidadosamente algunos problemas en cuyo proceso resolutivo intervienen pocos conocimientos matemáticos y los distribuye a los pequeños grupos; después de un tiempo razonable de trabajo que incluye la reflexión sobre la forma en que se han abordado los problemas, se realiza una puesta en común para analizar, estructurar y sintetizar las diferentes estrategias de resolución. Los problemas deben ser sencillos para garantizar la implicación y el éxito de la mayoría de los estudiantes. Cuando los estudiantes se han familiarizado y han hecho suyo los procesos mentales adecuados, viene la etapa de trabajo hacia la transferencia de estos procesos al campo más específicamente matemático.

1.1.1.9 El papel del docente en el método heurístico

El método heurístico tiene como objetivo primordial el desarrollo de la autonomía en los estudiantes en el proceso de búsqueda de soluciones a los problemas, A través del diálogo direccional, el docente debe crear situaciones problemáticas en el aula para que los estudiantes puedan comprender y analizar la situación haciendo preguntas y hacerles pensar en posibles formas de resolver estas situaciones.

Durante el diálogo, el docente debe hacer preguntas con un propósito establecido, para no perder la orientación que quiere dar. El uso de este método es obviamente beneficioso para la interacción entre profesores y estudiantes, pues fomenta el debate y el intercambio de información y razonamientos para afrontar la situación problemática entre estudiantes.

Los profesores deben desarrollar la capacidad de hacer preguntas claras para que los estudiantes puedan comprender y buscar las soluciones a los problemas, aplicando estrategias heurísticas. No hay respuestas obvias para que los estudiantes reflexionen y analicen; y tienen un orden y dificultad razonables para que el proceso se desarrolle gradualmente.

1.1.2 Calculo diferencial

El cálculo diferencial es una parte importante del cálculo infinitesimal y se constituye en fundamento y base para el desarrollo de las matemáticas avanzadas. Para Azcárate *et al.* (2006), la enseñanza del cálculo diferencial e integral se constituyen como instrumento de conocimiento y como objeto de conocimiento, los cuales son como las dos caras de una moneda, pues sus aplicaciones son considerablemente importantes en otras áreas del conocimiento, principalmente en las ingenierías.

El estudio del cálculo infinitesimal se inicia con el análisis de funciones, limites, derivadas e integrales, donde el cambio de la variable dependiente está implicado con el cambio de la variable independiente de la función como campo objeto de análisis. El principal objetivo de la investigación del cálculo diferencial es la derivada y sus aplicaciones, que tiene como fundamente el límite de una función.

Al estudiar el cambio de una función cuando cambia la variable independiente de la función, es especialmente importante para el cálculo que el cambio de la variable sea infinitamente pequeño, es decir, cuando el cambio tiende a cero (se vuelve tan pequeño como sea posible). Para el cálculo, el concepto básico de límite constituye la piedra angular, pues es el fundamento de otros conceptos.

El límite es la principal herramienta para desarrollar la teoría del cálculo, y también es la principal herramienta para distinguirla del álgebra y otras arias de la matemática contemporánea. Desde el punto de vista matemático de la función y la geometría, la derivada de una función en un punto específico es una medida de la velocidad a la que la función cambia con los parámetros. Es decir, la derivada está matemáticamente relacionada con la tasa de cambio. La derivada es el cálculo de la pendiente instantánea de f (x) en cada punto.

Corresponde a la pendiente de la tangente de la gráfica de la función en su punto (una tangente por punto), la derivada se puede utilizar para comprender la concavidad de la función, su intervalo de crecimiento, máximo y mínimo. La inversa de la derivada de una función se llama primitiva, antiderivada o integral indefinida, los cuales se discutirán y analizan en el cálculo integral.

1.1.2.1 Diferenciación y diferenciabilidad

Si se determina la relación matemática entre dos objetos, se puede usar la diferenciación para determinar el cambio que ocurre debido a otro cambio sucedido. Si se cumplen las siguientes condiciones, la función es diferenciable en un punto determinado:

- Su punto de derivación existe en ese momento, una función es diferenciable en el intervalo de tiempo.
- Si en cada punto perteneciente al intervalo.

Si una función no es continua en a, no es diferenciable en a. Sin embargo, incluso si una función es continua en a, es posible que no se pueda distinguir.

Es decir, toda función diferenciable en un punto a es continua en a, pero no toda función continua en a es diferenciable en a (como f(x) = |x| es continua pero no diferenciable en x = 0).

1.1.2.2 Definición de derivada

La derivada se define utilizando el límite de pendiente cuando la tangente se acerca a la tangente.

Es difícil encontrar la pendiente de la tangente de una función directamente, porque solo conocemos un punto de la misma, es decir, el punto donde debe ser tangente a la función. Por tanto, aproximaremos la tangente con la secante.

Cuando tomamos el límite de pendiente de la secante proximal, se obtiene la pendiente de la tangente. Para obtener estas pendientes, tomemos un número arbitrariamente pequeño, al que llamamos h, h representa un pequeño cambio en x, que puede ser positivo o negativo.

La pendiente de la recta entre los puntos (x, f(x)) y (x + h, f(x + h)) es:

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Esta expresión es un Cociente Diferencial de Newton. La derivada de f en x es el límite del valor del cociente diferencial conforme las líneas secantes se acercan más a la tangente:

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Si la derivada de f existe en cada punto x, podemos definir la derivada de f como la función cuyo valor en el punto x es la derivada de f en x.

1.1.2.3 El Cociente diferencial

Como alternativa, la derivada de f(x) (tal como la definió Newton) se describió como el límite, conforme h se aproxima a cero. Una explicación alternativa de la derivada puede ser interpretada a partir del cociente de Newton.

Si se utiliza la fórmula anterior, la derivada en c es igual al límite conforme h se aproxima a cero de $\left[\frac{f(c+h)-f(c)}{h}\right]$ .Si se deja que h = x – c (por ende c + h =

x), entonces x se aproxima a c (conforme h tiende a cero). Así, la derivada es igual al límite conforme x se aproxima a c, de $\left[\frac{f(c+h)-f(c)}{x-c}\right]$.Esta definición se utiliza para una demostración parcial de la regla de la cadena.

1.1.2.4 Notaciones para la diferenciación

La derivada de una función se puede diferenciar, y luego se dice que la segunda derivada de una función es su derivada.

De manera similar, la derivada de la segunda derivada se llama tercera derivada, y así sucesivamente.

A partir de la segunda derivada: f ′′(a) hasta la enésima derivada: fn (a) reciben el nombre de Derivada de Orden Superior. La notación más simple para la diferenciación que se utiliza en la actualidad se debe a Lagrange y utiliza un apóstrofo o comilla: ´.

De esta manera se expresan las derivadas de la función f (x) en el punto, se escribe:

$f'(a)$ para la primera derivada

$f''(a)$ para la segunda derivada

$f'''(a)$ para la tercera derivada, y luego de forma general

$f^n(a)$ para la n-ésima derivada (donde normalmente se da que n > 3).

Para la función cuyo valor en cada es la derivada de f (x), se escribe f ′(x). De forma similar, para la segunda derivada de f se escribe f ′′(a), y así sucesivamente.

La otra notación común para la diferenciación se debe a Leibniz. Para la función cuyo valor en x es la derivada de f, se escribe $\frac{d(f(x))}{dx}$. Se puede escribir la derivada de f en el punto a de dos formas distintas:

$$\left.\frac{df}{dx}\right|_{x=a} = \frac{df}{dx}(a)$$

Si la resultante de f(x) es otra variable, por ejemplo, si y=f(x), se puede escribir la derivada como: $\frac{dy}{dx}$. Las derivadas de orden superior se expresan así:

$$\frac{d^n(f(x))}{dx^n}\ o\ \frac{d^n y}{dx^n}$$

Para la n-ésima derivada de f(x) o y respectivamente. Históricamente, esto proviene del hecho de que, por ejemplo, la tercera derivada es:

$$\frac{d\left(\frac{d\left(\frac{d(f(x))}{dx}\right)}{dx}\right)}{dx}$$

que se puede escribir sin mucho rigor como:

$$\left(\frac{d}{dx}\right)^3 \left(f(x)\right) = \frac{d^3}{(dx)^3}(f(x))$$

Eliminando las llaves se tiene la notación que antes citada.

La notación de Leibniz es tan versátil que permite especificar la variable que se utilizará para la diferenciación (en el denominador). Esto es específicamente relevante para la diferenciación parcial. Y también hace más fácil de recordar la reglad de la cadena, debido a que los términos "d" se cancelan simbólicamente

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} = \frac{du}{dx}$$

Sin embargo, es importante recordar que los términos "d" no se pueden cancelar literalmente, debido a que son un operador diferencial. Sólo se utilizan cuando se usan en conjunto para expresar una derivada.

La notación de Newton para la diferenciación consiste en poner un punto sobre el nombre de la función:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = x'(t)$$

$$\dot{x} = x''(t)$$

Y así sucesivamente. La notación de Newton se utiliza principalmente en la mecánica, normalmente para las derivadas con respecto al tiempo tales como la velocidad y la aceleración y en la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias. Normalmente sólo se utilizan para la primera y segunda derivadas.

Otra notación utilizada consiste en colocar una letra “D” mayúscula para indicar la operación de diferenciación con un subíndice que indica la variable sobre la que se derivará: D_x f, que es equivalente a la expresión:

$$\frac{d}{dx}f$$

En ese contexto se considera a la diferenciación como una operación sobre funciones, de modo que los símbolos: $\frac{d}{dx}$ y D_x, son llamados operadores diferenciales.

1.1.2.5 Aplicaciones importantes del cálculo diferencial

a) Recta tangente a una función en un punto

La tangente de la función f es cómo como considerar el límite de la secante cuando una de las intersecciones de la secante y la función tiende a la otra intersección. La tangente también se puede definir como una buena aproximación lineal de la función en su punto tangente, es decir, la tangente es una función polinomial de primer orden, y se aproxima más localmente a la función en el punto tangente que consideramos.

b) Uso de las derivadas para realizar gráficos de funciones

Las derivadas son una herramienta útil para verificar gráficos de funciones. En particular, la primera derivada del punto en el que la función se lleva al extremo local en el dominio de la función de valor real es cero. Sin embargo, no todos los hotspots son extremos locales. Por ejemplo, $f(x)=x^3$ tiene un punto crítico en $x=0$, pero en ese punto no hay un máximo ni un mínimo. La prueba de la primera derivada y la prueba de la segunda derivadas permiten determinar si los puntos críticos son máximos, mínimos o ninguno.

En el caso de un dominio multidimensional, la derivada parcial de la función con respecto a cada dimensión en los extremos locales es cero. En este caso, considerando los valores propios de la matriz de Hesse de la segunda derivada de la función en el punto crítico, la prueba de la segunda derivada aún se puede utilizar para caracterizar el punto crítico. Si todos los valores propios son positivos, el punto es el mínimo local; si todos los valores propios son negativos, es el máximo local.

Si hay algunos valores positivos y algunos valores negativos, entonces el punto crítico es un punto silla, y si ninguna de estas condiciones es cierta, la prueba es incierta. Una vez que se encuentra el extremo local, es más fácil entender aproximadamente la gráfica general de la función, porque (en el caso de un dominio unidimensional) aumentará o disminuirá uniformemente excepto para el punto crítico, entonces (asumiendo su continuidad) habrá un valor intermedio entre los valores de los puntos clave de cada lado.

c) Aproximación local de Taylor

Si se aproxima una función localmente diferenciable en un punto por tangente. si cumple con el requisito de que la función sea lo suficientemente fluida en el punto o dominio de aprendizaje (es decir, la función pertenece a la categoría C∞), se puede intentar aproximar la función no por un polinomio de primer orden, sino por un primer –orden de polinomio. Dos, tres, cuatro, etc., esta aproximación se denomina "expansión polinomial de Taylor" y se define de la siguiente manera:

$$P(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots + \frac{f^n(a)}{3!}(x-a)^n$$

Donde P(x) es el polinomio de grado n que mejor se aproxima a la función en el punto x=a. Nótese que si evaluamos P(x) en x = a. todos los términos salvo el f(a) se anulan, luego P(a) = f(a). Nótese también que la ecuación de la recta tangente del apartado anterior corresponde al caso en el que n=1.

El polinomio de Taylor es un polinomio "ajustado". Entre todos los polinomios que no exceden a n y pasan f (a), la expansión polinomial de Taylor de f (x) en x = a es "a". Esto se basa en la siguiente idea: si dos funciones comparten el mismo valor en x = a, entonces la misma primera derivada, la misma segunda derivada, etc., es decir, la misma i-ésima derivada (en pocas palabras, las dos funciones con un contacto de orden "i"), entonces estas funciones son muy similares alrededor de x = a, lo que significa que por similitud podemos encontrar una de las dos aproximadamente, mientras que la otra tiene un error insignificante.

Cuando a=0 el desarrollo se denomina "desarrollo de MacLaurin". En la práctica la mayoría de las veces se emplean desarrollos de MacLaurin. Ejemplos de desarrollos importantes de MacLaurin son:

$$e^x \approx 1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^5}{5!}+....$$

$$\sin(x) \approx x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+....$$

$$\ln(1+x) \approx x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+....$$

Nótese el símbolo $\approx$ que denota aproximación que no es igualdad. Si la función se aproxima es infinitamente derivable y agregamos infinitos términos al desarrollo. entonces $\approx$ se convierte en un $=$.

El último paso de agregar elementos infinitos no se puede tomar a la ligera. Ya se ha afirmado que las aproximaciones de primer orden, segundo orden, tercer orden, etc. son aproximaciones locales del punto de evaluación de la función, es decir, si estamos demasiado lejos de este punto, la aproximación ya no será precisa. Si agregamos más términos a la expansión de la serie de Taylor, más precisa será la aproximación.

Por lo tanto, podemos pensar que, al agregar un término infinito, podemos evaluar la función aproximada con absoluta precisión en cualquier punto dentro de su rango definido. Esto no siempre es correcto, porque dependerá de la naturaleza de nuestra evaluación de la serie de Taylor.

El estudio de las características de las series es a menudo un tema complejo. Se trata de definir el valor de la convergencia de secuencias, es decir, determinar su radio de convergencia. Dentro del intervalo de convergencia de la serie, podemos usar términos infinitos y admitir que la serie nos da el valor "exacto" de la función en ese punto. Sin embargo, fuera del intervalo de convergencia, incluso si agregamos un término infinito, la serie no proporcionará el valor exacto de la función. Cuando la ecuación de cálculo involucra funciones de expresión complejas (por ejemplo, funciones trascendentales (seno, logaritmo, etc.)), el método de expansión de la serie de Taylor tiene grandes ventajas: pero también se tienen ciertas desventajas. Una desventaja importante es que en un punto alejado del valor de evaluación (pero siempre dentro del intervalo de convergencia de la serie), el número de términos necesarios para aproximar la función con una precisión razonable aumenta al infinito.

Otra desventaja es que la expresión polinomial de la función puede dificultar la detección de sus propiedades básicas, por ejemplo, no es obvio inferir que es una función periódica a partir de la expansión del seno. El desarrollo de la serie es una poderosa herramienta para cálculos extremos. Simplemente reemplazando cada función con su expansión en serie y realizando las operaciones de simplificación correspondientes, las restricciones aparentemente complicadas pueden volverse triviales.

Puntos singulares: Se denominan puntos singulares ó estacionarios a los valores de la variable en los que se anula la derivada $f'(x)$ de una función $f(x)$, es decir, si $f'(x) = 0$ en $x1,x2,x3,K,xn$, entonces $x1,x2,x3,K,xn$ son puntos singulares de $f(x)$. Los valores $f(x1)$, $f(x2)$, $f(x3)$, . . ., $f(xn)$, se llaman valores singulares.

Puntos críticos: A través del punto crítico para entender (punto singular) , no existe el punto derivado ni el polo a o b del dominio [a, b] definido por la función. Si la segunda derivada es positiva en el punto crítico, el punto se llama mínimo local; de lo contrario, es mínimo local. Si es negativo, el punto se llama máximo local; si es negativo, el punto es el máximo local. Si es cero, puede ser el punto mínimo, máximo o de inflexión.

La derivación y solución de puntos clave suelen ser métodos simples para encontrar máximos y mínimos locales, que se pueden utilizar para la optimización. Aunque los casos extremos de tales problemas nunca deben subestimarse.

1.1.2.6 Teoremas para el cálculo de la derivada

La definición de derivada según el límite se utiliza para demostrar la regla diferencial. Estas reglas se utilizan para calcular la derivada de una función mediante operaciones algebraicas, en lugar de aplicar directamente la derivada de Newton.

- Regla de la constante: La derivada de cualquier contante es cero.
- Regla de la multiplicación por una constante: Si c es cualquier número real, entonces la derivada de cf(x), es igual a c multiplicado por la derivada de f(x). Esto es una consecuencia de la linealidad, que se verá más adelante.
- Lineadlidad: (af(x) bg(x)) ′ = af (x)+bg′ (x), para todas las funciones f y g y todos los números reales a y b.
- Regla de la potencia (Regla del polinomio): Si r f (x) = x’, para todo r real, entonces
- Regla del producto: (fg)’ = f g′ + fg′ ′ para todas las funciones f y g.
- (fg)’ = f′g + fg′ cociente: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg''}{g^2}$ si g es diferente de cero.
- Regla de la cadena: si f (x) = h(g(x)), entonces. $f'(x) = h'[g(x)] * g'(x)$.
- Funciones inversas y diferenciación: Si y = f (x), entonces x f–1 (y), = y si f (x) y su inversa f –1 (x) son diferenciables, entonces $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$para los casos en que dx ≠ 0 y cuando dy ≠ 0.
- Diferenciación implícita: Si f (x, y) ≠ 0 es una función implícita, s e tiene que:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial x}}$$

Para las funciones logarítmicas:

$f(x)=e^x \Rightarrow \frac{df(x)}{dx}=e^x$ La derivada de e elevado a x es e elevado a x

$f(x)=\ln(x) \Rightarrow \frac{df(x)}{dx}=\frac{1}{x}$ La derivada del logaritmo anual (ln) de x es 1 divido entre x.

Para las funciones trigonométricas:

$f(x)=sen(x) \Rightarrow \frac{df(x)}{dx}=\cos x$,la derivada del seno de x es el coseno de x.

$f(x)=\cos(x) \Rightarrow \frac{df(x)}{dx}=-sen(x)$,la derivada del cos de x es el menos seno de x.

$f(x)=tg(x) \Rightarrow \frac{df(x)}{dx}=\sec^2(x)$,la derivada de la tangente x es el secante al cuadrado de x.

$f(x)=ctg(x) \Rightarrow \frac{df(x)}{dx}=-\csc^2(x)$,la derivada de la cotangente x es menos cosecante al cuadrado x.

$f(x)=\sec(x) \Rightarrow \frac{df(x)}{dx}=tg(x).\sec(x)$,la derivada de la sec x es el producto secante por la tangente de x.

$f(x)=\csc(x) \Rightarrow \frac{df(x)}{dx}=-ctg(x).\csc(x)$,la derivada de la csc x es el producto de menos cosecante por la cotangente de x.

1.1.2.7 Extensión del concepto de derivada

Cuando una función depende de múltiples variables, se utiliza el concepto de derivadas parciales. La derivada parcial se puede considerar informalmente como la derivada de la función con respecto a una de ellas, conservando las otras variables. Constantes. Las derivadas parciales se representan como $\frac{\partial}{\partial x}$ (donde ∂ es una 'd' redondeada conocida como 'símbolo de la derivada parcial').

El concepto de derivada puede extenderse de manera más general. El denominador común es que la derivada de cierto punto se usa como una aproximación lineal de la función de ese punto. Quizás la situación más natural es que las funciones son diferenciables en variables.

La derivada en un cierto punto se convierte en una transformación lineal entre los espacios tangenciales correspondientes, y la derivada de la función se convierte en una asignación entre grupos tangenciales. Para distinguir todas las funciones continuas y más otras funciones, puede definirse el concepto de distribución.

Para funciones complejas de variables complejas, la diferenciabilidad de las partes real e imaginaria de las variables independientes es mucho más simple que las partes real e imaginaria de la función diferencial. Por ejemplo, la función $f(x+iy) = x + 2iy$ satisface lo segundo, pero no lo primero. También conocido como función holomórfica.

1.2 Antecedentes

1.2.1 A nivel internacional

Sánchez y Valverde (2020) en su investigación consideran que el Método heurístico de George Pólya en la resolución de problemas matemáticos es la base y el motivo de la investigación. El estudio estuvo dirigido a estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa San Luís Gonzaga del municipio de Túquerres, en la investigación se realizó la evaluación del desarrollo del pensamiento numérico y las relaciones al aplicar operaciones combinadas para resolver problemas. La metodología utilizada es cualitativa naturalista, con enfoque constructivista y tipo descriptivo comprensivo. El estudio permitió conocer y comprender las realidades de las acciones humanas en virtud a la problemática formulada. Se utilizó como instrumentos de recolección de datos, la prueba de conocimiento, cuestionario de la prueba, un taller de uso y aplicación, un taller de evaluación, cuestionario y diario de campo, aplicado a doce estudiantes de la muestra. Como resultado se obtuvo que, desde la perspectiva heurística, el docente es el actor educativo fundamental, capaz de diagnosticar y detectar las situaciones prácticas, como protagonista de la acción educativa. La conclusión más significativa es que los hallazgos encontrados fortalecen el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y así, permiten identificar las políticas y lineamientos que se debe seguir en la institución educativa.

Cocinero (2015) realizó una investigación en el Instituto Normal para Varones de Occidente con los estudiantes de quinto del bachillerato en educación sección “B” de la ciudad de Quetzaltenango, con el objetivo de determinar si el método heurístico incide en el aprendizaje del álgebra. El proceso de investigación se desarrolló con un diseño cuasi experimental, por medio de un pretest y un post test, el primero reporta notas bajas con respecto al álgebra. En la investigación se aplicó el Método Heurístico y por último la evaluación final, en la que los resultados obtenidos son significativos. Concluye que la aplicación del método heurístico permite establecer una relación significativa en el aprendizaje del algebra, la forma de presentar los temas de manera desafiante hace que el discente se inquiete, también propicia un ambiente agradable en salón de clases, lo que posibilita que su práctica sea efectiva. Al finalizar la experimentación, los resultados obtenidos, reflejan un aprendizaje significativo.

Monereo (1998) planteó que el aprendizaje es la capacidad de los estudiantes para autorregular su propio aprendizaje de acuerdo con las metas que persiguen y las condiciones ambientales que determinan la realización de las metas. Para lograr la realización del objetivo esperado, la condición situacional se refiere a la relación entre el entorno y el tema o hecho de la investigación. Mediante el método heurístico los estudiantes llevan a cabo procesos que conducen a su aprendizaje autónomo a través de actividades preparadas con determinados propósitos, lo que les permiten adaptarse consciente y sensiblemente al monitoreo y orientación que realiza el docente y dar respuesta a los retos que plantea. Al mismo tiempo, el trabajo confiable puede ir más allá del ámbito de la expresión, es decir, los docentes orientan la situación del problema, los estudiantes identifican el problema, encuentran soluciones y dan explicaciones objetivas a las respuestas. En esta actividad, los estudiantes destacan su creatividad y actividades innovadoras en el aprendizaje de la matemática, especialmente del cálculo diferencial.

Escalante (2015) en su trabajo de investigación titulado Método Polya en la resolución de problemas matemáticos, la autora manifiesta haber realizado una investigación de tipo cuantitativa con un diseño cuasi-experimental, cuya muestra estuvo constituida por 25 estudiantes de quinto grado primaria, aplicando un instrumento de recolección de datos denominado pre-prueba, llegando a las siguientes conclusiones: El método Polya en la resolución de problemas matemáticos, si favoreció a disminuir el temor de los estudiantes en el curso de matemática, se obtuvieron cambios en la concentración y la capacidad de razonar de los estudiantes, en la integración y participación activa del grupo, en la entrega puntual de las tareas, en la asistencia a clases, explicaciones y en trabajos en grupo, por lo tanto, el método Polya es efectivo específicamente en su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Y teniendo por recomendaciones: se debe aplicar estrategias en la resolución de problemas, específicamente en el área de matemática por medio del método Pólya.

Fajardo (2004) que demostró que todos los indicadores del grupo experimental superaron a los del grupo control. Esto se puede evidenciar porque los estudiantes del grupo experimental tienen una escala clara, mientras que los estudiantes del grupo control tienen una escala normal. Y teniendo como recomendaciones: el método heurístico, en las cuales se somete el educado a participar activamente de acuerdo a sus potencialidades.

1.2.2 A nivel nacional

Medina (2013) se mostró de acuerdo en confirmar los resultados de su hipótesis de investigación, de que la aplicación de método heurístico ha mejorado significativamente el rendimiento académico en el área de la matemática. En cuanto a la comparación con la hipótesis del grupo experimental, para verificar la hipótesis de investigación, encontró que existe una diferencia significativa entre las puntuaciones obtenidas en el post-test y los datos obtenidos en el pre-test, lo que permite validar la proposición de que, si usamos heurísticas, entonces, la capacidad de resolución de problemas de los estudiantes de segundo año ha mejorado significativamente ($p < 0.05$). De esta manera es posible analizar y comparar los resultados relacionados con nuestra investigación, y considerando la similitud de los resultados, se puede mencionar que los métodos heurísticos han mejorado significativamente la capacidad para resolver problemas matemáticos.

Gutiérrez (2020) en su investigación se propuso demostrar que la aplicación de la heurística mejora el aprendizaje y por ende la resolución de problemas de matemática financiera, específicamente en alumnos del tercer semestre de la Escuela de Administración de la Universidad Cesar Vallejo. El tipo de estudio de carácter experimental con diseño cuasi experimental. La población muestra estuvo constituida 46 estudiantes. Para la recolección de datos se utilizó una prueba de aprendizaje de matemáticas financieras, verificada por cinco expertos y respaldada por el coeficiente de Kuder Richarson, con 0,76 de su fiabilidad. El grupo experimental que participó en la prueba previa de matemáticas financieras estaba en un nivel normal; el 50% estaba en un nivel regular; en las pruebas posteriores, el

64% estaba en un buen nivel. La prueba de U de Mann Withney evidenció un coeficiente estandarizado de 0,08, que es inferior a 0.05, lo que indica que la aplicación del programa ha mejorado de manera muy significativa el aprendizaje de las matemáticas financieras de los estudiantes del ciclo de gestión III.

Avendaño (2019) en la investigación realizada se planteó como objetivo, determinar la influencia positiva del uso del método Pólya en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la I.E. Manuel Gonzales Prada de Pauca. El tipo de investigación fue experimental de diseño pre experimental con un solo grupo. La población estuvo integrada por 115 estudiantes de educación secundaria; mientras que la muestra por 23 estudiantes del segundo grado de educación secundaria. El test de medición del nivel de solución de problemas, fue elaborado a partir del marco teórico, con cuatro dimensiones: familiarización con el problema, diseño de la estrategia de solución, ejecución de la estrategia y análisis del proceso. Se administró una prueba de forma individual y colectiva, la que fue validada por especialistas y se obtuvo la confiablidad de $\alpha = 0{,}875$. A partir de los datos obtenidos, se concluyó que el nivel de desarrollo de la solución de problemas antes del empleo del método Pólya en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la I.E. Manuel Gonzales Prada de Pauca, está en Básico; pues el 60,9 % de los estudiantes se ubican en este nivel, el 21,7% en Regular y el 17,4 en Deficiente.

Chauca (2018) en su investigación tuvo como propósito, realizar la Aplicación del Método Heurístico en la Enseñanza de la Matemáticas en la Facultad de Educación y Humanidades, especialidad Educación Inicial I ciclo de la UNS, en el 2016. Es una investigación aplicada con diseño cuasi experimental y se trabajó con una población y muestra de 80 estudiantes de la Facultad de Educación y Humanidades I ciclo de la UNS especialidad Educación Inicial I ciclo. Se administró el cuestionario de pre test y post test como instrumento para recolectar la información, el mismo que fue sometido a juicio de expertos para obtener su validez. Posteriormente, se hizo la prueba de t-student, en el cual se evidencia que aplicando el método heurístico en la enseñanza de la matemática mejoró con un nivel de confianza al 95% en el grupo experimental, respecto del grupo control, es decir, la mejora fue muy significativa, llegando a la conclusión de que antes de la aplicación del método heurístico en la matemática, ninguno de los alumnos del grupo control y grupo experimental alcanzaron rendimiento académico de nivel muy bueno. Sin embargo, después de la aplicación del método heurístico, ninguno de los alumnos del grupo control lograron alcanzar el rendimiento académico de nivel muy bueno; en cambio en el grupo experimental este nivel fue alcanzado por el 22,5% de estudiantes.

Guevara (2017) en su investigación realiza un estudio de la formación del estudiante en el aprendizaje de una rama de la Matemática, que constituye el objeto de estudio de la investigación, con la finalidad de diseñar y construir un Modelo Heurístico Divergente basado en la Teoría Heurística y el Pensamiento Divergente o Lateral, que permita el desarrollo de la creatividad ante situaciones problemáticas de la realidad. Visto de diversos ángulos; adquiriendo los conocimientos matemáticos por sí mismo, de tal manera que el tema que se va a aprender debe ser descubierto por el propio estudiante. El modelo indicado se encuentra justificado por el déficit en el desarrollo del Aprendizaje del Calculo Diferencial de los estudiantes del primer Ciclo 2016 - I de la Escuela de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Contables de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, lo que permitió que el estudiante exprese las dificultades en el aprendizaje del Cálculo Diferencial. Los resultados de la investigación indican que se construyó y aplico el Modelo Heurístico – Divergente para desarrollar el Aprendizaje del Cálculo Diferencial a los estudiantes del 1er Ciclo 2016-I de la Escuela Profesional de Economía de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, dando resultado positivo como lo demuestra el examen post test y el producto acreditable como logro alcanzado en su aprendizaje del Cálculo Diferencial.

Gutiérrez (2017) en su investigación titulada Efectos de la aplicación del método heurístico en el rendimiento académico de los estudiantes de la asignatura de Matemática - I de la Escuela de Administración - Facultad de Administración y Negocios Internacionales de la Universidad Alas Peruanas Lima - 2013, se formuló el siguiente problema ¿En qué medida la aplicación del método heurístico influye en el rendimiento académico de los estudiantes de la asignatura de matemática- I de la Escuela de Administración - Facultad de Administración y Negocios Internacionales de la Universidad Alas Peruanas Lima - 2013?. La investigación se realizó con 60 estudiantes pertenecían al I ciclo de la Escuela de Administración de la Facultad de Administración y Negocios Internacionales de la Universidad Alas Peruanas, constituido por 25 varones y 35 mujeres. La investigación concluye que se confirmó estadísticamente que el desarrollo de aplicación del método heurístico, mejora significativamente el rendimiento académico de los estudiantes de la asignatura de matemática-I de la Escuela de Administración - Facultad de administración y Negocios Internacionales de la Universidad alas Peruanas Lima - 2013.

Mamani y Villalta (2017) sus investigaciones se propusieron como objetivo general determinar en qué medida la aplicación del método heurístico de George Pólya mejorará el aprendizaje de resolución de problemas con las cuatro operaciones básicas en los estudiantes de sexto grado de primaria de la institución educativa Latinoamericano del distrito de Paucarpata - Arequipa 2016. El universo poblacional estuvo constituido por las 3 secciones con 62 estudiantes del sexto grado de primaria de la institución educativa Latinoamericano, del cual se tomó dos secciones “A” y “C”, cada sección con 20 estudiantes, la primera pasaría a ser la sección del grupo control y la segunda el grupo experimental. La investigación fue de tipo experimental con un diseño de investigación cuasi-experimental con pre y post-test, los datos fueron organizados a través de tablas y gráficos, trabajando la estadística descriptiva e inferencial. Concluyen que el método heurístico produce efectos positivos en el aprendizaje en los estudiantes.

Retamozo (2015) el tipo de investigación fue aplicada, el nivel evaluativo y el diseño pre-experimental, y la muestra no probabilística constituida por 120 estudiantes (varones y mujeres). En la investigación se asume que, en el contexto de la problemática de la enseñanza de la Matemática en el cuarto grado de Educación Secundaria, se evidenció que: la aplicación de las técnicas de resolución del problemas influyen significativamente en el rendimiento académico, con un nivel de asociación interdependiente entre las variables de 0,68 que corresponde a un nivel medio alto, con un grado significativo medio de efecto. En el nivel de comprensión del enunciado del problema de la aplicación de las técnicas de resolución de problemas y el rendimiento académico, el nivel de asociación interdependiente es de 0,68, que corresponde a un nivel medio alto con un grado significativo medio de efecto. En la concepción del plan, el nivel de asociación interdependiente es de 0,69, que corresponde a un nivel medio alto con un grado significativo medio de efecto. En el nivel de ejecución del plan, el nivel de asociación interdependiente es de 0,67, que corresponde a un nivel significativamente alto con un grado significativo medio de efecto. Y teniendo por recomendaciones: Establecer un sistema continuo y sistemático de difusión entre profesores y estudiantes en relación a las técnicas de resolución de problemas matemáticos; promover programas de capacitación y talleres de participación sobre las técnicas de resolución de problemas.

García, Moreno y Zavaleta (2017) en su trabajo de investigación Método de Polya para desarrollar la capacidad de resolución de problemas en los estudiantes de sexto grado en la Institución Educativa Experimental “Rafael Narváez Cadenillas”-Trujillo, 2016, utilizó muestreo no probabilístico a criterio del investigador, constituida por 64 estudiantes de sexto grado “A” y “B” que constituyeron el grupo experimental y el grupo control respectivamente. Como instrumento de recolección de datos se utilizó el test de evaluación (demostrando mis saberes matemáticos). Los resultados expresan que los estudiantes del grupo experimental han logrado desarrollar significativamente la capacidad de resolución de problemas, dado que participaron de manera activa en la realización de las sesiones de aprendizaje aplicando el método de Polya.

Julca (2015) el propósito de su investigación se ha centrado en demostrar que el uso del Método de Polya mejora en los estudiantes la capacidad de resolución de problemas en matemática. La investigación fue de tipo experimental de diseño cuasi experimental con grupos experimental y control aplicando. Se llegó a la conclusión que la escala de calificación en la capacidad de resolución de problemas en los alumnos de la muestra de estudios, antes del uso de Método de Polya, se encontraban en una escala de calificación Inicio como se demuestra en la Media Aritmética con 4,25; Varianza de 1,098; Desviación Estándar de 1,048 y el Coeficiente de Variabilidad de 24 %. La aplicación del método de Polya permitió mejorar la capacidad de resolución de problemas en los alumnos del grupo experimental. Al aplicar la prueba T de student, en los resultados obtenidos después de la aplicación de la propuesta, se evidencia una ganancia de 9,46 puntos en los datos del pre y post test; con lo que se comprueba la validez de su hipótesis.

1.2.3 A nivel regional

Coanqui (2018) realizó su trabajo de investigación titulado estrategias heurísticas para la resolución de situaciones problemáticas en los estudiantes del cuarto grado, ciclo avanzado del centro de educación básica alternativa Santa Adriana de la ciudad de Juliaca – Puno 2017. Se trata de una investigación de naturaleza explicativa y se ha ejecutado con el único propósito de determinar como la aplicación de las estrategias heurísticas mejora la capacidad de resolución de problemas matemáticos de los alumnos del cuarto grado del Centro de Educación Básica Alternativa Santa Adriana de la ciudad de Juliaca. La información que se recogió estadísticamente, utilizando herramientas de la estadística para analizar los resultados de ambas pruebas pre test y post test, y estadística inferencial para hallar la diferencia de los puntajes medios de ambos grupos de estudio antes y después de la aplicación de las estrategias heurísticas. Y se observó que el 68% promedio de los estudiantes del cuarto grado A y B (grupo de control y experimental) tienen una escala de valoración de 14 a 17, en donde se evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado ubicadas en un nivel de logro previsto con tendencia a logro destacado; lo que antes de la aplicación era muy bajo. La investigación demuestra que la aplicación de estrategias heurísticas influye significativamente y mejora la capacidad de resolución de problemas matemáticos.

Según, Hancco (2012) realizó en su trabajo de investigación titulado, método heurístico en la capacidad de resolución de problemas de ecuaciones algebraicas en los estudiantes del según grado de la institución educativa secundaria Comercial N°45 Puno - 2012. Tuvo como objetivo determinar la influencia del método heurístico en la capacidad de resolución de problemas de ecuaciones algebraicas en los estudiantes de segundo grado de dicha Institución. La investigación es de tipo experimental, diseño cuasi experimental con pre test, post test y grupo de control, se trabajó en la misma ciudad de Puno. Llegaron a la siguiente conclusión es que la aplicación de método heurístico influye positivamente en la capacidad de resolución de problemas de ecuaciones algebraicas.

Flores (2019) tiene por objetivo determinar la aplicación de estrategia heurística para el logro de la competencia resolución de problemas en estudiantes del quinto grado de la institución educativa secundaria Politécnico Huáscar Puno - 2019.

Dicha investigación corresponde al tipo de investigación experimental con el diseño cuasi experimental, el tipo de muestreo utilizado fue no probabilístico considerando las secciones B y C del quinto grado siendo el grupo experimental de 18 estudiantes de sección B y de sección C de 15 estudiantes el grupo de control. Los instrumentos para recoger datos sobre el logro de competencia resolución de problemas fue a través de Pre y Post Test y los datos fueron procesados utilizando la prueba de diferencia de medias con distribución normal T calculada (TC). El resultado que se obtuvo, en la prueba de pre test los estudiantes del grupo control obtuvieron una media de 6.47 mientras el grupo experimental 7.83 así también en el post test los estudiantes de grupo control obtuvieron una media de 8.53 y grupo experimental 17.53, esto indica que la estrategia heurística para el logro de competencia resolución de problemas influye significativamente en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas de matemática.

CAPÍTULO II

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Identificación del problema

De acuerdo con el desarrollo científico que se vive actualmente, uno de los aspectos que más debe llamar la atención en la educación superior universitaria es el trabajo de los estudiantes de ingeniería, quienes enfrentan problemas en la conexión entre la escuela media y la educación superior, lo que afecta en gran medida la enseñanza de las matemáticas. Esto requiere un dominio suficiente de conocimientos y habilidades previas para poder afrontar con éxito los nuevos contenidos matemáticos.

Los problemas habituales son: falta de dominio de los conceptos básicos y abstracción de sus formas, falta de habilidad para analizar y resolver problemas, aplicación y desarrollo insuficiente de la capacidad creativa.

Los estudiantes de ingeniería tienen algunos problemas relacionados con la aplicación del cálculo en su aprendizaje. Se ha observado que una de las razones que afecta en el aprendizaje de la aplicación del cálculo en la ingeniería relacionada es la resolución de problemas.

En la mayoría de los casos, los docentes del área de matemática, especialmente en el cálculo diferencial utilizan métodos basados en la exposición, siendo el énfasis la explicación, generando comportamientos pasivos y repetitivos en los estudiantes. Debido al uso excesivo o exclusivo de métodos expositivos, los estudiantes aprenden de manera mecánica, sin comprender y aplicar los contenidos abordados en las sesiones de aprendizaje, generando bajos niveles cognitivos en el aprendizaje. Con la ejecución de la investigación se busca generar soluciones alternativas para optimizar el aprendizaje en el cálculo diferencial, basado en la heurística en estudiantes de ingeniería de la Universidad Nacional Altiplano, a fin de optimizar y desarrollar niveles cognitivos superiores basados en la comprensión, que posibiliten aprendizajes significativos y pertinentes a la profesión que están siguiendo los estudiantes.

2.2 Enunciados del problema

La investigación estuvo orientada por las siguientes interrogantes:

2.2.1 Problema general

¿De qué manera influye la aplicación del método heurístico en el aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno?

2.2.2 Problemas específicos

- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingenierías en el curso de cálculo diferencial, antes de la aplicación del método heurístico en el grupo control y experimental?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingenierías en el curso de cálculo diferencial, después de la aplicación del método heurístico en el grupo control y experimental?

2.3 Justificación

La investigación motivo del presente informe, tiene sentido porque nos permitió evaluar la eficacia de la aplicación de la heurística en el aprendizaje del curso de cálculo diferencial, puesto que, los docentes que desarrollaron el curso en ciclos anteriores obtuvieron promedios relativamente bajos, utilizando casi única y exclusivamente estrategias didácticas basadas en la exposición, hecho que es de conocimiento de los estudiantes, docentes y autoridades académicas en las Escuelas Profesionales de Ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano.

El método heurístico permite encontrar soluciones alternativas a algunas soluciones que ayuden a mejorar la capacidad de resolución de problemas de cálculo diferencial en los estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional Altiplano en un tiempo razonable, permitiendo el desarrollo de la comprensión y aplicación de lo aprendido.

Considerando las ventajas del uso del método heurístico en relación a otros métodos didácticos, entre algunas de ellas se tienen: permite el desarrollo de la comprensión del concepto matemático, desarrolla el razonamiento, se basa en el uso de reglas empíricas, su aplicación es muy sencilla, ahorra tiempo y energía

Además, la aplicación del método heurístico permite el desarrollo del aprendizaje autónomo en los estudiantes, pues ayuda a lograr la independencia cognitiva, así como incorporar los conocimientos existentes en los nuevos conocimientos, produciéndose de esta forma el aprendizaje significativo del curso de cálculo diferencial, en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano.

2.4 Objetivos

2.4.1 Objetivo general

Determinar el efecto de la aplicación del método heurístico en el aprendizaje del curso de cálculo diferencial, en los estudiantes de Ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno.

2.4.2 Objetivos específicos

- Comparar los niveles de aprendizaje de los estudiantes de ingenierías en el curso de cálculo diferencial, antes de la aplicación del método heurístico en el grupo control y experimental.
- Comparar los niveles de aprendizaje de los estudiantes de ingenierías en el curso de cálculo diferencial, después de la aplicación del método heurístico en el grupo control y experimental.

2.5 Hipótesis

Como respuestas tentativas a las interrogantes que orientaron la investigación, se formularon las siguientes hipótesis:

2.5.1 Hipótesis general

La aplicación del método heurístico mejora significativamente el aprendizaje del curso de cálculo diferencial en los estudiantes de Ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano – Puno

2.5.2 Hipótesis específicas

- El nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingenierías en el curso de cálculo diferencial antes de la aplicación del método heurístico es bajo con tendencia a ser regular en el grupo control y experimental.

- El nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingenierías en el curso de cálculo diferencial, después de la aplicación del método heurístico en el grupo experimental es significativamente superior al del grupo control.

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 Lugar de estudio

El trabajo de investigación se realizó en estudiantes de las Escuelas profesionales de Ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano, que se encuentra ubicada en El distrito, Provincia y Región Puno, siendo su sede la ciudad universitaria, cuya dirección es la Avenida Sesquicentenario Nº 1150 de la ciudad de Puno.

3.2 Población

Para Martínez (2012) la población o universo es un conjunto de unidades o elementos que presentan una característica común; también se le considera como un conjunto de medidas. Si la característica observada ha sido medida, recibe el nombre de variable continua; si, por el contrario, tan solo se hace el recuento se le denomina atributo o puede ser una variable discreta.

La población de la investigación estuvo constituida por 373 estudiantes de las Escuelas Profesionales de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano y que representa al 100%. Para la recolección de los datos se utilizó el tipo de muestreo probabilístico estratificado, conformado por 90 estudiantes, cuyas cifras se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 1
Estudiantes matriculados en el curso de cálculo diferencial en las Escuelas Profesionales de Ingenierías de la UNA Puno 2020-II

Escuelas Profesionales	Estudiantes Matriculadosen Cálculo Diferencial o Análisis Matemático I	Porcentaje e Matriculados (%)
Ingeniería Civil	54	14,48%
Ingeniería Mecánica Eléctrica	38	10,19%
Ingeniería de Sistemas	28	7,51%
Ingeniería Electrónica	29	7,77%
Ingeniería de Minas	48	12,87%
Ingeniería Agrícola	16	4,29%
Ingeniería Agroindustrial	21	5,63%
Ingeniería Química	43	11,53%
Ingeniería Metalúrgica	14	3,75%
Ingeniería Geológica	24	6,43%
Ingeniería Estadística e Informática	19	5,09%
Ingeniería Topográfica	39	10,46%
TOTAL	**373**	**100.00%**

Fuente**:** Nómina de matrículas UNA-Puno, 2020-II

3.3 Muestra

Para Martínez (2012) la muestra o investigación parcial se define como un conjunto de medidas pertenecientes a una parte de una población o sub conjunto de elementos, que resultan de la aplicación de algún proceso, generalmente de selección aleatoria, con el objeto de investigar todas o parte de las características de estos elementos.

Para la obtención de la muestra, se realizó el muestro probabilístico (muestreo aleatorio estratificado)

Obtención del tamaño de muestra

Para determinar el de la muestra se ha utilizado la siguiente fórmula:

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2 N}{e^2 (N-1) + Z^2 \sigma^2}$$

Donde:

n = el tamaño de la muestra

N = tamaño de la población.

σ = Desviación estándar de la población

Z = Valor obtenido mediante niveles de confianza

e = Límite aceptable de error muestral

Los datos para determinar el tamaño de la muestra fueron:

N = 373

σ = 0,5

Z = 1,96 (nivel de confianza al 95%)

e = 0,05

Realizando los cálculos al reemplazar los datos en la fórmula se obtuvo el tamaño de la muestra.

$$n = \frac{(1{,}96)^2(0{,}5)^2(373)}{(0{,}09)^2(373-1)+(1{,}96)^2(0{,}5)^2}$$

$$n = \frac{(3{,}8416)(0{,}25)(373)}{(0{,}0081)(372)+(3{,}8416)(0{,}25)}$$

$$n = \frac{358{,}2292}{3{,}0081+0{,}9604}$$

$$n = \frac{358{,}2292}{3{,}9685}$$

$$n = 90{,}268161774$$

$$n = 90$$

El tipo de muestreo: Considerando a la población de cada Escuela Profesional de Ingeniería como un estrato, el tipo de muestreo realizado es el muestreo probabilístico estratificado, que según (Hernández y Mendoza 2018) la población se divide en segmentos y se selecciona una muestra para cada segmento, de manera proporcional o no proporcional. Para efectos de la presente investigación, la muestra seleccionada fue proporcional para cada estrato.

Tabla 2
Codificación del número de estudiantes matriculados en calculo diferencial en las escuelas profesionales de ingenierías de la UNA Puno 2020-II

CODIF.	Escuelas Profesionales	Estudiantes Matriculados en ´cálculo diferencial o análisis matemático I
1	Ingeniería Civil	54
2	Ingeniería Mecánica Eléctrica	38
3	Ingeniería de Sistemas	28
4	Ingeniería Electrónica	29
5	Ingeniería de Minas	48
6	Ingeniería Agrícola	16
7	Ingeniería Agroindustrial	21
8	Ingeniería Química	43
9	Ingeniería Metalúrgica	14
10	Ingeniería Geológica	24
11	Ingeniería Estadística e Informática	19
12	Ingeniería Topográfica	39
	TOTAL	**373**

Fuente: Registro de matrícula de estudiantes

Tabla 3
Estudiantes seleccionadas para el tamaño de muestra en el curso de cálculo diferencial en las Escuelas Profesionales de Ingenierías de la UNA Puno 2020-II

Muestra	CODIF.	Escuela Profesional	N° Estudiantes
Grupo Experimental	9	Ingeniería Metalúrgica	14
	5	Ingeniería de Minas	41
Grupo Control	6	Ingeniería Agrícola	16
	11	Ingeniería Estadística e Informática	19
		TOTAL	**90**

Fuente: Registro de matrícula de estudiantes.

3.4 Método de investigación

La investigación motivo de este informe presenta las siguientes características:

3.4.1 Según el enfoque

La investigación según el enfoque que se asume corresponde al cuantitativo que, para Valderrama y Jaime (2019) se caracteriza porque se realiza desde la perspectiva externa del investigador, empleando el método deductivo, ya que parte de evidencias previamente establecidas como principios generales para luego aplicarlos a casos particulares y comprobar las hipótesis sobre la base de datos numéricos. Los datos reales permiten describir, explicar y predecir el comportamiento de las variables, además utiliza procedimientos estadísticos para contrastar las hipótesis en la investigación, con lo cual se generaliza los resultados en el marco de las teorías científicas que lo fundamentan, a partir de datos muestrales.

3.4.2 Tipo de investigación

El tipo de investigación según la estrategia seguida es de carácter experimental, que según Cohen y Manion (2012) el rasgo esencial de la investigación experimental es que el investigador deliberadamente controla y manipula las condiciones que determinan los hechos en los que está interesado. Un experimento consiste en hacer un cambio en el valor de una variable independiente y observar el efecto en otra variable llamada dependiente. En la investigación la variable independiente es el método heurístico y la variable dependiente es el aprendizaje en el curso de cálculo diferencial en estudiantes de las Escuelas Profesionales de Ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano.

3.4.3 Diseño de la investigación

El diseño asumido en la investigación es cuasi experimental con pre y post prueba, ya que según Bisquerra (2019) la razón más corriente que no permite usar un diseño experimental propiamente dicho es la imposibilidad de asignar al azar los sujetos a los grupos experimental y control, puesto que las secciones de estudiantes ya están constituidas por las Escuelas Profesionales, en las que el investigador no puede establecer aleatoriamente los grupos de estudiantes.

Ary, et al., (1996) propusieron el siguiente esquema para el diseño cuasiexperimental en "Introducción a la investigación docente”, la que se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 4
Esquema para el diseño cuasi experimental con pre y post prueba

Grupos	Prueba de Entrada	Variable Independiente	Prueba de Salida
Grupo Experimental (GE)	Y_1	X	Y_2
Grupo Control (GC)	Y_1	---	Y_2

Fuente: Ary, Cheser y Asghar (1996). Introducción a la investigación docente

Donde:

G.E. = Grupo Experimental

G.C. = Grupo Control

Y_1 = Prueba de Entrada

X = Tratamiento Experimental

Y_2 = Prueba de Salida.

3.5 Descripción detallada de métodos por objetivos específicos

3.5.1 Técnicas e instrumentos de investigación

Técnica de investigación: Se ha seleccionado la técnica del examen, que según Sánchez y Reyes (2015) se emplean básicamente para recoger información sobre el nivel de conocimiento, aprendizaje, logros académicos o logros de aprendizaje de los estudiantes o sujetos evaluados con determinados propósitos.

Instrumento de recolección de datos: El instrumento de investigación utilizado para la recolección de datos de la variable dependiente fue la prueba de conocimientos, que según Córdova (2019) sirve para medir el nivel de conocimiento adquirido por una persona, en este caso por el estudiante de ingeniería, en el curso de cálculo diferencial. En la investigación se utilizó la prueba de entrada y salida, tanto en el grupo de control y el grupo experimental; además se utilizó el registro de evaluación de los aprendizajes.

3.5.2 Validez y confiabilidad de los instrumentos

Las pruebas de entrada y salida han sido validadas por tres destacados docentes universitarios mediante el juicio de expertos, utilizando el criterio de validez de contenido, referido a los siguientes indicadores: claridad, objetividad, actualidad, organización, suficiencia, intencionalidad, consistencia, coherencia, metodología y pertinencia, los cuales han sido considerados por los expertos como adecuados para la recolección de datos y por tanto evidencian la validez de contenido.

En cuanto a la confiabilidad, el instrumento ha sido aplicado a un grupo piloto de 10 estudiantes, que luego de ser procesadas han sido corregidas para la aplicación a la muestra de la investigación. Con esta finalidad se utilizó el Alpha de Cronbach o coeficiente de consistencia interna, que, según Hernández, *et al.*, (2014) sus valores oscilan entre cero y uno, donde un coeficiente de cero (0) significa nula confiablidad y uno (1) representa un máximo de confiablidad. El coefiente alfa de crombach para esta investigación fue de 0,85, que indica que la prueba tiene la confiabilidad aceptable para la recolección de datos. La ficha de validación se adjunta en el anexo de este informe.

3.5.3 Material experimental de la investigación

Para la aplicación del método heurístico en el aprendizaje del curso de cálculo diferencial en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano, se han utilizado los siguientes materiales: Los instrumentos de recolección de datos:

- Prueba de entrada
- Prueba de salida
- Sesiones de aprendizaje, en un número de ocho.
- Guías de aprendizaje, en un número de ocho.

3.5.4 Prueba estadística inferencial para contrastar hipótesis

Para la contrastación de hipótesis se ha utilizado la prueba estadística de Wilcoxon, lo cual permite probar si hay diferencias en el nivel de aprendizaje en el curso de cálculo diferencial en estudiantes de ingeniería de la Universidad nacional del Altiplano. Para que se acepte la hipótesis alterna el resultado Sig. Asintót. debe ser menor al 0,05.

3.5.5 Operacionalización de variables

Tabla 5
Indicadores de evaluación y ejecución de proyecto de investigación

Variables	Dimensiones	Indicadores	Escalas
Variable Independiente Método heurístico	• Comprende • Panifica • Ejecuta • Examina	• Comprende el problema • concebir el plan • Ejecuta el plan • Examina la solución obtenida	
Variable dependiente Aprendizaje de Cálculo diferencial.	• Aprendizaje conceptual	• Definiciones, propiedades y teoremas del cálculo diferencial	Vigesimal de 0-20 **Logro:** [15 - 20] **Proceso:** [11 – 14] **Inicio:** [01 – 10]
	• El aprendizaje contenidos procedimentales del cálculo diferencial.	• Resuelve ejercicios del cálculo diferencial. • Plantea y resuelve problemas del cálculo diferencial. • Aplica el cálculo diferencial en el contexto profesional	
	• El aprendizaje contenidos actitudinales de cálculo diferencial.	• Valora el aprendizaje y las aplicaciones cálculo • Diferencial en el contexto profesional y matemático	

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se presentan los resultados y la discusión con investigaciones similares o relacionadas a fin de establecer similitudes y diferencias, los resultados se presentan en tablas y figuras que se muestran en las siguientes páginas. El estudio tiene como resultados obtenidos del uso del método heurística en el aprendizaje del método heurístico en el aprendizaje del cálculo diferencial en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno

Para determinar las capacidades de logro de aprendizaje de la población de estudiantes; se tomaron aleatoriamente dos secciones de ingenierías, un grupo experimental de 55 estudiantes y 31 estudiantes del grupo de control. Se aplicó la prueba de entrada a ambos grupos cuyos resultados se organizan de acuerdo a las escalas y niveles de aprendizaje para luego establecer las comparaciones de sus calificativos de cada grupo. A continuación, el análisis y la explicación de los resultados obtenidos en la prueba de entrada se estableció medidas de tendencia central que permite analizar, interpretar y evaluar el efecto de la estrategia heurística para el logro de competencia de aprendizaje de matemática.

4.1 Resultados de la prueba de entrada y salida del grupo control

Tabla 6
Resultados de la prueba de entrada del grupo control

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Inicio	16	51,6	51,6	51,6
	Proceso	13	41,9	41,9	93,5
	Logro	2	6,5	6,5	100

Total	31	100	100

Fuente: Prueba de entrada aplicada al grupo control

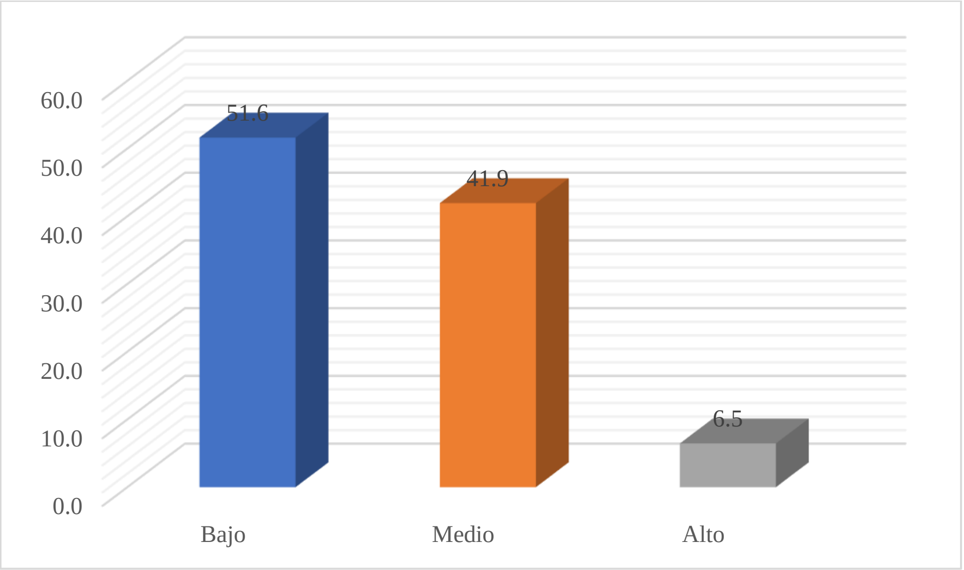


Figura 1. Resultados de la prueba de entrada del grupo control
Fuente: Tabla 6

Observando los resultados presentado en la tabla 6 y figura 1**,** se tiene:

De 31 estudiantes que representan al 100% de integrantes del grupo control, se obtuvo:

- 16 estudiantes que equivale al 51,6% se encuentran en el nivel de inicio de aprendizaje, cuyos promedios en el curso de cálculo diferencial oscilan entre 01 y 10 puntos en la escala vigesimal de evaluación
- 13 estudiantes que equivale al 41,9, % se encuentran en el nivel de proceso de aprendizaje, cuyos promedios en el curso de cálculo diferencial oscilan entre 11 y 14 puntos en la escala vigesimal de evaluación.
- 2 estudiantes que equivale al 6,5% se encuentran en el nivel de logro de aprendizaje, cuyos promedios en el curso de cálculo diferencial oscilan entre 15 y 20 puntos en la escala vigesimal de evaluación.

En síntesis, el 51,6% de estudiantes del grupo control se encuentran en condición de desaprobados con promedios menores o iguales a 09 en la escala vigesimal y sólo el 48,4% son considerados como aprobados con promedios iguales o superiores a 11 puntos en la escala vigesimal de evaluación. Estos resultados indican que es necesario implementar el uso de métodos activos en el aprendizaje del curso de cálculo diferencial, a fin de superar los bajos niveles de aprendizaje evidenciados en la prueba de entrada.

Tabla 7
Resultados de la Prueba de salida en estudiantes del grupo control

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Inicio	12	38,7	38,7	38,7
	Proceso	17	54,8	54,8	93,5
	Logro	2	6,5	6,5	100
	Total	31	100	100	

Fuente: Resultados de la prueba de salida en estudiantes del grupo control

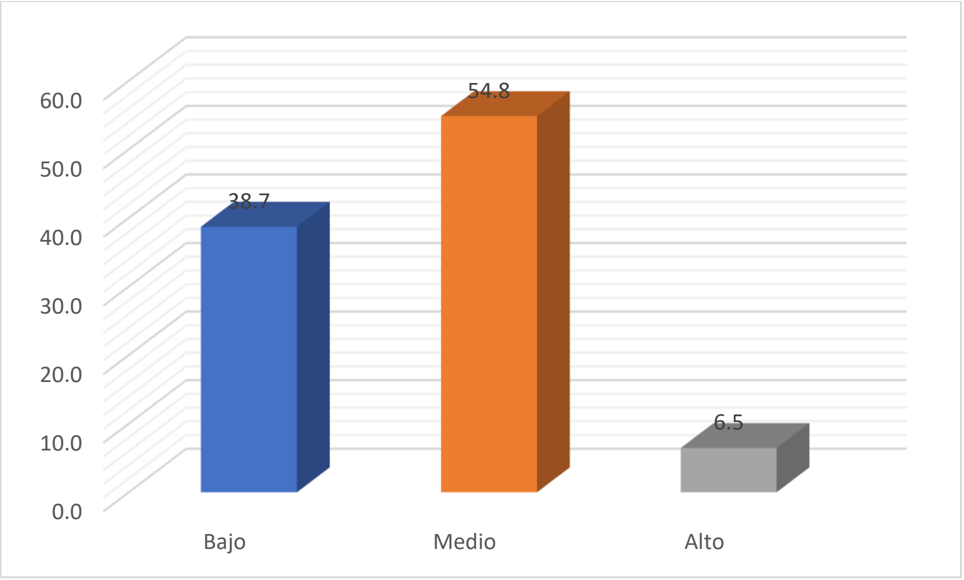


Figura 2. Resultados de la prueba de salida en estudiantes del grupo control
Fuente: Tabla 7.

Observando los resultados presentado en la tabla 7 y figura 2**,** se tiene: de 31 estudiantes que representan al 100% de integrantes del grupo control, se obtuvo:

- 12 estudiantes que equivale al 38,7% se encuentran en el nivel de inicio de aprendizaje, cuyos promedios en el curso de cálculo diferencial oscilan entre 01 y 10 puntos en la escala vigesimal de evaluación
- 17 estudiantes que equivale al 54,8 % se encuentran en el nivel de proceso de aprendizaje, cuyos promedios en el curso de cálculo diferencial oscilan entre 11 y 14 puntos en la escala vigesimal de evaluación.

- 2 estudiantes que equivale al 6,5% se encuentran en el nivel de logro de aprendizaje, cuyos promedios en el curso de cálculo diferencial oscilan entre 15 y 20 puntos en la escala vigesimal de evaluación.

En síntesis, el 61,6% de estudiantes del grupo control se encuentran en condición de aprobados con promedios mayores o iguales a 11 en la escala vigesimal y sólo el 38,7% son considerados como desaprobados con promedios iguales o menores a 10 puntos en la escala vigesimal de evaluación. Estos resultados indican que es necesario implementar el uso de métodos activos en el aprendizaje del curso de cálculo diferencial, puesto que han sido orientados con métodos basados en la exposición – dialogo, a fin de superar los bajos niveles de aprendizaje evidenciados en la prueba de salida de estudiantes del grupo control.

4.2 Resultados de la prueba de entrada y salida del grupo experimental

En esta sección se presentan los resultados de la prueba de entrada y salida del grupo experimental

Tabla 8
Prueba de entrada

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Inicio	11	57,9	57,9	57,9
	Proceso	7	36,8	36,8	94,7
	Logro	1	5,3	5,3	100,0
	Total	19	100,0	100,0	

Fuente: prueba de entrada aplicado a estudiantes del grupo experimental

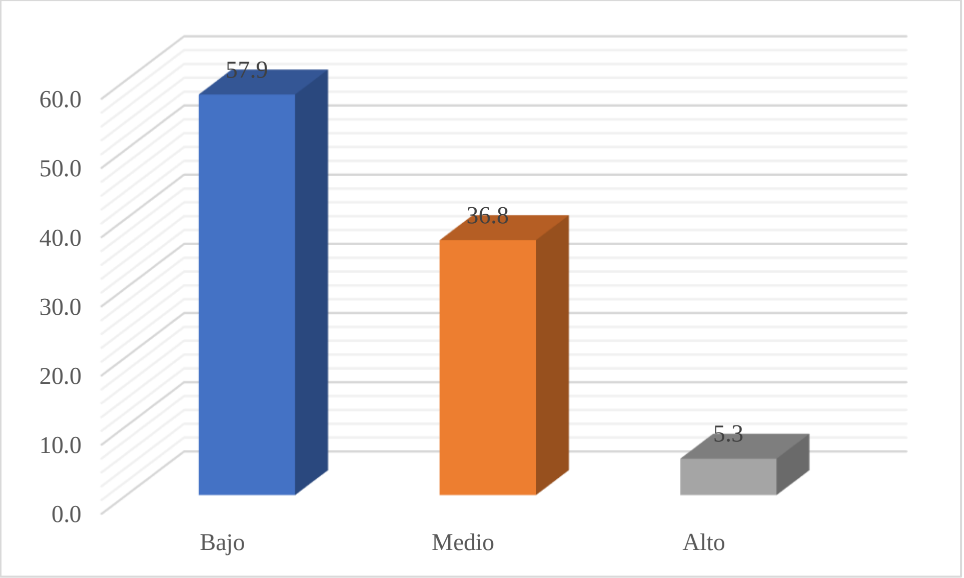


Figura 3. Prueba de entrada aplicado a estudiantes del grupo experimental
Fuente: Tabla 8.

En la tabla 8 y figura 3 referido a los resultados de la prueba de entrada del grupo experimental, se observa que, de un total de 19 estudiantes que equivale al 100% de la muestra, se destaca que:

- 11 estudiantes que equivale a un 57,9 % se encuentran en inicio de aprendizaje, cuyas calificaciones varían de 01 a 10 puntos en la escala vigesimal de evaluación

- 7 estudiantes que representa a 36,8% se encuentra en proceso de aprendizaje, cuyas calificaciones varían entre 11 a 14 puntos en la escala vigesimal de evaluación

- Solo un estudiante que equivale a 5,3% se ubica en el nivel de logro de aprendizaje en la prueba de entrada.

En síntesis, se puede afirmar que, el 57,9% de estudiantes del grupo experimental se encuentran en inicio de aprendizaje, que en la escala de evaluación vigesimal son considerados como desaprobado y 42,1% de estudiantes del grupo de control se ubican en las categorías de proceso y logro de aprendizaje, que en el sistema de evaluación vigesimal son considerados como aprobados.

Los resultados indican que el porcentaje de estudiantes aprobados es menor que el de desaprobados, por lo que se requiere utilizar estrategias participativas en el desarrollo del curso de cálculo diferencial.

Tabla 9

Resultados de la prueba de salida del grupo experimental

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Inicio	0	0,0	0	0
	Proceso	0	0,0	0	0
	Logro	19	100,0	100	100
	Total	19	100.0	100	

Fuente: prueba de salida aplicado a estudiantes del grupo experimental

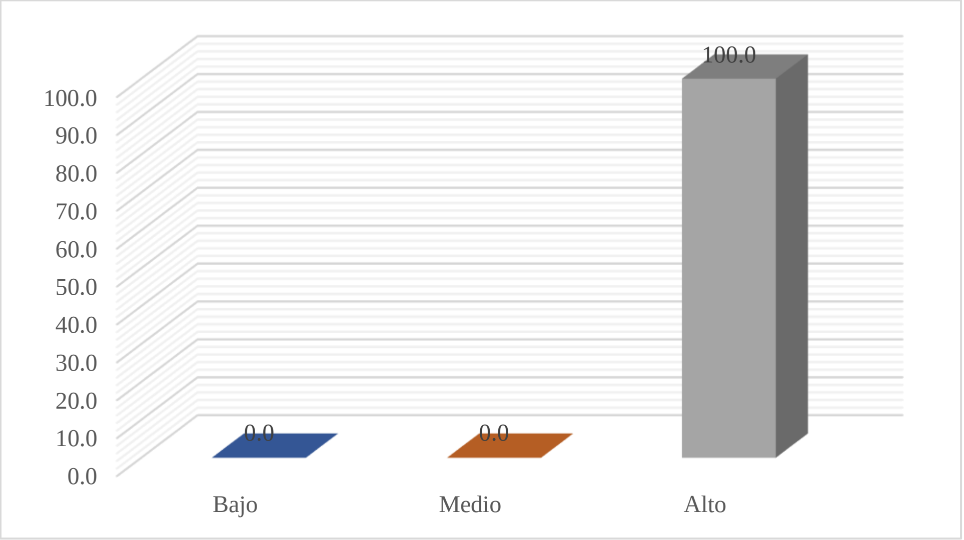


Figura 4. Prueba de salida

Fuente: Prueba de salida aplicado a estudiantes del grupo experimental

En la tabla 9 y figura 4 referido a los resultados de la prueba de salida del grupo experimental, se observa que, de un total de 19 estudiantes que equivale al 100% de estudiantes del grupo experimental, se ubican en el nivel de logro del aprendizaje, cuyos resultados varían entre 15 y 20 puntos en la escala vigesimal de evaluación. No hay ningún estudiante en los niéveles de inicio y proceso de aprendizaje.

Los resultados revelan que, los estudiantes del grupo experimental han mejorado notablemente en sus aprendizajes en el curso de cálculo diferencial, con el uso del método heurístico, en comparación con los estudiantes del grupo experimental, puesto que el 100% de estudiantes han aprobado la prueba de salida con calificaciones de 15 a más puntos en la escala vigesimal de evaluación.

4.3 Contrastación de hipótesis de la investigación

Para la contrastación de hipótesis de la investigación se ha procedido siguiendo el siguiente protocolo:

a. Formulación de hipótesis estadística

H_o La aplicación del método heurístico no mejora el aprendizaje del cálculo diferencial, en los estudiantes de Ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano – Puno

H_1 La aplicación del método heurístico mejora el aprendizaje del cálculo diferencial en los estudiantes de Ingeniería de la Universidad Nacional del Altiplano – Puno

b. Validación de hipótesis

Para la validación de la hipótesis se ha utilizado la siguiente tabla:

Tabla 10
Validación de hipótesis general

Categoría		N	Categoría promedio	Sumatoria de Categoría
método heurístico – calculo diferencial	Categoría negativos	52[a]	5,50	55,00
	Categoría positivos	0b	,00	,00
	Similitud	15c		
	Total	67		

a. Método heurístico < calculo diferencial

b. Método heurístico > calculo diferencial

c. Método heurístico = calculo diferencial

c. Estadística de contraste

Para contrastar la hipótesis se ha utilizado una prueba estadista que se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 11
Estadística de contrasteb

	Método heurístico – calculo diferencial
Z	-3,162[a]
Sig. asintót. (bilateral)	,002

a. Basado en las categorías positivas.
b. Prueba de las categorías con signo de Wilcoxon
c. Criterio de decisión

Para la toma de decisión se ha utilizado la prueba Willcoxon, lo cual permite probar si hay diferencias en el nivel de aprendizaje en el curso de cálculo diferencial en estudiantes de ingeniería de la Universidad nacional del Altiplano. Para que se acepte la hipótesis alterna el resultado Sig. Asintót. debe ser menor al 0,05. En el estudio el nivel es superior a 0,01, lo que evidencia que existe diferencia entre la aplicación del método heurístico y el método convencional o expositivo en el aprendizaje del cálculo diferencial, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna.

d. Contrastación de hipótesis especifica 1

En esta sección se ha seguido el mismo proceso que en el anterior acápite**.**

1º Planteamiento de hipótesis:

H^0: Los niveles de aprendizaje de los estudiantes de ingenierías en el curso de cálculo diferencial, antes de la aplicación del método heurístico no son homogéneos en ambos grupos.

.**H^1:** Los niveles de aprendizaje de los estudiantes de ingenierías en el curso de cálculo diferencial, antes de la aplicación del método heurístico son homogéneos en ambos grupos.

Tabla 12
Validación de hipótesis especifica 1

Categoría		N	Categoría promedio	Sumatoria de Categoría
Niveles de aprendizaje - método heurístico son	Categoría negativos	52a	5,00	45,00
	Categoría positivos	0b	,00	,00

homogéneos	Similitud	13c
	Total	65

a. Niveles de aprendizaje < método heurístico son homogéneos

b. Niveles de aprendizaje > método heurístico son homogéneos

c. Niveles de aprendizaje = método heurístico son homogéneos

Tabla 13
Estadística de contraste b

	Niveles de aprendizaje - método heurístico son homogéneos
Z	-3,000a
Sig. asintót. (bilateral)	,003

a. Basado en las categorías positivos.

b. Prueba de los categorías con signo de Wilcoxon

La prueba estadística de Willconxon permite probar si hay diferencias en el nivel de aprendizaje en el curso de cálculo diferencial en estudiantes de ingeniería de la Universidad nacional del Altiplano. Para aceptar la hipótesis alterna el resultado Sig. Asintót. debe ser menor al 0,05, en el estudio el nivel es superior a 0,03,lo que permite afirmar que, existe diferencias significativas entre los niveles de aprendizaje logrados por los estudiantes en el pre test y post test, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna.

c Contrastación de la hipótesis especifica 2

Para lo cual se ha procedido igual que en la hipótesis anterior

H^0: No existe diferencias significativas en los niveles de aprendizaje de los estudiantes de ingenierías en el curso de cálculo diferencial, después de la aplicación del método heurístico en el grupo control

H^1: Existe diferencias significativas en los niveles de aprendizaje de los estudiantes de ingenierías en el curso de cálculo diferencial, después de la aplicación del método heurístico en el grupo control

Tabla 14
Validación de hipótesis especifica 2

Categoría				
		N	Categoría promedio	Sumatoria de Categoría
niveles de aprendizaje - método heurístico	Categoría negativos	54[a]	6,00	66,00
	Categoría positivos	0[b]	,00	,00
	Similitud	11[c]		
	Total	65		

a. niveles de aprendizaje < método heurístico
b. niveles de aprendizaje > método heurístico
c. niveles de aprendizaje = método heurístico

Tabla 15
Estadística de contrasteb

	Niveles de aprendizaje - método heurístico
Z	-3,317[a]
Sig. asintót. (bilateral)	,001

a. Basado en las categorías positivas.

b. Prueba de la categoría con signo de Wilcoxon

Es asi que la prueba Willconxon permite probar si hay diferencias en el nivel, para se acepte la hipotesis alterna el resultato Sig. Asintót. Debe ser menor al 0,05, en nuestro estudio el nivel esta sobre 0,01, por lo que existe diferencia entre el conocimiento de la valoración ambiental del pre test y la valoración ambiental post test, por lo que se rechaza la hipotesis nula y se acepta la hipotesis alterna.

4.2 Discusión

El método heurístico propone una estrategia educativa que permite desarrollar en los estudiantes sus habilidades investigativas, constructivas, innovadoras e innovadas, determinando así su propio desarrollo de aprendizaje, y también puede ser utilizado en la interacción y planificación. Debido a estos indicadores la enseñanza y aprendizaje están relacionados, por lo que debe ser socializado y ser eficaz, formando un ambiente amigable y enriquecedor entre profesores y estudiantes.

El método heurístico promueve el aprendizaje del curso de cálculo diferencial en los estudiantes, ya que es apropiado y relevante, pues permite aprender los conocimientos matemáticos en el entorno social y laboral, lo cual posibilita internalizar sus aprendizajes en los estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano, convirtiéndose así en un aprendizaje duradero y significativo

Los estudiantes de Ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano deben descubrir su propio proceso de aprendizaje y encontrar procedimientos que conduzcan a la resolución y afrontamiento de diversos problemas de modelización matemática que requiere de cálculo diferencial e integral.

En el cambiante proceso de aprendizaje de los estudiantes universitarios, el docente facilita y va orientando las actividades e ideas creativas que se llevan a cabo en el aula, donde el docente y estudiante constituyen un binomio integrado e interactivo, haciendo que el proceso sea heurístico y es consistente, que fomente la creatividad e innovación del pensamiento divergente o lateral de los estudiantes.

En el área de los conocimientos matemáticos, los estudiantes deben estar inmersos en su propio aprendizaje, por lo que deben aumentar de manera gradual, paulatina y acumulativa sus conocimientos, para ello los estudiantes deben estar dispuestos a aprender a lo largo de sus vidas. Este es precisamente el objetivo básico de esta investigación, especialmente en el estudio y aprendizaje del cálculo diferencial.

Los estudiantes deben concebir la matemática como objeto de enseñanza y aprendizaje, es decir, deben investigar y desarrollar las actividades establecidos en cada unidad de aprendizaje, o tener la visión de construir activamente sus conocimientos con la ayuda y supervisión del docente

Las conclusiones de esta investigación son coincidentes con las de García, Moreno y Zavaleta (2017), cuyos resultados permiten constatar que los estudiantes del grupo experimental han desarrollado activamente habilidades de resolución de problemas porque están involucrados activamente en la implementación de heurísticas.

Los estudiantes demuestran y expresan la secuencia de conocimientos adquiridos en el proceso de estudio de una materia en particular, lo que ayudará a construir nuevos conocimientos a través de un proceso secuencial paso a paso mediante la inducción y el razonamiento deductivo, lo cual implica que los estudiantes deben planificar o construir un organizador visual (mapa conceptual o diagrama), con lo cual construyen sus propios conocimientos con la guía y orientación del docente.

Lo que se busca en esta etapa es el proceso de aprendizaje de establecer su propio conocimiento entre los aprendices a través de las habilidades estratégicas de los aprendices. Monereo (2018) planteó que el aprendizaje es la capacidad de los estudiantes para autorregular su propio aprendizaje de acuerdo con las metas que persiguen y las condiciones ambientales que determinan la realización de las metas. Para lograr la realización del objetivo esperado, la condición situacional se refiere a la relación entre el entorno y el tema o hecho de la investigación.

Mediante el método heurístico los estudiantes llevan a cabo procesos que conducen a su aprendizaje autónomo a través de actividades preparadas con determinados propósitos, lo que les permiten adaptarse consciente y sensiblemente al monitoreo y orientación que realiza el docente y dar respuesta a los retos que plantea.

Al mismo tiempo, el trabajo confiable puede ir más allá del ámbito de la expresión, es decir, los docentes orientan la situación del problema, los estudiantes identifican el problema, encuentran soluciones y dan explicaciones objetivas a las respuestas. En esta actividad, los estudiantes destacan su creatividad y actividades innovadoras en el aprendizaje de la matemática, especialmente del cálculo diferencial.

Para medir los indicadores y dimensiones de la investigación, se utilizan pre-tests, encuestas y entrevistas, indicadores que diagnostican que el nivel de aprendizaje del cálculo diferencial es insuficiente. Estos resultados coinciden en parte con los obtenidos por Fajardo (2014), que demostró que todos los indicadores del grupo experimental superaron a los del grupo control. Esto se puede evidenciar porque los estudiantes del grupo experimental tienen una escala clara, mientras que los estudiantes del grupo control tienen una escala normal.

En otra investigación Medina (2013) se mostró de acuerdo en confirmar los resultados de su hipótesis de investigación, de que la aplicación de método heurístico ha mejorado significativamente el rendimiento académico en el área de la matemática.

En cuanto a la comparación con la hipótesis del grupo experimental, para verificar la hipótesis de investigación, encontró que existe una diferencia significativa entre las puntuaciones obtenidas en el post-test y los datos obtenidos en el pre-test, lo que permite validar la proposición de que, si usamos heurísticas, entonces, la capacidad de resolución de problemas de los estudiantes de segundo año ha mejorado significativamente ($p < 0.05$).

De esta manera es posible analizar y comparar los resultados relacionados con nuestra investigación, y considerando la similitud de los resultados, se puede mencionar que los métodos heurísticos han mejorado significativamente la capacidad para resolver problemas matemáticos.

Por su parte Escalante (2015) concluyó que los métodos heurísticos permiten resolver problemas matemáticos de diferenciales, con lo cual, si ayuda a reducir el miedo de los estudiantes en los cursos de matemática, la concentración de la atención y la capacidad de razonamiento cambiará. En la participación activa, en la realización de tareas a tiempo, en la participación en clases, debates y trabajos en grupo, los métodos heurísticos son especialmente adecuados para la resolución de problemas matemáticos.

La aplicación del método heurístico ha mejorado significativamente la capacidad para aplicar y resolver problemas de cálculo diferencial en los estudiantes de ingeniería de la Universidad Nacional del Altiplano.

CONCLUSIONES

PRIMERA. - La aplicación del método heurístico produce efectos positivos en el aprendizaje del curso de cálculo diferencial en estudiantes de ingenierías de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, puesto que el porcentaje de estudiantes del grupo experimental en comparación a los estudiantes del grupo control es significativamente superior en el nivel de logro de aprendizaje, lo que permite rechazar la hipótesis nula.

SEGUNDA. - Los estudiantes del grupo control y grupo experimental antes de la aplicación del método heurístico, muestran resultados similares ubicándose en el nivel de inicio el 51,6% del grupo control y 57,9% del grupo experimental, cuyos puntajes varían entre 01 y 10 puntos, siendo desaprobatorios en el sistema de evaluación vigesimal y sólo el 6,5% de estudiantes del grupo control y el 5,3% de estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel de logro de aprendizaje, con puntajes de 15 a 20 puntos en la prueba de entrada, siendo considerados como aprobados en el sistema de evaluación vigesimal, como se observa en las tablas 6 y 8.

TERCERA. - Los estudiantes del grupo control y grupo experimental después de la aplicación del método heurístico, muestran resultados significativamente diferentes, ubicándose en el nivel de inicio el 38,7% del grupo control y ningún estudiante del grupo experimental con puntajes que varían de 01 a 10 y que son considerados como desaprobados en el sistema de evaluación vigesimal; mientras que el 6,5% de estudiantes del grupo control y el 100% de estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel de logro de aprendizaje, con puntajes de 15 a 20 en la prueba de salida. Estos resultados muestran efectos positivos de la aplicación del método heurístico en el aprendizaje del cálculo diferencial, tal como se observa en las tablas 7 y 9.

RECOMENDACIONES

PRIMERA. – Se recomienda a las autoridades académicas de la Universidad Nacional del Altiplano, realizar eventos de capacitación en estrategias didácticas activas por áreas: Ingenierías, Ciencias biomédicas y sociales, a fin de que sean pertinentes y contextualizadas.

SEGUNDA.- Se recomienda a los docentes del Departamento Académico de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Nacional del Altiplano, incorporar métodos activos en la enseñanza- aprendizaje de los cursos de matemática, ya que permiten lograr la participación activa de los estudiantes en el proceso de construcción de sus aprendizajes, con lo cual se reduciría el porcentaje de estudiantes desaprobados en los cursos del área de matemática, principalmente en las Escuelas Profesionales de Ingeniería.

TERCERA. – Se recomienda a los egresados de la Maestría en Didáctica de la Matemática, ampliar la aplicación de estrategias y métodos activos en otros cursos del área de matemática, a fin de tener propuestas metodológicas a ser utilizadas en la enseñanza- aprendizaje en la educación básica y superior, lo cual permitiría cerrar las brechas de los bajos niveles de aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

Ary, C. y. (1996). *Introducción a la investigación pedagogica.* México : Trillas.

Austral, C. L. (2007). *El programa estrategias heurísticas en la resolución de problemas.* Buenas Aires : CESPRO.

Avendaño, E. (2019). *El uso del método Pólya en la resolución de problemas en área de matemática en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la I.E. Manuel Gonzales Prada, Pauca.* Huaraz : Universidad católica los ángeles de Chimbote.

Azcárate, C., Casadevall, M., & Casillas, E. y. (2006). *Calculo diferencial.* Madrid : Síntesis .

Barrantes, H. (2006). *Resolución de problemas. El trabajo de Allan Shoenfeld. Cuadernos de investigación en educación Matemática.* Recuperado de: http://www.cimm.ucr. ac.cr/cuadernos/cuaderno1/cuadernos%201%20c%204.pdf.

Bisquerra, R. e. (2019). *Metodología de la investigación educativa* . Madrid: La Muralla S.A.

Chauca, J. (2018). *Método heurístico y rendimiento académico de Matemáticas en estudiantes de Educación Inicial - FEyH - UNS, 2017. Tesis de Maestría.* . Chimbote : Universidad San Pedro. Chimbote.

Coanqui, H. F. (2018). *estrategias heurísticas para la resolución de situaciones problemáticas en los estudiantes del cuarto grado, ciclo avanzado del centro de educación básica alternativa Santa Adriana* . Juliaca : Universidad Nacional del Altiplano.

Cocinero, P. C. (2015). *Método heurístico y su incidencia en el aprendizaje del álgebra. Tesis de Pregrado. Universidad Rafael Landívar. Quetzaltenango, Guatemala.* Guatemala: Tesis de Pregrado. Universidad Rafael Landívar. Quetzaltenango.

Cohen, L. y. (2012). *Métodos de investigación educativa.* Madrid: La Muralla S. A.

Córdova, I. (2019). *Instrumentos de investigación.* Lima : San Marcos.

Educación, M. d. (2013). *Rutas del aprendizaje* . Lima : MINEDU .

Educación, M. d. (2016). *Currículo Nacional de Educación Básica.* Lima : Ministerio de Educación, 116. http://www.minedu.gob.pe/curriculo/documentos.php#top.

Escalante, S. (2015). *Método Polyaen la resolución de problemas* . Guatemala : Universidad Rafael Landivar .

Fajardo, M. (2004). *El método heurístico y rendimiento académico en trigonometria* . Venezuela : Universidad del Zulia .

Flores, J. C. (2019). *Estrategia heurística para el logro de competencia resolución de problemas en estudiantes del quinto grado de la institución educativa secundaria politécnico huáscar* . Puno: Universidad Nacional del Altiplano.

Foong, P. Y. (2013). *Resolución de problemas en matemática. En Yee, L. P. (Ed.), La enseñanza de la matemática en la Educación Básica.* Santiago : Academia Chilena de la.

Guevara, S. H. (2017). *Modelo Heurístico divergente para desarrollar el aprendizaje del cálculo diferencial. Tesis Doctoral.* . Lambayeque: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

Gutiérrez, J. (2017). *Efectos de la aplicación del método heurístico en el rendimiento académico de los estudiantes de la asignatura de Matemática - I de la Escuela de Administración* . Lima : Facultad de Administración y Negocios Internacionales de la Universidad Alas Peruanas.

Gutiérrez, P. (2020). *la aplicación de la heurística mejora el aprendizaje y por ende la resolución de problemas de matemática financiera, específicamente en alumnos del tercer semestre de la Escuela de Administración* . Trujillo: Universidad Cesar Vallejo.

Guzmán, M. (1969). *Trabajo y divulgación de las matemáticas.* Madrid : Recuperado: www.mat.ucm.es/catedramdeg.

Hancco, G. E. (2012). *Método Heurístico en la capacidad de resolución de problemas de ecuaciones algebraicas en los estudiantes de segundo grado de la Institución Educativa Secundaria "Comercial N° 45".* Puno: Universidad Nacional del

Altiplano.

Hernández, R. F. (2014). *Metodologia de la Investigación* . México: McGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.

Hernández, R. y. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta* . México: Mc. Graw Hill Education.

Julca, L. (2015). *Uso del método Polya para mejorar la capacidad de resolución de problemas en matemática de los alumnos del primer grado de educación secundaria de la I.E. N°81746 Almirante Miguel Grau Seminario de Trujillo 2014.* Trujillo: Universidad Privada Antenor Orrego.

Mamani, F. y. (2017). *Aplicación del método heurístico de Pólya en la resolución de problemas con las cuatro operaciones básicas en los estudiantes de sexto grado de primaria de la institución educativa particular latinoamericano del distrito de Paucarpata - Arequipa.* Arequipa: Tesis Pregrado. Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa.

Martínez, C. (2012). *Estadística y muestreo.* Bogotá: 13 ra Ed. Colombia: Ecoe Ediciones.

Medina, N. (2013). *Influencia del método heurístico para la enseñanza - aprendizaje de la matemática en alumnos del tercer grado grado de secundaria del distrito de Cajabamba* . Cajabamba : Universidad Privada Antenor Orrego.

Monereo, C. (1998). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje* . Buenos Aires : Kapelusz.

Perales, F. (2015). *La resolución de problemas en la didáctica de las ciencias experimentales* . Lima: Revista Educación y Pedagogía.

Polya, G. (1957). *Matemáticas y razonamiento plausible* . Madrid : España: Ed. Tecnos.

Polya, G. (1989). *Como plantear y resolver problemas* . México: Trillas.

Polya, G. (2002). *Cómo plantear y resolver problemas* . México: Trillas.

Retamozo, C. (2015). *Aplicación de las técnicas de resolución de problemas y el rendimiento académico de los estudiantes en el área de matemática en el cuarto grado de Educación Secundaria de la institución educativa privada “Trilce” de*

San Juan de Lurigancho – UGEL Nº 05 . Lima : Universidad Inca Garcilaso de la Vega.

Rio, J. (1991). *Aprendizaje de las matemáticas por descubrimiento, estudio comparado de dos metodologias.* Madrid: España: Centro de publicaciones .

Sánchez K. y Valverde, J. (2020). *Método heuristico de George Pólya en la resolución de problemas matemáticos* . Tuquerres: CLME .

Shoenfled, A. (1987). *Ciencia cognitiva y educación matemática.* Buenos Aires : Edipubli S.A.

Valderrama, S. y. (2019). *El desarrollo de la Tesis* . Lima: San Marcos.

ANEXOS

Anexo 1. Base de datos

Docente: Lic. Fray Li Pandia Villanueva
Semestre: 2020-II
Grupo control (Ing. Electrónica)

N°	Código	Condición	Prueba de entrada	Prueba de salida
			Nota 1	Nota 2
1	200649	Regular	8	10
2	180981	Regular	10	12
3	200538	Regular	12	13
4	200464	Regular	9	12
5	200406	Regular	6	9
6	196613	Regular	12	8
7	200555	Regular	14	15
8	201994	Regular	11	12
9	200570	Regular	8	12
10	200445	Regular	9	14
11	200627	Regular	10	12
12	200544	Regular	12	9
13	200830	Regular	11	8
14	200411	Regular	8	11
15	200653	Regular	8	12

Docente: Lic. Blanca Jacqueline Quispe Aucca
Semestre: 2020-II
Grupo Control (Ing. Agrícola)

N°	Código	Condición	Prueba de entrada	Prueba de salida
			Nota 1	Nota 2
1	183188	Regular	9	13
2	142877	Cuarta Mat.	11	12
3	202023	Regular	8	10
4	200762	Regular	11	12
5	200477	Regular	10	11
6	183216	Cuarta Mat.	12	9
7	181980	Cuarta Mat.	12	11
8	201908	Regular	9	12
9	181791	Cuarta Mat	10	12
10	200568	Regular	12	13
11	185386	Cuarta Mat.	13	14
12	200429	Regular	10	12
13	200726	Regular	8	12
14	200552	Regular	13	10
15	200860	Regular	12	13
16	200546	Regular	14	12

Docente: Lic. Fabiola Loayza Torreblanca
Semestre: 2020-II
Grupo experimental (Ing. Metalúrgica)

N°	Código	Condición	Prueba de Entrada	Prueba de Salida
			Nota 1	Nota 2
1	192048	Regular	8	15
2	191180	Regular	12	17
3	195976	Regular	11	18
4	190964	Regular	12	18
5	200064	Regular	16	20
6	196008	Regular	8	16
7	195840	Regular	6	12
8	174488	Regular	9	14
9	184039	Tercera Mat.	7	15
10	195106	Regular	10	18
11	200070	Regular	11	17
12	181935	Tercera Mat.	8	14
13	181832	Tercera Mat.	11	18
14	190211	Tercera Mat.	8	15

Docente: Lic. Miguel Ángel Jara Ocampo
Semestre: 2020-II
Grupo Experimental (Ing. de Minas)

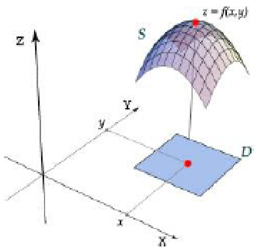
N°	Código		Prueba de entrada	Prueba de salida
			Nota 1	Nota 2
1	194950	Regular	9	18
2	194941	Regular	8	15
3	175263	Regular	10	19
4	185477	Regular	9	16
5	195066	Regular	11	18
6	194901	Regular	9	16
7	195102	Regular	11	18
8	200159	Regular	10	14
9	195793	Regular	11	16
10	195848	Regular	8	16
11	182959	Regular	Retirado	Retirado
12	185996	Regular	8	18
13	195844	Regular	8	16
14	171743	Tercera Mat.	7	15
15	195940	Regular	9	17
16	195905	Regular	11	20
17	161135	Regular	12	19
18	194937	Regular	13	18
19	181325	Regular	11	16
20	183409	Regular	10	17

Anexo 2. Prueba de examen de entrada y salida

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

PRUEBA DE ENTRADA DE INVESTIGACIÓN

ALUMNOS DE INGENIERIAS



$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{vmatrix}$$

$$f' = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{x \to h} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

APELLIDOS Y NOMBRES: ____________________

CODIGO: ____________________

SEMESTRE: _____SEGUNDO____________________

ESCUELA PROFESIONAL: ____________________

EXAMEN 01

DOCENTE: LIC. ALEJANDRO TICONA CHOQUE

1. Calcular el límite de la siguiente función:

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3}$$

a) 4
b) 5
c) 1/3
d) -1/3
e) 1/4

2. Calcular el límite de la siguiente función:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x-\operatorname{sen}2x}{x+\operatorname{sen}3x}$$

a) 4/7
b) 5/2
c) 1/3
d) -1/3
e) -1/4

3. Hallar los valores de as constantes de C y K que hacen que la función.

$$f(x)=\begin{cases} x+2C; x<-2 \\ 3Cx+K; -2\le x\le 1 \\ 3x-2K; x>1\end{cases}$$

Sea continua en todo x que pertenece a los números reales.

a) 1/3 y 2/3
b) 5/2 y 2/5
c) 1/3 y 1/7
d) -1/3 y -1/9
e) -1/4 y -1/5

4. Calcular la derivada de la siguiente funcion:

$$y=f(x)=\frac{1+x.\operatorname{arctg}x}{\sqrt{1+x^2}}$$

a) $\frac{\operatorname{arctg}x}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}}$
b) $\frac{\operatorname{arctg}x}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$
c) $\frac{\operatorname{arctg}x}{(1+x^2)^{\frac{5}{2}}}$
d) $\frac{\operatorname{arctg}x}{(1+x^2)^{\frac{7}{2}}}$
e) $\frac{\operatorname{arctg}x}{(1+x^2)^{\frac{5}{3}}}$

5. Calcular el valor de A y B para que la derivada de la funcion

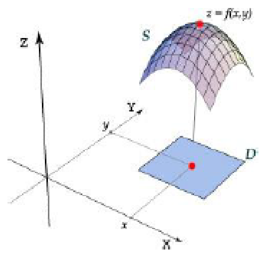
$f(x)=\frac{Ax+B}{\sqrt{4-x}}$ sea igual a $\frac{dy}{dx}=\frac{2x}{(4-x)^{3/2}}$

a) -4 y 15
b) 5 y 32
c) -4 y 16
d) -1 y 8
e) -4 y 32

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

PRUEBA DE SALIDA DE INVESTIGACIÓN

ALUMNOS DE INGENIERIAS



$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{vmatrix}$$

$$f' = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{x \to h} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

APELLIDOS Y NOMBRES: ____________________

CODIGO: ____________________

SEMESTRE: _____SEGUNDO____________________

ESCUELA PROFESIONAL: ____________________

EXAMEN 01

DOCENTE: LIC. ALEJANDRO TICONA CHOQUE

1. Calcular el límite de la siguiente función:

$$\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2}{x-8}$$

a) 4
b) 5
c) 1/3
d) 1/48
e) 1/4

2. Calcular el límite de la siguiente función:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^6}{(tgx-senx)^2}$$

a) 7
b) 2
c) 3
d) 3
e) 4

3. Hallar los valores de as constantes de A y B que hacen que la función.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3-\sqrt[3]{3X+3}}{A\left(\sqrt[3]{x}-2\right)};x<8\\ AB;x=8\\ \dfrac{2}{|2x-7|B};x>8\end{cases}$$

Sea continua en todo x que pertenece a los números reales.

a) 2 y -1/3
b) 5/2 y 2/5
c) 1/3 y 1/7
d) -1/3 y -1/9
e) -1/4 y -1/5

4. Calcular la derivada de la siguiente función:

$$y=f(x)=arctg\left(\frac{\sqrt{a^2-b^2}senx}{b+a\cos x}\right)$$

a) $\dfrac{arctgx}{\left(1+x^2\right)^{\frac{1}{2}}}$
b) $\dfrac{\sqrt{a^2-b^2}}{a+b\cos x}$
c) $\dfrac{arctgx}{\left(1+x^2\right)^{\frac{5}{2}}}$
d) $\dfrac{arctgx}{\left(1+x^2\right)^{\frac{7}{2}}}$
e) $\dfrac{arctgx}{\left(1+x^2\right)^{\frac{5}{3}}}$

5. Calcular el valor $\frac{dy}{dx}(0)$

$$y=\sqrt{tg^2 3x+\sqrt{1+2x^3}}$$

a) 4
b) 3
c) 2
d) 1
e) 0

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

Anexo 3. Fichas de validación

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO ESCUELA DE POSGRADO

FICHA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÒN

I. DATOS INFORMATIVOS

Nombre del experto : DR: FELIPE GUTIERREZ OSCO
Actividad laboral : DOCENTE
Institución donde labora : UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
Instrumento de validación: PRUEBA DE ENTRADA DE CÁLCULO DIFERENCIALAutor del instrumento : ALEJANDRO TICONA CHOQUE

II. CRITERIOS DE VALIDACIÓN:

Muy deficiente (MD) Deficiente (D) Regular (R)
Bueno (B) Muy Bueno (MB)

CRITERIOS DE EVALUACION		MD 0,4	D 0,8	R 1,2	B 1,6	MB 2,0
1. CLARIDAD	Está escrito en lenguaje científico defácil comprensión y es apropiado al tipo de investigación que se pretenderealizar.					x
2. OBJETIVIDAD	Esta expresado en forma deindicadores observables o medibles.					x
3. ACTUALIDAD	Los items corresponden a las formas actuales de formulación de instrumentos de investigación.				x	
4. ORGANIZACIÓN	La formulación de los items tiene una secuencia lógica según el tipo de investigación que se pretende realizar.					x
5. COHERENCIA ESTRUCTURAL	El número de ítems es correspondiente al número de indicadores de investigación.				x	
6. COHERENCIA SEMATICA	Los items se refieren a los contenidos matemáticos contextualizados o al sentido de la investigación.				x	
7. CONSISTENCIA TEORICA	Los items se sustentan en el marco teórico que se asume en la investigación.					x
8. METODOLOGIA	El instrumento corresponde a la técnica de investigación apropiada para recoger datos confiables.					x
9. ESTRUCTURA FORMAL	El instrumento contiene todos los elementos estructurales básicos.					x
10. PERTINENCIA	El instrumento refleja lo esencial de los problemas matemáticos de educación secundaria.					x
PUNTAJE PARCIAL POR COLUMNAS					4.8	14
PUNTAJE FINAL ASIGNADO		18.8				

III. OPINIÓN DEL EXPERTO EVALUADOR

Universidad Nacional del Altiplano

Firmado digitalmente por GUTIERREZ OSCO Felipe FAU 20145496170 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 06.09.2021 12:03:53 -05:00

FIRMA DEL EXPERTO EVALUADOR

Numero de celular: 951662893

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO ESCUELA DE POSGRADO

FICHA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS INFORMATIVOS

Nombre del experto : M.Sc. NORMA MARITZA TITO FLORES
Actividad laboral : DOCENTE
Institución donde labora : UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
Instrumento de validación: PRUEBA DE ENTRADA DE CÁLCULO DIFERENCIAL
Autor del instrumento : ALEJANDRO TICONA CHOQUE

II. CRITERIOS DE VALIDACIÓN:

Muy deficiente (MD) Deficiente (D) Regular (R)
Bueno (B) Muy Bueno (MB)

CRITERIOS DE EVALUACION		MD 0,4	D 0,8	R 1,2	B 1,6	MB 2,0
1. CLARIDAD	Está escrito en lenguaje científico de fácil comprensión y es apropiado al tipo de investigación que se pretende realizar.					X
2. OBJETIVIDAD	Esta expresado en forma deindicadores observables o medibles.				X	
3. ACTUALIDAD	Los items corresponden a las formas actuales de formulación de instrumentos de investigación.				X	
4. ORGANIZACIÓN	La formulación de los items tiene una secuencia lógica según el tipo de investigación que se pretende realizar.				X	
5. COHERENCIA ESTRUCTURAL	El 0número de ítems es correspondiente al número deindicadores de investigación.				X	
6. COHERENCIA SEMATICA	Los items se refieren a los contenidos matemáticos contextualizados o al sentido de la investigación.				X	
7. CONSISTENCIA TEORICA	Los items se sustentan en el marco teórico que se asume en la investigación.					X
8. METODOLOGIA	El instrumento corresponde a la técnica de investigación apropiadapara recoger datos confiables.					X
9. ESTRUCTURA FORMAL	El instrumento contiene todos los elementos estructurales básicos.					X
10. PERTINENCIA	El instrumento refleja lo esencial de los problemas matemáticos de educación secundaria.					X
PUNTAJE PARCIAL POR COLUMNAS					8	10
PUNTAJE FINAL ASIGNADO		18				

III. OPINIÓN DEL EXPERTO EVALUADOR

Universidad Nacional del Altiplano
Firmado digitalmente por TITO FLORES Norma Maritza FAU 20145496170 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 06.09.2021 11:40:57 -05:00

FIRMA DEL EXPERTO EVALUADOR
Numero de celular 950974307

Anexo 4. Declaración jurada

DECLARACIÓN JURADA

YO Lic. Fabiola Loayza Torreblanca con D.N.I. 23840206 y con domicilio en APROVISA Mz. M-4 Salcedo - Puno.

DECLARO BAJO JURAMENTO; a efectos de acreditar la aplicación del proyecto de tesis que lleva por título: **MÉTODO HEURÍSTICO EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNA-PUNO** presentado por el Lic. ALEJANDRO TICONA CHOQUE; en la carrera de ING. METALÚRGICA como grupo experimental y la realización de dos pruebas una de entrada y otra de salida, acredito que realizó la aplicación del PROYECTO DE INVESTIGACION en los alumnos a mi cargo en el curso de CÁLCULO I del II semestre del 2020.

Puno, 30 de marzo de 2021

UNA PUNO

Firmado digitalmente por LOAYZA TORREBLANCA Fabiola FAU 20145496170 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 21.04.2021 07:18:10 -05:00

Lic. Fabiola Loayza Torreblanca
DNI:23840206

DECLARACIÓN JURADA

YO LIC. JARA OCAMPO MIGUEL ANGEL con D.N.I.23805297 y con domicilio en girón Loreto N° 244 de la ciudad de Puno.

DECLARO BAJO JURAMENTO; a efectos de acreditar la aplicación del proyecto de tesis del METODO HEURISTICO EN EL APRENDIZAJE DEL CALCULO DIFERENCIAL EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNA-PUNO presentando por el LIC. ALEJANDRO TICONA CHOQUE; en la carrera de ING. MINAS como grupo experimental y la realización de dos pruebas una de entrada una de salida, acredito que realizo la aplicación del PROYECTO DE INVESTIGACION con los estudiantes a mi cargo en el II semestre del 2020,

Puno, 16 de abril de 2021

JARA OCAMPO MIGUEL ANGEL
DNI: 23805297

DECLARACIÓN JURADA

YO Lic. BLANCA JACQUELINE QUISPE AUCCA, identificada con D.N.I. 01333321 y con domicilio en Av. Sesquicentenario Nro. 517 de la ciudad de Puno,

DECLARO BAJO JURAMENTO; a efectos de acreditar la aplicación del proyecto de tesis del METODO HEURÍSTICO EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DIFERENCIAL EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNA-PUNO presentando por ALEJANDRO TICONA CHOQUE; en la Escuela Profesional de INGENIERÍA AGRICOLA como grupo de control y la realización de dos pruebas una de entrada otra de salida, acredito que realizó la aplicación del PROYECTO DE INVESTIGACION en los alumnos a mi cargo en el II semestre del 2020,

Puno, 21 de abril del 2021

UNA
PUNO

Firmado digitalmente por QUISPE AUCCA Blanca Jacqueline FAU 20145496170 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 21.04.2021 09:07:49 -05:00

Lic. BLANCA JACQUELINE QUISPE AUCCA
DNI: 01333321

DECLARACIÓN JURADA

YO LIC.FRAY LI PANDIA VILLANUEVA con D.N.I. 70571639 y con domicilio en AV. Primaveral M'-8 Salcedo. **DECLARO BAJO JURAMENTO**; a efectos de acreditar la aplicación del proyecto de tesis del METODO HEURISTICO EN EL APRENDIZAJE DEL CALCULO DIFERENCIAL EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNA-PUNO presentando por el ALEJANDRO TICONA CHOQUE; en la carrera de ING. ELECTRONICA como grupo de control y la realización de dos pruebas una de entrada una de salida, acredito que realizo la aplicación del PROYECTO DE INVESTIGACION en los alumnos a mi cargo en el II semestre del 2020,

Puno, 30 , de marzo de 2021

ONPE Firma Digital

Firmado digitalmente por PANDIA VILLANUEVA Fray Li FAU 20145496170 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 14.04.2021 20:18:05 -05:00

LIC. Fray Li PANDIA VILLANUEVA
DNI: 70571639

Anexo 5. Silabo del curso calculo general

SÍLABO GENERAL

INFORMACIÓN GENERAL

1.1. Identificación académica

a) Curso : ***CÁLCULO DIFERENCIAL***
b) Código : EDUSEC 269
c) Pre-requisito : Ninguno
d) Número de horas : Teóricas 03 Prácticas 02; Total 05 horas
e) Número de créditos : 04
f) Número de horas virtuales del curso : 85
g) Área curricular : Estudios específicos
h) Ciclo del plan estudios : VI
i)Características del curso : Investigación
j)Duración : del 09 /11/ 2020 al 05/ 03 / 2021
k) Semestre académico : 2020-II

1.2. Docente

a) Nombres y Apellidos : **Felipe Gutiérrez Osco**
b) Condición y Categoría : Ordinario y Principal D.E.

c) Especialidad : Magister en Educación Matemática, Dr. En Educación y pos Doctor en Investigación Científica.

1.3. Ambiente donde se realiza el aprendizaje

Aula virtual- Plataforma CISCO WEBEX MEETINGS GOOLE MEET

SUMILLA

El curso de Cálculo Diferencial corresponde al área curricular de estudios especializados, es de carácter teórico- práctico y está orientado a desarrollar en los futuros docentes las competencias matemáticas necesarias para resolver situaciones problemáticas relacionados a límites y continuidad de funciones, derivadas de funciones y sus aplicaciones; además, pretende promover en los futuros profesores de matemática, la utilización de estrategias metodológicas que permitan la participación activa de los estudiantes en la adquisición y uso de los saberes matemáticos, priorizando el razonamiento inductivo-deductivo. Su estudio comprende:

- Límites y continuidad de funciones
- Derivadas y aplicaciones. de derivadas.

PERFIL DEL EGRESADO EN REALACIÓN AL CURSO

Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión.

.

COMPETENCIA

CE1: Muestra dominio de las disciplinas científicas de la especialidad, aplicando sus conocimientos en la resolución de problemas contextualizados con pensamiento crítico, analítico y reflexivo.

LOGRO DE APRENDIZAJE

5.1**. Logro de aprendizaje del curso**

Resuelve situaciones problemáticas que implican el uso de límites y continuidad de funciones, derivadas de funciones y sus aplicaciones, utilizando diferentes representaciones, argumentando y aplicando estrategias didácticas pertinentes.

5.2. Logro de aprendizaje por unidades didácticas

a. Resuelve situaciones problemáticas que implican el uso de límites y continuidad de funciones, utilizando diferentes representaciones, argumentando y aplicando estrategias didácticas pertinentes.

b. Resuelve situaciones problemáticas que implican el uso de derivada de funciones y sus aplicaciones, utilizando diferentes representaciones, argumentando y aplicando estrategias didácticas pertinentes.

VI. TRATAMIENTO DE UNIDADES DE APRENDIZAJE

UNIDAD I	**LÍMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES**
Logros de aprendizaje de la unidad	Resuelve situaciones problemáticas que implican el uso de límites y continuidad de funciones, utilizando diferentes representaciones, argumentando y aplicando estrategias didácticas pertinentes.
Tiempo de desarrollo Total de horas	Del 09-11-2020 al 08-01-2021. 40 horas
Horas de enseñanza virtual/ unidad	40 horas
Fecha de ingreso de notas al sistema.	11-01-2021.

SEMANAS	**CRITERIOS DE DESEMPEÑO**	**CONOCIMIENTOS Y COMPRENSION ESENCIALES**
1	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial	Relación y función: par ordenado, producto cartesiano y el plano cartesiano; relación binaria, dominio y rango de una relación binaria, representación gráfica de relaciones binarias.
2	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial	Concepto intuito de función; definición formal de una función, y representación gráfica de funciones, diferencia entre relación y función; resolución de ejercicios y problemas de funciones.
3	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial	Funciones elementales: función identidad, función lineal, función cuadrática, función valor absoluto y función polinómica; dominio y rango de funciones elementales; y resolución de ejercicios y problemas.
4	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial	Funciones reales de variable real: dominio, rango y regla de correspondencia de funciones reales; resolución de ejercicios y problemas de funciones reales de variable real. Modelización matemática de hechos y fenómenos del contexto real y matemático utilizando funciones reales de variable real.
5	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial	Límites de funciones: concepto intuitivo de límite de una función; interpretación geométrica y definición formal de límite de una función; determinación algebraica de límites; teoremas de límites y resolución de ejercicios y problemas de límites.
6	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de	Técnicas de determinación de límites: técnica de sustitución directa, técnica de simplificación, técnica de racionalización y técnica de cambio de variables; resolución de ejercicios y problemas.

	cálculo diferencial	.
7	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial.	Limites laterales de funciones; limites infinitos y límites al infinito, resolución de ejercicios y problemas. Limites trigonométricos – propiedades; técnicas de resolución de ejercicios y problemas de límites trigonométricos.
8	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial	Continuidad de funciones: continuidad en un punto, continuidad de una función en un intervalo, continuidad de funciones seccionadas; resolución de ejercicios y problemas
Porcentaje de avance académico de la unidad :		50 **%**

UNIDAD II		**DERIVADAS Y APLICACIONES DE DERIVADAS**
Tiempo de desarrollo Total de horas		del 11-01-2021 al 05-03-2021 45 Horas
Horas de enseñanza virtual/unidad		45 Horas
Fecha de ingreso de notas al sistema		01-03-2021
SEMANAS	**CRITERIOS DE DESEMPEÑO**	**CONOCIMIENTO Y COMPRENSIÓN ESENCIALES**
09	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial.	La derivada y el problema de la recta tangente; interpretación geométrica de la derivada; definición formal de la derivada de una función utilizando el límite.
10	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial.	Teoremas principales de la derivación de funciones, resolución de ejercicios y problemas de derivadas.
11	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial.	Derivada de funciones trigonométricas-propiedades; derivada de funciones exponenciales y logarítmicas; resolución de ejercidos y problemas.
12	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial.	Derivada de la función compuesta y regla de la cadena, resolución de ejercicios y problemas.
13	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial.	Derivación implícita- propiedades; resolución de ejercicios y problemas.
14	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial.	Aplicaciones de la derivada**:** velocidad instantánea y aceleración; primera y segunda derivada, resolución de ejercicios y problemas

15	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial.	Aplicaciones de la derivada: La regla de Hospital; máximos y mínimos de una función; funciones crecientes y decrecientes, resolución de ejercicios y problemas
16	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial.	Diferenciales: definición, propiedades, aplicaciones, resolución de ejercicios y problemas.
17	Resuelve ejercicios y problemas de cálculo diferencial. Demuestra proposiciones de cálculo diferencial.	Evaluación con retroalimentación
Porcentaje de avance académico de la unidad: 50%		

VII: **ESTRATEGIAS METODOLOGICAS**

7.1 Estrategias de enseñanza

Actividades sincrónicas: video conferencia, video foro y chat en línea.

Actividades asincrónicas: foro de análisis y discusión, tareas de resolución de ejercicios y problemas.

7.2. Estrategias de aprendizaje

Lecturas dirigidas de textos de tópicos de cálculo diferencial, presentación de portafolios de resolución de ejercicios y problemas, exposición y debate (Resolución de problemas y ejercicios).

7.3. Estrategias de investigación formativa

Revisión bibliográfica acerca de tópicos del cálculo en la plataforma virtual de la universidad.

7.4. Estrategias de responsabilidad social universitaria

Compartir las propuestas de aplicación del cálculo diferencial en el contexto matemático y el contexto real.

7.5. **Estrategias de enseñanza virtual**

Uso del aula virtual y de las tecnologías de información y comunicación.

VIII. MEDIOS Y MATERIALES DIDÁCTICOS

WEB, biblioteca virtual, organizadores de información y PPT.

IX. PRODUCTO DE APRENDIZAJE

Evidencia de desempeño asignadas por cada unidad didáctica

X. EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE

10.1 Evidencias, indicadores, técnicas e instrumentos de evaluación del aprendizaje.

Unidad	Logros de aprendizaje	Evidencias de desempeño	Ponderación	Técnicas	Instrumentos
I	Resuelve situaciones problemáticas que implican el uso de límites y continuidad de funciones, utilizando diferentes representaciones,	Participación en las propuestas de resolución de problemas y ejercicios de límites y continuidad Presentación	50%	Observación	Rubrica de valoración

	argumentando y aplicando estrategias didácticas pertinentes.	del portafolio de tareas en el aula virtual			
II	Resuelve situaciones problemáticas que implican el uso de derivada de funciones y sus aplicaciones, utilizando diferentes representaciones, argumentando y aplicando estrategias didácticas pertinentes.	Participación en las propuestas de resolución de problemas y ejercicios de derivadas y aplicaciones de derivadas Presentación del portafolio de tareas en el aula virtual.	50%	Observación	Rubrica de valoración

10.2 **Calificación**

La fórmula para la obtención del promedio final del curso es la siguiente:
Promedio de final = (Logro de aprendizaje 1 unidad+ Logro de aprendizaje unidad 2) /2.
La escala de evaluación es vigesimal.

XI. REFERNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

11.1 Bibliografía Básica

Espinoza, R. E., (2009). *Análisis Matemático I Para estudiantes de ciencias e ingenierías*. Lima. 5ta Edición. Edit. Servicios Gráficos.

Huertas, C. (2018). *Limites*. Lima: Ediciones Huertas.

Huertas, C. (2018). Derivadas. Lima: Ediciones Huertas

Larson, R. y Hostetler, R. (2015). *Cálculo y Geometría Analitica*.México: McGraw- Hill

11.2. Bibliografía complementaria

Demidovich, B. (1988). *Problemas y ejercicios de análisis matemático*. Tercera reimpresión. Lima: Edit. Latinoamericana. .

Espinoza, E. (2017). *Análisis Matemático*. Lima: Ediciones Edukperú.

Ferrand, S. y Jim, N. (2016). Calculus. New York: Harcourt Br

Figueroa, R. (2012). *Análisis Matemático 1*. Lima. Primera edición.

Lages, L. (1991). *Curso de Análisis Matemático I*. Madrid: Editorial Lemusa.

Lázaro, M. (2009). *Análisis Matemático I- Límites y continuidad*.Lima: .

Mitacc, M. y Luis Toro, L. (2013). *Tópicos de Cálculo I*. Lima: Editorial.

Pita, C. (1998).. *Cálculo de una variable*. Mèxico: Editorial Prentice Hall

StewarT, J.. (2009). *Cálculo Multivariable*. México: .. Edit. Thomson Learning S.A.

Venero.A. *(2010). Análisis Matemático 1*. Lima. Segunda Edición: Edit. GEMAR.
.

11.3. Electrónicas

Pérez, F. (2008). *Calculo diferencial e integral de funciones de una variable.* Granada: Universidad de Granada. Disponible en http://www.ugr.es/~fjperez/textos/calculo_diferencial_integral_func_una_var.pdf
Villa, J. *Cálculo Diferencial* (2015) . México: Universidad de Aguas Calientes. Disponible en **http://www.uaa.mx/direcciones/dgdv/editorial/docs/calculo_diferencial.pdf**
Amorim, K. y Felicetti, V. (2015). *Programa de tutoría Cálculo Diferencial e Integral I: éxito y permanencia.* Espiral, Revista de Docencia e Investigación, 5(1), 93-100
Ramos, C.; Del Valle, M. y Rosas S.P. (2007). *El grado de reflexión de los alumnos del Cálculo Diferencial. Una experiencia*. Revista electrónica de investigación en educación en ciencias. Argentina: Universidad de Tucumán. Disponible en http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-66662007000200006.

11.4 Producción **intelectual del docente relacionado con el curso**

Gutierrez, F. (2010). *Introducción al Análisis Matemático I*. Puno: Impresiones TItikaka de la FCEDUC de la Universidad Nacional del Altiplano.
Gutierrez, F. (2013). *Estrategias de razonamiento matemático.* Puno: Impresiones TItikaka de la FCEDUC de la Universidad Nacional del Altiplano.

Puno, noviembre de 2020.

Anexo 6. Sesión de aprendizaje

TÍTULO: Propiedades de la calculo diferencial y métodos de la derivación

DATOS INFORMATIVOS:

2.1. Escuela Profesional	: Ingeniería metalúrgica Ingeniería agrícola
2.2. Semestre	: Segundo
2.3. Secciones	: Único
2.4. Turno	: Mañana y tarde
2.3. Docente	: Fabiola Loayza Torreblanca
2.4. Fecha	: Del 01 de junio al 25 de septiembre del 2020.
2.5. DURACIÓN	: 120 minutos.

APRENDIZAJES ESPERADOS:

- Comprende las Propiedades del calculo diferencial y métodos de la derivación (CP).
- Planifica en forma adecuada para determinar la solución de derivadas y los diferentes métodos para resolverlo. (PP)
- Ejecuta la solución de la derivada, aplicando los conceptos básicos del cálculo diferencial.

ETAPAS DEL PROCESO DE APRENDIZAJE:

SECUENCIA	IDADES Y/O ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS DIDÁCTICOS	TIEMPO
INICIO	✓ Se les proporciona información relevante por medio de un organizador de ideas, sobre propiedades de la derivada y los métodos de la derivación, y solución de las mismas, el cual los estudiantes analizan en forma individual y grupal monitoreada de parte del docente en forma democrática ✓ Se plantea una lluvia de preguntas estructuradas y no estructuradas: ¿Qué propiedades cumple una derivada? ¿Qué métodos existen para resolver derivada?; Expliquebrevemente algunas conclusiones sobre lo desarrollado.	• Hojas de papel. • Puntero láser. • Pizarra digital • Laptop	30 Min.
PROCESO	✓ El docente resuelve algunos problemas utilizando el método heurístico para ello a los alumnos les explica los pasos que deben seguir. • **Entender el problema.** a) El alumno debe comprender el enunciado de cada ejercicio b) Debe distinguir los datos con la condición del ejercicio dederivada c) El alumno debe saber a dónde quiere llegar (objetivo) d) El alumno debe tener suficiente información para resolverlos ejercicios de derivadas. • **Configurar un plan** a) El alumno debe buscar una variable independiente delejercicio b) Debe realizar una lista de todos los datos que le brinda elejercicio c) El alumno debe identificar las condiciones que tiene elejercicio en el tema de derivadas. d) Debe realizar los gráficos si el ejercicio lo amerita para tenermás clara la idea. e) El alumno deberá buscar y tener claro que propiedad,	• Hojas de papel. • Puntero láser. • Pizarra digital • Laptop • Hojas. • Libros. • cuadernos.	70 Min.

SALIDA	formula o principio debe aplicar para dar soluciones a losejercicios. • **Ejecutar el plan** a) En esta parte el alumno debe aplicar los conocimientosadquiridos en la teoría y resolver los ejercicios b) El alumno debe conceder un tiempo razonable para resolverlos ejercicios de derivadas. c) No debe tener miedo a equivocarse en la solución de losejercicios • **Mirar hacia atrás** En esta parte ya se ha llegado a la solución del problema. El alumnodebe hacerse las siguientes preguntas. a) ¿Es mi solución correcta? b) ¿Mi respuesta satisface lo establecido en el problema? c) ¿Puedo extender mi solución a un caso general? ✓ Se deja un taller de 4 problemas para que lo desarrollen en sus guías de trabajo y ellos mismos deben plantearse otros ejercicios, socializando mínimamente con 4 personas dentro o fuera de la Institución. ✓ Resuelven los problemas y ejercicios planteados en los módulos de aprendizaje.		20 Min.

II. SISTEMA DE EVALUACIÓN:

Capacidadess	Indicadores	Técnicas e instrumentos
• Comprende. • Elabora el plan. • Ejecuta el plan. • Analiza la solución.	✓ Comprende las propiedades de derivada y los métodos de la derivación. ✓ Planifica en forma adecuada para determinar la solución de los problemasutilizando los métodos de la derivada ✓ Ejecuta la solución de los ejercicios utilizando las propiedades y los métodosde la derivada. ✓ Analiza y generaliza la solución por los métodos de la derivación.	• Observaciónn. Ficha de observación
Actitudes frente alárea	• Valora los aprendizajes desarrollados como parte de su procesoformativo. • Creatividad y Persevera en la resolución de problemas. • Participa activamente en la hora de matemática.	• Observaciónn. Ficha de observación

III. BIBLIOGRAFIA:

Armando Venero Baldeon, Análisis Matemático 2, Lima-Perú, San Marcos, 2000.
Robert G. Bartle; Donal R. Sherbert, Introducción al Análisis Matemático de una variable, México, Editorial Limusa S.A. Noriega 2da. Edición, 1996.
Eduardo Espinoza Ramos, Análisis Matemático II, Lima, Gemar, 2000.
Espinoza Eduardo, Análisis Matemático II, Lima -Perú, Edit. Servicios Gráficos,2008.
Moisés Lázaro Carrión, Análisis Matemático II, Lima, Editorial Moshera, 2002.

Anexo 7. Matriz de consistencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
Problema General: ¿De qué manera influye la aplicación del método heurístico en el aprendizaje del cálculo diferencial, en los estudiantes de ingeniería de la Universidad Nacional del Altiplano-Puno? **Problemas específicos:** ○ ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingeniería sobre el cálculo diferencial, antes del tratamiento de la aplicación del método heurístico en ambos grupos? ○ ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingeniería sobre el cálculo diferencial, después del tratamiento de la aplicación del método heurístico en ambos grupos? ○ ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingeniería sobre el cálculo diferencial, durante el tratamiento de la aplicación del método heurístico en el grupo experimental?	**Objetivo general:** Determinar el efecto de la aplicación del método heurístico en el aprendizaje del cálculo diferencial, en los estudiantes de Ingeniería de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno. **Objetivos específicos:** ○ Comparar el nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingeniería sobre el cálculo diferencial, antes del tratamiento de la aplicación del método heurístico en ambos grupos. ○ Comparar el nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingeniería sobre el cálculo diferencial, después del tratamiento de la aplicación del método heurístico en ambos grupos. ○ Evaluar el nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingeniería sobre el cálculo diferencial, durante el tratamiento de la aplicación del método heurístico en el grupoexperimental.	**hipótesis general:** La aplicación del método heurístico, mejora el aprendizaje del cálculo diferencial, en los estudiantes de Ingeniería de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno. **Hipótesis específicas:** ○ El nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingeniería sobre el cálculo diferencial, antes del tratamiento de la aplicación del método heurístico son homogéneos en ambos grupos. ○ El nivel de aprendizaje de los estudiantes de ingeniería sobre el cálculo diferencial, después del tratamiento de la aplicación del método heurístico del grupo experimental es mejor que el grupo control. ○ Los estudiantes de ingeniería sobre el cálculo diferencial, durante el tratamiento de la aplicación del método heurístico en el grupo experimental presentan una alta mejora del aprendizaje.	**Variable independiente(X)** Método heurístico. **Variable dependiente(Y)** Aprendizaje d	✓ Entender el ✓ Configurar un plan ✓ Ejecutar el plan ✓ Mirar hacia atrás **Influencia en:** ✓ El aprendizaje contenidos conceptuales del ✓ El aprendizaje contenidos procedimentales del cálculo diferencial ✓ El aprendizaje contenidos actitudinales del	✓ Comprende el ✓ Concebir el plan ✓ Ejecuta el plan ✓ Examina la solución obtenida ✓ Definiciones propiedades y leyes del cálculo diferencial. ✓ Plantea y resuelve problemas del ✓ Aplica el cálculo diferencial en ✓ Valora el cálculo diferencial.	a) Observación estructurada. b) Evaluación. **Población:** Estudiantes **Muestra** Con los alumnos del primer semestre de las escuelas profesionales de I	**Pruebas Escritas** ✓ Prueba Entrada ✓ Prueba Salida