



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA



**DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN
ESTUDIANTES DE TERCER GRADO DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA INDEPENDENCIA NACIONAL PUNO.**

TESIS

PRESENTADA POR:

Bach. GUIDO EMILIO RAMOS CONDORI

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

**LICENCIADO EN EDUCACIÓN, ESPECIALIDAD DE
MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA.**

PUNO – PERÚ

2022



DEDICATORIA

A mi madre Julia por proporcionarme su cariño y amor incondicional, por brindarme luz en la oscuridad, por su apoyo y por sus sabios consejos que día a día me motivaron, a mi padre Emilio quien desde el cielo vela por mí y a Dios por guiarme por el buen camino.

Guido Emilio Ramos Condori



AGRADECIMIENTOS

A Dios, por día a día guiarme, a mi madre Julia y mi padre Emilio, por la confianza que tuvieron en mí, por darme amor incondicional, por el apoyo moral, económico, emocional en la formación de mi vida, a mis hermanos por sus palabras de aliento a mi Tía Martina por su cariño, afecto y confianza que me proporcionó cuando lo necesitaba más, a mi novia Lorena por impulsarme a seguir adelante, a mis suegros Luis y Delia por impulsarme a cumplir mis metas y a mis docentes de la Facultad Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Altiplano.

Guido Emilio Ramos Condori



ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA

AGRADECIMIENTOS

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

RESUMEN 10

ABSTRACT..... 11

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA..... 14

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA 19

1.2.1. Problema genera..... 19

1.2.2. Problemas específicos 19

1.3. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN 20

1.3.1. Hipótesis general 20

1.3.2. Hipótesis específicas 20

1.4. JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO..... 21

1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN..... 21

1.5.1. Objetivo general 21

1.5.2. Objetivos específicos 22

CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. ANTECEDENTES 23

2.2. MARCO TEÓRICO 29



| | |
|--|-----------|
| 2.2.1. Definición de álgebra | 29 |
| 2.2.2. Didáctica del Álgebra..... | 31 |
| 2.2.3. Pensamiento Algebraico..... | 34 |
| 2.2.4. Estrategias didácticas para mejorar el nivel del pensamiento algebraico | 36 |
| 2.2.5. Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) | 37 |
| 2.2.6. Estrategias de enseñanza – aprendizaje modelo socio-constructivista.... | 39 |
| 2.2.7. Niveles de algebrización | 40 |
| 2.3. MARCO CONCEPTUAL | 42 |

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

| | |
|---|-----------|
| 3.1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL ESTUDIO..... | 44 |
| 3.2. PERIODO DE DURACIÓN DEL ESTUDIO | 45 |
| 3.3. PROCEDENCIA DEL MATERIAL UTILIZADO..... | 45 |
| 3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA DEL ESTUDIO | 46 |
| 3.4.1. Población..... | 46 |
| 3.4.2. Muestra..... | 46 |
| 3.5. DISEÑO ESTADÍSTICO | 47 |
| 3.5.1. Nivel de investigación..... | 47 |
| 3.5.2. Tipo de investigación | 47 |
| 3.5.3. Diseño de investigación | 47 |
| 3.5.4. Enfoque de la investigación | 47 |
| 3.6. PROCEDIMIENTO..... | 48 |
| 3.5.1. Diagnóstico del pensamiento algebraico..... | 48 |
| 3.5.2. Identificación del nivel de pensamiento algebraico (pre test)..... | 48 |
| 3.5.3. Diseño y aplicación de estrategias de enseñanza-aprendizaje | 49 |
| 3.5.4. Identificación del nivel de pensamiento algebraico (post test) | 49 |
| 3.7. VARIABLES | 50 |



| | |
|--|-----------|
| 3.8. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS | 50 |
| CAPÍTULO IV | |
| RESULTADOS Y DISCUSIÓN | |
| 4.1. RESULTADOS..... | 53 |
| 4.2. DISCUSIÓN..... | 69 |
| V. CONCLUSIONES..... | 75 |
| VI. RECOMENDACIONES | 77 |
| VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 78 |
| ANEXOS..... | 89 |

ÁREA: Interdisciplinaridad en la dinámica educativa: teoría y métodos de investigación de la didáctica de la matemática

TEMA: Niveles de algebrización

FECHA DE SUSTENTACIÓN: 01 de julio de 2022



ÍNDICE DE FIGURAS

| | | |
|------------------|--|-----|
| Figura 1 | Mapa del área de estudio..... | 44 |
| Figura 2 | Distribución porcentual del nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno (Pre Test)..... | 55 |
| Figura 3 | Comparación de distribución porcentual del nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes. (Pre – Post Test)..... | 62 |
| Figura 4 | Validación de instrumento por primer Juez | 93 |
| Figura 5 | Validación de instrumento por segundo Juez | 94 |
| Figura 6 | Validación de instrumento por tercer Juez..... | 95 |
| Figura 7 | Aplicación de evaluación pedagógica..... | 101 |
| Figura 8 | Ejecución de sesiones de aprendizaje | 101 |
| Figura 9 | Base de datos pre test..... | 102 |
| Figura 10 | Base de datos post test | 103 |
| Figura 11 | Análisis de datos SPSS | 104 |



ÍNDICE DE TABLAS

| | | |
|-----------------|---|----|
| Tabla 1 | Fases del proceso de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) | 38 |
| Tabla 2 | Rasgos característicos del socioconstructivismo | 39 |
| Tabla 3 | Niveles de pensamiento algebraico..... | 48 |
| Tabla 4 | Variables de estudio | 50 |
| Tabla 5 | Distribución de frecuencias del nivel de pensamiento algebraico (Pre Test). | 54 |
| Tabla 6 | Medidas de tendencia central de los datos recolectados en el pre test..... | 56 |
| Tabla 7 | Estrategias de enseñanza aprendizaje basadas en las corrientes socio constructivistas..... | 58 |
| Tabla 8 | Características del método de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)... | 59 |
| Tabla 9 | Distribución de frecuencias del nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes (Post Test) | 61 |
| Tabla 10 | Medidas de tendencia central de prueba pedagógica de inicio y de salida.. | 65 |
| Tabla 11 | Prueba de normalidad de Shapiro – Wilk | 67 |
| Tabla 12 | Resumen de contraste de hipótesis | 69 |



ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

IES: Institución Educativa Secundaria.

APINEMA: Asociación Peruana de Investigación en Educación Matemática.

ABP: Aprendizaje Basado en Problemas

MINEDU: Ministerio de Educación

IREM: Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas

APINEMA: Asociación Peruana de Investigación en Educación Matemática

RAE: Razonamiento Algebraico Elemental

EOS: Enfoque Ontosemiótico



RESUMEN

El proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática afronta falencias, los cuales han servido de estímulo para la realización de diversas investigaciones, pues a principios de los años 90 se evidenció gran insatisfacción a nivel general respecto al método cotidiano que se utilizaba para enseñar el Álgebra. Por ello, la actual investigación estableció como objetivo general: Promover el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno. Metodológicamente esta investigación fue de enfoque cuantitativo, tipo aplicada, nivel descriptivo y estuvo enmarcada en un diseño pre experimental, la técnica fue la evaluación pedagógica y la muestra se conformó de 50 estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno. Se utilizó una prueba pedagógica al principio y al final del proceso para cumplir los objetivos del estudio, aplicándose cuatro intervenciones utilizando el método ABP y aprendizajes basados en el socioconstructivismo. Fue aplicada la prueba de normalidad Shapiro – Wilk, que presentó un p valor de 0, por lo que se procedió a aplicar la prueba no paramétrica de Wilcoxon, encontrándose un p valor de 0, demostrando que, sí hay diferencia significativa entre el pre y post test, indicando que, las estrategias de enseñanza-aprendizaje mejoraron significativamente el nivel de pensamiento algebraico, pues en la prueba de inicio, la moda indica que para el nivel 0 y 1 se alcanzó el logro previsto y en la prueba de salida, se evidencia una moda de logro previsto para los niveles de algebraización 0; 1; 2 y 3. Concluyendo que, es posible desarrollar los niveles de pensamiento algebraico en los estudiantes a través de estrategias de enseñanza – aprendizaje novedosas y constantes.

Palabras claves: Desarrollo de habilidades matemáticas, enseñanza y aprendizaje, pensamiento algebraico, prueba pedagógica.



ABSTRACT

The teaching-learning process of mathematics faces shortcomings, which have served as a stimulus for the realization of several investigations, since at the beginning of the 90's there was great dissatisfaction at a general level regarding the daily method used to teach Algebra. Therefore, the current research established as general objective: To promote the development of algebraic thinking in third grade students of the Institución Educativa Independencia Nacional Puno. Methodologically, this research had a quantitative approach, applied type, descriptive level and was framed in a pre-experimental design, the technique was the pedagogical evaluation and the sample consisted of 50 third grade students of the Institución Educativa Independencia Nacional Puno. A pedagogical test was used at the beginning and at the end of the process to meet the objectives of the study, applying four interventions using the PBL method and learning based on socioconstructivism. The Shapiro-Wilk normality test was applied, which presented a p value of 0, so the Wilcoxon non-parametric test was applied, finding a p value of 0, demonstrating that there is a significant difference between the pre- and post-test, indicating that, the teaching-learning strategies significantly improved the level of algebraic thinking, since in the baseline test, the mode indicates that for level 0 and 1 the expected achievement was reached, and in the exit test, a mode of expected achievement is evident for algebraization levels 0; 1; 2 y 3. Concluding that it is possible to develop the levels of algebraic thinking in students through novel and constant teaching-learning strategies.

Keywords: Mathematical skills development, teaching and learning, algebraic thinking, pedagogical test.



CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

Al estudiar la matemática, se plantea como principio primordial a saber, el salón debe convertirse en un entorno donde, se permita que el discente pueda generar reflexiones respecto al aprendizaje que obtiene de la disciplina, siendo necesario que las asignaciones correspondientes a la temática en estudio, se muestren en forma de problemas o interrogantes que propulsen en el discente la reflexión, confrontación y resolución de los mismos, originándose un aprendizaje. Además, esta perspectiva, aportará al discente mayor cantidad de elementos a ser investigados y permitirá el análisis de soluciones, la resolución de incompatibilidades y la creación de problemas nuevos. (De Farías, 2013)

La disertación, además del establecimiento del pensamiento algebraico se enfocan en la posibilidad de expresar eficientemente un conglomerado de ideas matemáticas inmersas en la disciplina, y en diversos contextos. Ello, coadyuva a que con ideas algebraicas se logren analizar distintas variedades de relaciones que existen entre objetos matemáticos, haciéndose énfasis en las funciones. Asimismo, se considera que el álgebra ayuda a afrontar y estudiar numerosos problemas empleando para ello, propiedades de forma adecuada. Por ende, se puede asumir que el progreso del razonamiento algebraico es fundamental en la orientación curricular para la educación, siendo una herramienta que permite representar fenómenos de la vida cotidiana. (Universidad Autónoma de Yucatán, 2020)

Actualmente, Espeleta et al. (2016) mencionan la importancia de considerar que el procedimiento de enseñar y aprender de las ciencias matemáticas afronta falencias, los cuales han servido de estímulo para la realización de diversas investigaciones, con la



finalidad de plantear propuestas pedagógicas que viabilicen la mejora de las maneras de enseñanza, sobrepasando el método convencional de enseñanza – aprendizaje de esta ciencia.

A través de los encuentros en el curso, es posible determinar la importancia de reaccionar ante las dificultades que los estudiantes encuentran a lo largo del trayecto educativo, siendo necesario profundizar los fundamentos de la didáctica y conocimiento, así como la forma en que se enseña y el aprende el curso de matemática, debido a que, para lograr un aprendizaje significativo completo el profesor debe ser capaz de planificar y manejar una variedad de escenarios de enseñanza, así como implementar una variedad de procesos lógicos y considerar las leyes que rigen la enseñanza y el aprendizaje, siendo imprescindible el acondicionamiento de las enseñanzas en función de las características del alumnado. (Mejía, 2017)

Basado en las corrientes socio constructivistas el Currículo Nacional hace referencia a las siguientes orientaciones a tenerse en consideración en el diseño, aplicación y valoración de los procedimientos sobre enseñar y aprender: iniciar con situaciones significativas, desarrollar el interés y la voluntad como condición para aprender, aprender con la práctica, comenzar con el repaso de conocimientos previos, construir nuevos conocimientos, aprender de los errores, crear discrepancia cognitiva, facilitar la transición de los alumnos de un nivel de conocimiento a otro preferente, fomentar el esfuerzo en colaboración y estimular el razonamiento desarrollado. (MINEDU, 2017)

Por lo que, Sandoval et al. (2017) mencionan que, la tarea de enseñanza al momento de impartir las clases está inmersa en una complejidad, sin embargo, es importante mencionar que los docentes aparte de adquirir conocimientos en instancias



institucionales, también lo hacen en el salón de clases, en las discusiones con los docentes, y en el mismo ambiente de enseñanza, entendiendo que los saberes de los docentes se aplican y se manifiestan en forma de tácticas pedagógicas que adaptan al dirigir sus aulas. De allí que, el docente deba escoger y presentar las actividades que ayuden a los estudiantes a problematizar la disciplina. Vale resaltar que, es de suma importancia considerar los conocimientos y habilidades que poseen los mismos.

El rol esencial del docente radica en crear un ambiente donde se promueva el diálogo continuo, para problematizar el estudio de las matemáticas, con el objetivo de identificar estrategias que ayuden a resolver interrogantes que surjan de la interacción del discente con la circunstancia. Por tanto, al analizar la conveniencia de los procedimientos y evaluar la viabilidad de los mismos, tanto de forma general como específica, se ejecutan acciones que ayudan a edificar y conservar una actitud crítica en el aula de clase.

Por todo lo antes expuesto esta investigación se enfocará en cómo será el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes del tercer grado de un colegio, la misma será desarrollada en VII capítulos, que comprenden la introducción, revisión de literatura, materiales y métodos, análisis y discusión de los resultados, conclusiones, recomendaciones y referencias. Por último, figurarán los anexos, que indican la credibilidad de la investigación.

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la educación matemática Coz y Castillo (2019) mencionan que, a juicio de los especialistas se considera relevante forjar el pensamiento algebraico en los alumnos que corresponden a los niveles de educación primaria. Esta temática resulta interesante y muy atractiva. De allí que, diversos investigadores se hayan ocupado en el estudio de este



campo ya que, es necesario introducir desde las bases el pensamiento algebraico, partiendo de lo más sencillo y motivador para el estudiantado de educación primaria.

Considerando el objetivo del estudio, se requiere una visión ampliada de la naturaleza del álgebra escolar, examinando el vínculo dialéctico entre el pensamiento algebraico y las diversas formas de resolver problemas a través de patrones establecidos.

Se debe considerar que la acción de conocimiento de los alumnos establece varias manifestaciones sensitivas, como lo establece Callejo et al. (2016), mencionando a la táctil, la perceptiva y la kinestésica, que en conjunto constituyen una totalidad de procesos cognitivos. Esto se denomina el carácter multimodal de la cognición humana en el entorno internacional. Por lo que es de gran importancia tomar en consideración los distintos medios intelectuales, materiales y perceptivos que los alumnos utilizan durante las clases de matemática. La comunicación simbólica y oral, así como los dibujos, las señas, el manejo de objetos y el lenguaje del cuerpo. Las diferentes formas de pensamiento algebraico deben considerarse indicadores didácticos en el contexto de las actividades, en las que los estudiantes expresan su pensamiento algebraico.

Así mismo, Callejo et al. (2016) hacen referencia a que, los pensamientos expresados por los estudiantes no necesariamente deben ser sofisticados (entendiendo lo sofisticado como expresiones y signos alfanuméricos). En consecuencia, al organizar las actividades matemáticas se deben tener en cuenta las técnicas metodológicas que favorecen la creatividad, la intuición, la observación y el razonamiento. Asimismo, introducir la comprensión de conceptos en el contexto del desenvolvimiento del alumno, para poder desarrollar adecuadamente los vínculos identificados, potenciando así el crecimiento de su aprendizaje, por lo que es de nivel elemental de la educación matemática.



A nivel global, el álgebra es un componente crucial del currículo educativo. Sin embargo, para muchos estudiantes, aprender álgebra resulta una tarea dificultosa. Del mismo modo, hay tres tipos de dificultades y barreras para el aprendizaje del álgebra: las inherentes a la materia, a la disciplina y las creadas por la enseñanza. (Castro E. , 2012)

Según Cabrera (2018), la primera dificultad se refiere a la relacionada con la naturaleza propia del álgebra. El alumno se enfrenta a retos de abstracción y generalización en el segundo tipo. Los retos generados por el proceso de enseñanza constituyen la tercera categoría. Como resultado, entre los retos inherentes al tema están los que se ven en la aritmética, como la secuencia de operaciones o las operaciones con enteros negativos.

Sin embargo, Sánchez y Del Valle (2016) mencionan que, en América Latina, al enseñar tradicionalmente el álgebra en la escuela, centrada en la utilización de expresiones simbólicas y en la resolución de situaciones imaginarias, escenario que no ha logrado desarrollar la capacidad de abstracción ni establecer relaciones y estructuras generales, necesarias para la comprensión de las relaciones matemáticas, que es la característica principal del pensamiento algebraico. Además, se menciona que en el nivel secundario se presta poca atención al crecimiento del pensamiento algebraico y el dominio de estas habilidades matemáticas.

Por su parte, el álgebra debe ser enseñada desde los fundamentos para que pueda ser comprendida desde una edad temprana, de lo contrario se enfrenta el problema actual, que radica en que este proceso algebraico no comienza hasta la escuela secundaria ya que, con una buena base en las operaciones básicas de matemáticas, el estudiante podrá tener más posibilidades de entender, de mejor manera, esta materia en niveles más avanzados de educación (Ortiz R. , 2020)



Se entiende que las capacidades de pasar del análisis del contexto a la organización, y que cuando un alumno puede reconocer rasgos genéricos que están presentes en contextos particulares y la capacidad de percibir estas conexiones posibilitan construir una estructura o un diagrama que represente la característica general, además, la capacidad de emplear representaciones semióticas para exteriorizar este argumento, son características básicas del pensamiento algebraico. (Vergel, 2015)

En consecuencia, Barbosa y Vale (2015) mencionan que, es fundamental tener en cuenta que hay varios aspectos que afectan a la manera en que los alumnos abordan los problemas de generalización: Tipo de tarea que trabajan, que podría ser de secuencias de primer orden (lineales) y de secuencias de segundo orden (cuadráticas). Los tipos de interrogantes que fomentan el pensamiento reversible y relacional. La demanda de generalizaciones, tanto de cerca como de lejos. La generalización próxima se refiere a la creación de términos similares a los vistos; la generalización lejana se refiere a la inducción del término general, que posibilita la creación de valores que no puedan construirse contando los valores del término general.

Por otro lado, Flores y Fernández (2019) mencionan que, en el Perú, en los últimos años se ha dado origen a diversas instituciones que propician, apoyan el crecimiento y la mejora de la educación en las ciencias matemáticas. Por ello, se creó en el año 2000 el Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas (IREM), el mismo conforma una red de organizaciones constituidas por profesores de esta área de estudio, quienes pertenecen a distintos niveles educativos, entre ellos: primaria, secundaria y superior; y se desempeñan como capacitadores de sus pares y especialistas en el ámbito de la educación del área de Matemática. Asimismo, hacen referencia a que en el territorio nacional cuenta con la Asociación Peruana de Investigación en Educación Matemática (APINEMA), encargada de divulgar, mediante eventos académicos teorías, metodologías



y prácticas que coadyuvan en el cumplimiento de la investigación y perfeccionar la enseñanza de la matemática.

En estas instituciones realizaron investigaciones que han permitido avanzar en las mejoras referentes a la didáctica matemática. Por ejemplo, el estudio titulado: “Conocimientos matemáticos y didácticos del profesor para el desarrollo del pensamiento algebraico (2016-2017)”. Este estudio permitió identificar los conocimientos didáctico-matemáticos necesarios para los educadores de Educación Básica Regular, referentes a las actividades que ameritan generalización relacionadas a los niveles 0, 1, 2 y 3 de razonamiento algebraico. Igualmente, el estudio demostró de qué forma la ausencia de comprender el significado de los criterios de unitarización, generalización y formalización obstaculizan a los docentes la identificación de los rasgos de un razonamiento algebraico, en las respuestas que generan sus estudiantes. (Flores y Fernández, 2019)

Otro estudio llevado a cabo por estas instituciones, fue el titulado: “Elaboración de una propuesta de desarrollo del razonamiento algebraico elemental para docentes (2017-2018)”. En esta investigación se establecieron lo concerniente al aspecto epistémico-ecológico, enmarcados en una propuesta para el procedimiento del desarrollo continuo de profesores de matemáticas, a fin de desarrollar la competencia algebraica para lograr obtener el razonamiento algebraico elemental. Esto, se llevó a cabo considerando su adecuación al Currículo de Educación Básica en el Perú. (Flores y Fernández, 2019)

Como consecuencia del estudio ejecutado, se obtuvo que la enseñanza del álgebra beneficia el cálculo formal. Sin embargo, el álgebra no se registra como instrumento de modelización transversal a las distintas áreas que componen la matemática, por



consiguiente, no hay diferencia de parámetros e inquietudes, ni se originan fórmulas ni modelos algebraicos. (Flores y Fernández, 2019)

Considerando los hallazgos de los dos estudios, se aprecia que, existen perspectivas para dar origen a una investigación, con el objeto de avalar que los docentes deben estimular el desarrollo efectivo del razonamiento algebraico en sus discentes. (Flores y Fernández, 2019)

A nivel local, se tiene que, debido a la relevancia que posee el propulsar el pensamiento algebraico en edades tempranas, y habiendo observado la realidad de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno, se toma la iniciativa de realizar un estudio que amerita la adopción de estrategias de metodologías aprendizaje - enseñanza, con el objetivo de optimizar y desarrollar en el estudiantado su nivel de pensamiento algebraico.

Con base a lo anterior, se genera la pregunta que se menciona continuamente ¿Cómo desarrollar el pensamiento algebraico en estudiantes del tercer grado del colegio Independencia Nacional Puno?

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.2.1. Problema general

¿Cómo promover el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno?

1.2.2. Problemas específicos

¿Cuál es el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno?



¿Cuáles son las estrategias de enseñanza-aprendizaje para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno?

¿Cuál es la influencia de las estrategias de enseñanza-aprendizaje en el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno?

1.3. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1. Hipótesis general

Las estrategias de enseñanza – aprendizaje mejoran significativamente el nivel de pensamiento algebraico en los estudiantes del tercer grado de la institución educativa Independencia Nacional Puno.

1.3.2. Hipótesis específicas

La prueba pedagógica inicial permite determinar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

Es posible aplicar estrategias de enseñanza-aprendizaje como una alternativa para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

El nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica de salida es mayor que el nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica inicial de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.



1.4. JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

Toma relevancia ya que los alumnos del tercer grado de nivel secundario de la IE Independencia Nacional Puno manifestaron un nivel bajo de razonamiento algebraico, siendo de vital importancia la intervención a través de estrategias y métodos por parte de los docentes del área de matemática que permitan fomentar el desarrollo de los niveles de algebrización previstos para el nivel secundario.

Desde un aspecto teórico el estudio se justifica en que, representa un banco de información importante con base en artículos científicos e investigaciones previas que podrían conformar en base de inicio para edificación de programas nuevos de educación.

Desde la perspectiva metodológica, podrá servir de antecedente o guía a futuros investigadores de la educación, para sustentar sus trabajos y con base en el mismo proponer mejoras al sistema de enseñanza vigente.

Desde la perspectiva práctica, beneficiará a los estudiantes del tercer grado pudiendo ayudar potencialmente a mejorar sus niveles de pensamiento algebraico.

Bajo el ámbito social, proporcionará herramientas tanto a estudiantes como a profesores de la educación media del Perú para optimizar el sistema de enseñanza del área de matemática, fomentando estudiantes más capaces para enfrentar niveles de educación superiores.

1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.5.1. Objetivo general

Promover el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.



1.5.2. Objetivos específicos

Diagnosticar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

Establecer las estrategias de enseñanza-aprendizaje para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

Determinar la influencia de estrategias de enseñanza-aprendizaje en el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.



CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. ANTECEDENTES

A **nivel internacional** se tuvo a Escobar y Tirado (2021), en su artículo “Pensamiento relacional en la escolarización, de la jerarquía de operaciones y álgebra temprana, en primaria” plantearon como propósito propulsar el pensar relacional en, el análisis de expresiones numéricas, usando para ello la jerarquización sobre operaciones. Respecto a la metodología utilizada fue una investigación experimental de enseñanza multimétodo, llevada a cabo en un ambiente escolar del nivel primario, pública de la Ciudad de México. La muestra fue constituida por 30 alumnos de tercer grado de primaria. Estos discentes no conocían sobre jerarquía de operaciones ni de representación simbólica-algebraica. Se concluyó que, es factible que el docente de primaria aplique estrategias educativas en las rutinas diarias que se realizan en el aula, con la finalidad de forjar y promover el pensamiento relacional; asimismo, es viable evaluar las experiencias asociadas a fenómenos que permiten la comprensión matemática, al igual que, fue posible evidenciar que los discentes en edades tempranas logran entender la jerarquía de operaciones, mediante el pensamiento algebraico y relacional.

Silva (2017), en su estudio “Estrategias didácticas para, el fortalecimiento de las, competencias, matemáticas de comunicación, representación y modelación en los educandos del grado noveno, de la Institución Educativa Pablo Correa León, mediante de resolución de problemas” tuvo el objetivo de implementación de métodos de enseñanza para el mejorar las capacidades matemáticas por medio de resolución de problemas. Utilizando métodos cualitativos y enfoques de observación, así como un diario de campo pedagógico. Encontró que la implementación mejora el rendimiento de los estudiantes,



como lo demuestra su capacidad para aplicar diversas formas de representación, discutir conceptos, ser capaz de representar las operaciones algebraicas y comunicarse adecuadamente en un lenguaje simbólico, que mejoró de una puntuación inadecuada a una satisfactoria.

Fuentes (2015), en su estudio “Método ABP y su incidencia en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables” presentó el objetivo de determinar la influencia del método ABP en la resolución de los problemas de sistemas de ecuaciones lineales conteniendo dos y tres variables, por lo cual ejecutó estudio experimental, utilizando 50 estudiantes como muestra pertenecientes al tercer básico, divididos en 2 grupos: grupo A experimental y grupo B control, quienes fueron evaluados al principio y final del procedimiento, empleando el método ABP con el primer grupo y la enseñanza estándar con el grupo control. La media aritmética del grupo piloto estuvo conformada por 67,88 puntos, sobrepasando así la media aritmética alcanzada por el grupo control, que obtuvo 57,84 puntos, además de la reducción del índice de fracaso en el curso. Según los resultados, para solucionar sistemas de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables debería utilizarse en matemática el enfoque de ABP.

Carraher y Schliemann (2019), en su artículo “El pensamiento algebraico temprano y los estándares matemáticos en la Educación Primaria (6-12 años) en Estados Unidos” tuvieron el objetivo de conectar diversas investigaciones sobre el pensamiento algebraico en la educación primaria con los requisitos actuales de las matemáticas en Estados Unidos. Llegó a la conclusión de que, para desenvolver el pensamiento algebraico en los estudiantes, los profesores deben tener los conocimientos suficientes, además de la experiencia necesaria para guiarlos en la transición desde sus propias representaciones a marcos de lenguaje lógico, esquemas geométricos y notación algebraica.



Chrysostomou y Christou (2019), en su artículo “Un análisis del concepto de pensamiento algebraico basado en evidencia empírica” con el objetivo de analizar la estructura y el desarrollo del pensamiento algebraico en todos sus aspectos. Metodológicamente fue un estudio experimental, aplicada y explicativa. Para ello, aplicaron la prueba de pensamiento algebraico a una muestra de 803 escolares cuyo rango de edad se encontraba de los 10 y 13 años. Encontró que la muestra de estudio presenta el "pensamiento prealgebraico", el "pensamiento protoalgebraico-procedimental", el "pensamiento algebraico simbólico-relacional" y el "pensamiento algebraico global-estructural". Revelando una tendencia continua en la cantidad de complejidad en todas las habilidades de pensamiento algebraico, lo que demuestra un cambio distintivo de un procedimiento a un enfoque más organizado.

Godino et al. (2015), en su investigación “Niveles de algebraización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica” hacen referencia a que en la educación secundaria se extienden los niveles de algebraización, reconociendo tres niveles adicionales, siendo claro que los niveles 0; 1; 2 y 3 siguen manifestándose en el nivel secundario, lográndose el dominio completo del nivel 3 durante el primer curso de secundaria.

Manzano (2019), en su estudio “el desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos de telesecundaria, a través del Aprendizaje basado en problemas” cuyo objetivo fue la exposición de un proyecto de gestión del aprendizaje para estudiantes usando la estrategia de ABP. Metodológicamente fue de diseño experimental, de alcance descriptivo y tipo aplicado. Como resultado se obtuvo que, aunque se mejoró sustancialmente el pensamiento algebraico, existen ciertos obstáculos como la inclinación a apegarse de algunos alumnos al sistema tradicional de enseñanza.



Burgos et al. (2018), en su artículo denominado “Pensamiento algebraico temprano de alumnos de quinto de primaria en la resolución de una tarea de proporcionalidad”, tuvieron el objetivo de elaboración y evolución de intervenciones educativas, con el fin de mejorar el nivel del pensamiento algebraico a tempranas edades. Metodológicamente fue un estudio de tipo experimental y descriptivo. Obtuvo como consecuencia que el uso de ejercicios introductorios puede permitir a los estudiantes avanzar a niveles más altos de pensamiento algebraico.

Leudo (2021) es su estudio “Estrategias didácticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Margento” con el objetivo de evaluar el Impacto de las técnicas didácticas de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. El estudio concluyó que, el uso de estas metodologías didácticas tuvo efecto en el rendimiento académico. Determinaron que preexiste una relación estadísticamente significativa de las variables de estudio, y que es fundamental que los profesores apliquen estrategias innovadoras, que son herramientas fundamentales para facilitar y lograr un aprendizaje matemático significativo.

Butto et al. (2018), en su artículo “Procesos de generalización” plantearon el objetivo de entender la transición de la aritmética hacia el desarrollo del álgebra y determinar cómo esto afecta a los estudiantes. Metodológicamente el estudio fue experimental y de alcance descriptivo. Los alumnos aún no han desarrollado todas las estructuras cognitivas y matemáticas necesarias para comprender la complejidad del pensamiento algebraico, pero pueden hacerlo con una secuencia didáctica que se centre en superar los conflictos que encuentran los alumnos al inicio de sus estudios. Deben plantearse situaciones problemáticas que impliquen proporcionalidad aritmética y



geométrica para fomentar la comprensión de los procesos de generalización en una fase temprana.

En el ámbito nacional se tuvo a Flores y Fernández (2019), en su artículo “Perspectivas actuales de la investigación en Educación Matemática en el Perú” cuyo objetivo fue describir el estado actual de la educación matemática peruana. Metodológicamente el estudio fue de diseño no experimental - descriptivo. Se encontró que la forma de enseñar las matemáticas en el Perú siempre está cambiando, asimismo, que la capacitación permanente de los profesores de ciencias matemáticas contribuye al progreso de la competencia algebraica.

Castro (2019), en su investigación “Diseño de la programación curricular de 4to grado de secundaria bajo el enfoque de Resolución de Problemas en el área de Matemática en el Marco del Currículo Nacional de la Educación Básica del Perú” cuyo objetivo fue el diseño de un programa que aumente el nivel de desarrollo del pensamiento algebraico. Metodológicamente este estudio fue no experimental y de alcance descriptivo. Como resultado se creó una programación anual de matemáticas para mejorar el aprendizaje con el enfoque de resolución de problemas.

Coz y Castillo (2019). en su investigación “Desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos del primer y segundo grados de educación secundaria - caso: Institución Educativa Particular Ingeniería de Huancayo” cuyo objetivo fue la medición de nivel de pensamiento algebraico a través de la metodología propuesta por los doctores Godino y Aké. Este estudio utilizó una técnica descriptiva y empleó una metodología no experimental. Según los métodos utilizados, la gran mayoría de los alumnos (90%) alcanzaron el nivel cero de algebraización, el 8% el nivel uno y sólo el 2% el nivel dos.



Bárraga (2018), en su tesis “Desarrollo del pensamiento relacional en niños de tercer grado de educación primaria” cuyo objetivo fue aumentar el conocimiento sobre el desarrollo del pensamiento - relacional en la escuela primaria como una intelectual actividad integral y de fundamento que promueve el pensamiento algebraico. Respecto a la metodología, el estudio fue no experimental, de tipo documental y nivel descriptivo. Llegó a la conclusión de que el estudio de desarrollo del pensamiento relacional es un factor pedagógico a tener en cuenta a la hora de crear actividades.

De la Cruz (2021) en el estudio “Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de educación básica alternativa de Huancavelica” tuvo el objetivo de identificar el nivel de pensamiento algebraico en estudiantes del tercer grado de educación básica alternativa, mediante una evaluación educativa dirigida a una muestra de 71 estudiantes. Encontrando como resultado que los estudiantes en un 99 % logró desarrollar los ejercicios del nivel 0; el 76 % de estudiantes logró desarrollar los ejercicios del nivel 1; un 46 % de los estudiantes lograron desarrollar los ejercicios del nivel 2; el 51 % de los alumnos logró desarrollar los ejercicios del nivel 3; mientras que solo el 49 % logro desarrollar el ejercicio del nivel 4; un 39 % logró resolver el ejercicio del nivel 5 y un 97 % logro hallar el ejercicio del nivel 6.

Rivas (2021) en su estudio “Niveles de algebrización en las actividades propuestas para la adquisición del lenguaje algebraico en los libros de texto de 1° secundaria (EBR, Perú)” su objetivo era explicar los niveles de algebrización fomentados en acciones previstas en el libro de texto de matemáticas utilizado en las escuelas públicas peruanas y en el Currículo Nacional. La metodología fue cualitativa con un enfoque interpretativo. Encontró como resultado que el nivel de algebrización y los desempeños vinculados corresponden al nivel intermedio de algebrización. En conclusión, lo propuesto en el libro de Matemática para el primer año de secundaria fomentan sobre los niveles de



algebrización un nivel-intermedio incumpliendo así con que se proponen por el Razonamiento Algebraico Elemental, porque el texto corresponde a los grados de primaria y deberían lograr el nivel 3 de algebrización propuesto por el Razonamiento Algebraico Elemental.

Lucana (2018) en su estudio “Influencia de la actividad lúdica en el aprendizaje del álgebra en estudiantes de primer grado de la I.E.S. José Carlos Mariátegui Aplicación UNA Puno – 2017” aplicó una metodología de enfoque cuantitativo, cuasi – experimental a través de la técnica de prueba escrita mediante un test de entrada y salida. Como resultado de las actividades de entretenimiento a lo largo de la clase, se observó una mejoría considerable en el aprendizaje del álgebra, contribuyendo como aportación, para el empleo de metodológicas estrategias de aprendizaje y enseñanza, y recomendando que estas actividades sean tenidas en cuenta en los Documentos Curriculares e incluso en la Educación Superior.

Belizario (2016), en su investigación “Evaluación del conocimiento algebraico en docentes del área de matemática de educación secundaria de la ciudad de Puno – 2017” cuyo objetivo principal fue la evaluación de los conocimientos algebraicos. El estudio tuvo un diseño no experimental, un método cuantitativo y una naturaleza descriptiva. Se determinó que los instructores de matemáticas de secundaria en Puno tienen un nivel básico de comprensión algebraica, con un puntaje promedio de 15,31 en las asignaturas, lo cual es ideal, aunque sería preferible un puntaje de 20.

2.2. MARCO TEÓRICO

2.2.1. Definición de álgebra

Galdós (2002), menciona que se entiende por álgebra a un campo de la matemática encargada del estudio de letras u otros signos especiales para su representación. También



permite desarrollar y resolver problemas matemáticos utilizando letras, símbolos y números, que representan cosas, temas o agrupaciones de elementos. Esto facilita la formulación de ecuaciones que contienen números desconocidos, llamados incógnitas, lo cual posibilita el desarrollo de ecuaciones.

Burkhardt (2001) destaca la necesidad de ser capaz de reconocer modelos numéricos, pictóricos y geométricos. Aquí es donde se utiliza el álgebra para responder a los problemas mediante la manipulación de números, variables, funciones y patrones con el fin de lograr la generalización.

Palarea (1998) como se citó en Manzano (2019) expone que es la representación simbólica de las relaciones y operaciones numéricas universales de las estructuras matemáticas. En consecuencia, el álgebra escolar puede considerarse como una "aritmética generalizada", que consiste en la creación y manipulación de conexiones y cualidades numéricas.

Por su parte Lew (2004) plantea que es un conjunto de símbolos y números utilizados para resolver ecuaciones, examinar conexiones funcionales y establecer las estructuras de diversas representaciones. Lo consigue desarrollando seis destrezas de pensamiento matemático: abstracción, generalización, pensamiento dinámico, pensamiento analítico, organización y modelado.

El poder desarrollar la correcta construcción de los primeros conocimientos algebraicos durante los primeros grados, permitirá a los estudiantes contar con bases sólidas para comprender el álgebra durante la escolaridad en los años medios y superiores de la educación.



2.2.2. Didáctica del Álgebra

En la didáctica del Álgebra escolar es muy importante explorar los conocimientos previos de la misma forma la mejora de habilidades y capacidades en el área. (Manzano, 2019). Estos autores destacan la importancia de lograr un equilibrio entre los distintos elementos algebraicos y su aplicación a través de estrategias que posibiliten a los alumnos construirla y comprenderla lógicamente, en términos de su estructura cognitiva, y así asignar un significado a los conceptos y razonamiento algebraicos.

Rabino et al. (2004) hacen alusión a que el estudio de modelos, tiene carácter prioritario durante la educación primaria, puesto que se constituye en la base del entendimiento para diversos conceptos, tales como: funciones, ecuaciones y sucesiones. Siendo los que permiten detectar si se manifiestan en el mundo exterior, y así poder establecer relaciones con el razonamiento y lenguaje algebraico. Esto permite que la norma utilizada para la producción de una serie de colores, imágenes o números se entienda como un modelo o patrón. Esto demuestra que los niños pueden crear objetos geométricos y utilizar sus cualidades para resolver problemas mediante el aprendizaje de formas, patrones y conexiones. Así como la capacidad de reconocer, examinar y evaluar modelos en actividades matemáticas además de la vida diaria.

Durante el proceso de adquisición de habilidades, tienen una participación estelar las representaciones mentales frente al objeto concreto. Piaget afirma la existencia de concepciones matemáticas, que parten del concepto de unidad o número. Es decir, la representación de una determinada cantidad de sustancia. Este proceso operacional, al igual que los demás, se forma mediante la percepción. Después, este hecho debe ser superado. En esta situación se utiliza lo concreto. Según Piaget, hay áreas de la educación en las que el instructor actúa como facilitador o guía, más que como director, permitiendo



a los niños explorar su entorno y aprender cosas nuevas. (Piaget, 1986 como se citó en Bárraga, 2018)

Esta investigación considera a Piaget, porque según su aporte, el niño madura según su crecimiento, aprende nuevas estrategias que le permiten construir un conocimiento para su desarrollo y de gran utilidad a su crecimiento como persona, poniendo en sus manos herramientas para un lógico razonamiento en las matemáticas.

Kaput (1998) establece que, durante los primeros grados escolares, se debe incorporar el álgebra, dado que nutre y aporta coherencia y profundidad en la comprensión de las matemáticas. Con este objetivo, Kaput desarrolló "Álgebra para todos", un concepto basado en el término "Algebrafying", que se refiere a la inclusión del razonamiento algebraico con el objetivo de fomentar el álgebra para una mejor asimilación de las matemáticas.

Blanton y Kaput (2003) se pronuncian a favor del pensamiento algebraico mediante la generalización para permitir que el niño pueda comprender la estructura matemática. El uso del pensamiento matemático facilita a los estudiantes cada vez que el nivel sube en lo abstracto y complejo de las matemáticas.

El Álgebra muestra a la generalización de patrones y relaciones como el inicio, ya que está relacionado exclusivamente el razonamiento cualitativo; luego se construyen, las estructuras, cálculos y relaciones, para desarrollar de manera sintáctica, la formalización. A través de los aportes de Kaput y de Godino, se puede manifestar que la incorporación del algebra a temprana edad, durante la Primaria, promueve y simplifica la correcta comprensión de las matemáticas, suscitando el pensamiento algebraico y así incentivar a los estudiantes a generalizar el pensamiento, logrando una mejor resolución de problemas



y de esta manera, tendrán mejores resultados al desarrollar actividades matemáticas, tanto en lo escolar como lo personal. (Kaput, 2000)

Martínez (2014) asevera que los discentes en edades tempranas que son capacitados en las expresiones de uso algebraico, poseen mayor aptitud al ocuparse en actividades de índole matemático, concernientes al estudio algebraico en el nivel secundario. Es decir, estos estudiantes no demuestran problemas en la etapa de transición del proceso aritmético al proceso de algebrizar.

El álgebra, frecuentemente es considerada un cúmulo de reglas de procedimiento que se utilizan para el manejo de expresiones simbólicas; no obstante, el álgebra se concibe como una forma de pensar y de visualizar una circunstancia determinada, conllevando a apreciarla como una dimensión relevante de las actividades asociadas a la matemática. En consecuencia, en los últimos años los docentes del área de matemáticas dan uso a la categoría pensamiento algebraico para referirse a una visión desarrollada y amplia del álgebra escolar. (Agudelo, 2014).

Socas (2011) establece que el álgebra se manifiesta como parte del contenido que abarca la matemática en las distintas fases que conforman el sistema educativo, principalmente desde la secundaria de manera precisa hasta los estudios superiores, sin embargo, en las dos últimas décadas han manado propuestas de agregar determinados aspectos a la Educación Primaria.

González (2017) considera relevante el desarrollo de saberes vinculados a las distintas vertientes de las matemáticas, teniendo en cuenta la importancia de partir desde edades y niveles educativos tempranos, facilitando de esta manera el pensamiento y aprendizaje algebraico. Ciertamente, el hecho de que el Pensamiento Algebraico esté únicamente conformado y premeditado por el Aritmético no es irrefutable, ya que puede



contener también componentes de la Geometría. En consecuencia, al desarrollar adecuadamente una didáctica del Álgebra, se debe considerar no sólo el Álgebra sino también otras materias y regiones que la componen.

2.2.3. Pensamiento Algebraico

Franzyuri et al. (2019) mencionan que, el Pensamiento Algebraico, amerita primeramente el entender en qué radica para después pensar de qué manera se puede desarrollar. Por tanto, implica la asignación al pensamiento de la condición algebraica, para ello, se requiere comprender y diferenciar lo que es, o no es algebraico, siendo relevante comenzar definiendo al álgebra en el ámbito matemático.

Según Baldor (1980) como se citó en Franzyuri et al. (2019) se considera al Álgebra como un componente que se ocupa del estudio de la cantidad determinada desde la generalidad posible. En consecuencia, esta definición, combinada con la de la Real Academia, nos permite mantener la generalización como un requisito algebraico. Es decir, la generalización es un requisito del Pensamiento Algebraico ya que se entiende como una técnica algebraica de considerar elementos matemáticos.

En concordancia, Kieran y Filloy (1989) como se citó en Franzyuri, et al. (2019) perfeccionan la definición aseverando que, el pensamiento general entendido como expresión algebraica, puede ser revelado de forma visible, con la finalidad de que pueda asumirse la representación de esa característica del pensamiento, todo ello, con el objeto de verificar su existencia, siendo necesario que el sujeto lo exprese para poder ser constatado.

En consecuencia, Fernández y López (2014) mencionan que, el pensamiento algebraico involucra: generalizar, representar y formalizar patrones y regularidades, por



tanto, la utilización de símbolos y de expresiones literales son considerados necesarios para resolver problemas y modelizar distintas situaciones.

El desarrollo del pensamiento algebraico está asociado al aprendizaje del álgebra por parte de los discentes. De allí que, se considere que el pensamiento algebraico es una manera individual de generar reflexión en el ámbito matemático. Asimismo, desde una perspectiva filosófica, bien puede decirse que, el pensamiento algebraico se compone de una serie de procesos que implican la acción y reflexión en los individuos. (Radford, 2010b como se citó en Álvarez 2017)

La forma idónea de desarrollar el Pensamiento Algebraico es, a través de la didáctica. Esta debe ser fortalecida desde la Aritmética, comprendiendo otros niveles enmarcados en edades tempranas en la educación básica. (González, 2017)

En correspondencia, se deben propulsar actividades que permitan el fortalecimiento del pensamiento algebraico, no solo con el fin de, comprender las bases de las matemáticas, sino también con el objeto de ampliar la comprensión del ambiente natural, social y cultural que envuelve a los individuos. Además, el álgebra es esencial para impulsar el desarrollo de capacidades que coadyuven a la resolución de problemas, usando para ello, estrategias, tales como: verificación e interpretación de resultados y generalización de soluciones. (González, 2017)

A juicio de Radford (2010b) como se citó en Álvarez (2017) el pensamiento algebraico está compuesto por tres elementos, los cuales se vinculan directamente:

- El sentido de indeterminancia (básicos objetos como: parámetro, variables e incógnitas) contradictorio a la determinación numérica.



- La analiticidad, como una manera de trabajo con lo indefinido los objetos indeterminados, por tanto, la identificación del operatorio carácter de los básicos objetos.
- La expresión semiótica o designación simbólica de objetos, consiste en la forma particular empleada para nombrar o referir los objetos.

2.2.4. Estrategias didácticas para mejorar el nivel del pensamiento algebraico

La aplicación de distintas estrategias que conlleven a optimizar el aprendizaje del álgebra y por consiguiente a incrementar el nivel del pensamiento algebraico. Sin embargo, las dificultades que evidencian los discentes cuando comienzan a estudiar el álgebra, deben ser percibidas como las oportunidades de mejora que tendrá el docente para reinventar la forma de enseñar a los estudiantes el lenguaje matemático. Es decir, cuando la interpretación del lenguaje matemático es la adecuada, el aprendizaje del álgebra será más sencillo de obtener, debido a que se cuenta con cimientos y conceptos reales, los cuales podrán ser utilizados al momento de requerirlos. (Moreno, 2014)

El proceso de enseñanza del álgebra usando el método cotidiano ha ocasionado actitudes negativas en los educandos, las cuales son manifestadas, a través de, la falta de atención en el aula, detrimento del rendimiento académico y desinterés ante las actividades que propone el docente, tanto dentro como fuera del salón de clase. De allí que, se origine gran inquietud en los profesores al intentar transformar dichas conductas en comportamientos favorables y positivos ante el proceso de aprendizaje, teniendo que utilizar para tal fin, todos los medios que estén a su alcance. Se ha demostrado que, cuanto los estudiantes mantienen una actitud positiva en la clase, el aprendizaje se torna más eficaz. Siendo necesario que se propulse la motivación en el estudiantado, mediante recursos que generen dinamismo. (Moreno, 2014)



En consecuencia, emerge la necesidad de que los docentes brinden a sus estudiantes alternativas que les faciliten el aprendizaje del álgebra, haciendo atractivo el proceso, además de que los mismos se entusiasmen y motiven con esta novedosa forma de aprender. Partiendo de esta premisa, las actividades lúdicas se presentan como una iniciativa para la enseñanza del álgebra, manejando así otro enfoque didáctico, donde se pretende que el estudiante concentre su atención, a la vez de tener la posibilidad de manejar y superar las falencias que se manifiestan en el proceso, por ello, se cree que un contenido expresado en forma de juego beneficia al estímulo de la diversión, tendiendo a organizar equipos para jugar y lograr así un aprendizaje eficaz. (Azarquiel, 1993, como se citó en Álvarez, 2017)

Asimismo, se determina que las actividades lúdicas deben poseer las siguientes características: a) Ser comprensibles, además de ser ajustados al nivel de los estudiantes, b) Tener un propósito definido, c) Ser interesantes, atractivos y motivadores, d) Incorporar en la medida de lo posible juegos con los que el estudiante esté familiarizado, e) Plantear juegos individuales que permitan interiorizar fácilmente los conceptos, así como también juegos colectivos, f) Es importante que los juegos sean accesibles a nivel económico, además de desarrollar la aptitud para construir juegos nuevos con la participación de estudiantes y docentes. (Azarquiel, 1993 como se citó en Álvarez, 2017)

2.2.5. Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

Práctica flexible y satisfactoria donde se coloca a los alumnos ante una tarea o un problema desconocido para que adquieran nuevos conocimientos. Esta técnica es eficaz porque hace hincapié en las habilidades de resolver problemas y en el pensar crítico con el fin de maximizar los recursos de los alumnos, potenciar y optimizar el aprendizaje y garantizar que lo aprendido sea aplicable en la vida real. Es importante recordar el papel

del instructor, que sirve de facilitador, guía y debe estar dispuesto a ayudar al estudiante.

(Fuentes, 2015)

El proceso de Aprendizaje Basado en Problemas consta de las siguientes seis fases de carácter primordial descritas en la Tabla 1:

Tabla 1

Fases del proceso de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

| Fase | Descripción |
|--|--|
| Aclarar términos y conceptos | Se trata de aclarar todo lo relacionado con el tema para que pueda ser interpretado correctamente; en tanto, se debería fomentar el debate en equipo ya que esto fomenta un mayor énfasis en el enfoque en el planteamiento; por lo tanto, este aspecto es importante porque afecta al éxito de solución del problema; en definitiva, consiste en que comprenda el alumno. |
| Definir los problemas | Las dificultades pueden describirse de forma adecuada, exacta y precisa, por lo que hay que evitar las ambigüedades que provocan malentendidos. |
| Analizar los problemas | Indica un espacio abierto todo esto con el fin de que haga preguntas el alumno para aclarar las dudas que tenga y eliminar los obstáculos que afecten a la secuencia y solución de los problemas; para que proponga y, con anteriores conocimientos, enuncie sus hipótesis de la razón por la cual sucede, causas y efectos posibles que le lleven de manera fácil a encontrar las soluciones; participar en discusiones, porque ello fomenta la búsqueda de tácticas; sugiriendo y, con información previa, elaborando hipótesis sobre el porqué de lo que ocurre, las causas probables y las consecuencias que pueden conducirle con facilidad a las respuestas. Dicha etapa permite al alumno buscar pistas dentro del problema propio. |
| Hacer una lista sistemática del análisis | En este punto, se hace un listado del enunciado sobre el problema, de los conocidos datos y desconocidos, y se piensa |

| | |
|---|--|
| | realmente en lo que está disponible y en lo que se necesita; cuáles son los pasos que hay que dar, la jerarquización de los procesos que hay que emplear y cuáles son los adecuados para usar; es decir, se pone en marcha el conocimiento necesario. |
| Formular los resultados del aprendizaje esperados | El grupo percibe si el trabajo generado desarrolla en ellos nuevos conocimientos, si los métodos ofrecen validez a las mismas y si cumplen con la fiabilidad para aceptarse y validar con la información obtenida. |
| Aprendizaje independiente centrado en resultados | El facilitador puede ver que cada estudiante está aprendiendo y que tiene la capacidad de resolver problemas adicionales en situaciones comparables, basándose en los resultados. |
| Sintetizar y presentar nueva información | Como facilitador el profesor, posee la posibilidad de generar el ámbito y asistir al estudiante a considerarse protagonista en la edificación de su propio aprender a partir de la precisión de los resultados. Los conocimientos nuevos se debaten y valida a las hipótesis planteadas, y las actividades son expuestas en un orden lógico. |

Fuente: Exley y Dennick (2007)

2.2.6. Estrategias de enseñanza – aprendizaje modelo socio-constructivista

Bilboa et al. (2019) hace referencia a que el socioconstructivismo es el modelo de aprendizaje con mayor influencia en la enseñanza para la comprensión, siendo posible definirla por los rasgos característicos presentados en la Tabla 2:

Tabla 2

Rasgos característicos del socioconstructivismo

| Rasgos | Definición |
|-------------------------------|---|
| Construcción del conocimiento | El protagonista del propio conocimiento es la persona. A medida que una persona interactúa con su entorno, se forma nueva información, y el éxito de esta interacción viene determinado por los rasgos neurológicos y biológicos del individuo. |



| | |
|--|---|
| Dimensión individual | Dado que el razonamiento lógico y la memoria tienen lugar en el interior del alumno, la evaluación de una circunstancia concreta por parte de un grupo no será siempre la misma. |
| Dimensión social | La construcción del conocimiento interior individual no puede desligarse de la interacción social. Todos los procesos cognitivos (atención, memoria y lenguaje) están socialmente mediatizados. |
| Dimensión contextual | Debido al contacto, es importante recordar que una persona aprende de su entorno y puede influir en él y cambiarlo. Los individuos obtienen nueva información cuando su entorno cambia. |
| La evaluación como proceso dinámico y social | Es una dinámica que se produce a lo largo de todo el proceso y que cambia en función de cómo interactúen el instructor y el alumno. Las aportaciones del profesor cambiarán a medida que progrese la actuación del alumno. |

Fuente: Bilboa et al. (2019)

2.2.7. Niveles de algebrización

En cuanto a la enseñanza del álgebra, Kieran, Pang, Schifter y Fong (2016) mencionan que existen escasos estudios, por lo cual es necesario apoyar a los docentes en esta área de estudio, con el fin de estimular el razonamiento algebraico en individuos de temprana edad.

En correspondencia, se requiere aclarar cuándo una actividad matemática ejecutada consigue o no estimular el razonamiento algebraico. Esto es de suma importancia, ya que las actividades matemáticas a nivel de primaria son dirigidas la mayoría de las veces hacia la aritmética y el cálculo, sin embargo, al contar con juicios de análisis, se tienen herramientas que permiten manejar información que ayude a redirigirlas. (Aké, 2017)

De acuerdo con Aké (2017) teniendo esta interpretación como premisa se profirió un modelo de diferenciación de niveles, destinada a la práctica algebraica:



El nivel 0 demuestra la falta o inexistencia de pensamiento algebraico; como resultado, no se trabajan las nociones y características estructurales o funcionales. En cuanto al estructural aspecto, no posee diferencia los atributos y se emplea el signo igual en su significado operativo. En cuanto a la funcionalidad, se muestra una regla recursiva. El lenguaje utilizado podría ser verbal, numérico o simbólico, y las técnicas empleadas no indican que se trate de algo desconocido.

El nivel uno proporciona una primera y burda aproximación hacia las estructuras del razonamiento de nivel protoalgebraico. Se inicia la toma de conciencia de las características de las operaciones en cuanto al aspecto estructural, así como la realización del significado relacionado al signo “igual”, que da lugar a la creación de la idea de equivalencia. El tipo de lenguaje utilizado puede ser verbal, numérico o simbólico, y las técnicas empleadas no indican que se trate de algo desconocido.

El segundo nivel muestra un enfoque intermedio temprano de las estructuras de razonamiento protoalgebraico. El uso de los atributos de las operaciones se trata en términos del aspecto estructural, y se aplica el significado de tipo relacional al signo igual, dando lugar a la formación de la idea de equivalencia. Una regla general se da en términos del aspecto funcional. Lo que distingue a este nivel es el lenguaje verbal, numérico o icónico, inevitablemente comienza la adaptación de los niños de primaria con el empleo de símbolos, que no siempre son registros alfanuméricos; no obstante, los procesos seguidos no demuestran que se trate de lo desconocido.

El tercer nivel demuestra el razonamiento algebraico integrado. Este nivel se caracteriza por la adición de componentes simbólicos o alfanuméricos, con énfasis en el cálculo analítico, a fin de lograr formas similares en las expresiones.



El nivel cuatro representa el primer encuentro con los parámetros, que se refiere a un sistema de ecuaciones que implica la solución de más de dos incógnitas. Los registros numéricos son el nombre de este tipo de parámetros. (Godino et al., 2015)

En el quinto nivel se analiza cómo utilizar o tratar los parámetros que incluyen más de una variable o incógnita, así como las progresiones geométricas. Las operaciones con parámetros conducen a un mayor grado de complejidad semiótica, poniendo en juego los objetos algebraicos vistos en el nivel anterior. (Godino et al., 2015)

El nivel seis no es común en la escuela secundaria, aunque será notable en los grados superiores. En esta etapa se descubren estructuras y simbologías del espacio vectorial más abstractas. (Rivas, 2021)

2.3. MARCO CONCEPTUAL

Álgebra: es un campo de las ciencias matemáticas, ocupada del estudio de las letras y otros signos especiales utilizados para representarlas. Del mismo modo, afirma que su objetivo es generalizar todas las investigaciones posibles relativas a las cantidades. También permite desarrollar y resolver problemas matemáticos utilizando letras, símbolos y números, que representan cosas, temas o agrupaciones de elementos.

Pensamiento: La capacidad de las personas para crear imágenes y representaciones mentales de la realidad y relacionarlas entre sí.

Pensamiento algebraico: El desarrollo del pensamiento algebraico está asociado al aprendizaje del álgebra por parte de los discentes. De allí que, se considere que el pensamiento algebraico es una manera individual de generar reflexión en el ámbito matemático. Asimismo, desde una perspectiva filosófica, bien puede decirse que, el pensamiento algebraico se compone de una serie de procesos que implican la acción y reflexión en los individuos.



Didáctica: La didáctica es una disciplina educativa que examina y participa en el procedimiento de aprendizaje - enseñanza con el objetivo de proporcionar a los alumnos una formación intelectual. Además, está contenida en la pedagogía manifestando interés por el saber y ocupándose de la formación inmersa en un escenario determinado.

Didáctica del Álgebra: En la didáctica del Álgebra escolar es muy importante explorar los conocimientos previos de la misma forma que la formación de habilidades y competencias pertenecientes al área (Kaput, 1999; Blanton, 2005; Bell, 1980; Vergnaud, 1980; Kieran, 1980 y Lee, 1987). Se destaca la relevancia de lograr un equilibrio entre los componentes distintos del álgebra y su aplicación en el aula con estrategias significativas que posibiliten a los alumnos construirla y comprenderla lógicamente, en términos de su estructura cognitiva, y así precisar los significados de los conceptos y uso del razonamiento algebraico.

Estrategia: es un procedimiento que permite generar acciones adecuadas en un contexto determinado. La estrategia se aplica con la finalidad de lograr un propósito previamente establecido.

Estrategia didáctica: son aquellas formas y recursos que aplica el docente a sus estudiantes con el objeto de, propulsar y generar aprendizajes significativos en ellos, esto con la clara intención de facilitar el aprendizaje de un novedoso contenido de manera más profunda y consciente.

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL ESTUDIO

La investigación fue realizada en la Institución, Educativa Independencia, Nacional Puno, situada en el departamento de Puno, provincia y distrito de Puno, Perú.

Como en la Figura 1 podemos visualizar:

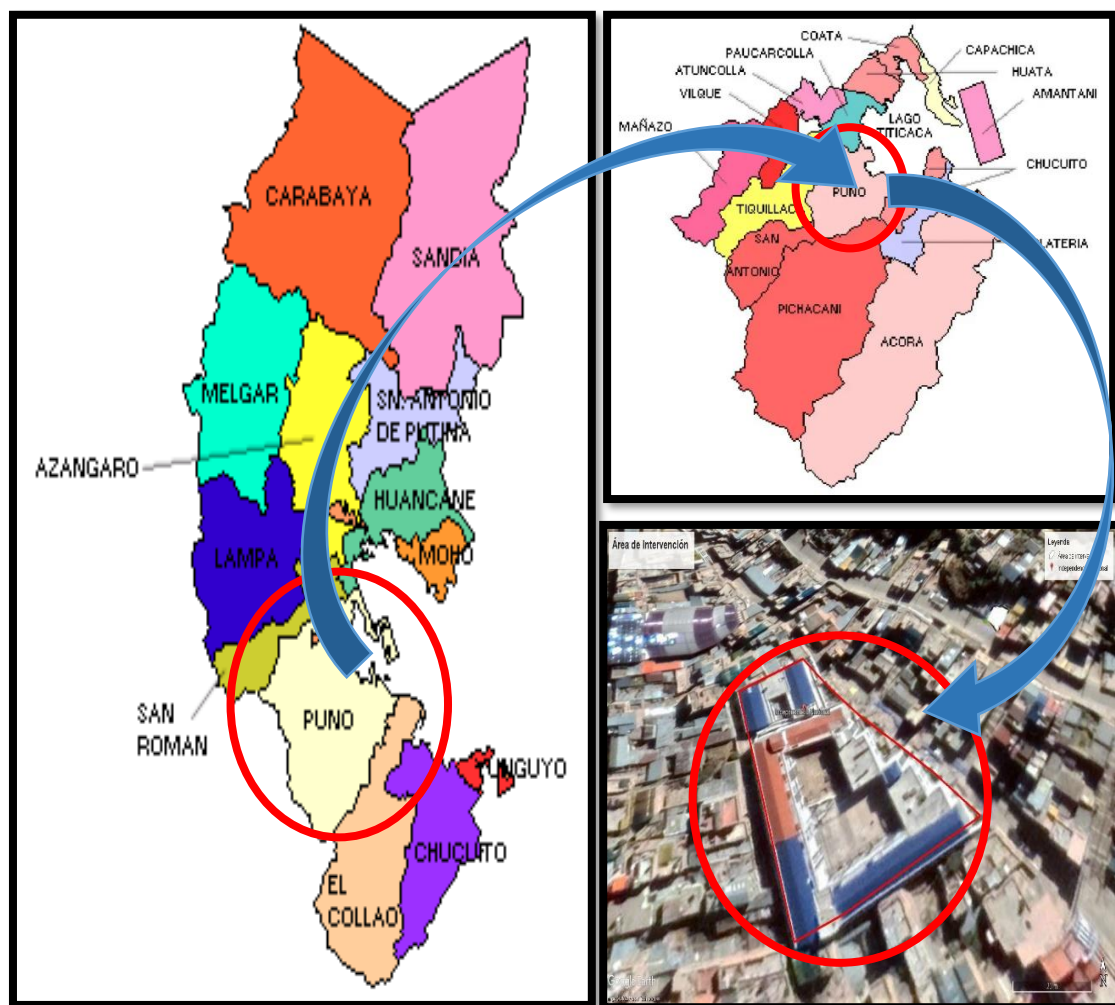


Figura 1. Mapa del área de estudio

Nota. El gráfico presenta el área de intervención del presente estudio.



3.2. PERIODO DE DURACIÓN DEL ESTUDIO

En cuanto a la duración del estudio, está comprendido desde la aprobación del proyecto de investigación que se dio lugar en febrero del 2021 hasta lo sustentación y publicación en junio del 2022.

La recolección de datos fue realizada en el mes de marzo 2022, con la autorización previa de la administración de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno coordinando las fechas de aplicación de la prueba pedagógica de inicio, sesiones de aprendizaje y prueba pedagógica de salida, bajo la modalidad presencial. Posteriormente se realizó el análisis de datos utilizando Excel y SPSS.

3.3. PROCEDENCIA DEL MATERIAL UTILIZADO

La técnica utilizada para recopilar información crucial y llevar a cabo la investigación en este estudio fue la encuesta, demostrando que permite la adquisición de más datos. Debido a que, Carrasco (2017) hace referencia a que esta técnica es la mejor herramienta, puesto que posee variedad, utilidad, exhaustividad y comodidad para reunir información.

El instrumento que se aplicó fue la prueba pedagógica propuesta en el estudio realizado por De la Cruz (2021). Este instrumento constó de 10 preguntas, de las cuales: el ejercicio 1 perteneció al nivel de pensamiento algebraico 0; los ejercicios 2 y 3 pertenecieron al nivel de pensamiento algebraico 1; los ejercicios 4 y 5 correspondieron al nivel de pensamiento algebraico 2, los ejercicios 6 y 7 pertenecieron al nivel de pensamiento algebraico 3; el ejercicio 8 perteneció al nivel de pensamiento algebraico 4; el ejercicio 9 perteneció al nivel de pensamiento algebraico 5 y el ejercicio 10 correspondió al nivel de pensamiento algebraico 6. Dicho instrumento se validó por 3 expertos obteniendo la calificación de Aprobado. Se adjunta el instrumento y la validación en Anexo 1 y 2.



De acuerdo con Carrasco (2017), el cuestionario es el principal modo de contacto entre el encuestado y el administrador de la encuesta. Permite abordar los objetivos y las variables del estudio mediante una secuencia de preguntas individuales meticulosamente elaboradas y que tienen la repercusión adecuada para el trabajo en cuestión.

3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA DEL ESTUDIO

3.4.1. Población

Entendiendo que es la suma de personas o cosas con características comparables. (Hernández et al., 2014). En el estudio los sujetos de la población estuvieron constituido por los estudiantes pertenecientes al nivel secundario de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno, haciendo 523 estudiantes en total.

3.4.2. Muestra

Entendiendo que es un subconjunto de la población elegida, también conocido como un conjunto distinto de la población, que se elige con el objetivo de hacer un análisis con los datos adquiridos a través de la muestra. (Hernández et al., 2014) Fue aplicada un muestreo no probabilístico por conveniencia, el cual, a juicio de Carrasco (2017), consiste en que el investigador seleccione la muestra a propósito, eligiendo aquellas características que le resultan convenientes.

Se consideró criterios de exclusión e inclusión, trabajando con una muestra que se conforma 50 estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno, bajos los siguientes criterios:

- a) Criterios de inclusión: Alumnos pertenecientes al tercer grado de secundaria, debido a que, en este grado los estudiantes ya han culminado el ciclo VI de la educación básica regular, pudiendo exhibir el nivel de desempeño alcanzado. (Ramos, 2018)



- b) Criterios de exclusión: Alumnos pertenecientes a grados inferiores y superiores a tercer grado de educación secundaria.

3.5. DISEÑO ESTADÍSTICO

3.5.1. Nivel de investigación

Pertenece a un nivel exclusivamente descriptivo, ya que se desea describir los componentes principales de una realidad, a través de información verídica, precisa y sistemática, siendo fundamental acerca de características de observación y verificación, aplicando metodologías de recopilación de datos tal como encuesta, observación y estudios de casos. (Guevara et al., 2020)

3.5.2. Tipo de investigación

Tipo aplicada, pues, el propósito aplicado a las ciencias sociales es proponer programas que permitan mejorar la innovación pedagógica. (Paniagua y Condori, 2018)

3.5.3. Diseño de investigación

De diseño pre experimental, debido a que se trabajó con un solo grupo, con aplicación de pre y post-test para determinar el efecto del tratamiento. (Chávez et al., 2020)

3.5.4. Enfoque de la investigación

El comportamiento de la muestra se estudió utilizando un método cuantitativo, que incluía el proceso de recopilación de datos, como el análisis estadístico siguiente. El enfoque cuantitativo emplea la recolección de datos, la medición numérica, así como el análisis estadístico con el objetivo de definir patrones de comportamiento y probar ideas (Hernández et al., 2014).

3.6. PROCEDIMIENTO

3.5.1. Diagnóstico del pensamiento algebraico

Se realizó el diagnóstico del pensamiento algebraico a través de la aplicación del instrumento propuesto en el estudio realizado por De la Cruz (2021). Esta prueba pedagógica constó de 10 preguntas, de las cuales: el ejercicio 1 perteneció al nivel de pensamiento algebraico 0; los ejercicios 2 y 3 pertenecieron al nivel de pensamiento algebraico 1; los ejercicios 4 y 5 correspondieron al nivel de pensamiento algebraico 2, los ejercicios 6 y 7 pertenecieron al nivel de pensamiento algebraico 3; el ejercicio 8 perteneció al nivel de pensamiento algebraico 4; el ejercicio 9 perteneció al nivel de pensamiento algebraico 5 y el ejercicio 10 correspondió al nivel de pensamiento algebraico 6.

3.5.2. Identificación del nivel de pensamiento algebraico (pre test)

Mediante los resultados de la aplicación de la prueba pedagógica se logró determinar el nivel de pensamiento algebraico el cual se encontró que los estudiantes pertenecientes a la muestra de estudio. A continuación, la Tabla 3, presenta los diversos niveles de pensamiento algebraico:

Tabla 3

Niveles de pensamiento algebraico

| Nivel de algebrización | Descripción |
|------------------------|--|
| 0 | Aritmético (Ausencia de razonamiento algebraico) |
| 1 | Proto-algebraico incipiente |
| 2 | Proto-algebraico intermedio |
| 3 | Algebraico |
| 4 | Uso de parámetros |
| 5 | Manipulación de parámetros |
| 6 | Tareas estructurales |

Fuente: Godino et al. (2015)



3.5.3. Diseño y aplicación de estrategias de enseñanza-aprendizaje

La elaboración y aplicación de sesiones de aprendizaje para determinar la influencia de estrategias de enseñanza-aprendizaje en el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes se desarrolló de acuerdo a lo propuesto en el Currículo Nacional, basado en las corrientes socio constructivistas se plantean las orientaciones para la planificación, la ejecución y la evaluación de procesos de enseñanza y aprendizaje: desde contextos significativos, crear intereses y disposiciones como requisito para un aprendizaje, aprender realizando, desde conocimientos anteriores, edificar el conocimiento nuevo, del error aprender, formar el conflicto cognitivo, intermediar el avance de los estudiantes desde un nivel de aprendizaje alto, originar el trabajo en cooperación y promover el pensamiento complejo. (MINEDU, 2017)

Así mismo, se consideró la integración del método (ABP) teniendo en cuenta las siguientes características: debe estar centrado en el estudiante, fomentar un aprendizaje activo y colaborativo, trabajo en grupo y el desarrollo del razonamiento crítico. (Fuentes, 2015)

3.5.4. Identificación del nivel de pensamiento algebraico (post test)

Teniendo en cuenta que el presente estudio es de diseño pre experimental se aplicó la prueba pedagógica (post test) a fin de determinar el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes.

3.7. VARIABLES

La Tabla 4, presenta las variables analizadas en el desarrollo del presente estudio:

Tabla 4

Variables de estudio

| Variable | Dimensiones | Indicadores | Baremo de la variable |
|------------------------|---------------------------------|--|-----------------------|
| Pensamiento algebraico | Nivel de pensamiento algebraico | 1. Nivel 0: Aritmético (Ausencia de razonamiento algebraico) | |
| | | 2. Nivel 1: proto-algebraico incipiente | 0 = En inicio |
| | | 3. Nivel 2: proto-algebraico intermedio | 1 = En proceso |
| | | 4. Nivel 3: algebraico | 2 = Logro previsto |
| | | 5. Nivel 4: uso de parámetros | |
| | | 6. Nivel 5: manipulación de parámetros | |
| | | 7. Nivel 6: tareas estructurales | |

Nota. La tabla presenta la variable de estudio, con sus respectivas dimensiones e indicadores, así como el baremo de la variable.

3.8. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En cuanto al análisis de datos, lo adquirida como información se transformó en gráficos y tablas utilizando herramientas informáticas como SPSS y Microsoft Excel. Considerando el diseño del estudio pre experimental y la hipótesis general de estudio se efectuó la prueba de normalidad entre la pre y post prueba, culminado con la prueba no paramétrica de Wilcoxon, lo que permitió el análisis de los datos y la formulación de conclusiones y sugerencias como última etapa del proceso.



Prueba de normalidad, teniendo en cuenta que la muestra es igual a 50 estudiantes, se aplicó la prueba de normalidad Shapiro – Wilk, considerando con 95 % como nivel de confianza y 0.05 como nivel de significancia de. Planteando las siguientes hipótesis:

Ha: Los datos no tienen una distribución normal

Ho: Los datos tienen una distribución normal

Para el criterio de decisión se tuvo en cuenta: Si $p \geq 0.05$, se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis alterna. Si $p < 0.05$, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna.

Prueba no paramétrica, debido a la aceptación de la hipótesis alterna, procedió a aplicar la prueba no paramétrica de Wilcoxon, trabajando con 0.05 como nivel de significancia de, considerando las siguientes hipótesis:

Ha: $\mu_1 = \mu_2$ Las medias son diferentes, si hay diferencia significativa entre el pre y post test.

Ho: $\mu_1 \neq \mu_2$ Las medias son iguales, no hay diferencia significativa entre el pre y post test.

Para el criterio de decisión se tuvo en cuenta que: Si $p \geq 0.05$, se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis alterna. Si $p < 0.05$, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna.

Considerando que mientras más pequeño sea el valor de p, más fiables será el resultado del estudio. (Molina, 2017)

También se consideró el uso de medidas de tendencia central para los datos recolectados para la verificación de las hipótesis específicas.



$$\text{Media aritmética: } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$\text{Mediana: } M_e = \frac{X_{\frac{n+1}{2}}}{2} \text{ si } n \text{ es impar, } M_e = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2} \text{ si } n \text{ es par}$$

$$\text{Moda: } M_o = L_{M_o} + \left[\frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})} \right] \cdot A_{M_o}$$



CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. RESULTADOS

4.1.1. Diagnóstico del nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

En relación al objetivo específico 1; Diagnosticar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno, se aplicó el pre test denominado “evaluación pedagógica” propuesta por De la Cruz, (2021); a fin de determinar la situación inicial del pensamiento algebraico en los estudiantes, se aplicó la prueba pedagógica de inicio, y con los datos recolectados se procedió a elaborar la tabla de distribución de frecuencias porcentuales y absolutas presentados en la Tabla 5, así mismo los datos son presentados gráficamente en la Figura 2.



Tabla 5

Distribución de frecuencias del nivel de pensamiento algebraico (Pre Test).

| Niveles de algebrización | En inicio | % En inicio | En proceso | % En proceso | Logro previsto | % Logro previsto | Total | Total % |
|--------------------------|-----------|-------------|------------|--------------|----------------|------------------|-------|---------|
| Nivel 0 | 0 | 0% | 3 | 6% | 47 | 94% | 50 | 100% |
| Nivel 1 | 0 | 0% | 12 | 24% | 38 | 76% | 50 | 100% |
| Nivel 2 | 0 | 0% | 30 | 60% | 20 | 40% | 50 | 100% |
| Nivel 3 | 4 | 8% | 23 | 46% | 23 | 46% | 50 | 100% |
| Nivel 4 | 41 | 82% | 6 | 12% | 3 | 6% | 50 | 100% |
| Nivel 5 | 20 | 40% | 17 | 34% | 13 | 26% | 50 | 100% |
| Nivel 6 | 19 | 38% | 10 | 20% | 21 | 42% | 50 | 100% |

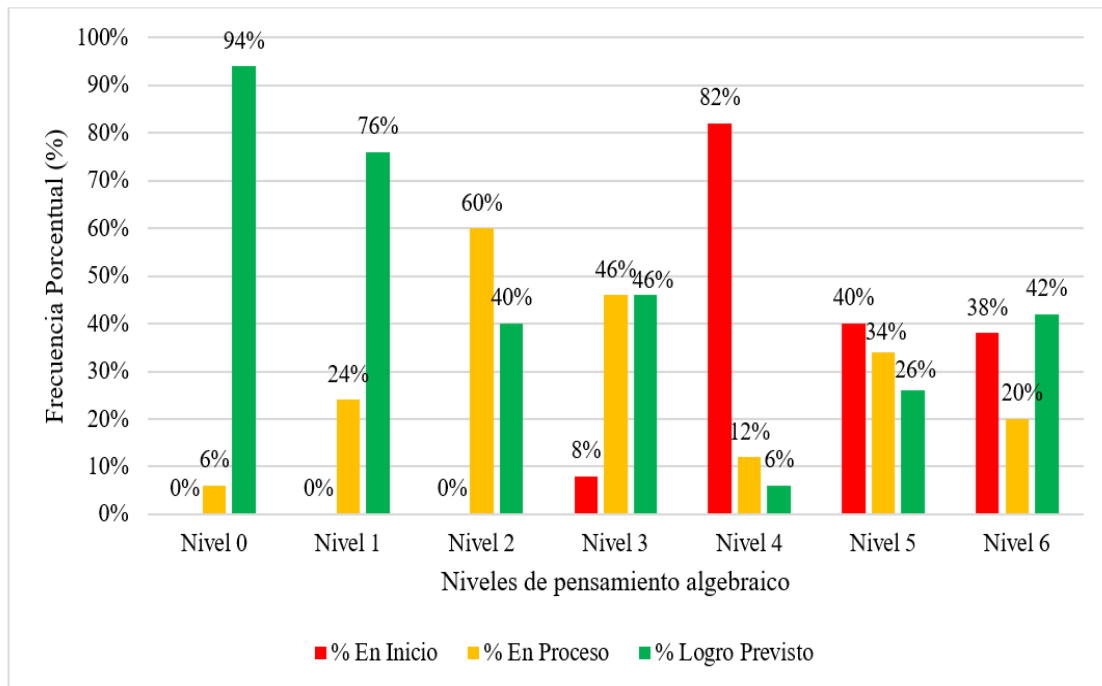


Figura 2. Distribución porcentual del nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno (Pre Test).

Análisis e interpretación:

Indica en la tabla 5 y 2, se indica los resultados del nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno. Obteniendo que, del total de muestra de estudio:

El 94 % cumple con el nivel 0 de pensamiento algebraico – (aritmético – ausencia de razonamiento algebraico), es decir, 47 estudiantes lograron desarrollar correctamente el ejercicio 1 de la evaluación pedagógica;

el 76 % de la muestra de estudio cumple con el nivel 1 de pensamiento algebraico – (proto-algebraico incipiente), es decir, 38 estudiantes lograron desarrollar correctamente los ejercicios 2 y 3 de la prueba pedagógica;

el 40 % de la muestra analizada cumple con el nivel 2 de pensamiento algebraico – (proto-algebraico intermedio); indicando que, 20 estudiantes resolvieron sin ninguna dificultad los ejercicios 4 y 5 de la prueba pedagógica;



el nivel 3 de pensamiento algebraico – (algebraico), fue alcanzado por el 46 % de la muestra, es decir 23 estudiantes resolvieron sin dificultades los ejercicios 6 y 7 de la prueba pedagógica;

los resultados exponen que, de la muestra de estudio, solo el 6 % de los estudiantes se encuentra en el nivel 4 de pensamiento algebraico – (uso de parámetros), indicando que solo 3 estudiantes del total, resolvieron correctamente el ejercicio 8 de la prueba pedagógica;

el nivel 5 de pensamiento algebraico – (manipulación de parámetros) es alcanzado por el 26 % de la muestra, indicando que, del total de la muestra de estudio, solo 13 estudiantes resolvieron adecuadamente el ejercicio 9 de la prueba pedagógica;

y el nivel 6 de pensamiento algebraico – (tareas estructurales) es alcanzado por el 42 % de los estudiantes, indicando que, de la muestra de 50 estudiantes, solo 21 lograron desarrollar sin inconvenientes el ejercicio 10 de la prueba pedagógica.

Para aceptar o rechazar la hipótesis específica 1: la prueba pedagógica inicial permite determinar el nivel de algebraico de los estudiantes, se detalla en la Tabla 6 la determinación de las medidas de tendencia central:

Tabla 6

Medidas de tendencia central de los datos recolectados en el pre test

| | | Nivel 0 | Nivel 1 | Nivel 2 | Nivel 3 | Nivel 4 | Nivel 5 | Nivel 6 |
|---------|----------|------------|------------|------------|----------------|------------|------------|------------|
| N | Válido | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 |
| | Perdidos | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Media | | 1,94 | 1,76 | 1,40 | 1,38 | ,24 | ,86 | 1,04 |
| Mediana | | 2,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | ,00 | 1,00 | 1,00 |
| Moda | | 2 | 2 | 1 | 1 ^a | 0 | 0 | 1 |



Nota. a. Múltiples modos existen. Se indica el valor más pequeño.

De los datos obtenidos en la Tabla 6, en cuanto a la media aritmética se puede apreciar que el nivel de algebrización 0 y 1 ha sido alcanzado en la calificación de logro previsto, sin embargo, en los niveles 2; 3; 5 y 6 los estudiantes presentan un promedio que los ubica en la escala de proceso, en cuanto al nivel 4 se evidencia que el promedio alcanzado ubica a los estudiantes en una calificación de inicio. La mediana, resume y representa que el valor central para el nivel de algebrización 0 y 1 es 2 de logro previsto, para el nivel 2; 3; 5 y 6 es 1 que indica en proceso y para el nivel 4 es 0 indicando inicio. La moda indica que para el nivel 0 y 1 el valor con mayor frecuencia absoluta es 2 indicando logro previsto, para los niveles 2; 3 y 6 el valor con más frecuencia es el 1 que indica proceso, y para los niveles 4 y 5 la mayor frecuencia acumulada es de 0 que indica inicio.

Los resultados recabados y considerando la moda, se logró determinar que los estudiantes de tercer grado, más del 50 %, han alcanzado el logro previsto en los niveles de pensamiento algebraico 0 y 1, sin embargo, en los niveles 2; 3 y 6 los estudiantes se encuentran en proceso; en cuanto a los niveles 4 y 5 se encuentran en inicio.

4.1.2. Establecimiento de estrategias de enseñanza-aprendizaje para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

En relación al objetivo específico 2; Establecer las estrategias de enseñanza-aprendizaje para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno, se consideró las orientaciones estipuladas en el Currículo Nacional para el planeamiento y desarrollar sesiones de aprendizaje, a fin de aplicar estrategias de enseñanza-aprendizaje basadas en

las corrientes socio constructivistas que admitan mejorar el nivel de pensamiento algebraico en los alumnos.

En cuanto a las sesiones de aprendizaje, se tuvo en cuenta las siguientes orientaciones establecidas en la Tabla 7:

Tabla 7

Estrategias de enseñanza aprendizaje basadas en las corrientes socio constructivistas

| N° | Orientaciones para el proceso de enseñanza y aprendizaje |
|----|--|
| 1 | Partir de situaciones significativas |
| 2 | Generar interés y disposición como condición para el aprendizaje |
| 3 | Aprender haciendo |
| 4 | Partir de los saberes previos |
| 5 | Construir el nuevo conocimiento |
| 6 | Aprender del error |
| 7 | Generar el conflicto cognitivo |
| 8 | Mediar el progreso de los estudiantes de un nivel de aprendizaje a otro superior |
| 9 | Promover el trabajo cooperativo |
| 10 | Promover el pensamiento complejo |

Fuente: Ministerio de Educación (2017)

Así mismo se consideró el método Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) siendo que, permite la participación de los alumnos, beneficia la discusión, promueve el análisis crítico y promueve el cooperativo trabajo, también de permitir el desarrollo de valores humanos y fortalecimiento del carácter. (Fuentes, 2015) Se tuvo en cuenta las siguientes características mostradas en la Tabla 8:



Tabla 8

Características del método de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

| Características | Definición |
|---------------------------|---|
| Centrado en el estudiante | El material y temas tienen que atraer la atención de ellos alumnos y los objetivos de aprendizaje deben ser decididos por los mismos, esto implica que los estudiantes sean responsables de su aprendizaje propio |
| Aprendizaje activo | El alumno se encarga de "aprender haciendo", tanto si su trabajo es individual como si es en grupo, pero el punto crucial es que el alumno construye su propio aprendizaje a través del conocimiento, la actividad psicomotriz y el impulso. |
| Aprendizaje colaborativo | El intercambio de conocimientos se produce en pequeños grupos, lo que fomenta la integración y el compromiso de los estudiantes. |
| Grupo vs. Equipo | Cuando se forman grupos, se forman equipos, y por supuesto, tienen un común objetivo, las funciones se definen bien, cada miembro comprende lo que los otros miembros esperan de él, las elecciones de consenso, las dificultades se solucionan de acuerdo mutuo, todos los miembros son imprescindibles, las actividades de los miembros podrían generar resultados mayores a los que se esperan, y no importa que los miembros tengan conocimientos diferentes, formas de vida y expectativas; ello permite que los resultados resulten ser más satisfactorios. |
| Razonamiento crítico | Dicha característica es primordial ya que el ABP se centra en el procedimiento más que en el resultado, por lo que razonar es superior a memorizar. |

Fuente: De la Puente et al. (2012)



Las estrategias de enseñanza-aprendizaje para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado, se diseñaron tomando como base los resultados de la prueba pedagógica inicial. Para el planeamiento y desarrollo de las sesiones de aprendizaje fueron consideradas específicamente la metodología de ABP y las orientaciones estipuladas en el Currículo Nacional basadas en las corrientes socio constructivistas. Estas estrategias contaron de 4 intervenciones cuyos detalles se presentan en el Anexo 4.

Teniendo en cuenta la hipótesis específica 2: Es posible aplicar estrategias de enseñanza-aprendizaje como una alternativa para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado, los resultados recabados, llevan a determinar que es posible el establecimiento de estrategias de enseñanza-aprendizaje considerando el método de ABP y las orientaciones estipuladas en el Currículo Nacional basadas en las corrientes socio constructivistas, para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado.

4.1.3. Determinación de la influencia de estrategias de enseñanza-aprendizaje en el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

Con respecto al objetivo específico 3; Determinar la influencia de estrategias de enseñanza-aprendizaje en el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno; a fin de comprender cómo se relacionan las prácticas de enseñanza y aprendizaje basado en las corrientes socio constructivistas con el nivel de pensamiento algebraico. La Tabla 9, presenta los resultados obtenidos a continuación:



Tabla 9

Distribución de frecuencias del nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes (Post Test)

| Niveles de algebrización | En inicio | % En inicio | En proceso | % En proceso | Logro previsto | % Logro previsto | Total | Total % |
|--------------------------|-----------|-------------|------------|--------------|----------------|------------------|-------|---------|
| Nivel 0 | 0 | 0% | 2 | 4% | 48 | 96% | 50 | 100% |
| Nivel 1 | 0 | 0% | 1 | 2% | 49 | 98% | 50 | 100% |
| Nivel 2 | 0 | 0% | 9 | 18% | 41 | 82% | 50 | 100% |
| Nivel 3 | 0 | 0% | 19 | 38% | 31 | 62% | 50 | 100% |
| Nivel 4 | 18 | 36% | 22 | 44% | 10 | 20% | 50 | 100% |
| Nivel 5 | 19 | 38% | 19 | 38% | 12 | 24% | 50 | 100% |
| Nivel 6 | 18 | 38% | 11 | 20% | 21 | 42% | 50 | 100% |

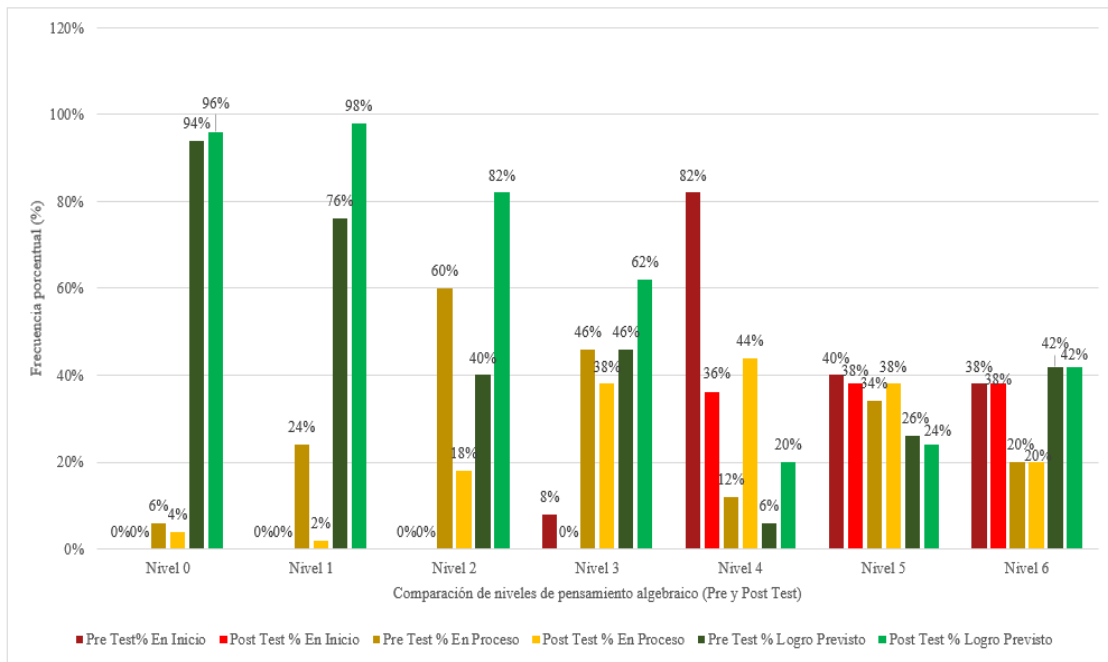


Figura 3. Comparación de distribución porcentual del nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes. (Pre – Post Test)

Análisis e interpretación:

Se presenta en la tabla 9 los resultados post-test del nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado. Obteniendo que, el 96 % de los estudiantes ha logrado alcanzar el nivel 0 de pensamiento algebraico; el 98 % ha logrado alcanzar el nivel 1 de pensamiento algebraico; un 82 % de estudiantes ha logrado el nivel 2 de pensamiento algebraico; el 62 % de los alumnos ha alcanzado el nivel 3 de pensamiento algebraico; un 20 % de estudiantes han alcanzado el nivel 4 de pensamiento algebraico; el nivel 5 de pensamiento algebraico ha sido alcanzado por el 24 % de estudiantes y el nivel 6 ha sido alcanzado por el 42 % de la muestra de estudio.

La figura 3, presenta información comparativa Pre – Post Test de la distribución porcentual del nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado. Fue posible identificar que:



En el nivel 0 de pensamiento algebraico, es posible evidenciar que se mantiene el porcentaje de estudiantes en inicio con un 0 %, en cuanto a estudiantes en proceso se logra disminuir en un 2 % la cantidad de estudiantes en esta escala y en logro previsto se evidencia un incremento de 2 % adicional a los hallazgos de la pre-prueba.

En el nivel 1 de pensamiento algebraico, se logra evidenciar que se mantiene el porcentaje de estudiantes en inicio con un 0 %, en cuanto a estudiantes en proceso se logra identificar un porcentaje de variación de 22 %, siendo el 2 % de estudiantes que se encuentran en proceso y en logro previsto se evidencia un incremento del 22 % adicional a los datos de la prueba previa.

El nivel 2 de pensamiento algebraico, presenta que el porcentaje de estudiantes en inicio se mantiene en el 0 %, en cuanto a estudiantes en proceso se logra identificar una disminución de 42 % de estudiantes, siendo el 18 % de estudiantes que se encuentran en proceso y en logro previsto se evidencia un incremento de 42 % a los hallazgos encontrados en la prueba inicial.

El nivel 3 de pensamiento algebraico, presenta que el porcentaje de estudiantes en inicio se reduce de un 8 % a un 0 %, en cuanto a estudiantes en proceso se logra identificar una disminución del 8 % de estudiantes, obteniendo un 38 % de estudiantes en proceso y en logro previsto se evidencia un incremento de 16 % a los datos encontrados en la evaluación previa.

El nivel 4 de pensamiento algebraico, presenta que el porcentaje de estudiantes en inicio se reduce de un 82 % a un 36 % con una variación de 46 %, en cuanto a estudiantes en proceso se logra identificar un incremento del 32 %, obteniendo un 62 % de estudiantes en proceso y en logro previsto se evidencia un incremento de 14 a los hallazgos encontrados en la prueba inicial.



El nivel 5 de pensamiento algebraico, presenta que el porcentaje de estudiantes en inicio se reduce de un 40 % a un 38 % con una variación de 2 %, en cuanto a estudiantes en proceso se logra identificar un incremento del 4 %, obteniendo un 38 % de estudiantes en proceso y en logro previsto se evidencia una reducción del 2 % a los datos encontrados en la evaluación inicial.

El nivel 6 de pensamiento algebraico, presenta que el porcentaje de estudiantes en inicio se mantiene en un 38 %, en cuanto a estudiantes en proceso se logra identificar que se mantiene en un 20 % y en logro previsto se evidencia un 42 % pre test y post test.

Para rechazar o aceptar la hipótesis específica 3: El nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica de salida es mayor que el nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica inicial de los estudiantes del tercer grado, fue determinada las medidas de tendencia central para la prueba pedagógica de inicio y de salida, encontrando la siguiente información



Tabla 10

Medidas de tendencia central de prueba pedagógica de inicio y de salida

| | | Prueba pedagógica de inicio | | | | | | | Prueba pedagógica de salida | | | | | | |
|--------|-----|-----------------------------|------|------|----------------|-----|------|------|-----------------------------|------|------|------|------|----------------|------|
| | | N | N | N | N | N | N | N | N | N | N | N | N | N | N |
| | | iv | iv | iv | iv | iv | iv | iv | iv | iv | iv | iv | iv | iv | iv |
| | | el | el | el | el | el | el | el | el | el | el | el | el | el | el |
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| N | Vál | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| | ido | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Per | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | did | | | | | | | | | | | | | | |
| | os | | | | | | | | | | | | | | |
| Media | | 1,94 | 1,60 | 1,40 | 1,38 | ,24 | ,86 | 1,40 | 1,90 | 1,98 | 1,82 | 1,22 | ,86 | ,86 | 1,40 |
| Median | a | 2,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | ,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Moda | | 2 | 2 | 1 | 1 ^a | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 0 ^a | 1 |

Nota. a. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño.



De los datos obtenidos en la Tabla 10, en cuanto a la media aritmética se puede apreciar en la prueba de inicio el nivel de algebrización 0 y 1 ha sido alcanzado en la calificación de logro previsto, sin embargo, en los niveles 2; 3 y 6 los estudiantes presentan un promedio de proceso y en los niveles 4 y 5 los estudiantes se encuentran en una calificación de inicio. En la prueba de salida se evidencia que los niveles de algebrización 0; 1; 2 y 3 ha sido alcanzado en la calificación de logro previsto y los niveles 4; 5 y 6 se han alcanzado en la calificación de en proceso. En la prueba inicial, la mediana, resume y representa que el valor central para el nivel de algebrización 1 y 2 es 2 de logro previsto, para el nivel 2; 3 y 6 es 1 que indica en proceso y para el nivel 4 y 5 es 0 indicando inicio. En la prueba de salida, la mediana indica para los niveles 0; 1; 2 y 3 el logro previsto, y para los niveles 4; 5 y 6 la calificación de en proceso. En la prueba inicial, la moda indica que para el nivel 0 y 1 el valor con mayor frecuencia absoluta es 2 indicando logro previsto, para los niveles 3; 4 y 6 el valor con más frecuencia es el 1 que indica proceso, y para los niveles 4 y 5 la mayor frecuencia acumulada es de 0 que indica inicio. Sin embargo, en la prueba de salida, se evidencia una moda de 2 para los niveles de algebrización 0; 1; 2 y 3 indicando el logro previsto, para los niveles 4 y 6 se presenta una moda de 1, indicando una mayor frecuencia absoluta de calificación en proceso y una moda de 0 para el nivel 5 indicando una calificación de en proceso.

Considerando la moda de los resultados recabados anteriormente, es posible aceptar la hipótesis específica 3 y determinar que, el nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica de salida es mayor que el nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica inicial de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

Se culmina con el presente capítulo, probando la hipótesis general del presente estudio: **Las estrategias de enseñanza – aprendizaje mejoran significativamente el**



nivel de pensamiento algebraico en los estudiantes del tercer grado de la institución educativa Independencia Nacional Puno, para lo cual se realizó la prueba de normalidad Shapiro – Wilk, donde la muestra es de 50 estudiantes, se consideró 95 % como nivel de confianza y 0.05 como nivel de significancia de. Planteando las siguientes hipótesis:

Ha: Los datos no tienen una distribución normal

Ho: Los datos tienen una distribución normal

Considerando para el criterio de decisión que, si $p \geq 0.05$, se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis alterna. Y si $p < 0.05$, la hipótesis nula se rechaza y la hipótesis alterna se acepta.

Tabla 11

Prueba de normalidad de Shapiro – Wilk

| | Shapiro-Wilk | | |
|----------|--------------|----|---|
| | Estadístico | gl | p |
| Nivel_0 | ,255 | 50 | 0 |
| Nivel_1 | ,530 | 50 | 0 |
| Nivel_2 | ,622 | 50 | 0 |
| Nivel_3 | ,754 | 50 | 0 |
| Nivel_4 | ,484 | 50 | 0 |
| Nivel_5 | ,789 | 50 | 0 |
| Nivel_6 | ,746 | 50 | 0 |
| Pnivel_0 | ,198 | 50 | 0 |
| Pnivel_1 | ,125 | 50 | 0 |
| Pnivel_2 | ,467 | 50 | 0 |
| Pnivel_3 | ,616 | 50 | 0 |
| Pnivel_4 | ,801 | 50 | 0 |
| Pnivel_5 | ,797 | 50 | 0 |
| Pnivel_6 | ,746 | 50 | 0 |



En la Tabla 11 se puede evidenciar que el valor de p es igual a 0, es decir $p < 0.05$, por lo que se rechaza la hipótesis nula y acepta la hipótesis alterna, donde se concluye que, los datos no tienen una distribución normal, en consecuencia, se empleó la prueba no paramétrica de Wilcoxon.

Fue aplicada la prueba no paramétrica de Wilcoxon, trabajando con un nivel de significancia de 0.05, considerando las siguientes hipótesis:

$H_a: \mu_1 = \mu_2$ Las medias son diferentes, si hay diferencia significativa entre el pre y post test.

$H_o: \mu_1 \neq \mu_2$ Las medias son iguales, no hay diferencia significativa entre el pre y post test.

Para el criterio de decisión se tuvo en cuenta que: si $p \geq 0.05$, se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis alterna. Y si $p < 0.05$, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna.

Con la finalidad determinar la ausencia o presencia de diferencia significativa, fue aplicada la prueba no paramétrica de Wilcoxon, obteniendo los resultados presentados en la tabla siguiente:

Tabla 12

Resumen de contraste de hipótesis

| | Hipótesis nula | Prueba | p | Decisión |
|---|---|---|------|---------------------------|
| 1 | La mediana de las diferencias entre pre test y post test es igual a 0 | Prueba de Wilcoxon de los rangos con signo para muestras relacionadas | de 0 | Rechace la hipótesis nula |

Nota. Se indica significaciones asintóticas. El nivel de significancia es ,05

La tabla 12, presenta un valor de p que corresponde a 0, por lo cual, teniendo en cuenta los criterios de decisión se acepta la hipótesis alterna, concluyendo que, las medias son diferentes, si hay diferencia significativa entre el pre y post test.

Estos resultados nos permiten aceptar la hipótesis general, determinando que, las estrategias de enseñanza - aprendizaje mejoran significativamente el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado.

4.2. DISCUSIÓN

Respecto al objetivo general. A fin de determinar la relación de las estrategias de enseñanza – aprendizaje y nivel de pensamiento algebraico, se inició realizando la prueba de normalidad Shapiro – Wilk, considerando que la muestra es igual a 50 estudiantes, se utilizó un 95 % como nivel de confianza y 0.05 como nivel de significancia, a fin de contrastar la hipótesis de normalidad de los datos, encontrando que de los cuales no son paramétricos, por tal razón se procedió a aplicar la prueba no paramétrica de Wilcoxon.

Para verificar la presencia o ausencia de diferencia significativa entre el pre y post test, se aplicó la prueba no paramétrica de Wilcoxon, encontrando un p – valor de $0 <$



0.05, por lo que se rechazó la hipótesis nula (H_0) y se aceptó la hipótesis alterna (H_a) que indica que las medias son diferentes, por lo tanto, si hay diferencia significativa entre el pre y post test, determinando que, las estrategias de enseñanza – aprendizaje mejoran significativamente el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

Este resultado se ve respaldado por Silva (2017), quien a través de la implementación de métodos de enseñanza por solución de problemas logró mejorar el rendimiento de los estudiantes expresados en la capacidad de aplicar diversas formas de representación, discutir conceptos, capacidad de representar las operaciones algebraicas y comunicarse adecuadamente en un lenguaje simbólico, pasando de una puntuación inadecuada a una satisfactoria.

De igual manera, Fuentes (2015) a través de la aplicación del método ABP, procedió a determinar su incidencia en el aprendizaje y resolución de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables, logrando conseguir buenos resultados en cuanto a la reducción del índice de fracaso en el curso. Por su parte, Bárraga (2018) se propuso desarrollar el pensamiento relacional en niños de educación primaria, concluyendo que a la hora de crear actividades es importante considerar factor pedagógico del pensamiento relacional. Es importante considerar lo manifestado por Carraher y Schliemann (2019) quienes concluyeron que, para incrementar el pensamiento algebraico en los estudiantes, es necesario que los docentes posean los conocimientos suficientes además de la experiencia necesaria para guiar en el proceso de aprendizaje.

Respecto al primer objetivo específico. Diagnosticar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.



Los resultados recabados y considerando la moda, se logró determinar que los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno, más del 50 %, han alcanzado el logro previsto en los niveles de pensamiento algebraico 0 y 1, sin embargo, en los niveles 2; 3 y 6 los estudiantes se encuentran en proceso; en cuanto a los niveles 4 y 5 se encuentran en inicio.

Teniendo en cuenta los resultados de la investigación, se considera necesariamente lo expuesto por Godino et al. (2015) quienes indican que, los niveles de algebrización correspondientes a la educación secundaria abarcan el cumplimiento de los niveles 0, 1, 2 y 3, logrando el dominio del nivel 3 en el primer curso de secundaria, exposición que no se ve reflejada en los resultados del presente trabajo.

Así mismo, a nivel internacional en el trabajo realizado por Chrysostomou y Christou (2019) se logró identificar que los estudiantes entre 10 y 13 años presentan diferentes perfiles de pensamiento algebraico identificando grupos que cumplían con el nivel de pensamiento 0; 1; 2 y 3. A nivel nacional, sin embargo, en la investigación efectuada por Coz y Castillo (2019) los resultados fueron que un 90 % de los alumnos de primer y segundo grado de Educación secundaria se encuentran en el nivel 0 de pensamiento algebraico, un 8 % de los estudiantes se encuentra en el nivel 1 y un 2 % se encuentra en el nivel 2. De igual manera, De la Cruz, (2021) encontró que los estudiantes del tercer grado alcanzaron el nivel 0 y 1 de pensamiento algebraico, en cuanto al nivel 2 presentaron dificultades, lograron alcanzar el nivel 3, y en el nivel 4 y 5 presentaron dificultades y en el nivel 6 alcanzaron el logro previsto.

Teniendo en cuenta los trabajos citados, podemos inferir que aún no se logró cumplir con los niveles de algebrización para Educación primaria, afirmación que podemos corroborar con los resultados del presente estudio y la investigación realizada



por De la Cruz, (2021), anteriormente citado. A fin de justificar esta realidad podemos citar a Rivas, (2021), quien manifiesta que en cuanto a las acciones que se plantearon en el libro de texto Matemática de 1° de secundaria solo se fomenta un nivel intermedio de algebrización, pues el texto corresponde a grados pertenecientes a Educación primaria, pudiendo ser esta la razón de los resultados del presente trabajo.

Por su parte, Godino et al. (2015) mencionan que algunos desafíos en el desarrollo del pensamiento algebraico pueden explicarse a razón de que el diseño curricular, las lecciones de los libros de texto y el desempeño del docente en el aula no dan cuenta de la complejidad de los objetos y procesos el cual utilizan en las actividades matemáticas escolares. Es fundamental presentar estrategias didácticas para el desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno, que, como señala Quintos, (2018), favorezcan los distintos procesos de enseñanza-aprendizaje en esta área y consideren los avances de los estudiantes en los distintos niveles.

Respecto al segundo objetivo específico. Establecer las estrategias de enseñanza-aprendizaje para optimizar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

Los resultados recabados, llevan a determinar que es posible el establecimiento de estrategias de enseñanza-aprendizaje considerando el método de ABP y las orientaciones estipuladas en el Currículo Nacional basadas en las corrientes socio constructivistas, para optimizar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

Por lo que, es posible coincidir con lo mencionado por Escobar y Tirado, (2021) quienes mencionan que la aplicación de estrategias educativas en las rutinas diarias en el



aula, permiten forjar y promover el pensamiento algebraico; de igual manera Silva, (2017) menciona que la implementación de estrategias didácticas genera una mejora significativa en el rendimiento académico.

Así mismo, Fuentes, (2015) menciona que el uso del método ABP fomenta un adecuado desarrollo de aprendizaje en los estudiantes, esto se refuerza con lo mencionado por Burgos et al. (2018) quienes manifiestan que el uso de tareas introductorias y la formulación de preguntas permiten que los estudiantes avancen a niveles más altos de pensamiento algebraico. Entendiendo que, en el ámbito de las matemáticas, el empleo de metodologías didácticas de enseñanza y aprendizaje repercute en el rendimiento académico de los alumnos. (Leudo, 2021).

Respecto al tercer objetivo específico. Determinar la influencia de estrategias de enseñanza-aprendizaje en el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

Considerando la moda de los resultados recabados anteriormente, es posible aceptar la hipótesis específica 3 y determinar que, el nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica de salida es mayor que el nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica inicial de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

Teniendo en cuenta el resultado obtenido, es posible confirmar lo expuesto por Leudo, (2021) quien indica que existe una correlación estadísticamente significativa del uso de estrategias didácticas de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas, incidiendo en el rendimiento académico, por lo que es preciso que el docente instructor aplique estrategias novedosas.



Muestra de ello podemos mencionar a Escobar y Tirado (2021) quienes manifiestan que el docente debe aplicar estrategias educativas a fin de forjar y promover el pensamiento relacional en la escolarización de la jerarquía de operaciones y álgebra temprana. Así mismo, Silva, (2017) menciona que la implementación de estrategias didácticas, genera un avance en el nivel de desempeño, pasando de un puntaje insatisfactorio hacia el desarrollo de capacidades.



V. CONCLUSIONES

PRIMERA: En cuanto al objetivo general: Promover el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno. Se concluye que, las estrategias de enseñanza-aprendizaje mejoran significativamente el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.

SEGUNDA: En cuanto al primer objetivo específico: Diagnosticar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno. En base a los resultados obtenidos en la prueba pedagógica de diagnóstico, se llega a la conclusión que los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno, más del 50 %, han alcanzado el logro previsto en los niveles de pensamiento algebraico 0 y 1, sin embargo, en los niveles 2; 3 y 6 los estudiantes se encuentran en proceso; en cuanto a los niveles 4 y 5 se encuentran en inicio.

TERCERA: En cuanto al segundo objetivo específico: Establecer las estrategias de enseñanza-aprendizaje para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado. Con los resultados obtenidos con el método ABP Aprendizaje Basado en Problemas y el aprendizaje basado en el socioconstructivismo, se concluye que, es necesario y relevante incorporar a la práctica matemática elementos y estrategias innovadores que coadyuven en la optimización del nivel de pensamiento algebraico de los



estudiantes, considerando el desapego del sistema tradicional de enseñanza por parte de los docentes y estudiantes.

CUARTA: En cuanto al tercer objetivo específico: Determinar la influencia de estrategias de enseñanza-aprendizaje en el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno. Se concluye que, el nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica de salida es mayor que el nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica inicial de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.



VI. RECOMENDACIONES

PRIMERA: Se sugiere la implementación del trabajo colectivo en el aula de clase, con el objeto de propiciar la confrontación de ideas y el enriquecimiento de los argumentos, del mismo modo, deben generarse consensos durante el encuentro educativo para la construcción de ideas y discusión de las mismas.

SEGUNDA: Se sugiere que la clase se enfoque en la resolución de problemas los cuales se trabajen de manera colectiva, a la vez que se disfrute el encuentro educativo, para ello el ambiente debe ser motivador para el estudiante.

TERCERA: Se sugiere trascender la práctica tradicional de enseñanza, mediante la aplicación de nuevas estrategias que estimulen el desarrollo del pensamiento algebraico e incrementen el nivel del mismo en los discentes.



VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agudelo, C. (2014). *Presentación de la segunda edición en español de 'Raíces del álgebra/Rutas hacia el álgebra' (traducción y edición del original en inglés de J. Mason, A. Graham, D. Pimm y N. Gowar, 1985)*. Tolima: Ibagué: Universidad del Tolima.
- Aké, L. (2017). *El modelo de niveles de algebrización como herramienta de análisis de tareas matemáticas de Educación Primaria. Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Obtenido de enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html
- Álvarez, R. (2017). *El juego como estrategia didáctica para la superación de errores y dificultades en la iniciación al álgebra en el grado octavo. Tesis de pregrado*. Colombia: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Arias, F. (2006). *El Proyecto de Investigación* (4ta ed.). Caracas: Episteme.
- Azarquiel, G. (1993). *Ideas y Actividades para Enseñar Álgebra* (33 ed.). Madrid, España: Editorial Síntesis, S.A.
- Barbosa, A., y Vale, I. (2015). Visualization in Pattern Generalization: Potential and Challenges. *Journal of the European Teacher Education Network*, págs. pp 57-70.
- Bárraga, G. (2018). *Desarrollo del pensamiento relacional en niños de tercer grado de educación primaria [Tesis de pregrado]*. Lima, Perú: Pontificia Universidad católica del Perú. Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/322906161.pdf>
- Belizario, B. (2016). *valuación del conocimiento algebraico en docentes del área de matemática de educación secundaria de la ciudad de Puno.[Tesis de pregrado]*.



- Puno, Perú, Perú: Universidad Nacional del Altiplano. Obtenido de http://repositorio.unap.edu.pe/bitstream/handle/UNAP/8333/Belizario_Quispe_Beatriz.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Bilboa, N., Perea, F., y Pogr , P. (2019). *Antecedentes pedagógicos del marco de Enseñanza para la Comprensión*. Buenos Aires: TeseoPress. Obtenido de <https://www.teseopress.com/antecedentesmarcoepc/>
- Blanton, M., y Kaput, J. (2003). *Developing elementary teachers' algebra eyes and ears. Teaching Children Mathematics* (2 ed., Vol. 10).
- Blanton, M., y Kaput, J. (2011). *Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades*. Obtenido de http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-642-17735-4_2#close
- Burgos, M., Beltrán, P., y Godino, J. (2018). *Pensamiento algebraico temprano de alumnos de quinto de primaria en la resolución de una tarea de proporcionalidad*. Colombia: Investigación en Educación Matemática XXII. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/13800/>
- Burkhardt, H. (2001). *Algebra for all: What does it mean? How are we doing? In*.
- Butto, C., Delgado, J., y Bazán, A. (2018). *Procesos de generalización. Horizontes Pedagógicos* (20 ed., Vol. 1). Obtenido de <https://horizontespedagogicos.iberro.edu.co>.
- Cabrera, L. (2018). *Análisis de los resultados de planea educación media superior sobre el logro álgebra*. (3 ed., Vol. 1). Investigación e Innovación en Matemática Educativa.



- Callejo, M., García, A., y Fernández, C. (2016). *Pensamiento algebraico de estudiantes de educación primaria (6-12 años) en problemas de generalización de patrones lineales* (10 ed.). Avances de investigación en Educación Matemática.
- Carraher, D., y Schliemann, A. (2019). *El pensamiento algebraico temprano y los estándares matemáticos en la Educación Primaria (6-12 años) en Estados Unidos* (3 ed., Vol. 43). Journal for the Study of Education and Development,. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7207942>
- Carrasco, D. (2017). *Metodología de la Investigación Científica*. Perú.
- Castro, E. (2012). *Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar*. Investigación en Educación.
- Castro, K. (2019). *Diseño de la programación curricular de 4to grado de secundaria bajo el enfoque de Resolución de Problemas en el área de Matemática en el Marco del Currículo Nacional de la Educación Básica del Perú [Tesis de suficiencia profesional]*. Piura, Perú: Universidad de Piura. Obtenido de https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/4436/TSP_EDUC_1916.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Chávez, S. M., Esparza, Ó. A., y Riosvelasco, L. (2020). Diseños preexperimentales y cuasiexperimentales aplicados a las ciencias sociales y la educación. *Enseñanza e Psicología investigación*, 2(2), 167-178. Obtenido de <https://revistacneip.org/index.php/cneip/article/view/104>
- Chrysostomou, M., y Christou, C. (2019). *Un análisis del concepto de pensamiento algebraico*. Journal for the Study of Education and Development. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7207947>



- Coz, L., y Castillo, L. (2019). *Desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos del primer y segundo grados de educación secundaria - caso: Institución Educativa Particular Ingeniería de Huancayo. (Tesis para optar el Título Profesional de Licenciado en Pedagogía y Humanidades)*. Huancayo, Perú: Universidad Nacional del Centro del Perú – Facultad de Educación. Obtenido de http://repositorio.uncp.edu.pe/bitstream/handle/UNCP/5684/T010_41545807_T.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- De Farías, E. (2013). *El pensamiento algebraico en los programas de estudio de matemáticas: una visión integral*. Santo Domingo, República Dominicana: I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe.
- De la Cruz, D. (2021). *Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de educación básica alternativa de Huancavelica*. Huancavelica: Universidad Nacional de Huancavelica .
- Escobar, U., y Tirado, F. (2021). *Pensamiento relacional en la escolarización de la jerarquía de operaciones y álgebra temprana en primaria Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* (Vol. 24). México. Obtenido de <https://doi.org/10.12802/relime.21.2411>
- Espeleta, A., Fonseca, A. V., y Zamora, W. (2016). *Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática*. Texas: Universidad de Baylor. Obtenido de <http://repositorio.inie.ucr.ac.cr/bitstream/123456789/409/1/18.08.01%202354.pdf>
- Exley, K., y Dennick, R. (2007). *Aprendizaje Basado en Problemas: Guías rápidas sobre nuevas metodologías*. España: Servicio de Innovación Educativa de la



- Universidad Politécnica de Madrid. Obtenido de http://innovacioneducativa.upm.es/guiasAprendizaje_basado_en_problemas.pdf
- Fernández, J., y López, E. (2014). *Introducción al álgebra*. Obtenido de http://www.xeix.org/IMG/pdf/introduccion_al_algebra_1o.pdf.
- Flores, J., y Fernández, V. (2019). Perspectivas actuales de la investigación en Educación Matemática en el Perú. *Educación en Revista*, 35(78), pp. 13-26. doi:10.1590/0104-4060.68971
- Franzyuri, F., Hernández, F., Zoraida, C., y Villegas, M. (2019). Pensamiento algebraico y didáctica del álgebra escolar en educación básica. *Revista ARJÉ*, Vol 13(Nro. 25), pp 390-409.
- Fuentes, M. D. (2015). *Método ABP (Aprendizaje Basado en Problemas) y su incidencia en el aprendizaje de sistema de ecuaciones lineales con 2 y 3 variables*. Quetzal Tenango: Universidad Rafael Landívar. Obtenido de <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2015/05/86/Fuentes-Morzarth.pdf>
- Galdós, L. (2002). *Matemática*. Madrid: Cultural.
- Godino, J., Neto, T., Wilhelmi, M., Aké, L., Etchegaray, S., y Lasa, A. (2015). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*(8), 117-142. doi:<https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.105>
- Gómez, E., Fernando, D., Aponte, G., y Betancourt, L. (2014). *Metodología para la revisión bibliográfica y la gestión de información de temas científicos, a través de Dyna* (Vol. 81). Pontificia Universidad Javeriana. Obtenido de



https://www.javeriana.edu.co/prin/sites/default/files/La_revision_bibliografica.mayo_.2010.pdf

Gómez, S. (2012). *Motodología de la investigación* (primera ed.). México: Red tercer milenio S.C.

González, A. (2017). Aspectos conceptuales y didácticos del pensamiento algebraico. *ARETÉ: Revista Digital del Doctorado en Educación de la Universidad Central de Venezuela*, Vol 3(Nro 5), pp 7-38. Obtenido de http://saber.ucv.ve/ojs/index.php/rev_arete/article/view/12880

Guevara, G., Verdesoto, A., y Castro, N. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). *RECIMUNDO*, 4(3), 163-173. doi:10.26820/recimundo/4.(3).julio.2020.163-173

Gutiérrez, J. H., De la Puente, G., Martínez, A. A., y Piña, E. (2012). *Aprendizaje Basado en Problemas. Un camino para aprender a aprender*. México: Universidad Nacional Autónoma de México. Obtenido de https://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/libros/pdfs/librocch_abp.pdf

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación* (6 ed.). D.F. México: McgrawHill. Obtenido de <http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. P. (2010). *Metodología de la investigación*. Obtenido de <https://doi.org/>- ISBN 978-92-75-32913-9



- Kaput, J. (1998). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by algebrafying the K-12 curriculum*. Washington D.C: National Academy Press.
- Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by algebrafying the K-12 curriculum*. Dartmouth, MA.: National Center of Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., y Fong, S. (2016). *Early Algebra. Research into its nature, its learning, its teaching*. Hamburgo: Springer.
- Leudo, C. M. (2021). *Estrategias didácticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Margento*. Cauca: UNIMINUTO. Obtenido de https://repository.uniminuto.edu/bitstream/10656/13377/1/TM.ED_LeudoCindy_2021
- Lew, H. (2004). *Developing Algebraic Thinking in Early Grades: Case Study of Korean Elementary School Mathematics* (1 ed., Vol. 8). The Mathematics Educator. Obtenido de http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV8_1/Hee-Chan%20Lew.pdf
- Lucana, R. (2018). *Influencia de la actividad lúdica en el aprendizaje del álgebra en estudiantes de primer grado de la I.E.S. José Carlos Mariategui Aplicación UNA Puno - 2017*. Puno: Universidad Nacional del Altiplano. Obtenido de <http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/7205>



- Manzano, J. (2019). *El desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos de telesecundaria a través del aprendizaje basado en problemas [Tesis de maestría]*. Veracruz, México: Universidad Veracruzana. Obtenido de <https://cdigital.uv.mx/bitstream/handle/1944/50030/ManzanoVargasJesus.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Martínez, J. D. (2014). *Caracterización del razonamiento algebraico elemental de estudiantes de primaria según niveles de algebrización. Maestría tesis, Maestría en Educación Matemática*. Medellín: Universidad de Medellín.
- Mejía, M. F. (2017). *Estrategias didácticas para álgebra y funciones en segundo grado de educación general básica elemental*. Quito: Universidad Politécnica Salesiana.
- MINEDU. (2017). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Lima. Obtenido de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Molina, M. (2017). ¿Qué significa realmente el valor de p? *Pediatría atención primaria*, 19(76). Obtenido de https://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1139-76322017000500014
- Moreno, D. (2014). Globalización y periferia: margen y centralidad en el pensamiento epistémico latinoamericano. *ENLACE: Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento, Vol 1*, pp 73-84.
- Ortiz, R. (2020). *Propuestas pedagógicas de los docentes de 1º y 2º grado de educación primaria para la adquisición de las nociones prenuméricas, en el Colegio Unión. Lima-Perú [Tesis Pregrado]*. Lima, Perú: Universidad Peruana Unión.



- Ortiz, Y. E., Trejo, M. M., y Muñoz, F. H. (2020). *Algebra a la mesa, estrategia didáctica para el fortalecimiento del proceso de enseñanza de monomios y polinomios en los estudiantes del grado 8-4 de la Institución Educativa de Desarrollo Rural La Unión – Nariño*. San Juan de Pasto: Universidad Santo Tomás de Aquino. Obtenido de <https://repository.usta.edu.co/handle/11634/23530>
- Palarea, M. (1998). *La adquisición del Lenguaje Algebraico y la detección de errores comunes cometidos en Álgebra por alumnos de 12 a 14 años. (Tesis doctoral)*. Tenerife, España: Universidad de la Laguna. Obtenido de <ftp://tesis.bbt.k.ull.es/ccppytec/cp90.pdf>
- Paniagua, F. M., y Condori, P. (2018). *Investigación científica en educación*. (P. C. Ojeda, Ed.) doi:978-612-00-3244-2
- Quintos, O. (2018). *Propuesta didáctica para el desarrollo del pensamiento algebraico*. México: Colegio Nacional de Estudiantes.
- Rabino, A., Bressan, V., Gallego, F., y Zolkower, B. (2004). *Juego calculando, calculo jugando. Cuadernillos para trabajar cálculo mental - Bariloche: Edición interna del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática*.
- Ramos, M. O. (2018). *Influencia de la planificación operativa de la gestión curricular en el logro de aprendizajes de los estudiantes del VI Ciclo de Educación Básica Regular en el área de Ciencia, Tecnología y Ambiente de la I.E. San Juan Bautista*. Piura: Universidad San Pedro. Obtenido de http://repositorio.usanpedro.pe/bitstream/handle/USANPEDRO/6878/Tesis_59531.pdf?sequence=1&isAllowed=y



- Rivas, M. F. (2021). *Niveles de algebraización en las actividades propuestas para la adquisición del lenguaje algebraico en los libros de texto de 1° secundaria (EBR, Perú)*. Piura: Universidad de Piura.
- Sánchez, N., y Del Valle, M. (2016). *Álgebra escolar: una revisión preliminar en relación a errores y dificultades. Avances en Matemática Educativa. Teorías y Enfoques*.
- Sandoval, I., Solares, A., y García, M. (2017). Estrategias didácticas y conocimiento especializado de profesores de matemáticas. Un caso en álgebra escolar. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 567-580. Obtenido de <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED581391.pdf>
- Silva, J. M. (2017). *Estrategias didácticas para el fortalecimiento de las competencias matemáticas de comunicación, representación y modelación en los educandos del grado noveno, de la Institución Educativa Pablo Correa León, por medio de resolución de problemas*. Bucaramanga: Universidad Autónoma de Bucaramanga. Obtenido de <https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2433?locale-attribute=en>
- Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Revista de la Didáctica de las Matemáticas*, Vol 77, pp 5-34. Obtenido de <http://www.sinewton.org/numeros>,
- Universidad Autónoma de Yucatán. (2020). *Memoria del Congreso de Docencia, Investigación e Innovación Educativa 2020*. Guadalajara: Ediciones de la noche. Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Alfredo-Zapata-Gonzalez/publication/349265037_Memoria_CODIIE_2020_EBOOK/links/6027319ba6fdcc37a8219b01/Memoria-CODIIE-2020-EBOOK.pdf#page=20



Vergel, R. (2015). *Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano*. PNA.



ANEXOS



Anexo 1. Instrumento – Prueba Pedagógica propuesta por De la Cruz, (2021).

**PRUEBA PEDAGOGICA DE DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO
PARA ESTUDIANTES DEL TERCER GRADO**

GRADO: **SECCIÓN:** **FECHA:**

INTRUCCIONES:

Estimado estudiante, mediante la presente prueba pedagógica se presenta unos ejercicios algebraicos que tendrás que resolver según tu capacidad. Tu apoyo es muy importante, de antemano muchas gracias por tu colaboración.

1. Tres hermanos van a la posta a pesar su obesidad, en donde Juan presenta un peso de 60 Kg, Carlos 55 Kg y Pedro 50 Kg ¿Cuánto pesan los tres juntos?

2. En el pueblo de Sachapite, 3 Kg de chuño cuesta 24 soles, 4 Kg de habas cuesta 36 soles y 3 Kg de papa cuesta 9 soles, complete los espacios en blanco de los siguientes enunciados:
 - a) 1 kg de chuño es múltiplo de ¿? porque $1 \times \dots = \dots$
 - b) 1 kg de habas es múltiplo de ¿? porque $1 \times \dots = \dots$
 - c) 1 kg de papa es múltiplo de ¿? porque $1 \times \dots = \dots$
3. Considerando la pregunta 1 de los hermanos ¿Sus pesos son múltiplos de?
 - a) 8
 - b) 10
 - c) 4
 - d) 7
 - e) 5
4. El número de mesas en un salón de clase es el doble del número de sillas más 6, si en el salón hay 36 muebles entre mesas y sillas ¿Cuántas mesas y sillas hay?



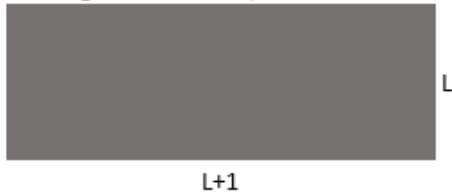
5. Irma tiene S/. 56, Laura S/. 40 más que Irma y Luis S/. 30 más que Laura. ¿Cuánto tienen entre las tres?

6. En una forestación, María sembró 6 árboles más que su hermana, entre las dos sembraron 18 árboles ¿Cuántos árboles sembró María y su hermana?

7. Representar en forma de ecuación lo que se muestra en la balanza

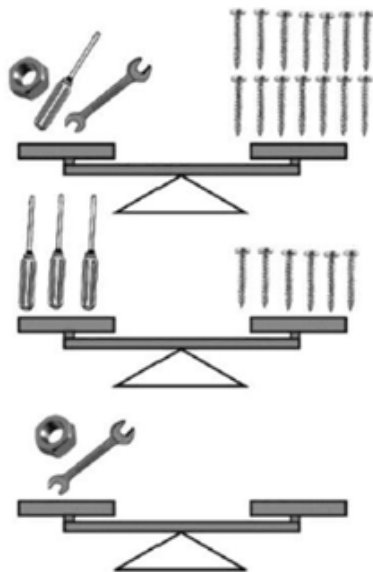


8. En la figura mostrada, el área es de $30 m^2$ ¿Cuánto vale la longitud del rectángulo?



9. La suma de las edades de Juan y Pascual es 26. Si la diferencia de estas edades es 2 años, ¿Cuál sería la diferencia de estas edades dentro de 17 años?

10. ¿Cuántos tornillos hay que poner en la tercera balanza para que quede equilibrada?



Anexo 2. Validación de instrumento – Prueba Pedagógica propuesta por De la Cruz,
(2021).

UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCAVELICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
CENTRO DE INVESTIGACION

**VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN POR
CRITERIO DE JUECES**

I. DATOS GENERALES

1.1 Apellidos y nombres del juez : FÉLIX AMADEO CANALES CONCE.....
 1.2 Cargo e institución donde labora : DOCENTE.....
 1.3 Nombre del instrumento evaluado : PRUEBA PEDAGÓGICA.....
 1.4 Autor (es) del instrumento : DAVID DE LA CRUZ PAYTAN

II. ASPECTO DE LA VALIDACIÓN

| INDICADORES | CRITERIOS | Deficiente | Baja | Regular | Buena | Very buena |
|-----------------|--|------------|------|---------|-------|------------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1. CLARIDAD | Esta formulado con lenguaje apropiado y comprensible | | | | X | |
| 2. OBJETIVIDAD | Permite medir hechos observables | | | | X | |
| 3. ACTUALIDAD | Adecuado al avance de la ciencia y tecnología | | | | X | |
| 4. ORGANIZACIÓN | Presentación ordenada | | | X | | |
| 5. SUFICIENCIA | Comprende aspectos de las variables en cantidad y calidad suficiente | | | | X | |
| 6. PERTINENCIA | Permite conseguir datos de acuerdo a los objetivos planteados | | | | X | |
| 7. CONSISTENCIA | Pretende conseguir datos basados en teorías o modelos teóricos | | | | X | |
| 8. COHERENCIA | Entre variables, indicadores y los ítems | | | | X | |
| 9. METODOLOGÍA | La estrategia responde al propósito de la investigación | | | | X | |
| 10. APLICACIÓN | Los datos permiten un tratamiento estadístico pertinente | | | | X | |

| CONTEO TOTAL DE MARCAS (realice el conteo en cada una de las categorías de la escala) | A | B | C | D | E |
|--|---|---|---|---|---|
| ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ | | | | | |

$$\text{Coeficiente de Validez} = \frac{1 \times A + 2 \times B + 3 \times C + 4 \times D + 5 \times E}{50} = 0.78$$

III. CALIFICACIÓN GLOBAL (Ubique el coeficiente de validez obtenido en el intervalo respectivo y marque con un aspa en el círculo asociado)

| CATEGORÍA | INTERVALO |
|---|---------------|
| Desaprobado <input type="radio"/> | [0,00 – 0,60] |
| Observado <input type="radio"/> | <0,60 – 0,70] |
| Aprobado <input checked="" type="radio"/> | <0,70 – 1,00] |

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD

Realice prueba piloto y luego tome en cuenta lo observado y mejore para la aplicación a la muestra de estudio.....

Lugar:

.....
Huancavelica 08 de diciembre del 2020.

Firma del juez

Figura 4. Validación de instrumento por primer Juez



UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
CENTRO DE INVESTIGACION

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN POR
CRITERIO DE JUECES

I. DATOS GENERALES

- 1.1 Apellidos y nombres del juez : ROJAS QUISPE, ANGEL EPIFANIO
 1.2 Cargo e institución donde labora : DOCENTE TIEMPO COMPLETO UNH
 1.3 Nombre del instrumento evaluado : PRUEBA PEDAGÓGICA.....
 1.4 Autor (es) del instrumento : DAVID DE LA CRUZ PAYTAN.....

II. ASPECTO DE LA VALIDACIÓN

| INDICADORES | CRITERIOS | Deficiente 1 | Baja 2 | Regular 3 | Buena 4 | May buena 5 |
|----------------|--|-----------------|-----------|--------------|------------|----------------|
| 1.CLARIDAD | Esta formulado con lenguaje apropiado y comprensible | | | | X | |
| 2.OBJETIVIDAD | Permite medir hechos observables | | | | X | |
| 3.ACTUALIDAD | Adecuado al avance de la ciencia y tecnología | | | | X | |
| 4.ORGANIZACIÓN | Presentación ordenada | | | | X | |
| 5.SUFICIENCIA | Comprende aspectos de las variables en cantidad y calidad suficiente | | X | | | |
| 6.PERTINENCIA | Permite conseguir datos de acuerdo a los objetivos planteados | | X | | | |
| 7.CONSISTENCIA | Pretende conseguir datos basados en teorías o modelos teóricos | | | | X | |
| 8.COHERENCIA | Entre variables, indicadores y los ítems | | | | X | |
| 9.METODOLOGÍA | La estrategia responde al propósito de la investigación | | X | | | |
| 10.APLICACIÓN | Los datos permiten un tratamiento estadístico pertinente | | X | | | |

| CONTEO TOTAL DE MARCAS (realice el conteo en cada una de las categorías de la escala) | A | B | C | D | E |
|--|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

$$\text{Coeficiente de Validez} = \frac{1 \times A + 2 \times B + 3 \times C + 4 \times D + 5 \times E}{50} = 0.72$$

III. CALIFICACIÓN GLOBAL (Ubique el coeficiente de validez obtenido en el intervalo respectivo y marque con un aspa en el círculo asociado)

| CATEGORIA | INTERVALO |
|---|---------------|
| Desaprobado <input type="radio"/> | [0,00 – 0,60] |
| Observado <input type="radio"/> | <0,60 – 0,70] |
| Aprobado <input checked="" type="radio"/> | <0,70 – 1,00] |

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD

Puede continuar con la aplicación del instrumento

Lugar: ... CIUDAD DE HUANCVELICA.....

Huancavelica..... 10 .. de ... DICIEMBRE..... del 2020.....

Firma del juez

Figura 5. Validación de instrumento por segundo Juez

UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
CENTRO DE INVESTIGACION

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN POR CRITERIO DE JUECES

I. DATOS GENERALES

1.1 Apellidos y nombres del juez : **EDGAR YALLI HUAMAN**
 1.2 Cargo e institución donde labora : **UNIVERSIDAD NACIONAL DE HUANCVELICA**
 1.3 Nombre del instrumento evaluado : **PRUEBA PEDAGÓGICA**
 1.4. Autor (es) del instrumento : **DAVID DE LA CRUZ PAYTAN**

II. ASPECTO DE LA VALIDACIÓN

| INDICADORES | CRITERIOS | Deficiente | Baja | Regular | Buena | Muy buena |
|---|--|------------|------|---------|-------|-----------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1.CLARIDAD | Esta formulado con lenguaje apropiado y comprensible | | | X | | |
| 2.OBJETIVIDAD | Permite medir hechos observables | | | | X | |
| 3.ACTUALIDAD | Adecuado al avance de la ciencia y tecnología | | | | X | |
| 4.ORGANIZACIÓN | Presentación ordenada | | | | X | |
| 5.SUFICIENCIA | Comprende aspectos de las variables en cantidad y calidad suficiente | | | X | | |
| 6.PERTINENCIA | Permite conseguir datos de acuerdo a los objetivos planteados | | | | X | |
| 7.COMSISTENCIA | Pretende conseguir datos basados en teorías o modelos teóricos | | | X | | |
| 8.COHERENCIA | Entre variables, indicadores y los ítems | | | | X | |
| 9.METODOLOGIA | La estrategia responde al propósito de la investigación | | | X | | |
| 10.APLICACIÓN | Los datos permiten un tratamiento estadístico pertinente | | | | X | |
| CONTEO TOTAL DE MARCAS (realice el conteo en cada una de las categorías de la escala) | | | | 4 | 6 | |
| | | A | B | C | D | E |

$$\text{Coeficiente de Validez} = \frac{1 \times A + 2 \times B + 3 \times C + 4 \times D + 5 \times E}{50} = \underline{0.72}$$

III CALIFICACIÓN GLOBAL (Ubique el coeficiente de validez obtenido en el intervalo respectivo y marque con un aspa en el círculo asociado)

| CATEGORIA | INTERVALO |
|---|---------------|
| Desaprobado <input type="radio"/> | [0,00 – 0,60] |
| Observado <input type="radio"/> | <0,60 – 0,70] |
| Aprobado <input checked="" type="radio"/> | <0,70 – 1,00] |

IV. OPINIÓN DE APLICABILIDAD

Puede continuar con la aplicación del instrumento

Lugar: **Ciudad de Huancavelica**
 Huancavelica, **10** de **diciembre** del 20**20**

Firma del juez

Figura 6. Validación de instrumento por tercer Juez

Anexo 3. Matriz de consistencia

| PROBLEMA | OBJETIVOS | HIPÓTESIS | VARIABLES | DIMENSIÓN | INDICADOR | ESCALAS DE MEDICIÓN | METODOLOGÍA |
|---|---|--|-------------------------------|--|---|--|---|
| <p>PROBLEMA GENERAL</p> <p>¿Cómo desarrollar el pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno?</p> | <p>OBJETIVO GENERAL</p> <p>Promover el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno</p> | <p>HIPÓTESIS GENERAL</p> <p>Las estrategias de enseñanza – aprendizaje mejoran significativamente el nivel de pensamiento algebraico en los estudiantes del tercer grado de la institución educativa Independencia Nacional Puno.</p> | <p>Pensamiento algebraico</p> | <p>Nivel de pensamiento algebraico</p> | <p>Nivel 0: Aritmético (Ausencia de razonamiento algebraico) Nivel 1: proto-algebraico incipiente Nivel 2: proto-algebraico intermedio Nivel 3: algebraico Nivel 4: uso de parámetros Nivel 5: manipulación de parámetros Nivel 6: tareas estructurales</p> | <p>0 = En inicio 1 = En proceso 2 = Logro previsto</p> | <p>Ubicación: Institución Educativa Independencia Nacional Puno, Puno, Perú. Periodo: Durante el año 2022. Técnica: Evaluación educativa Instrumento: Prueba pedagógica</p> |
| <p>PROBLEMA ESPECÍFICO</p> <p>¿Cuál es el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno?</p> | <p>OBJETIVO ESPECÍFICO</p> <p>Diagnosticar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.</p> | <p>HIPÓTESIS ESPECÍFICAS</p> <p>La prueba pedagógica inicial permite determinar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.</p> | | | | | <p>Población: 50 estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno. Muestra: 50 estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno. Muestreo: No aleatorio – por conveniencia.</p> |
| <p>¿Cuáles son las estrategias de enseñanza-aprendizaje para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno?</p> | <p>Establecer las estrategias de enseñanza-aprendizaje para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.</p> | <p>Es posible aplicar estrategias de enseñanza-aprendizaje como una alternativa para mejorar el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.</p> | | | | | <p>Nivel de investigación: Descriptivo Tipo: Aplicada. Diseño: Pre experimental. Enfoque: Cuantitativo.</p> |
| <p>¿Cuál es la influencia de las estrategias de enseñanza-aprendizaje en el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno?</p> | <p>Determinar la influencia de estrategias de enseñanza-aprendizaje en el nivel de pensamiento algebraico de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.</p> | <p>El nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica de salida es mayor que el nivel de pensamiento algebraico diagnosticado en la prueba pedagógica inicial de los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno.</p> | | | | | |

Anexo 4. Intervenciones para el desarrollo del pensamiento algebraico

| SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 01 | | | |
|--|---|--|----------------------------------|
| TÍTULO DE LA SESIÓN | | | |
| Conocemos los beneficios de la papa | | | |
| I. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE | | | |
| Resuelve situaciones problemáticas de ecuaciones de primer grado. | | | |
| Competencias | Capacidades | Desempeño | Instrumento de evaluación |
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio | Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. | Expresa, con diversas representaciones simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la solución de una ecuación lineal, para interpretar su solución en el contexto de la situación y estableciendo conexiones entre dichas representaciones. | Rubrica |
| Evidencia de aprendizaje | | | |
| Los estudiantes resuelven situaciones problemáticas. | | | |
| ENFOQUES TRANSVERSALES | VALORES | ACCIONES OBSERVABLES | |
| Enfoque de igualdad de género | Igualdad y Dignidad | Docentes y estudiantes no hacen distinciones discriminatorias entre varones y mujeres. Estudiantes varones y mujeres tienen las mismas responsabilidades en el cuidado de los espacios educativos que utilizan. | |
| II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE | | | |
| Inicio | | Tiempo aproximado: 15 minutos | |
| <ul style="list-style-type: none"> El docente da la bienvenida a los estudiantes y luego pregunta si investigaron sobre los usos de la papa. Luego, plantea algunas interrogantes para explorar los saberes previos en relación con la papa. Para continuar el trabajo, plantea las siguientes pautas, las cuales serán consensuadas con los estudiantes. <div style="border: 1px dashed orange; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>¿Cuáles son los beneficios que obtenemos al comer papa? ¿Alguna vez viste qué otro uso le dan a la papa? ¿De qué otra forma has visto la papa en las tiendas? Desde tu punto de vista, ¿por qué es importante la cosecha de papa? ¿En la comunidad a cuánto venden el kilogramo de papa?</p> </div> El docente les dice que compartan lo investigado en el equipo y vayan anotando la información que servirá para lograr nuestro típico informativo. Luego les entrega la actividad titulada "beneficios de la papa para la salud" (anexo 1) y les pide que subrayen las ideas principales o las que les parezcan interesantes. El docente monitorea el trabajo del equipo y los orienta. El docente presenta los aprendizajes esperados relacionados con las competencias, las capacidades y el propósito de la sesión que consiste en: <div style="border: 1px solid lightblue; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Describir la ecuación lineal y usar modelos al resolver situaciones problemáticas.</p> </div> El docente plantea las siguientes pautas de trabajo que serán consensuadas con los estudiantes: <div style="border: 1px solid lightgreen; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> Dinamizar el trabajo en equipo, promoviendo la participación de todos. Aumentar la estrategia apropiada para comunicar los resultados. Respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para el desarrollo de cada actividad relacionada con la descripción de la ecuación lineal y con la selección y uso de modelos de ecuaciones lineales. </div> | | | |
| Desarrollo | | Tiempo aproximado: 60 minutos | |
| <ul style="list-style-type: none"> El docente pega el papelote con la siguiente situación: <div style="border: 1px dashed orange; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>El señor Martín, en su cosecha del mes de setiembre, vende 40 kilogramos de papa amarilla; a Lucas le vende 11 kilos más que a Enrique; a Enrique 10 kilos menos que a Florencio, y a Florencio el doble de los que le vende a María. ¿Cuántos kilogramos de papa compró María?</p> </div> El docente comunica que tienen 5 minutos para plantear una estrategia de solución en el equipo. | | | |

- Terminado el tiempo, el docente pide ideas para encontrar la solución y anotarlas en la pizarra.

| Enunciado | Expresión matemática |
|---|----------------------|
| Kilogramos de papa que compra Lucas | $2x - 10 + 11$ |
| Kilogramos de papa que compra Enrique | $2x - 10$ |
| Kilogramos de papa que compra Florencio | $2x$ |
| Kilogramos de papa que compra María | x |
- El docente manifiesta que una de las estrategias de solución es mediante una ecuación lineal:

$$x + 2x + 2x - 10 + 2x - 10 + 11 = 40$$

$$7x - 9 = 40$$
- El docente, a partir de este momento, induce a los estudiantes a realizar la descripción de la ecuación lineal reconociendo y relacionando los miembros, términos, incógnitas y su solución.
- Luego indica:

| | |
|----------------|-----------------|
| $7x - 9 = 40$ | 7x - 9 = 40 |
| Primer miembro | Segundo miembro |
- Pregunta:
 - El primer miembro es:
 - El segundo miembro es:
 - El número de términos del primer miembro es:
 - La incógnita está representada por:
 - ¿Cómo encontramos la solución?
- Mediante las respuestas, el docente orienta al modelar la ecuación y llegar a la solución.
- El docente entrega la actividad 2 (anexo 2) para que la resuelvan en equipo, les da 15 min.
- En esta actividad, el docente está atento para orientar a los estudiantes en modelar y describir la ecuación lineal, así como en determinar la solución y absolver las dudas de sus estudiantes.
- Los estudiantes eligen a un representante del grupo para sustentar y argumentar las estrategias empleadas en la solución de las actividades planteadas y las presentan en papelotes.
- Con el deseo de afianzar el aprendizaje, el docente presenta la definición de ecuación lineal.

| Cierre | Tiempo aproximado: 15 minutos |
|---|-------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> A partir de las situaciones problemáticas resueltas, el docente junto con los estudiantes llega a las siguientes conclusiones: <div style="border: 1px solid lightgreen; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> Toda ecuación lineal es de la forma $ax + b = 0$, $a \neq 0$ Toda ecuación lineal o de primer grado tiene una sola solución. </div> Finalmente, el docente formula las siguientes preguntas para generar la reflexión de los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué se debe hacer para elegir al mejor comprador? ¿De qué manera y en qué situaciones nos sirve lo que aprendimos? ¿En qué otras situaciones podemos aplicar ecuaciones? | |
| III. TAREA A TRABAJAR EN CASA | |
| El docente solicita a los estudiantes que: Resuelvan el último ejercicio de la ficha de trabajo. | |
| IV. MEDIOS Y MATERIALES | |
| <ul style="list-style-type: none"> Fichas de actividades. Pizarra y lizas. Papelotes y cinta masking tape. Plumones y regla. | |

FICHA DE TRABAJO N.º 01

ACTIVIDAD 1

- Utilizando una tabla, modela la ecuación correspondiente a cada problema.
 - Identifica sus partes.
 - Encuentra la solución al problema.
- Para trasladar la cosecha de papa a la fábrica 1, el agricultor paga 100 soles más de lo que cuesta trasladarla al mercado, y para llevarla a la fábrica 2 le cobran 50 soles menos que el traslado al mercado. Si en total pagó S/ 950, ¿cuál es el costo de trasladarla a cada lugar?
 - La cosecha de don Faustino le da 30 kg más de papa blanca que los kg de papa amarilla; de papa huairo obtuvo el doble de papa amarilla, y de papa negra 50 kg más que la papa huairo. Si en total obtuvo 200 kg de papa, ¿cuántos kilogramos de cada clase de papa obtuvo?
 - Doña Guillermina ha vendido su cosecha y obtuvo 600 soles, los que desea repartir entre sus 4 hijos, al mayor le dio 70 soles más que al segundo; al tercero 30 soles menos que al segundo, y al último 40 soles más que al mayor. ¿Cuánto le dio al menor de sus hijos?



| SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 02 | | | |
|--|--|--|--|
| TÍTULO DE LA SESIÓN | | | |
| Las ecuaciones en la vida diaria | | | |
| I. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE | | | |
| Resuelve situaciones problemáticas de ecuaciones de primer grado. | | | |
| Competencias | Capacidades | Desempeño | Instrumento de evaluación |
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio | Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. | Expresa, con diversas representaciones simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la solución de una ecuación lineal, para interpretar su solución en el contexto de la situación y estableciendo conexiones entre dichas representaciones. | Rubrica |
| Evidencia de aprendizaje | | | |
| Los estudiantes resuelven situaciones problemáticas del texto de trabajo | | | |
| ENFOQUES TRANSVERSALES | | VALORES | ACCIONES OBSERVABLES |
| Enfoque de igualdad de género | | Igualdad y Dignidad | Docentes y estudiantes no hacen distinciones discriminatorias entre varones y mujeres. Estudiantes varones y mujeres tienen las mismas responsabilidades en el cuidado de los espacios educativos que utilizan. |
| II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE | | | |
| Inicio | | Tiempo aproximado: 15 minutos | |
| <ul style="list-style-type: none"> El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes. Comenta con ellos lo que se realizó en la sesión anterior y revisa los retos. Les dice que sabe adivinar y que lo va a demostrar. Pide a un estudiante que se ponga de pie y participe en las indicaciones que va a dar: <ul style="list-style-type: none"> Piensa en un número. Multiplicado por dos. Símbale 8. Divídelo por dos. Quítale el número que has pensado. El resultado es 4. Luego invita a otro estudiante y cambia la suma en el paso 3. Por ejemplo, le dice que, si suma 12, el resultado será 6, es decir, la mitad del número. Luego pregunta: ¿Cuál es el truco que me permite adivinar el resultado? Esta actividad la realiza con por lo menos cinco estudiantes. Los estudiantes expresan sus ideas. Luego el docente señala el propósito de la sesión. <ul style="list-style-type: none"> Plantear y representar algebraicamente ecuaciones lineales con dos variables. Para continuar el trabajo, plantea las siguientes normas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"> Se organizan en equipos de trabajo y asumen responsabilidades entre los integrantes. Se respetan los compañeros del equipo y se apoyan cuando es necesario. El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión. | | | |
| Desarrollo | | Tiempo aproximado: 60 minutos | |
| <ul style="list-style-type: none"> El docente plantea el siguiente problema: <ul style="list-style-type: none"> Leonila, estudiante de tercero de Secundaria, acompaña a su mamá a pagar el recibo de agua de S/ 13. La mamá paga con un billete de S/ 50, y la cajera de la empresa tan solo cuenta con monedas de S/ 2 y S/ 5. ¿De cuántas formas puede entregar el vuelto? El docente sugiere el uso de una tabla para la solución del problema e invita a los estudiantes a probar con todas las posibles opciones. Asimismo, los induce a realizar generalizaciones. | | | |

| Monedas de S/ 2 | Monedas de S/ 5 | Vuelto igual a S/ 37 |
|-----------------|-----------------|----------------------|
| 11 | 3 | $2(11) + 5(3) = 37$ |
| 6 | 5 | $2(6) + 5(5) = 37$ |
| 1 | 7 | $2(1) + 5(7) = 37$ |
| ... | ... | ... |
| x | y | $2x + 5y = 37$ |

- Representando con "x" el número de monedas de S/ 2, y con "y" el número de monedas de S/ 5, esta situación puede expresarse por medio de una ecuación lineal con dos incógnitas: $2x + 5y = 37$.
- El docente pregunta a los estudiantes: ¿Qué tipo de gráfico se obtendrá con estos datos? Luego les indica que elaboren el gráfico utilizando los datos de la tabla.
- El docente solicita a los estudiantes que observen la gráfica y describan sus características. (Posibles respuestas: es una línea recta, tiene infinitas soluciones).
- Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos.
- A continuación, para consolidar el aprendizaje, y verificar si el propósito se ha logrado, el docente presenta las situaciones de la ficha N° 01. Cada equipo de trabajo participa dando su opinión acerca de cómo resolvería el problema.
- El docente verifica los resultados con la participación activa de los estudiantes.

Cierre **Tiempo aproximado: 15 minutos**

- El docente conduce a que los estudiantes lleguen a las siguientes conclusiones:
 - Se la representación algebraica de una ecuación lineal de dos variables: "X" y "Y", tiene la forma general $ax + by = c$, donde a, b) y c son números reales.
 - Una recta es la representación geométrica del conjunto de todas las soluciones de una ecuación lineal de dos variables.
 - El punto de corte de dos rectas representa el conjunto solución del sistema formado por las ecuaciones de dichas rectas.
- Finalmente, el docente formula las siguientes preguntas para generar la reflexión de los estudiantes:
 - ¿Qué procedimientos realizamos para encontrar el punto de intersección?
 - ¿Cómo podemos probar que el punto de intersección representa las raíces de las ecuaciones?
 - ¿Qué utilidad tiene saber sobre sistemas de ecuaciones?

III. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes que Resuelvan el último ejercicio de la ficha de trabajo.

IV. MEDIOS Y MATERIALES

- Texto escolar: Matemática 3.
- Cuaderno de trabajo: Matemática 3.
- Fichas de actividades.
- Pizarra y tizas.
- Papelotes y cinta masking tape.
- Plumones y regla.

FICHA DE TRABAJO N° 01

- Leonila, estudiante de tercero de Secundaria, acompaña a su mamá a pagar su recibo de agua de S/13 soles. La mamá paga con un billete de S/50, y la cajera de la empresa tan solo cuenta con monedas de S/2 y S/5.
¿De cuántas formas puede entregar el vuelto?
Considera las siguientes variables:
x: número de monedas de S/2
y: número de monedas de S/5
Forma una ecuación lineal con las variables "x" y "y" que exprese la situación planteada.
- La vendedora en la feria pecuaria le da el vuelto a la mamá de Leonila con monedas de S/ 2 y S/ 5. Si le da en total 11 monedas, ¿de cuántas formas puede entregar el vuelto?
- Roberto, Aurora y Érica están en el parque conversando de sus asuntos. Roberto dice que compró en la tienda dos paquetes de galletas y una botellita de refresco, por lo cual pagó S/1,80. Aurora le pregunta por el costo de cada paquete de galleta y la botella de refresco. Él le dice que no le preguntó a la vendedora y solo pagó el costo total. Enseguida, Érica va a comprar y trae tres paquetes de galletas y dos botellas de refresco de la misma calidad que Roberto, por los cuales pagó S/3,10. Aurora le pregunta por el costo de cada paquete de galleta y refresco, y ella tampoco sabe qué responder. ¿Cuánto será el costo de cada paquete de galleta y de la botella de refresco?

| SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 03 | | | |
|---|---|--|----------------------------------|
| TÍTULO DE LA SESIÓN | | | |
| Utilizamos sistemas de ecuaciones en la resolución de problemas | | | |
| I. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE | | | |
| Resuelve situaciones problemáticas de ecuaciones de primer grado. | | | |
| Competencias | Capacidades | Desarrollo | Instrumento de evaluación |
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio | Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. | Selecciona y combina estrategias heurísticas, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas, y solucionar sistemas de ecuaciones lineales. | Rubrica |
| Evidencia de aprendizaje | | | |
| Los estudiantes resuelven situaciones problemáticas del texto de trabajo | | | |
| ENFOQUES TRANSVERSALES | VALORES | ACCIONES OBSERVABLES | |
| Enfoque de igualdad de género | Igualdad y Dignidad | <ul style="list-style-type: none"> Docentes y estudiantes no hacen distinciones discriminatorias entre varones y mujeres. Estudiantes varones y mujeres tienen las mismas responsabilidades en el cuidado de los espacios educativos que utilizan. | |
| II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE | | | |
| Inicio | | Tiempo aproximado: 15 minutos | |
| <ul style="list-style-type: none"> El docente da la bienvenida a los estudiantes. Comenta con ellos lo que se realizó en la sesión anterior y señala el propósito de esta sesión. Para continuar el trabajo, plantea las siguientes pautas, las cuales serán consensuadas con los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"> Resolver un sistema de ecuaciones lineales utilizando el método de igualación, sustitución o reducción. El docente comunica a los estudiantes la utilidad e importancia del aprendizaje. Asimismo, les informa que se valorarán los desempeños mostrados en el desarrollo de la sesión. Para continuar el trabajo, plantea las siguientes normas de trabajo, las cuales serán consensuadas con los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"> Se organizan en equipos de trabajo y asumen responsabilidades entre los integrantes. Se respetan los compañeros del equipo y se apoyan cuando es necesario. | | | |
| Desarrollo | | Tiempo aproximado: 60 minutos | |
| <ul style="list-style-type: none"> El docente entrega a los estudiantes una ficha de trabajo (anexo 2) y les reta a resolver la actividad 1, la cual está orientada a que descubran otras formas de resolver las ecuaciones. Para ello, les pide que sean creativos y busquen nuevas maneras de llegar a la respuesta. Los estudiantes comparten sus respuestas con todo el salón. <div style="border: 1px dashed orange; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Petronilla, mamá de Anderson, está muy enferma. Los médicos le han diagnosticado cáncer de estómago y necesitan hacerle un tratamiento urgente en la ciudad de Lima. Los compañeros de Anderson han acordado hacer actividades para ayudarlos económicamente, ya que su familia es de bajos recursos. Para ello hacen una kermés. Los platos tienen un costo de S/ 2 y S/ 4. Si venden un total de 240 tiques, y al final de la actividad recaudan S/ 580, ¿cuántos tiques de cada plato vendieron?</p> </div> Durante el desarrollo de la sesión, el docente atiende a los estudiantes en forma personalizada y en equipo, de acuerdo con las necesidades e intereses de estos. El docente valora los procedimientos utilizados para resolver el problema. Observa con cuidado si han utilizado diferentes tipos. En caso de que coincidan todos los equipos, pregunta si existen otras formas de solución. Luego les presenta la actividad 2, y les solicita que busquen diversas maneras de resolver el problema. El docente induce a los estudiantes a llegar a estas tres formas de resolución: | | | |

| | |
|--|--------------------------------------|
| $\begin{aligned} x - y &= 1 & (I) \\ 3x + 4y &= 27 & (II) \end{aligned}$ | |
| <ul style="list-style-type: none"> Método de sustitución: Despejamos la variable x en la ecuación (I) $x = 2 + y$. Reemplazamos lo que acabamos de obtener en la ecuación (II): $3(2 + y) + 4y = 27 \rightarrow 6 + 3y + 4y = 27 \rightarrow 6 + 7y = 27 \rightarrow y = 3$ Reemplazamos $y = 3$ en la ecuación (I) para calcular el valor de x: $x - y = 2 \rightarrow x - 3 = 2 \rightarrow x = 5$ El conjunto solución del sistema es C. S. = (5,3) Método de igualación: Despejamos la misma incógnita en ambas ecuaciones: $\begin{aligned} x - y &= 2 \rightarrow x = 2 + y \\ 3x + 4y &= 27 \rightarrow x = \frac{27 - 4y}{3} \end{aligned}$ Igualamos los valores de x en cada caso: $2 + y = \frac{27 - 4y}{3} \rightarrow 3(2 + y) = 27 - 4y \rightarrow 6 + 3y = 27 - 4y \rightarrow 7y = 21 \rightarrow y = 3$ Reemplazamos $y = 3$ en la ecuación (I) para calcular el valor de x: $x - y = 2 \rightarrow x - 3 = 2 \rightarrow x = 5$ El conjunto solución del sistema es C. S. = (5,3) Método de reducción: El docente motiva a los estudiantes para que describan los pasos de cada una de las tres formas de solución. Pide voluntarios para que lean sus respuestas. | |
| Cierre | Tiempo aproximado: 15 minutos |
| <ul style="list-style-type: none"> Para consolidar el aprendizaje y verificar si el propósito se ha logrado, el docente presenta la actividad 3. Verifica los resultados con la participación activa de los estudiantes. Conduce a los estudiantes hacia las siguientes conclusiones: <ul style="list-style-type: none"> Para resolver un sistema de ecuaciones se busca otro sistema equivalente al propuesto, de modo que el sistema se reduzca a una ecuación con una sola incógnita. Los tres métodos algebraicos más usados para resolver un sistema de ecuaciones son: de sustitución, de igualación y de reducción. Finalmente, el docente formula las siguientes preguntas para generar la reflexión de los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué estrategias aplicó al resolver la situación? ¿Qué dificultades tuvo? ¿Cómo las superó? ¿Qué utilidad tiene lo que aprendió? | |
| III. TAREA A TRABAJAR EN CASA | |
| El docente solicita a los estudiantes que: Resuelvan el último ejercicio de la ficha de trabajo. | |
| IV. MEDIOS Y MATERIALES | |
| <ul style="list-style-type: none"> Texto escolar: Matemática 3. Cuaderno de trabajo: Matemática 3. Fichas de actividades. Pizarra y lizas. Papelotes y cinta masking tape. Plumones y regla. | |

FICHA DE TRABAJO N.º 01

- Petronilla, mamá de Anderson, está muy enferma. Los médicos le han diagnosticado cáncer de estómago y necesitan hacerle un tratamiento urgente en la ciudad de Lima. Los compañeros de Anderson han acordado hacer actividades para ayudarlos económicamente, ya que su familia es de bajos recursos. Para ello hacen una kermés. Los platos tienen un costo de S/ 2 y S/ 4. Si venden un total de 240 tiques, y al final de la actividad recaudan S/ 580, ¿cuántos tiques de cada plato vendieron?
- Encuentra dos números racionales tales que su diferencia sea dos, y si se suma el triple del primero con el cuádruple del segundo, obtengamos como resultado 27. Plantea el sistema de ecuaciones y resuelve de tres formas diferentes.

| SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 04 | | | |
|--|---|--|---------------------------|
| TÍTULO DE LA SESIÓN | | | |
| Diferentes maneras de expresar una ecuación lineal | | | |
| I. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE | | | |
| Resuelve situaciones problemáticas de ecuaciones de primer grado. | | | |
| Competencias | Capacidades | Desempeño | Instrumento de evaluación |
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio | Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. | Expresa, con diversas representaciones gráficas y simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la solución de una ecuación lineal, para interpretar su solución en el contexto de la situación y estableciendo conexiones entre dichas representaciones. | Rubrica |
| Evidencia de aprendizaje | | | |
| Los estudiantes resuelven situaciones problemáticas del texto de trabajo | | | |
| ENFOQUES TRANSVERSALES | VALORES | ACCIONES OBSERVABLES | |
| Enfoque de igualdad de género | Igualdad y Dignidad | <ul style="list-style-type: none"> Docentes y estudiantes no hacen distinciones discriminatorias entre varones y mujeres. Estudiantes varones y mujeres tienen las mismas responsabilidades en el cuidado de los espacios educativos que utilizan. | |
| II. PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE | | | |
| Inicio | | Tiempo aproximado: 15 minutos | |
| <ul style="list-style-type: none"> El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes, luego hace referencia a la sesión anterior planteando las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> ¿Cómo podemos evitar el maltrato y combatir la agresión verbal o física de compañeros de aula o de otros grados? ¿Qué consecuencias presenta el estudiante agredido? ¿Qué elementos tiene una ecuación? ¿Qué pasos realizamos para resolver una ecuación? ¿De qué manera podemos expresar ecuaciones lineales? ¿Qué otras maneras existen para resolver una ecuación? Los estudiantes responden a las preguntas y el docente registra las ideas principales. El docente presenta el propósito de la sesión: <ul style="list-style-type: none"> Emplear gráficas y tablas que expresen ecuaciones lineales de una incógnita para llegar a conclusiones. El docente plantea las siguientes pautas de trabajo que serán consensuadas con los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"> Trabajar en pares durante la sesión. Dinamizar el trabajo en equipo, promoviendo la participación de todos y acordando la estrategia apropiada para comunicar los resultados. Mostrar responsabilidad en el cumplimiento de las actividades relacionadas con la elaboración de gráficas y tablas para resolver ecuaciones lineales con una y dos incógnitas. | | | |
| Desarrollo | | Tiempo aproximado: 60 minutos | |
| <ul style="list-style-type: none"> El docente presenta la siguiente situación problemática: <div style="border: 1px dashed orange; padding: 5px; margin: 10px 0;"> La cantidad de casos reportados de <i>bullying</i> durante una semana en el mes de diciembre, más seis casos reportados unos días antes, suman en total 10. </div> El docente indica que los estudiantes en parejas deben intentar resolver la ecuación utilizando algún gráfico o tabla. Luego, socializan sus respuestas. El docente pide a dos estudiantes que expliquen qué recursos utilizaron para expresar ecuaciones. Después que los estudiantes presentan sus gráficos y tablas, el docente muestra posibles gráficas y cuadros. El docente manifiesta que una de las estrategias de solución es mediante una ecuación lineal. | | | |

Podemos expresar una ecuación por medio de "la balanza" de acuerdo con la situación problemática:
Planteamiento de la ecuación $x + 6 = 10$
Sabiendo que:

Planteamiento de la ecuación por medio de la balanza:
 $x + 6 = 10$

El docente emplea la siguiente tabla considerando los datos indicados:

| Nº de unidades que se quitan de cada platillo | Queda en el platillo 1 | Queda en el platillo 2 | Representación algebraica del proceso |
|---|------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 0 | | | $x + 6 = 10$ |
| 2 | | | $x + 6 - 2 = 10 - 2$ |
| 4 | | | $x + 6 - 2 = 10 - 2$ |

Los estudiantes responden las siguientes preguntas:

- ¿Qué sucede si se quitan 2 unidades a cada platillo?
- ¿Qué sucede si se quitan 6 unidades a cada platillo?
- ¿Se podrán quitar 7 unidades a cada platillo?, ¿por qué?
- ¿Qué conclusiones podemos obtener de todo el proceso?

El docente señala que, al finalizar el proceso, el resultado representado en la balanza será como se muestra a continuación:

También muestra la siguiente representación gráfica:

Durante el desarrollo de la sesión, el docente realiza la evaluación utilizando la ficha de observación (anexo 1).
Con el deseo de afianzar el aprendizaje, el docente presenta la definición de ecuación lineal.

Cierre **Tiempo aproximado: 15 minutos**

El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes para generar la reflexión de los estudiantes:

- ¿Qué conozco sobre el tema de resolución de ecuaciones lineales utilizando gráficos y tablas?
- ¿Qué características tiene una ecuación lineal o de primer grado?
- ¿Cómo puedo relacionar esta información con casos de la vida real?
- ¿Qué conclusiones puedo sacar sobre los métodos de resolución de la ecuación lineal?
- ¿Qué métodos hemos aprendido para expresar ecuaciones lineales?

Anexo 5. Panel fotográfico



PRUEBA PEDAGOGICA DE DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO PARA ESTUDIANTES DEL TERCER GRADO

GRADO: 3^{RO} SECCIÓN: FECHA:

INTRUCCIONES:
Estimado estudiante, mediante la presente prueba pedagógica se presenta unos ejercicios algebraicos que tendrás que resolver según tu capacidad. Tu apoyo es muy importante, de antemano muchas gracias por tu colaboración.

1. Tres hermanos van a la posta a pesar su obesidad, en donde Juan presenta un peso de 60 Kg, Carlos 55 Kg y Pedro 50 Kg ¿Cuánto pesan los tres juntos?

$$\begin{matrix} J = 60 \text{ Kg} \\ C = 55 \text{ Kg} \\ P = 50 \text{ Kg} \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} J \\ C \\ P \end{matrix}} \right\} 165 \text{ Kg}$$

2. En el pueblo de Sachapite, 3 Kg de chuño cuesta 24 soles, 4 Kg de habas cuesta 36 soles y 3 Kg de papa cuesta 9 soles, complete los espacios en blanco de los siguientes enunciados:

a) 1 Kg de chuño es múltiplo de ¿? porque $1 \times \text{Kg} = 5/2$
 b) 1 Kg de habas es múltiplo de ¿? porque $1 \times \text{Kg} = 5/3$
 c) 1 Kg de papa es múltiplo de ¿? porque $1 \times \text{Kg} = 5/3$

3. Considerando la pregunta 1 de los hermanos ¿Sus pesos son múltiplos de?

| | | | |
|-------|---------------------------|-------------------------|--------------------|
| a) 8 | $C = 3 \text{ Kg} = 20.4$ | $9/0 = 9(1 \text{ Kg})$ | $5 \times 12 = 60$ |
| b) 10 | $H = 4 \text{ Kg} = 5/3$ | $4/0 = 9(1 \text{ Kg})$ | $5 \times 11 = 55$ |
| c) 4 | $P = 3 \text{ Kg} = 5/3$ | $4/0 = 9(1 \text{ Kg})$ | $5 \times 10 = 50$ |
| d) 5 | | | |

4. El número de mesas en un salón de clase es el doble del número de sillas más 6, si en el salón hay 36 muebles entre mesas y sillas ¿Cuántas mesas y sillas hay?

$$\begin{matrix} M = 2x + 6 & H + S = 36 & M = 6 \\ S = x & M = 36 - 5 & 60 - 12 = 48 \\ & 2x + 6 = 36 - x & H = 26 \\ & 3x = 30 & S = 10 \\ & x = 10 & \end{matrix}$$

5. Irma tiene S/. 56, Laura S/. 40 más que Irma y Luis S/. 30 más que Laura. ¿Cuánto tienen entre las tres?

$$\begin{matrix} I = 5/56 & = 5/36 & 126 \\ L_0 = 5/56 + 5/40 = 5/96 & & 96 \\ L_0 = 5/96 + 5/30 = 5/126 & & 56 \\ & & \hline & & 278 \end{matrix}$$

Figura 7. Aplicación de evaluación pedagógica

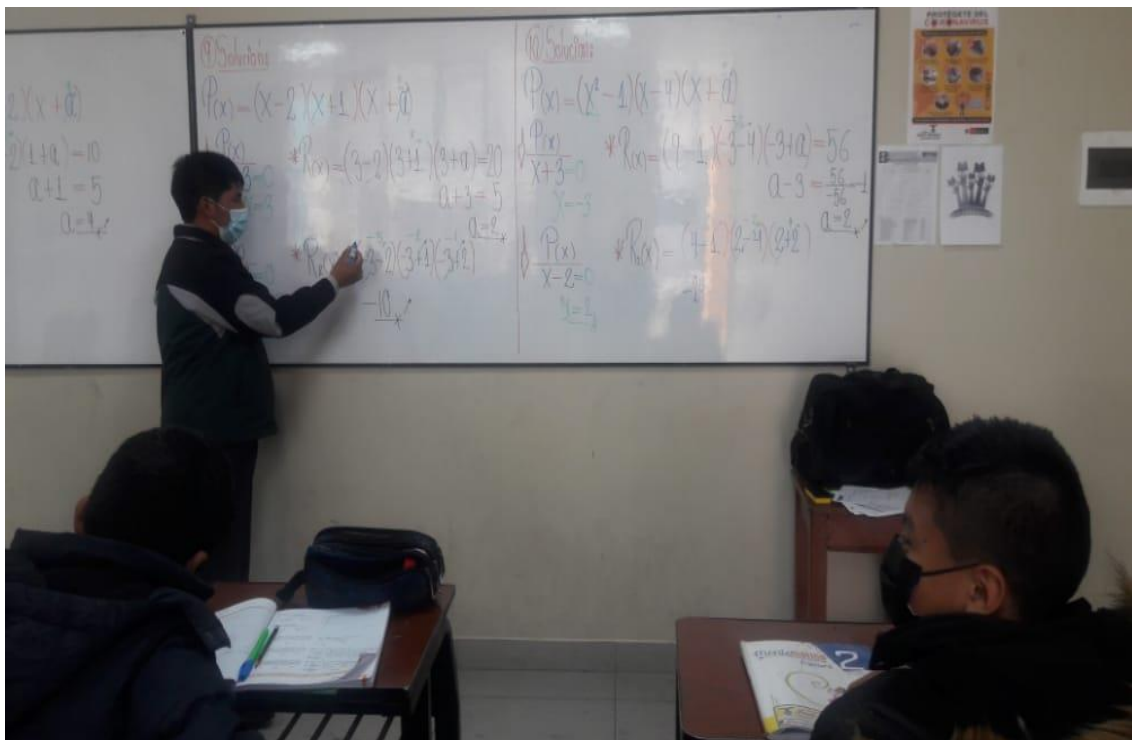


Figura 8. Ejecución de sesiones de aprendizaje



Anexo 6. Base de datos

| Nivel de pensamiento algebraico | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|------|------|------|------|------|------|---|-----|------|---|------|------|------|
| N° | P1 | P2 | P3 | X | P4 | P5 | X | P6 | P7 | X | P8 | P9 | P10 |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 0 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 4 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 |
| 5 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 6 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| 7 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 1 | 2 |
| 8 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| 9 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| 10 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 12 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| 13 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 |
| 15 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| 16 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 17 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| 18 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| 19 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 0 |
| 20 | 2 | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 21 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 22 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 23 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 |
| 24 | 2 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 25 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 26 | 2 | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 27 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| 28 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 |
| 29 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 30 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 31 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 32 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 |
| 33 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 |
| 34 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 |
| 35 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 36 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 37 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 38 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 0 | 2 | 2 |
| 39 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 40 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 41 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 |
| 42 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 43 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 44 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| 45 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 46 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 |
| 47 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 48 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 0 | 1 | 0 |
| 49 | 2 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 54 | | 1.4 | 1.68 | | 1.04 | 1.24 | | 1.3 | 1.04 | | 0.24 | 0.86 | 1.04 |
| 55 | 1.94 | 1.54 | 2 | 1.14 | 1 | 1.17 | 1 | | | | | | |

0 = En inicio
1 = En proceso
2 = Logro previsto

Figura 9. Base de datos pre test



| Nivel de pensamiento algebraico | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|----|------|------|------|----|-----|------|----|------|------|----|----|-----|--|
| N° | P1 | P2 | P3 | x | P4 | P5 | x | P6 | P7 | x | P8 | P9 | P11 | |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | |
| 5 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 6 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | |
| 7 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | |
| 8 | 5 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| 9 | 6 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | |
| 10 | 7 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | |
| 11 | 8 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | |
| 12 | 9 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | |
| 13 | 11 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | |
| 14 | 11 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | |
| 15 | 12 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | |
| 16 | 13 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | |
| 17 | 14 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | |
| 18 | 15 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | |
| 19 | 16 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 20 | 17 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | |
| 21 | 18 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | |
| 22 | 19 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | |
| 23 | 21 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 24 | 21 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | |
| 25 | 22 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | |
| 26 | 23 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | |
| 27 | 24 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | |
| 28 | 25 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | |
| 29 | 26 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 30 | 27 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | |
| 31 | 28 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| 32 | 29 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | |
| 33 | 31 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| 34 | 31 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 35 | 32 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | |
| 36 | 33 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 37 | 34 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | |
| 38 | 35 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | |
| 39 | 36 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | |
| 40 | 37 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | |
| 41 | 38 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | |
| 42 | 39 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | |
| 43 | 41 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | |
| 44 | 41 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| 45 | 42 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 46 | 43 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | |
| 47 | 44 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | |
| 48 | 45 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 49 | 46 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | |
| 50 | 47 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | |
| 51 | 48 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 52 | 49 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| 53 | 51 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | |
| 54 | | | 1.86 | 1.84 | | 1.7 | 1.52 | | 1.62 | 1.44 | | 1 | 1 | |
| 55 | | 1.96 | | 1.85 | 2 | | 1.61 | 2 | | 1.53 | 2 | | 1 | |

Figura 10. Base de datos post test

