



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA



IDONEIDAD DIDÁCTICA DE UNA SESIÓN DE CLASE DE

MAGNITUDES PROPORCIONALES

TESIS

PRESENTADA POR:

Bach. JOSÉ ANTONIO SONCO SONCO

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

LICENCIADO EN EDUCACIÓN, ESPECIALIDAD DE

MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA

PUNO – PERÚ

2023



NOMBRE DEL TRABAJO

**IDONEIDAD DIDÁCTICA DE UNA SESIÓN
DE CLASE DE MAGNITUDES PROPORCIONALES**

AUTOR

JOSÉ ANTONIO SONCO SONCO

RECUENTO DE PALABRAS

31197 Words

RECUENTO DE CARACTERES

178495 Characters

RECUENTO DE PÁGINAS

142 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

2.1MB

FECHA DE ENTREGA

Jun 7, 2023 5:54 PM GMT-5

FECHA DEL INFORME

Jun 7, 2023 5:56 PM GMT-5

● **12% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos

- 11% Base de datos de Internet
- 7% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de Crossref
- Base de datos de contenido publicado de Crossref
- 8% Base de datos de trabajos entregados

● **Excluir del Reporte de Similitud**

- Material bibliográfico
- Material citado
- Material citado
- Coincidencia baja (menos de 10 palabras)



Firmado digitalmente por VILCA
MAMANI Lino FAU 20145496170 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 07.06.2023 20:22:21 -05:00



Firmado digitalmente por VILCA
MAMANI Lino FAU 20145496170 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 07.06.2023 20:22:36 -05:00



DEDICATORIA

Dedico este humilde trabajo a mi madre Aurora Felicitas, por su apoyo incondicional en mis momentos más difíciles, por sus riñas y consejos que siempre estarán presente en mi ser, así como en mi vida terrenal y en otra.

José Antonio Sonco Sonco



AGRADECIMIENTOS

A la única persona que tengo:

A mi madre, agradezco por aquellos momentos de felicidad que vivimos, por haber estado a lado mío durante mis batallas, el tiempo no lograra borrarla.

A mis docentes:

Agradezco a mis docentes de matemática por su paciencia y por los conocimientos que me ha compartido en las aulas de la facultad de educación.

José Antonio Sonco Sonco



ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA

AGRADECIMIENTOS

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

RESUMEN 13

ABSTRACT 14

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA..... 16

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA. 18

1.2.1 Problema general..... 18

1.2.2. Problemas específicos. 18

1.3. JUSTIFICACIÓN 18

1.4. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN. 20

1.4.1. Objetivo General. 20

1.4.2. Objetivo específico..... 20



CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. ANTECEDENTES.....	21
2.2.1. Antecedentes internacionales	21
2.2.1. Antecedentes nacionales	24
2.2. MARCO TEÓRICO	32
2.2.1. La didáctica de la matemática según EOS	32
2.2.2. Problemas que motivaron la formulación de EOS.....	32
2.2.3. Sobre el Enfoque Ontosemiótico y la instrucción matemática.....	33
2.2.4. Herramientas teóricas que componen el enfoque Ontosemiótico	34
2.2.4. Procesos matemáticos.....	38
2.2.5. Idoneidad didáctica	39
2.2.6. Comprensión según EOS.....	44
2.2.7. Función semiótica.....	45
2.3. MARCO CONCEPTUAL.....	47
2.3.1. La noción de práctica.....	47
2.3.2. La noción de institución.....	47
2.3.3. El objeto matemático.....	47
2.3.4. Concepto de problema.....	48
2.3.5. Objeto personal	48
2.3.6. Instrucción matemática	49
2.3.7. El objeto institucional	49
2.3.8. Definición de significado institucional y personal	49



2.3.9. Significado de un objeto institucional y personal 50

CAPITULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL ESTUDIO..... 51

3.2. PERIODO DE EJECUCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN..... 51

3.3. PROCEDENCIA DEL MATERIAL UTILIZADO..... 51

3.3.1. Observación cualitativa..... 51

3.3.2. Guía de Observación..... 52

3.3.3. Registro en los artefactos tecnológicos 52

3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA DEL ESTUDIO 53

3.4.1. Población..... 53

3.4.2. Muestra..... 53

3.5. DISEÑO NO ESTADÍSTICO 54

3.5.1. Tipo de investigación 54

3.5.2. Diseño de investigación 55

3.5.3. Análisis didáctico..... 56

3.6. PROCEDIMIENTO..... 57

3.7. VARIABLES 59

3.8. ANÁLISIS DE RESULTADOS 60

CAPITULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. RESULTADOS..... 61



4.1.1. Construcción del Significado de Referencia de Magnitudes proporcionales	61
4.1.2. Construcción de criterios de idoneidad didáctica.....	74
4.1.3. Análisis y valoración de idoneidad epistémica.	81
4.1.4. Análisis y valoración de idoneidad cognitiva	94
4.1.5. Valoración de la idoneidad interaccional	102
4.2. DISCUSIÓN.....	109
V. CONCLUSIONES	117
VI. RECOMENDACIONES	120
VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	121
ANEXOS	126

Área: Interdisciplinaridad en la dinámica educativa: Teoría y métodos de investigación de la didáctica de la matemática

Temas: Desarrollo y aplicación de criterios de idoneidad didáctica de procesos de estudio matemático. Aplicación al campo de la formación de profesores de matemáticas.

Fecha de sustentación: 06/setiembre/2023



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Significados sistémicos	35
Figura 2. Configuración de objetos primarios	37
Figura 3. Procesos matemáticos y dualidades	39
Figura 4. Componentes de idoneidad didáctica	40
Figura 5. Situación problemática de tipo intuitivo cualitativo	63
Figura 6. Situación problemas de tipo aritmético	65
Figura 7. Gráfica de significado simbólico.....	68
Figura 8. Gráfica de significado simbólico.....	68
Figura 9. Situaciones problemáticas que involucran significados tipo simbólico.....	69
Figura 10. Situación problema de tipo analítico gráfico.....	71
Figura 11. Gráfica del significado tabular gráfico.....	72



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Indicadores generales de idoneidad epistémica	41
Tabla 2. Indicadores generales de idoneidad cognitiva	42
Tabla 3. Indicadores generales de idoneidad Interaccional	43
Tabla 4. Población de estudiantes de cuarto grado de secundaria	53
Tabla 5. Operacionalización de la unidad de análisis	59
Tabla 6. Lista de textos que configuran el significado institucional.....	62
Tabla 7. Objetos primarios emergentes en la solución experta	67
Tabla 8. Objetos primarios emergentes de un significado simbólico	70
Tabla 9. Objetos primarios emergentes de un significado analítico	71
Tabla 10. Objetos primarios emergentes de un significado tabular.....	73
Tabla 11. Indicadores de idoneidad epistémica en el tema de proporcionalidad.....	78
Tabla 12. Indicadores de idoneidad cognitiva en el tema de proporcionalidad.....	80
Tabla 13. Indicadores de idoneidad interaccional en el tema de proporcionalidad.	81
Tabla 14. Escala de valoración a emplearse en la guía de análisis.	82
Tabla 15. Extracto de Interacciones para identificar situaciones problemas	83
Tabla 16. Extracto de Interacciones para identificar lenguajes empleados.	84
Tabla 17. Extracto de Interacciones para identificar conceptos matemáticos.	86
Tabla 18. Lista de Interacciones que ilustran los conceptos de proporcionalidad.....	87
Tabla 19. Extracto e Interacciones para identificar proposiciones matemáticas.	88
Tabla 20. Extracto de Interacciones para identificar procedimientos matemáticos.....	89
Tabla 21. Extracto de Interacciones para identificar argumentos matemáticos.....	91
Tabla 22. Interacciones para identificar la relación entre objetos matemáticos	92
Tabla 23. Aplicación de indicadores idoneidad epistémica.....	93
Tabla 24. Lista de interacciones que evidencian la aplicación de aprendizajes.	96



Tabla 25. Lista de interacciones didácticas para el análisis de conocimientos previos .	97
Tabla 26. Interacciones para analizar el conflicto cognitivo en los estudiantes	98
Tabla 27. Interacciones didácticas para verificar los tipos de evaluación.	99
Tabla 28. Aplicación de criterios de idoneidad cognitiva.....	101
Tabla 29. Aplicación de criterios de idoneidad interaccional.....	108
Tabla 30. Componentes de idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional	111
Tabla 31. Transcripciones de los episodios registrados de la sesión de clase	134



ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

EOS	: Enfoque Ontológico y Semiótico de la Instrucción Matemática.
DM	: Didáctica de la Matemática.
TAD	: Teoría Antropológica de la Didáctica
UNA	: Universidad Nacional del Altiplano
EM	: Educación Matemática.
ECE	: Evaluación Censal de Estudiante



RESUMEN

La investigación tiene como propósito determinar la idoneidad didáctica de una sesión de clase de matemática, en su dimensión cognitiva, epistémica e interaccional. Para ello, el estudio se enmarcó en una investigación de tipo cualitativa, en el que empleamos el estudio de casos como diseño de investigación, en la cual han participado un total de 20 estudiantes de cuarto grado. Para la concreción del estudio, diseñamos y aplicamos una guía de observación al desarrollo de una sesión de clase de magnitudes. El procesamiento de datos fue a través de una técnica de análisis de contenido u análisis didáctico, el cual nos ha permitido describir, identificar, categorizar y valorar el grado de idoneidad didáctica de la sesión de clase de magnitudes. Este proceso de investigación nos ha permitido determinar que la sesión de clase observada tiene un bajo grado de idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional, esto implica que los sistemas de prácticas han sido procesados en términos de configuración de objetos.

Palabras Claves: Idoneidad cognitiva, Idoneidad didáctica, Sesiones de aprendizaje, Sistema de prácticas, Idoneidad epistémica.



ABSTRACT

The purpose of the research is to determine the didactic suitability of a mathematics class session, in its cognitive, epistemic and interactional dimension. For this, the study was framed in a qualitative investigation, in which we used the case study as a research design, in which a total of 20 fourth grade students participated. For the concretion of the study we designed and applied an observation guide to a class session of magnitudes. The data processing was through a technique of content analysis or didactic analysis, which has allowed us to describe, identify, categorize and assess the degree of didactic suitability of the class session of magnitudes. These research processes have allowed us to determine that the observed class session has a low degree of epistemic, cognitive and interactional suitability, this implies that the practice systems have been processed in terms of object configuration.

Keywords: Cognitive suitability, Didactic suitability, Learning sessions, Practice system, Epistemic suitability.



CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

La idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza y aprendizaje es entendida como el grado de cumplimiento de ciertos criterios de idoneidad didáctica, saber el grado idoneidad didáctica es saber lo adecuado y óptimo que fue el proceso de enseñanza o la planificación de una sesión de clase, de ser lo contrario permite tomar decisiones en favor del logro de aprendizajes.

Además, la idoneidad didáctica y los demás constructos teóricos del enfoque Ontosemiótico constituyen como una herramienta teórica que permite describir, explicar sobre los procesos de instrucción matemática y por último, por lo que está facultado en intervenir en la configuración de modelos de investigación sobre los procesos de instrucción matemática, también interviene en dicho proceso de manera normativa para el éxito de una sesión de clase, a través de su sistema de indicadores empíricos, por eso, el enfoque Ontosemiótico confiere a la didáctica de la matemática(DM) la denotación de una disciplina científica (descriptiva, explicativa) y tecnológica (interviene en la instrucción matemática a través de la valoración de idoneidad didáctica).

Para desarrollar una sesión de clase, previamente, el docente planifica la sesión de clase y lo ejecuta simplemente. Por eso, creemos necesario hacer una reflexión a nivel didáctico sobre la planificación o de una actividad de instrucción matemática.

Atendiendo a lo expuesto en líneas arriba, nuestra investigación tiene como objetivo determinar el grado (bajo, medio, alto) de idoneidad didáctica en su dimensión cognitiva, ecológica e interaccional de una sesión de clase de magnitudes y proporcionales. Para la concreción del propósito de la investigación se formuló una investigación de tipo cualitativa, basado en estudio de caso y metodológicamente



interpretativo. Para ello, como primer paso, describimos y codificamos las unidades de análisis de la sesión de clase de magnitudes y proporcionalidades. Como segundo paso, damos paso a la identificación de sistemas de prácticas tanto del docente y estudiantes. Por último, identificamos y categorizamos los objetos emergentes de dichos sistemas de prácticas, teniendo como referencia a la tipología de objetos primarios, y por último aplicamos las tablas de idoneidad didáctica conjuntamente con sus componentes e indicadores de idoneidad.

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

En las prácticas pre profesionales se tuvo la dificultad de estructurar los elementos de una planificación de sesión de aprendizaje, teniendo implicancias en el desarrollo de estas, pues no se lograron las competencias y capacidades propuestas en la planificación curricular. Además, se carecía de una reflexión didáctica formal para la elaboración y reestructuración de una planificación de sesión de aprendizaje, la reflexión docente era básica y espontánea.

Un dato importante en de nuestro país, es que no considera las brechas estructurales de la educación básica, no se considera la desigualdad de oportunidades educativas en la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE). Ese, una evaluación estandarizada que anualmente realiza el Ministerio de Educación (Minedu), para saber qué y cuanto han aprendido los estudiantes de educación pública y privada. Los resultados de la ECE se presentan de dos maneras: “Medida promedio” y “Niveles de logro”, la última, según el puntaje individual, se ubican en algunos de los niveles de logro: Satisfactorio, En proceso, En inicio o Previo al inicio. Cada uno de estos niveles describe un conjunto de aprendizajes que logran los estudiantes. En el área de matemática se evalúa, las competencias matemáticas y capacidades matemáticas adquiridas por el



estudiante. Según Lupainez (2018) reporta los resultados de las pruebas ECE del año 2018 por Ugeles de la región de Puno, los resultados de segundo grado de secundaria son los siguientes: con respecto a la Ugel de Puno, en el área de matemática, como resultado fue que un 16,1% alcanzaron un nivel satisfactorio, un 15,9 % en proceso y 34,0% en inicio. Ahora si nos fijamos los resultados de otras Ugeles provinciales, los resultados son peores. En el año 2019, el resultado regional, de los estudiantes de la región de Puno, el 16.6.% alcanzan un nivel satisfactorio, un 16,2% están en proceso y 32.7% en inicio (MINEDU, 2019). Evidentemente, los resultados no variaron significativamente, más bien observamos un estancamiento en el logro de aprendizajes.

Si bien no existe gran variedad de investigación sobre la idoneidad didáctica propuesta desde el enfoque ontosemiótico (EOS) en el Perú, Garcés Córdova (2013) desarrolla un estudio sobre la idoneidad didáctica de las tareas de ecuaciones lineales propuesto en los libros de educación superior y de uso escolar. Como resultado, se tuvo bajo grado de idoneidad didáctica de las tareas de ecuaciones lineales tanto en los textos de educación superior y escolar. Por otra parte, tenemos el estudio de Oyola (2015), el cual consiste en una propuesta didáctica basada en los criterios de idoneidad didáctica para la enseñanza de media aritmética y la mediana a los estudiantes de educación secundaria. Observamos un sistema de tareas de los textos escolares que no cumple las características de idoneidad didáctica. De manera que no encontramos investigaciones previas centradas a determinar la idoneidad didáctica de proceso de estudio matemático.

En institución educativa, encontramos un estudio desarrollado por Ticona (2019) hace un análisis de procesos matemáticos de una sesión de clase de matemática. En este estudio se concluyó que existen y no han sido superados los problemas semióticos (dificultades) de tipo lenguaje, concepto, proposición, procedimientos y en la capacidad argumentativa en los estudiantes y de la IES José Carlos Mariátegui, Una Puno, por tanto,



se concluyó que el proceso matemático observado en la sesión de clase posee un bajo grado de idoneidad epistémica, es decir, los objetos y procesos matemáticos no han sido articuladas sistemáticamente. Por eso, creemos conveniente plantear un problema de investigación.

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

1.2.1 Problema general.

- ¿Cómo se desarrolla el proceso de instrucción dado por un profesor de matemática cuando enseña magnitudes y proporcionalidades a estudiantes de cuarto grado de la IES “José Carlos Mariátegui” Aplicación UNA Puno 2022?

1.2.2. Problemas específicos.

- ¿Cuáles son los significados de magnitudes y proporcionalidades que se debe enseñar un docente de matemáticas a estudiantes de cuarto grado de educación secundaria?
- ¿Cuáles son los criterios de valoración de un proceso de instrucción en relación a magnitudes y proporcionalidades en el ámbito de la educación secundaria?
- ¿Cuál es el análisis y la valoración del proceso de instrucción que implemento el docente de matemáticas sobre el estudio de magnitudes y proporcionalidades?

1.3. JUSTIFICACIÓN

Para los docentes de matemática de nivel secundario, es importante que sepan que es posible optimizar los procesos de instrucción matemática. Para la optimización de estos procesos de instrucción matemática se debe tener en cuenta los aportes teóricos que vienen desde el enfoque Ontosemiótico o los criterios de idoneidad didáctica, las cuales constituyen como herramienta teórica que busca encontrar el grado de idoneidad didáctica con fines a optimizar la intervención didáctica en una sesión de clase. Nuestro estudio



responde a ese fin, de ser así, sirve como referente metodológico para docentes que buscan optimizar sus intervenciones didácticas.

En el proceso de valoración de idoneidad cognitiva, en su dimensión de significados personales de los estudiantes, involucra la noción de competencia. Ello, ha implicado una reflexión, indagación y clarificación de las nociones de comprensión y competencia que se maneja dentro de la teoría del enfoque Ontosemiótico respecto a la noción de capacidad y competencia de los documentos curriculares del Ministerio de Educación. Según el contraste teórico, hemos comprendido que las capacidades son la comprensión de objetos matemáticos o la apropiación de los significados pretendidos, mientras tanto, la noción de competencia implica aplicar las comprensiones o el conocimiento matemático para resolver situaciones problemáticas. La clarificación de estas nociones es importante para los docentes de matemática, las nociones de comprensión y competencias de la teoría de instrucción matemática, desde el enfoque ontológico y semiótico, están presentes en términos de competencia y capacidad en el Currículo Nacional.

En nuestro estudio, La elaboración de los diversos significados de tipo simbólico, tabular gráfico, aritmético, intuitivo cualitativo; esto, según la práctica matemática presente en los libros, artículos y documentos curriculares. Estos significados constituyen como conocimiento didáctico matemático para docentes involucrados en la instrucción matemática y en la actividad científica, asimismo para la planificación de sesiones de aprendizaje. El docente sabrá qué significados desarrollará en la sesión de clase.

Para la valoración de proceso de instrucción de magnitudes y proporcionalidades, establecimos criterios de idoneidad epistémica y cognitiva, exclusivamente para el tema de magnitudes y proporcionalidades según los estudios previos. De esto, se desprende



que los criterios de idoneidad epistémica y cognitiva son relativos al conocimiento matemático en específico. Las investigaciones previas no tomaron en cuenta la particularización de estos criterios a un tema matemático específico. La particularización de descriptores de idoneidad epistémica y cognitiva para el tema de magnitudes y proporcionalidades es de mucha utilidad para docentes que desean hacer una reflexión didáctica a priori y posteriori del proceso de enseñanza con fines a optimizar su trabajo pedagógico.

1.4. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN.

Para valorar la idoneidad didáctica de una sesión de clase de magnitudes proporcionales desde el EOS en el cuarto grado de la IES “José Carlos Mariátegui” Aplicación UNA Puno, 2019, se formula los siguientes objetivos:

1.4.1. Objetivo General.

Analizar y valorar el proceso de instrucción dado por un profesor de matemática cuando enseña magnitudes y proporcionalidades a estudiantes de cuarto grado de la IES “José Carlos Mariátegui” Aplicación UNA Puno 2022.

1.4.2. Objetivo específico.

- Elaborar un significado de referencia en base a magnitudes y proporcionalidades con la finalidad de establecer indicadores de idoneidad epistémica referidos a magnitudes y proporcionalidades.
- Adaptar indicadores de idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional referidos a magnitudes y proporcionalidades con el objetivo de valorar el proceso de la instrucción.
- Valorar la idoneidad didáctica del proceso de instrucción que implemento el docente de matemáticas sobre el estudio de magnitudes y proporcionalidades.



CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. ANTECEDENTES.

2.2.1. Antecedentes internacionales

En el artículo (Godino, Juan D, Delisa Bencomo, 2006) “análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas” en ella se presenta nociones teóricas que sirven para describir los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para después valorar la idoneidad didáctica de los procesos referidos. La valoración de idoneidad didáctica se sustenta en la valoración de las siguientes dimensiones de la idoneidad: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica. Además de estas dimensiones, también se aplican las nociones teóricas como la configuración de procesos, objetos y relaciones en el análisis de proceso de estudio de la noción de función con estudiantes universitarios.

El marco teórico del artículo plantea una herramienta teórica, idoneidad didáctica como respuesta a la necesidad tecnológica de la didáctica de la matemática para que aborde cuestiones de diseño, desarrollo y evaluación de planificaciones de sesión de clase (procesos de instrucción matemática). Esta ha consistido en la proposición de normas, reglas para tales cuestiones, es decir, de criterios que nos permita valorar los procesos de estudio matemático como idóneo.

La noción de idoneidad didáctica como teoría instruccional establece un puente entre la didáctica descriptiva y una didáctica normativa o técnica, pero, sin embargo, las trayectorias didácticas son también teorías instrucciones, su utilidad radica en describir las intervenciones en el aula y el análisis de la instrucción matemática, explicar por qué



ocurren ciertos hechos (errores) y fenómenos para orientar acciones de mejora. Me atrevería a expresar de qué estaríamos hablando de una didáctica explicativa.

Con respecto a la metodología empleada para el estudio. Primero, fue la descripción de una experiencia de enseñanza de la noción de función con estudiantes de ingeniería. La información descrita es sobre interacciones profesor – estudiantes y actividades realizadas provenientes de grabaciones audio – visuales. En seguida, fue necesario determinar el significado de referencia para determinar la idoneidad epistémica. Estos significados de referencia se han sustentado en las configuraciones epistémicas asociadas al concepto de función. Por último, se valoró la idoneidad didáctica, esta se sustenta en la valoración de las idoneidades parciales, estas a su vez se sustentan en los criterios o indicadores que se aplican al proceso de enseñanza descrito.

En el artículo (Burgos & D. Godino, 2020) “Modelo Ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria” tiene como objetivo categorizar los significados de proporcionalidad según el nivel de alegorización de las prácticas matemáticas presentes en primaria, secundaria y universidad.

Las herramientas teóricas empleadas en el estudio para analizar las prácticas matemáticas, son las introducidas por el EOS: configuración Ontosemiótica de prácticas, objetos (clasificación de objetos: lenguaje, proposiciones, argumentos.), procesos y teoría de significados y por último adoptaron un modelo de razonamiento algebraico introducido por Godino et al (2014). Este último introduce cuatro niveles de algebrización en educación primaria. Mientras tanto, el autor del presente artículo extiende los niveles de algebrización a niveles superiores, a educación secundaria y universitaria. La problemática que se pretende solucionar con las herramientas teóricas misionadas es:



“¿Qué significados se pueden identificar para la proporcionalidad? ¿Cómo se distinguen tales significados según grado de generalidad y formalización? ¿Cómo se relacionan y articulan entre sí los diversos significados? ¿En qué etapa educativa y de qué forma se puede abordar su estudio?”(Burgos & D. Godino, 2020, p.3)

Como resultado fue la identificación de niveles de alegorización de los significados de proporcionalidad: el significado intuitivo – cualitativo de la proporcionalidad pertenece a nivel cero de algebrización, el significado de reducción a la unidad equivale a nivel uno de algebrización, los significados de proporciones y secuencia de números proporcionales (tabla de proporcionalidad) equivale a nivel protoalgebraico, la constante de proporcionalidad y número racional equivalen a nivel tres (o nivel algebraico), mientras tanto los conceptos de función lineal equivale a nivel cuatro. Las operaciones y aplicaciones de funciones lineales equivalen a nivel cinco y, por último, el concepto de aplicaciones vectoriales equivale a nivel seis (universitario).

En el trabajo de (Font et al., 2008) “Modelo para el análisis didáctico en educación matemática” ha tenido como finalidad evidenciar la viabilidad de un modelo teórico denominado como el enfoque Ontosemiótico para el análisis de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, este modelo teórico presenta cinco niveles de análisis. En el trabajo se observa que estos niveles de aplicación teórica para describir, explicar y valorar sobre el episodio de una sesión de clase.

Las herramientas teóricas comprometidas para este estudio, se fundamentan en un modelo teórico compuesto por cinco niveles que constituyen a la didáctica descriptiva, explicativa y valorativa. La aplicabilidad del enfoque Ontosemiótico es fundamental para el análisis de procesos de instrucción, según (Font et al., 2008) son los siguientes niveles de instrucción:



- Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas.
- Elaboración de configuraciones de objetos y procesos matemáticos.
- Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas.
- Identificación del sistema de normas y metanormas.
- Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción.

Para el cumplimiento de los niveles de análisis se procedió a encaminarse por los siguientes procedimientos que responde a una pregunta ¿Cómo analizamos?, pues:

- Identificación de sistemas de prácticas.
- Identificación de objetos y procesos matemáticos.
- Descripción de interacciones en torno a conflictos.
- Identificación de normas.
- Valoración de idoneidad interaccional del proceso de instrucción.

La conclusión del estudio, refiere que el modelo de análisis didáctico aplicado es útil para la investigación sobre el proceso de la instrucción matemática y también para los profesores interesados en reflexionar sobre su propia práctica, sobre todo para diseñar planes de estudio porque determinan la naturaleza y calidad de la práctica matemática.

2.2.1. Antecedentes nacionales

Se consideran como antecedente los trabajos desarrollados por José et al. (2022), quienes en su investigación sobre el análisis de lecciones de libros de texto de matemáticas tuvieron como objetivo formular indicadores correspondientes a la idoneidad didáctica; para que sea posible realizar el análisis y valoración de lecciones encontradas en los libros. En la investigación se ha aplicado el método de revisión bibliográfica y como técnica se utilizó el análisis de contenido, cuyos resultados han permitido elaborar una guía de análisis de lecciones de libros de textos de matemáticas



en el tema de proporcionalidad según a las facetas de la idoneidad didáctica. De manera que tenemos los indicadores o descriptores según las dimensiones de la idoneidad didáctica para evaluar los procesos de instrucción matemática, las cuales serán adaptados para la naturaleza de nuestra investigación.

La tesis de Córdova (2013) titulada como Análisis Didáctico como Herramienta para Determinar el Grado de Idoneidad de las Tareas sobre Ecuaciones Lineales entre la Educación Secundaria y la Educación Superior Tecnológico, tuvo como propósito, describir la manera como se viene planteando las tareas y actividades matemáticas en los libros de nivel secundario y de nivel superior tecnológico de la carrera de administración bancaria y además el trabajo tuvo como otro propósito de determinar el grado de idoneidad didáctica en su dimensión epistémica, cognitiva y ecológica de las tareas de ecuaciones lineales. La investigación de tipo cualitativo, de diseño descriptivo y la técnica fue el análisis didáctico basado en documentos. Como instrumento de investigación tenemos a lista de cotejo, tabla de indicadores. La investigación estaba orientado a los estudiantes de la administración bancaria y finanzas.

En la parte operativa se comenzó con la selección de textos de matemática de la educación secundaria pública, para el análisis didáctico de ecuaciones lineales orientados para el tercero, cuarto y quinto grado, se seleccionó también otros textos de matemática de nivel de educación superior, en los que abarcan el tema de ecuaciones lineales. Los resultados encontrados fueron evidenciados con diferentes grados de idoneidad de los textos matemáticos de nivel secundario y superior.

Por otro lado, Ángel & Marta (2010) quienes elaboraron un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, tiene como objetivo evaluar lo adaptado de una estrategia de enseñanza denominada como protocolo para la enseñanza



de objetos matemáticos. El protocolo como estrategia de enseñanza se basa sobre los supuestos socioculturales, mientras que la evaluación se basa en los parámetros de la idoneidad didáctica como epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, y ecológica.

La investigación está enmarcada en el paradigma de investigación socio crítico. La muestra está conformada por 5 estudiantes de tercero grado de ESO. Se graba el proceso de instrucción en formato video. El análisis detallado según las dimensiones de la idoneidad didáctica ha permitido que el protocolo implementado tiene alto grado de idoneidad didáctica.

La tesis planteada por Oyola (2015) lleva como título “Propuesta didáctica a priori basada en criterios de idoneidad para la enseñanza del uso de la media aritmética y la mediana en estudiantes de educación secundaria” y su objetivo principal ha sido caracterizar y formular una propuesta didáctica para la enseñanza de la media aritmética y la mediana según los lineamientos o dimensiones de la idoneidad didáctica del EOS. La investigación tuvo como público objetivo los estudiantes (14- 16 años) de educación secundaria.

La metodología de la investigación es de tipo cualitativa de alcance descriptivo. Se aplicó una encuesta a 44 docentes a nivel nacional con el fin de conocer el nivel de dominio y uso de la media aritmética y la mediana. Como resultado, se observó que los docentes, no manejan estrategias que permitan desarrollar el pensamiento y razonamiento estadístico en los estudiantes, porque se centran únicamente en la aplicación de algoritmos de cálculo, esto se debe a una mala formación en cuestiones de didáctica y en la materia de estadística. La investigación fue abordada en seis fases: exploración y reflexión; planificación; de entrada, al escenario; recogida y análisis de la información; fase de retirada del escenario y fase de elaboración del informe.



El desarrollo de una propuesta didáctica, que consiste en una secuencia de actividades didácticas enmarcadas en marco y según las facetas de la idoneidad didáctica desde el punto de vista Ontosemiótico. Esta propuesta busca que el docente busque un razonamiento estadístico a partir de una situación problemática referida a media aritmética y mediana. Para ello, la propuesta tiene las siguientes características: construcción del intervalo para reconocer datos u observaciones atípicas, elección del representante del conjunto de datos, práctica calificada y evaluación del mejor representante.

Enseguida tenemos a Tauber (2020), la investigación lleva como título “Análisis de la idoneidad didáctica de una propuesta de enseñanza de educación primaria para el eje: estadística y probabilidad” tiene como objetivo central analizar las configuraciones didácticas, la investigación realizada fue de tipo cualitativo fenomenológico para poder describir el aprendizaje de la matemática en forma de práctica y experiencia; las técnicas de recolección de datos utilizados fueron los documentos y recursos.

La faceta epistémica es uno de los componentes de la idoneidad didáctica. Los documentos utilizados para responder a la faceta epistémica a través de la técnica de análisis de contenido fueron los documentos de diseño curricular, planificación de la sesión de aprendizaje y el trabajo de campo. De manera que los documentos curriculares configuraron el significado institucional de referencia; mientras que el análisis de la sesión de aprendizaje configuro el significado institucional pretendido y, el trabajo de campo de los alumnos configuro el significado institucional implementado.

En la presente investigación también se abordó la faceta mediacional y ecológica, el cual se concretó con el análisis de las planificaciones de las sesiones de aprendizaje.



Además, se aplicó un cuestionario a la docente para obtener información complementaria a los aspectos de planificación de la sesión de clase y trabajo de campo.

Todo lo expuesto y otros elementos como los materiales didácticos, medios tecnológicos, tiempo, actividades, permitió la evaluación de la idoneidad didáctica de tal propuesta de enseñanza. Respecto a los sujetos de estudio, se seleccionó a una docente de educación primaria de cuarto grado, del colegio santa catalina de siena de san Guillermo, Santa Fe.

Los instrumentos de recolección de datos fueron: los documentos curriculares del país, planificación de la sesión de clase, trabajo de campo de los alumnos y las encuestas; mientras que la técnica de análisis de datos fue análisis de contenido.

Por último tenemos a Palacios (2014) “Criterios de idoneidad didáctica como guía para la enseñanza y el aprendizaje del valor absoluto...” La investigación tiene como marco teórico fundamental al enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática de Godino y los principales autores de la didáctica de las matemáticas. El propósito de la investigación es identificar, analizar los errores y obstáculos didácticos y superar los errores y dificultades de los docentes.

El tipo de investigación es de cualitativa y, el diseño es el estudio de caso, además el trabajo es de tipo experimental, ya se trabaja o se aplica un cuestionario a los estudiantes y además se diseña una propuesta de aprendizaje basada en los criterios de idoneidad didáctica. Además, la investigación es mixta por qué obedece a los diseños descriptivos y explicativos. Los sujetos de estudio han sido los alumnos y profesores del primer ciclo 2012 de la escuela de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Privada Telesup, 37 estudiantes del curso de matemática básica con las edades de 17 a 32 años y 5 profesores.



Para la concreción de los objetivos se buscaron y se seleccionaron los textos de Matemática Básica del nivel superior, además artículos referidos al concepto del valor absoluto con el fin de elaborar una prueba diagnóstica para los estudiantes. Como segundo paso de la investigación se recurre al análisis de los resultados de la prueba diagnóstica para identificar errores, dificultades y preguntas, en seguida, tratar de explicar el porqué de estos errores y dificultades según los criterios de idoneidad didáctica.

Para tratar de superar los errores y dificultades a través de una secuencia de tareas didácticas. Para ello, se revisó los textos matemáticos para elaborar significados de referencia y pretendido para dar paso a la formulación de una secuencia didáctica.

También incluimos el estudio de Lukashevich (2022) que lleva como título “análisis de la idoneidad didáctica de las lecciones de ecuaciones lineales con una incógnita del programa aprendo en casa”. El estudio tiene como propósito valorar las lecciones sobre las ecuaciones lineales con una incógnita del programa aprende en casa, según los criterios epistemológicos, ecológicos y mediacionales. Para abordar la problemática de la investigación se optó por un estudio de tipo cualitativo por la necesidad de realizar descripciones. El estudio comienza con la construcción de un significado referencial para determinar la idoneidad epistémica, para este fin, se recurrió a investigaciones previas a través de una revisión bibliográfica, las cuales implicaron y también en el análisis de sesiones de aprendizaje. La técnica de recolección de datos fue la observación estructurada e indirecta para observar los videos de las sesiones de aprendizaje del programa aprendo en casa, en las cuales se aborda la temática de ecuaciones lineales. Como instrumento de recolección de datos de la investigación, ha sido la guía de análisis de las lecciones de aprendizaje. Como resultado, se concluyó que las sesiones del programa presento una idoneidad media por la desarticulación de los componentes primarios (procedimientos, propiedades en el proceso de instrucción



virtual). Asimismo, presenta una idoneidad mediacional baja por presentarse las lecciones de aprendizaje en casa en un tiempo muy reducido, esto impide el desarrollo completo de los contenidos propuestos.

Es más contamos también con un estudio local, desarrollado por Ticona (2019) tiene como propósito analizar los objetos emergentes y los procesos matemáticos configurados y desarrollados en una sesión de clase de funciones cuadráticas. El análisis de estos objetos y procesos se sustentó en los criterios de idoneidad didáctica. Como ejes de análisis fue los episodios registrados de la sesión de funciones cuadráticas y como unidad de análisis son los objetos y procesos matemáticos. La metodología planteada para esta investigación es tipo cualitativa basada en el paradigma hermenéutico – interpretativo. El diseño de investigación se optó por un estudio de caso y su técnica a la observación y análisis de contenido, con el instrumento guía de observación. El análisis determinó la ausencia de situaciones contextualizadas, falta de argumentación, poco uso de lenguaje gráfico, lenguaje algebraico, procedimientos, y poco manejo didáctico de propiedades. Todo ello se plasmó en conflictos semióticos.

Encontramos un buen estudio propuesto por Gonzales (2012) Tesis para optar el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas. El proceso de investigación consiste en primer lugar analizar la planificación de la sesión de clase para ver si los objetos pretendidos están presentes en la planificación y su nivel de dificultad, si es cercano o no a la configuración epistémica, en resumen, se hizo una verificación de idoneidad epistémica. Como segundo punto ha sido implementar el proceso de instrucción, para ello se seleccionó un grupo de estudiantes que presenten características similares en términos de estructuras mentales previas y edad. Como último paso es analizar la idoneidad didáctica del proceso de instrucción, esto implicó la valoración de idoneidad en su dimensión epistémico y cognitivo según sus respectivos descriptores de idoneidad. En



cuanto a los resultados, se valoró detalladamente y ampliamente según los componentes de tabla de indicadores de idoneidad didáctica, en palabras generales presentamos algunos resultados: los estudiantes no cuentan con conocimientos previos, los estudiantes logran alcanzar a los significados pretendidos, los estudiantes llegan a manejar los procedimientos pretendidos, etc.

Caldas (2021) en su tesis “Análisis y valoración de un proceso de instrucción de la función afín por un profesor” se plantea como objetivo de estudio, analizar y valorar el proceso de la enseñanza aprendizaje dado por un profesor del área de matemática. El trabajo fue desarrollado con estudiantes de segundo grado de secundaria, precisamente cuando se trabaja la temática de funciones. Los fundamentos teóricos para el planteamiento y desarrollo de la investigación son los trabajos liderados por Vicent Font, Juan Godino y Batanero, los trabajos son una aproximación comprensiva de la educación matemática denominada el Enfoque Ontosemiótico en su dimensión normativa y prescriptiva, que sirve para saber la idoneidad tanto a priori y posteriori de los procesos de enseñanza a través de criterios de idoneidad didáctica.

La investigación fue de tipo cualitativa y como método de investigación ha sido el estudio de caso porque la naturaleza del estudio requiere, describir, categorizar e interpretar las unidades de análisis de la sesión de clase desarrollada. Como punto importante de la investigación, se propuso los siguientes objetivos; construir el significado de referencia de funciones mediante la utilización de nociones teóricas “sistemas de prácticas y configuración epistémica” propuesta por el enfoque Ontosemiótico. Mientras que el segundo objetivo es construir los indicadores específicos y adaptados para la temática referidos a idoneidad epistémica. Estos objetivos permitieron la valoración del proceso de instrucción de funciones dado por un profesor de matemática.



El resultado de la investigación ha evidenciado una mayor idoneidad afectiva la sesión de clase, respecto a los indicadores contruidos, el autor refiere que el autor encontró ambigüedades y errores en la dimensión epistémica y cognitiva, mientras tanto, la dimensión ecológica se refiere básicamente a aspectos curriculares de nivel secundario.

2.2. MARCO TEÓRICO

2.2.1. La didáctica de la matemática según EOS

Debido a la existencia de problemas a resolver en el ámbito de la educación matemática, aparecen autores como Steiner, Brousseau, Lesh y Sriraman que cuestionan y reflexionan epistemológica sobre la naturaleza de la educación matemática, en atención a ello, estos autores proponen considerar a la educación matemática como disciplina científica, como campo de investigación sobre la enseñanza y aprendizaje llevada a cabo en el cuadro de interdisciplinariedad (filosofía, psicología, semiótica, etc.) Y que se fije también en la parte instrucciones de la matemática. Es por eso, atendiendo a estos autores, EOS considera a la didáctica como una disciplina tecno-científica para poder resolver problemas teóricos como la ontología, semiótica y epistemología en relación con el conocimiento matemático, por otra parte, resolver problemas vinculados a los procesos de enseñanza y aprendizaje haciéndolo para que estas sean más idóneo posible mediante la valoración y prescripción que es propia de una tecnología. (J. Godino et al., 2019).

2.2.2. Problemas que motivaron la formulación de EOS.

La didáctica de la matemática como una disciplina nueva y emergente atravesaba una situación en que no contaba con recursos teóricos claros para analizar, describir y explicar e intervenir en los procesos de enseñanza y aprendizaje, es decir, había problemas metadidácticos, en especial en atender los fenómenos cognitivos, ontológicos, epistemológicos en cuanto a la propia didáctica de la matemática y de conocimientos



matemáticos a enseñar, etc. No había un programa de investigación firme consolidado, sino que había una variedad de propuestas y aproximaciones teóricas independiente con un desarrollo hasta cierto grado, de manera que había la necesidad de establecer un núcleo firme, sistemático y articulado de herramientas teóricas que propicie líneas de investigación (J. D. Godino, 2003).

Los principales problemas que tiene a su disposición la didáctica de la matemática como disciplina tecno científica es el problema epistemológico que consiste en ¿Cómo emerge y se desarrolla la matemática?, El problema ontológico que consiste en resolver ¿qué es un objeto matemático? ¿Qué tipos de objetos intervienen en la actividad matemática? Por otro lado, el problema semiótico cognitivo, implica resolver ¿Qué es conocer un objeto matemático? ¿Qué significa el objeto X para un sujeto? Asimismo, el problema educativo instruccional, implica resolver ¿Qué es la enseñanza, aprendizaje? ¿Cómo se relaciona?, el problema ecológico y de optimización de procesos de instrucción.

Estas preguntas planteadas en el seno de la didáctica de las matemáticas han motivado a la formulación de herramientas teóricas como respuesta. Las herramientas teóricas que desarrollamos en líneas después se le denomina como el enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática

2.2.3. Sobre el Enfoque Ontosemiótico y la instrucción matemática.

Según Godino (2022) El Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática es un “sistema teórico modular, abierto e inclusivo que trata de proporcionar principios y herramientas metodológicas para abordar los problemas epistemológicos, ontológicos, cognitivos, instruccionales y ecológicos inherentes a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p.2) además estas herramientas



teóricas o modelos ontológicos semióticos sirve para analizar, explicar, describir, valorar e intervenir en los procesos de enseñanza. El sistema teórico es construido, según Godino & Granada (s. f.), a través de la “articulación de diversos modelos teóricos existentes en Didáctica de las Matemáticas”, una de ellas es la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986, 1997), Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990) y con la Teoría Antropológica (Chevallard, 1992, 1999). En definitiva, se consideró los aportes de otras disciplinas, es decir, según Godino(2002) se deben tener en cuenta algunas herramientas conceptuales y metodológicas de disciplinas de tipo holístico como la semiótica, la antropología y la ecología, articuladas de manera coherente con disciplinas como la psicología y la pedagogía (p.4). En resumen, el EOS es un sistema teórico, siendo su base la articulación y la consideración del aporte de otras disciplinas tradicionales.

Godino (2002) confiere una caracterización a los entes matemáticos u objetos matemáticos: como una “actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado” (p.5). A lo que él llama como una formulación de una ontología de objetos matemáticos de triple aspecto. El cual es un punto de partida de EOS.

2.2.4. Herramientas teóricas que componen el enfoque Ontosemiótico

Estas herramientas o conceptos teóricos que expondremos en líneas adelante, configuran a la didáctica de la matemática como una ciencia y tecnología. En una ciencia que describe y explica los procesos de instrucción matemática, por otra parte, como una tecnología que dicta normativas para una planificación didáctica y en la parte valorativa (juicio, idoneidad didáctica) de los procesos de enseñanza y aprendizaje (instrucción matemática), es decir, que como tecnología interviene en la acción educativa o procesos de enseñanza. Por tanto, expondremos las herramientas teóricas:

El concepto o constructo teórico denominado como significado institucional personal está íntimamente relacionado la noción de institución, situación problema, práctica, objeto personal y personal y su emergencia. Los significados matemáticos es de naturaleza pragmática, basada principalmente en la teoría antropológica de Chevallard y otra de la línea pragmática. Esta herramienta teórica cumple un rol fundamental en el análisis cognitivo, por consiguiente, esta es un modelo de la cognición matemática de tipo pragmático.

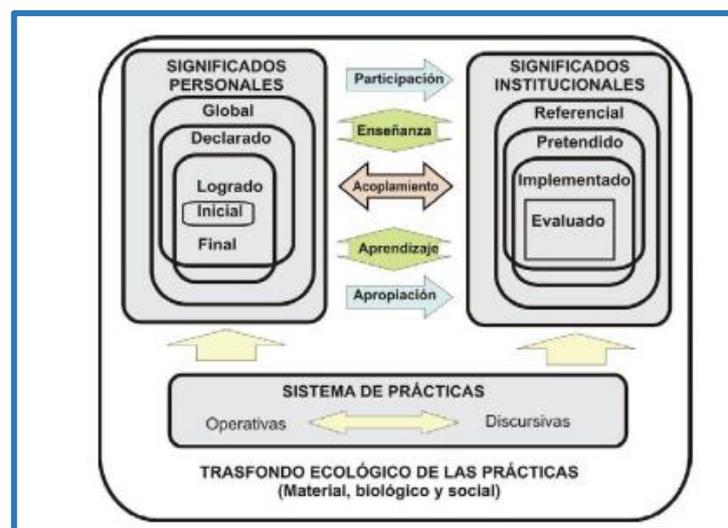


Figura 1. *Significados sistémicos*

Fuente: tomado de Godino et al (2009)

Según Godino et al (2009) la relatividad socio epistémica y cognitiva de los significados y la utilización de la noción de significado en el análisis didáctico, por ello, se establece una tipología de significados:

- **Significado Implementado:** Es el sistema de prácticas implementadas por el docente para el proceso de instrucción matemática.
- **Significado Evaluado:** Es el subsistema de prácticas consideradas como modelo para evaluar los aprendizajes de los estudiantes.



- **Significado Pretendido:** Sistemas de prácticas propuestos en la planificación de sesiones, unidad didáctica etc.
- **Significado Referencial:** Son los sistemas de prácticas provistos en los libros, en elementos curriculares, producciones del docente, etc. las cuales sirven como referencia para configurar el significado pretendido que versas en las planificaciones didácticas.

Ahora, sobre los significados personales, Godino, esboza también una tipología de significados personales:

- **Significado global:** Se refiere a la totalidad de sistema de prácticas reproducidas por un estudiante en relación con un objeto matemático.
- **Significado declarado:** Son los sistemas de prácticas, tanto incorrectas o correctas, que son reproducidas como respuesta por un estudiante tan solo a las pruebas de evaluación desde el punto de vista institucional.
- **Significado logrado:** Son las prácticas reproducidas conforme a los significados de la institución o pretendidos.

El EOS se sustenta en la epistemología pragmática para afirmar que los objetos matemáticos emergen de sistemas de práctica matemática, de las cuales emergen dos niveles o tipos de objetos matemáticos, en el primer nivel, emergen los objetos matemáticos primarios. En el segundo nivel, a raíz de la emergencia de primer nivel de objetos, emergen otros objetos o tipologías de objeto mediante los procesos matemáticos (hablar, operar, etc.) los Objetos intervinientes y emergentes de sistemas de prácticas son los objetos matemáticos que se activan al interactuar con una situación problemática: definición, procedimientos, proposiciones. Enseguida, de estos objetos permite la elaboración de argumentos. Todos estos objetos se reflejan en el lenguaje. La intervención

de los objetos mencionados y los emergentes compone los objetos matemáticos primarios.

Según Godino et al(2009) establece una tipología de objetos primarios:

- **Elementos lingüísticos:** Términos, expresiones, notaciones, gráficos y sus diversos registros (escrito, oral, gestual), son las manifestaciones del estudiante.
- **Situaciones – problemas:** Ejercicios propuestos, tareas, ejercicios.
- **Conceptos – definiciones:** Son las definiciones matemáticas y descripciones a objetos matemáticos (ej.: estadística)
- **Proposiciones:** Enunciados sobre conceptos
- **Procedimientos:** Es la parte operativa, ósea, los algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo.
- **Argumentos:** Enunciados para validar, explicar, justificar las proposiciones y procedimientos.

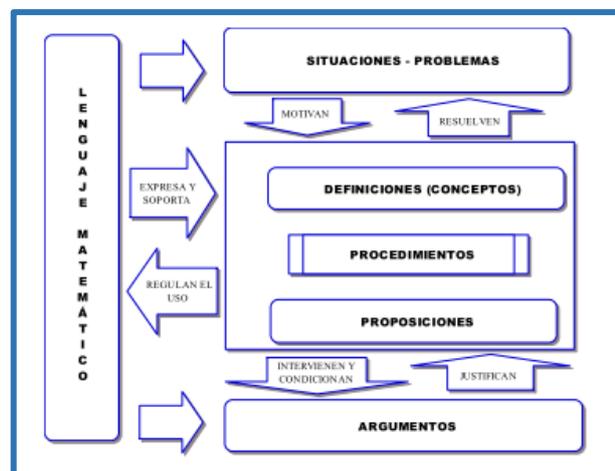


Figura 2. Configuración de objetos primarios

Fuente: Tomada de Godino et al (2020)

Son los objetos matemáticos primarios que a través de los procesos matemáticos logran tipificarse según el juego de lenguaje de Wittgenstein, es decir, los objetos primarios pueden reconsiderarse desde las dimensiones duales. Las facetas duales, según Godino et (2009) son las siguientes dualidades:



- **Personal – institucional:** Caracteriza a los objetos matemáticos según la procedencia de las prácticas, de una institución o personal, para connotar como objeto institucional y personal.
- **Ostensivo – no ostensivo:** Un objeto es ostensivo si esta es de carácter público, que está escrito, así como los símbolos, gráficos. Los objetos no ostensivos son aquellos objetos que emergen de una semiosis: conceptos y proposiciones.
- **Expresión – contenido:** Se considera como expresión o significante a un objeto cuando este se convierte en una situación problemática, generando una función semiótica, quien se encarga de fundar el significado de tal objeto.
- **Extensivo – intensivo:** Basándonos sobre el juego de lenguaje, se puede decir que, un objeto es extensivo, cuando está en su forma simple y particular. Contrariamente, para un objeto intensivo (forma general).
- **Unitario – sistémico:** Depende del contexto o circunstancia para nombrar a objetos matemáticos como entidades unitarias o sistémicas. Algún objeto en un nivel educativo puede considerarse como un concepto conocido, pero para algunos niveles educativos se puede considerar como un objeto complejo, porque para comprender se necesita descomponer o un proceso de instrucción de algunos conceptos claves.

2.2.4. Procesos matemáticos.

Evidentemente, los procesos son también parte de las herramientas teorías para la descripción y explicación de una actividad de enseñanza, para el análisis de las dualidades y la configuración de objetos primarios es posible desde la perspectiva proceso - producto (Godino et al., 2009). Atendiendo a ellos, la emergencia de los objetos primarios se da por los procesos dados como: argumentación, definición, comunicación, enunciación y algoritmización. Mientras tanto las dualidades se originan a partir de los procesos

cognitivos epistémico, las dualidades son: institucionalización y personalización, etc. Según Fajardo (2019) plantea sobre el proceso como una “secuencia de prácticas o acciones activadas para conseguir un objetivo, es decir, una respuesta (salida) ante una propuesta de una tarea (entrada)” (p.66)

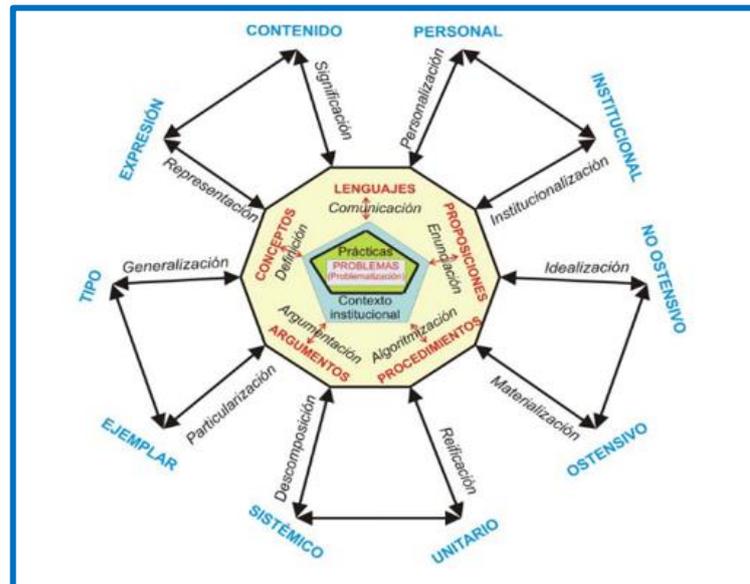


Figura 3. *Procesos matemáticos y dualidades*

Fuente: Tomada de Godino et al (2020)

2.2.5. Idoneidad didáctica

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción matemática se define como el “grado en que dicho proceso reúne ciertas características que permiten calificarlo como idóneo para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos o implementados”(Godino, 2013, p.3) esta herramienta teoría nos permite hacer un análisis, diagnóstico y una reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, en busca de mejoras. La idoneidad didáctica está constituida por facetas y componentes, según Godino son las siguientes: representatividad de los significados, proximidad de los significados,

implicación de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, negociación de los significados, disponibilidad de recursos pedológicos y la faceta ecológica.

Las facetas referidas son los pilares para la formulación, el análisis y planificación de una sesión de clase. La planificación implica configurar los procesos didácticos (A priori) considerando las facetas de idoneidad didáctica. Para llevar a cabo el análisis y verificar la idoneidad del desarrollo de una sesión de clase, tenemos las siguientes herramientas teóricas que permiten la valoración de idoneidad (Baja, media, alta):

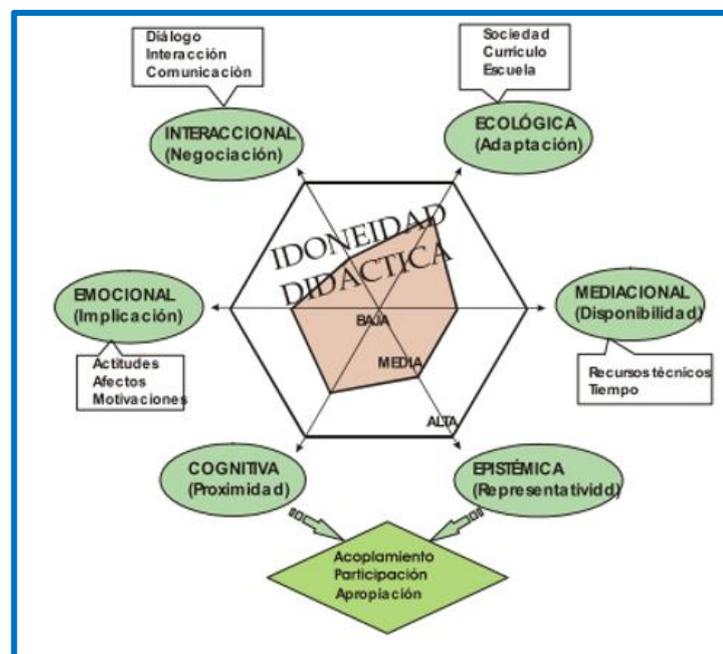


Figura 4. Componentes de idoneidad didáctica

Fuente: Tomada de Font et al (2008)

La idoneidad epistémica viene ser la representatividad de los significados institucionales respecto a los significados referenciales (Àngel & Marta, 2010) es decir, los significados institucionales han sufrido una transposición didáctica a partir de saberes expresados en los libros, etc. se presenta los indicadores de idoneidad epistémica propuestos por Godino (2011) las cuales son las siguientes:

Tabla 1

Indicadores generales de idoneidad epistémica

Componentes	Indicadores de idoneidad epistémica
Situaciones – problemas	Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. Se presentan situaciones magnitudes proporcionales que permita la generación de problemas.
Lenguajes	Uso de diferentes modos de expresión matemática, traducciones y conversiones entre los mismos. El nivel del lenguaje adecuado a los estudiantes a que se dirige. Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación en relación con magnitudes proporcionales.
Reglas (definiciones, proposiciones, procedimientos)	Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo dado. Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar, negociar definiciones y proposiciones o proposiciones.
Argumentos	Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen. Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar
Relaciones.	Los objetos matemáticos se relacionan y conectan entre sí. Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Fuente: Tomada de Godino (2013)

Mientras tanto, tenemos la idoneidad cognitiva, se dice que tiene mayor grado de idoneidad si los significados pretendidos se encuentran en la zona de desarrollo potencial de los estudiantes, así mismo también implica la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos. (Àngel & Marta, 2010). Se presenta los indicadores de idoneidad cognitiva propuestos por Godino (2011) las cuales son las siguientes:

Tabla 2

Indicadores generales de idoneidad cognitiva

Componentes	Indicadores
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio) Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo. Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes
Aprendizaje: (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas. Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva. La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia. Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

Fuente: Tomada de Godino (2013)

Por otro lado, tenemos a la idoneidad interaccional. Una instrucción matemática tendrá mayor grado de idoneidad internacional si las Configuraciones y trayectorias didácticas permiten identificar y resolver conflictos semióticos propios de un proceso de enseñanza y aprendizaje.

Tabla 3

Indicadores generales de idoneidad Interaccional

Componentes	Indicadores
Interacción Docente-discente	<p>El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.).</p> <p>Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.)</p> <p>Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento</p> <p>Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.</p> <p>Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase.</p>
Interacción entre alumnos	<p>Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes.</p> <p>Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos.</p> <p>Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.</p>
Autonomía	<p>Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos)</p>
Evaluación formativa	<p>Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos La</p>

Fuente: Tomada de Godino (2013)

En el estudio no se enmarca en el estudio de las demás facetas de idoneidad didáctica, por lo tanto, hacemos una breve recopilación de conceptos centrales de los demás facetas involucrados en noción de idoneidad didáctica. Se entiende por la idoneidad mediacional como el grado de disponibilidad y adecuación de recursos materiales y temporales para el desarrollo de una sesión de clase (Bertorello, 2020). Esto es importante para el proceso de estudio matemático, ya que el docente y estudiante tendrán la posibilidad de disponer de medios materiales destinados para el desarrollo de significados pretendidos.



Otro concepto relacionada a la noción de idoneidad didáctica, es la idoneidad ecológica, que indica el grado de ajuste de la instrucción matemática al proyecto educativo de la institución educativa, la sociedad y a los lineamientos curriculares.(maría jose castillo et al., 2022). En otras palabras, implica la adaptación de contenidos matemáticos de acuerdo a los principios educativos de la sociedad y para la conexión interdisciplinar.

2.2.6. Comprensión según EOS.

Los autores pragmatistas de EOS rechazan las teorías del enfoque cognitivo, sostienen que la comprensión matemática no puede reducirse en un proceso mental, de ser así obstaculiza la teorización y la creación de líneas de investigación en la didáctica de la matemática. EOS se va más por el término de competencia, la comprensión como competencia, se dice que uno comprende cuando un determinado objeto matemático es empleado de manera competente en diferentes situaciones.(Godino, 2002).

También la comprensión matemática se puede entender en términos de función semiótica, cada función semiótica también denominada como un acto de Semiosis o interpretación, el cual es un proceso relacional de tres elementos: signo, concepto y significación, conocido como la triada de Pierce.

Pero en el otro artículo Godino & Batanero (1994) el estudiante comprende cuando el significado de un objeto institucional y el significado de objetos personales coinciden, en ese sentido tenemos como argumento:

Un mismo campo de problemas C que en una institución I ha dado lugar a un objeto O_I con significado $S(O_I)$, en una persona puede dar lugar a un objeto O_P con significado personal $S(O_P)$. La intersección de estos dos sistemas de prácticas es lo que desde el punto de vista de la institución se consideran manifestaciones correctas, esto es,



lo que la persona conoce o comprende del objeto O_1 desde el punto de vista de I (p.18). Evidentemente, la comprensión matemática implica un acto de semiosis o interpretación, generando objetos personales con su significado en similitud a los significados institucionales.

2.2.7. Función semiótica.

Según varios autores, la Función semiótica es la capacidad de evocar y crear significados u objetos mediante la utilización de los signos o significantes.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje el punto más importante no es el dominio matemático, el uso de la simbología correcta, sintaxis, etc. sino la comprensión de su semántica y pragmática, la naturaleza de los propios conceptos y proposiciones matemáticas y su dependencia o relación en sus contextos de aplicación o de donde emerge.

Para citar y comprender la definición de la función semiótica debemos precisar la noción de significado, cuando nos preguntamos sobre el significado de un objeto matemático, debemos responder con la pragmática, en términos de práctica, con la emergencia o construcción de un objeto o con la actuación de los estudiantes, esto puede darse en cualquier forma de actuación: De modo discursivo. Por tanto, es preciso en indicar que un objeto básico para el análisis cognitivo (tanto en su dimensión institucional como personal) se propuso un “sistemas de prácticas manifestadas por un sujeto (o en el seno de una institución) ante una clase de situaciones-problemas” (Godino, 2003, p.25).

En definitiva, abordar las cuestiones de significado como sistema de prácticas, estudiar las relaciones dialécticas entre el pensamiento y el lenguaje matemático (conjunto de signos, un signo es cualquier señal) Para modelizar los procesos de procesos cognitivos dedicados a la construcción del saber por un estudiante, se emplea el concepto



de función semiótica, el cual alude a la correspondencia entre una conjetura (un reto matemático denominado como antecedente, expresión, significante) y consecuente conocido también como contenido o significado. Cada función semiótica constituye implica un acto de semiosis para sujeto que interpreta. La constitución de funciones semióticas estructura la trama de conocimientos y estas a su vez implican como los contenidos de funciones semióticas.

Las preguntas, retos matemáticos, problemas matemáticos que interviene en la semiosis o interpretación son objetos matemáticos, pero como objeto matemático también se les considera a los sistemas de práctica.

En un acto de semiosis interviene un criterio o también llamado regla de correspondencia que constituye como código interpretativo (reglas, definiciones, propiedades, etc.) que regula la relación, correlación o correspondencia entre la expresión y el plano del contenido. Aparte de los factores que interviene en proceso de interpretación, tenemos a la triada de Pierce. El cual un “proceso de semiosis, ósea el proceso de interpretación implica una relación trídica entre un signo o representamen (un primero), un objeto (un segundo) y un interpretante (un tercero)” (Everaert & Balmaceda, 2004, p.2004), la teoría sirve para modelar la génesis y el desarrollo de ideas o elementos del conocimiento en el espacio cognitivo, para que ocurra una interpretación necesitamos primero un signo (ejemplo: sonido muy irritable de un motor), en seguida pasamos por un objeto (ejemplo: una maquinaria pesada), por último pasamos por la experiencia intelectual conocido como Interpretante (maquinaria con motor malogrado).



2.3. MARCO CONCEPTUAL.

2.3.1. La noción de práctica.

Llamamos práctica a toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas (Godino & Batanero, 1994). Las prácticas matemáticas pueden ser de carácter institucional y personal.

2.3.2. La noción de institución.

La noción institución en el marco de EOS es fundamental, pues a los docentes, permite determinar los saberes matemáticos a enseñar, o preparar y orientar los saberes (situaciones problemáticas) a un grupo de estudiantes teniendo en cuenta su nivel educativo. De ser así, tenemos a un grupo de estudiantes involucradas en un problema matemático, como resultado tenemos un conjunto de prácticas matemáticas socialmente compartidas. En ese sentido, se afirma que “Una institución está constituida por las personas involucradas o una institución (profesor, institución educativa) en una misma clase de situaciones problemáticas. El compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales compartidas en seno de clase ” (J. Godino & Batanero, 1994).

2.3.3. El objeto matemático

Para EOS un objeto es cualquier entidad material o inmaterial que interviene y emerge de una práctica. La existencia de un objeto se debe a una práctica matemática y viceversa (Godino, 2022) estos objetos matemáticos para Chevallard citado por Godino & Batanero (1994)



“emergen de un sistema de prácticas donde son manipulados objetos materiales que se desglosan en diferentes registros semióticos “(p.8). Mientras que su existencia de un objeto matemático Chevallard citado por Godino & Batanero (1994) se debe a "un objeto existe desde que una persona X o una institución reconoce este objeto como un existente” (p.8).

2.3.4. Concepto de problema

Consideramos necesario citar el concepto de problema, porque un problema implica el inicio de un proceso cognitivo. Según Lester Godino & Batanero (1994) define al problema como “una situación en la que se pide a un individuo realizar una tarea para la que no tiene un algoritmo fácilmente accesible que determine completamente el método de solución” (p.9).

2.3.5. Objeto personal

Según Vergnaud, 1982, p.31 (citado por Godino & Batanero, 1994) considera sobre el objeto personal “ el conocimiento que emerge de los problemas para ser resueltos y de las situaciones para ser dominadas” (p.15) atendiendo a lo citado, el objeto personal “Es un emergente del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas, esto es, un emergente de prácticas” (J. Godino & Batanero, 1994, p.15) prototípicas asociadas a una situación problemática. Por último, estos autores afirman que Estos objetos personales constituyen el conocimiento subjetivo. En palabras sencillas, el objeto personal es el concepto matemático personal como resultado de la cognición personal del estudiante.

2.3.6. Instrucción matemática

Según la literatura consultada, también se le denomina como proceso de estudio dirigido. Se refiere a procesos de enseñanza y aprendizaje organizado por un docente o por el estudiante, en las cuales intervienen sistemas de prácticas institucionales (libro, profesor) con el objetivo de lograr la apropiación de los significados pretendidos.

2.3.7. El objeto institucional

El objeto es un ente abstracto, que es un emergente de un sistema de prácticas socialmente compartido en relación con una situación problemática y que tiene ocurrencia en el seno de una institución, en este caso puede ser en una institución de nivel secundario y primario según sus niveles. Los factores que pueden determinar en el tipo de objeto que emerge, son las definiciones, enunciado, o sea parte lingüística. Además, también el tipo de institución. La emergencia de los objetos matemáticos puede verse modificados progresivamente, hasta incluso por etapas, a medida que el tiempo avance y según el surgimiento de nuevos problemas matemáticos asociados. Pero en el momento constituyen como objeto institucional o como conocimiento, por tanto, es el objeto matemático a modo de proposición, definición, teorías, concepto, etc.

2.3.8. Definición de significado institucional y personal

Según Vergnaud, 1982 (citado por Godino & Batanero, 1994) sostenía que la enseñanza y aprendizaje no se podría reducir a cuestiones de definiciones de conceptos matemáticos. Si no que propone acercar al estudiante a una situación problemática, a una acción o actuación que permita emerger objetos personales (definiciones, proposiciones,



símbolos, etc.). La importancia de las situaciones es que permite evocar estructuras mentales previas del estudiante desembocando en una función semiótica. En efecto, las situaciones problemáticas logran tener una connotación de significante para el individuo o estudiante. Por los conceptos expuestos, EOS asume los presupuestos de epistemología pragmática: “las categorías opuestas de sujeto y objeto pasan a un segundo plano, al asignárseles un estatuto derivado, y ceden su lugar privilegiado a la categoría de acción”(Godino et al., 2009, p.5). Teniendo como presupuesto a lo expuesto Godino & Batanero (1994) define el significado institucional y personal:

2.3.9. Significado de un objeto institucional y personal

Es el sistema de prácticas (operativas y discursivas) institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge un objeto institucional en un momento dado (p.16).

Es el sistema de prácticas personales de una persona para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto en un momento dado (p.17). El significado personal pertenece una dimensión subjetiva del significado.



CAPITULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL ESTUDIO.

El estudio se desarrolló en una IES. “José Carlos Mariátegui” la institución es un colegio nacional, pero que forma parte de la universidad nacional del altiplano como colegio de aplicación. La ubicación se encuentra ubicado en el departamento de Puno, provincia de Puno, distrito de Puno, dentro del campus universitario de la UNA PUNO. Precisamente a las orillas del lago más alto del mundo “lago Titicaca”, a una latitud de 3, 520 m.s.n.m.

3.2. PERIODO DE EJECUCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

El proceso de estudio, que comprende desde la elaboración de proyecto, revisión y observación del proyecto por los jurados asignados, aprobación del proyecto de investigación, ejecución y redacción de informe de investigación. Este proceso se desarrolló en las siguientes fechas:

- Primero y segundo mes: formulación del proyecto de investigación
- Mes tercero: subida del proyecto para su posterior revisión por los jurados, validación de instrumentos, y el levante de observaciones hasta su aprobación.
- Mes cuarto y quinto: recolección de datos y su procesamiento de la información
- Sexto mes: redacción de informe de investigación.

3.3. PROCEDENCIA DEL MATERIAL UTILIZADO

3.3.1. Observación cualitativa

Fue de tipo participación directa porque el observador no interactuara en el proceso de enseñanza o en la sesión de clase, sino que el investigador obtiene información



directamente de los estudiantes como objeto de estudio. Varios autores afirman que esta técnica busca tomar experiencias o información sobre un fenómeno y registrarla, básicamente de individuos o personas, en este será los estudiantes y docente. Por tanto, el observador registra información de los estudiantes para su análisis según los criterios de idoneidad didáctica.

La observación de la presente investigación ha sido también de tipo no estructurada. Ello implicó en la recolección de la información todo aquello que se observa durante el proceso de instrucción sin tener en cuenta alguna categoría, indicadores o ítem en el instrumento, es decir, se hará registros libres y globales de las situaciones de sesión de clase.

3.3.2. Guía de Observación.

El instrumento que hemos empleado se denomina “Guía de observación de una sesión de clase de matemática” el cual consta de 12 ítems, las cuales nos permitieron evaluar la idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional. El instrumento registrará las situaciones problemáticas, los lenguajes, reglas, definiciones, procedimiento, proposiciones, argumentos y relaciones matemáticas, es decir, el instrumento recopilará los objetos matemáticos emergentes tanto del docente y de los estudiantes. La construcción del instrumento se debió a la revisión sistemática de la literatura del enfoque Ontosemiótico y de las investigaciones previas.

3.3.3. Registro en los artefactos tecnológicos

Según Sampieri (2014), refiere que en una investigación cualitativa, implica recolectar datos a través de herramientas y técnicas. Pero a diferencia de una investigación cuantitativa, su propósito no es medir variables, sino hacer inferencias y análisis estadístico. En ese sentido, para la recolección de datos de la investigación, se empleó el

uso de un artefacto, se empleó una cámara de video para registrar los episodios de la sesión de clase, ya que además Sampieri, (2014) considera que “las grabaciones de video realizadas por medio de teléfonos celulares, tabletas y otros dispositivos, las cuales han sido muy útiles en diversas investigaciones”(p.448), pues nos permite registrar toda la interacción entre el docente, estudiante y el medio didáctico. Los episodios nos permitirán describir la instrucción matemática en su totalidad para su posterior codificación y análisis didáctico.

3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA DEL ESTUDIO

3.4.1. Población

El estudio presenta una población conformada por un total de 44 estudiantes de cuarto grado de la institución educativa secundaria José Carlos Mariátegui “Colegio de Aplicación de la Universidad Nacional del Altiplano”, Puno, 2022.

Tabla 4

Población de estudiantes de cuarto grado de secundaria

Grado	Secciones		Total
	A	B	
Cuarto	A	B	2 secciones
N° de estudiantes	21	23	44

Nota. Nómina de estudiantes del cuarto grado – Año escolar 2022.

3.4.2. Muestra

Por la naturaleza del estudio, realizamos un muestreo de tipo no probabilístico, ya que no buscamos generalizar los resultados. Palacios (2017) esboza y distingue una tipología de diseños de muestreo para una investigación netamente cualitativa, la que más se adapta es el muestreo por conveniencia. Según Sampieri (2014) indica que este tipo de muestreo están conformadas por un conjunto de individuos que están a disposición o están a nuestro alcance y en efecto tenemos acceso, sabiendo que pueden ofrecer una buena



cantidad de información. Atendiendo a lo expuesto, introducimos algunos criterios de selección:

- Un docente de matemática con años experiencia.
- Los estudiantes de 14 y 15 años de edad.
- Estudiantes con matrícula regular.

Por el criterio de conveniencia, para determinar el grado de idoneidad didáctica, hemos tomado sola una sección, la sección “A” de cuarto grado, con un número de 21 estudiantes. Por lo tanto, tendríamos un grupo de estudiantes que comparte una sesión de clase guiada por un docente de matemáticas.

3.5. DISEÑO NO ESTADÍSTICO

3.5.1. Tipo de investigación

La investigación fue de tipo cualitativa de tipo descriptiva e interpretativa (Bisquerra, 2009) y de lógica inductiva, puesto que la investigación de tipo cualitativa es una actividad sistemática y su objetivo es comprender prácticas o fenómenos educativos, para ello describe e interpreta los procesos de enseñanza y aprendizaje para mejorar la instrucción educativa, de manera que la investigación cualitativa atribuye significados a una situación estudiada. Y dado que nuestra investigación se enfoca en describir e interpretar los elementos de la sesión de aprendizaje para determinar la idoneidad didáctica.

Siguiendo a Carlos & Guillermo (2015) la investigación fue netamente descriptiva e interpretativa, la interpretación debe respaldarse en una teoría seria y estructurada. Es decir, para elaborar una interpretación se debe tener en cuenta un referencial teórico para defender tal afirmación.



Por consiguiente, la investigación se ha basado en un referencial teórico a los criterios empíricos (epistémica, interaccional, y cognitivo) de la idoneidad didáctica, el cual es un componente del sistema teórico del enfoque Ontosemiótico, pues esta nos dota de indicadores de idoneidad las cuales serán nuestro descriptor empírico de los objetos matemáticos emergentes del sistema de prácticas. Así mismo, actuarán como medios de categorización de los sistemas de prácticas con el fin analizar y valorar el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza y aprendizaje. Al final de todo ello nos permitirá valorar el grado de idoneidad didáctica en su dimensión epistémica, cognitiva y ecológica.

3.5.2. Diseño de investigación

Como diseño de investigación se optó por estudio de caso, que es muy utilizado para analizar los problemas de la instrucción matemática (Martínez, 1988) como una investigación empírica que centra su esfuerzo en un único caso. La empleabilidad se justifica en la medida que el caso único tenga carácter crítico, por ende que nos permita confirmar, cambiar, modificar o ampliar el nivel de conocimiento sobre un objeto(área o temática de investigación) de estudio, lo que puede implicar como importante para la construcción teórica (González, 2013)

Además, Martínez (1988) menciona sobre el estudio de caso, que se centra en los niveles “micro” del sistema, refiriéndonos a las instituciones educativas. Adicionalmente a ello, el estudio de casos, también centra sus esfuerzos en la comprensión de significado en el escenario de la instrucción matemática.



3.5.3. Análisis didáctico.

El análisis didáctico nos permitió describir y analizar los procesos de instrucción matemática (para la actividad educativa). Existe cinco niveles de análisis didáctico, según Font et al (2008):

- Sistemas de práctica y objetos matemáticos
- Procesos matemáticos.
- Configuración de trayectorias didácticas.
- Sistema de normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio.
- Idoneidad didáctica del proceso de estudio matemático.

En resumen, hemos descrito la sesión de clase y asimismo hemos analizado el proceso de estudio matemático y, como herramienta de descripción y análisis son los propuestos teóricos del modelo ontológico semiótico. La descripción y el análisis, nos ha permitido Valorar la idoneidad didáctica en su dimensión epistémica, cognitiva e interaccional, enmarcado dentro de la técnica de análisis de contenido. De manera que el análisis de datos recolectados tomara las siguientes etapas o procedimientos:

- **Determinación de las reglas de codificación:** se ha codificado la descripción de la sesión de clase observada.
- **Determinación del objeto o tema de análisis:** hemos Identificado los sistemas de prácticas (docente - estudiante) y objetos matemáticos emergentes de la sesión de clase.
- **Categorización:** hemos categorizado las prácticas de sesión de clase según los criterios de idoneidad didáctica según las dimensiones: epistémica, cognitiva e interaccional.



Inferencia: hemos determinado el grado de idoneidad didáctica, dicha sentencia se fundamentó por tres presupuestos: teoría, evidencia y juicio: para ello, se tuvo que determinar el objeto o tema de análisis, Determinar las reglas de codificación, Determinar el sistema de categorías, Comprobar la fiabilidad del sistema de codificación y categorización y, por último, la Inferencia. En seguida tenemos también los indicadores descriptivos del análisis didáctico.

3.6. PROCEDIMIENTO

El proceso de la recolección de datos nos motivó una formulación sistemática que va desde la revisión de las bibliografías, referentes al enfoque ontológico, semióticas, revisión de antecedentes de investigación, el cual permitió a nuestro estudio la configuración de la metodología de la investigación y recolección de datos.

- **Primera etapa:** Comprendió de una revisión sistemática de bibliografías sobre los modelos ontológicos, semióticos de la cognición e instrucción matemática y de los criterios de idoneidad didáctica, para su comprensión también hemos revisado los presupuestos epistemológicos y la epistemología de la didáctica de la matemática, ontológicos, semiótico cognitivo (teoría de funciones semióticas) del enfoque Ontosemiótico y además la revisión de los antecedentes nacionales e internaciones. La revisión de la bibliografía nos ha permitido gestionar la operatividad de la metodología de la investigación y el análisis, descripción, explicación y la valoración de un proceso de enseñanza aprendizaje.
- **Segunda etapa:** La naturaleza del problema de investigación nos obligó a formular un modelo la investigación: para la concreción de tal fin, revisamos los antecedentes de investigación nacional e internacional que nos permito configurar el tipo y diseño de investigación, los objetivos de la investigación, elaboración de



instrumento, etc. además también hemos ajustado la metodología de investigación según a las herramientas teóricas del enfoque ontológico semiótico, las cuales favorecieron con la estructuración de un modelo de investigación en sus apartados de objetivos, diseño de investigación etc. En definitiva (métodos, instrumentos de investigación), consideramos el sistema teórico de EOS, antecedente y las metodologías de investigación propuestas por los autores clásicos,

- **Tercera etapa:** Comprendió la aplicación de instrumentos de recolección de datos: ello implicó acercarse a la realidad (acción educativa), para de ellos registrar los datos, por medio de la utilización del instrumento de recolección de datos, utilizamos como instrumento a una guía de observación. Además, empleamos un grabador de video porque necesitamos al detalle los episodios de clase, todos los episodios, desde inicio hasta el fin.
- **Cuarta etapa:** Con base a las investigaciones previas se logró determinar los significados referenciales sobre magnitudes proporcionales, las cuales son los sistemas de prácticas propuestos en los textos de nivel secundario y en los textos preuniversitarios.
- **Quinta etapa:** Con base a los estudios referidos a razonamiento proporcional e idoneidad didáctica se adaptó y se especificó los criterios generales de idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional.
- **Sexta etapa:** Se procedió a transcribir detalladamente los episodios de la sesión de clase observada. En seguida se identificó y se agrupó algunos episodios de clase según el análisis didáctico, en seguida, se aplicó la tabla de criterios de idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional, las cuales estaban ya elaborados con base a los significados referenciales e indicadores de idoneidad. De esta manera se logró determinar la idoneidad didáctica de una sesión de clase

3.7. VARIABLES

3.7.1. Operacionalización de unidad de análisis

Tabla 5

Operacionalización de la unidad de análisis

Subunidad de análisis	Subunidad de análisis	Indicadores	Ítems	Escala
Idoneidad epistémica	significados	Indicadores de situaciones problemas	1-5	
		Indicadores referidos a lenguajes	6-8	
		Indicadores referidos a conceptos	9-11	
		Indicadores de proposiciones	19-18	
		Indicadores referidos a procedimientos y definiciones	14,15	
		Indicadores referidos a argumentos	12,13	
Idoneidad cognitiva	relaciones	Indicadores para argumentos	19-21	Bajo Medio Alto
	Significado personal	Indicadores referidos comprensión	22	
		Indicador para competencia	23	
	relaciones	Indicadores sobre relaciones	24	
	Conocimientos previos	Indicadores referidos a conocimientos previos	25,26	
		Diferencias individuales	Indicadores referidos a diferencias individuales	
	Conflictos cognitivos	Indicadores referidos a conflictos cognitivos	29-31	
	Evaluación	Indicadores evaluativos	32-34	
Idoneidad interaccional	Interacción docente - discente	Indicadores de interacción entre docente y estudiante	35-41	
		Indicadores de interacción entre discentes estudiantes	42,43	
	Autonomía	Indicadores referidos a la autonomía de los estudiantes	44	
	Evaluación formativa	Indicadores referidos a la evaluación formativa	45	

Nota. Los indicadores de las subunidades se explicitan con mayor detalle en el capítulo de discusión de resultados, ver la tabla 9, 10 y 11.



3.8. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se entiende por el análisis de resultados como la parte final y conclusiva del estudio, el cual consiste precisamente describir y explicar el resultado la misma que debe ser contrastada o comparada con los resultados provenientes de otros trabajos de investigación. En ese sentido, en el nuestro estudio, para su apartado de análisis de resultados consideramos fundamental los antecedentes de carácter nacional e internacional que nos permitirá hacer el contraste entre los resultados para determinar las implicaciones y el alcance de nuestro estudio.



CAPITULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. RESULTADOS.

4.1.1. Construcción del Significado de Referencia de Magnitudes proporcionales

En este apartado presentaremos el significado de referencia de magnitudes y proporcionalidades. Para eso, se identificará las prácticas matemáticas planteadas en los cuadernos de trabajos propuestos desde el ministerio de educación para la educación básica regular y también se analizará las prácticas matemáticas propuestas y desarrollados sobre magnitudes y proporcionalidad en los libros preuniversitarios. Finalmente se construirá los significados de referencia institucional de magnitudes y proporcionalidad con base en los significados parciales encontrados en los textos de matemática.

Para construir el significado de referencia institucional de magnitudes y proporcionalidades fue necesario recurrir a una revisión bibliográfica para analizar los significados parciales contemplados que configuran el Holosignificado de magnitudes y proporcionalidad. Ante todo, consideramos necesario tener en cuenta el concepto de significados referencial. Se entiendo a los significados de un concepto matemático como sistema de practicas operativas y discursivas, en líneas generales viene a ser cualquier actuación matemática de parte del estudiante, mientras tanto, el significado referencial las practicas o escritos matemáticos que están presentes en los libros, en los libros del ministerio, en los artículos matemáticos, es decir son los conocimientos matemáticos. Identificar los posibles significados referenciales sobre una temática en específico, es fundamental para comprender y analizar la configuración o la trama de significados que se prenden y se desarrolló en la sesión de clase.

Tabla 6*Lista de textos que configuran el significado institucional*

Fuente	Autor	Título	Año
Repositorio de Editores Santillana de Ministerio de S.A. educación.		Matemática 3	2016
Texto de matemática de nivel preuniversitario.	Asociación Fondo de Investigaciones y Editores	Aritmética: Análisis del número y sus aplicaciones.	2006
Artículo de educación matemática.	María, Burgos Juan, Díaz Godino	Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria.	2020
Repositorio PUCP: tesis para optar el grado de magister.	Nyll Walter Caldas Leiva	Análisis y valoración de un proceso de instrucción de funciones afín por un profesor de secundaria.	2021
Texto de matemática de nivel preuniversitario.	Aritmética, la enciclopedia	Editorial Rubiños.	2012
Texto de matemática de nivel preuniversitario.	Omar Salcedo Girón Luis Barrientos Caldas	Aritmética Esencial.	2010
Texto de Colegio Privado	Asociación Educativa Trilce.	Aritmética.	2007
Texto de matemática de nivel preuniversitario.	Héctor Gamarra Morales	Aritmética: teoría y práctica.	2008
Repositorio PUCP: tesis para optar el grado de magister en Enseñanza de las Matemáticas que.	Víctor Enrique Lukashevich Pérez.	Análisis de la idoneidad didáctica de las lecciones de ecuaciones lineales con una incógnita del programa “aprendo en casa”	2022

Fuente: Elaboración propia.

A partir de los textos citados, se configuran los significados. Los textos aportan con significados parciales de tipo significado intuitivo – cualitativo, significado algebraico, tabular, gráfico, analítico y conjuntivista de magnitudes y proporcionalidades, significado protoalgebraico, significado aritmético, Ahora presentamos los significados configurados:

Significado intuitivo – cualitativo.

Según Burgos & Godino (2020) caracterizan este tipo de significado con un razonamiento intuitivo, basado en comparación perceptiva para tener una aproximación a las relaciones de magnitudes proporcionales en el contexto de formas geométricas. Para tal razonamiento se emplea este tipo de problemas extra matemáticas: ¿Cuáles de las siguientes figuras son semejantes?

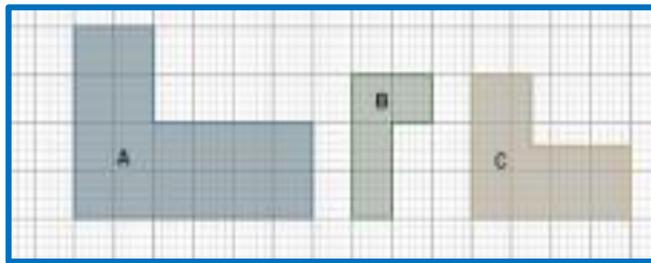


Figura 5. Situación problemática de tipo intuitivo cualitativo

Fuente: Tomada de Burgos & D. Godino (2020)

Este tipo de significados conduce a los estudiantes a reconocer perceptivamente las relaciones proporcionales entre formas de figuras dibujadas a escala sin considerar las relaciones de tipo cuantitativa entre las razones de segmentos.

Los argumentos de tipo cualitativo son el primer acercamiento para saber si estamos frente a un problema de proporcionalidad si la longitud de los segmentos análogos es directa o inversamente proporcional a ciertos atributos del dibujo, gráfica o figura. Este tipo de problemas hace producir a los estudiantes un razonamiento preproporcional e informal, ya que involucra la comparación de magnitudes.

Situación problema de cualitativo.

Si Juan mezcla un concentrado de limón con más azúcar que la prepara su amiga María, su limonada tendrá un gusto: (a) Más fuerte; (b) Menos fuerte; (c) Exactamente el mismo gusto. (Burgos & Godino, 2020).



El argumento de tipo cualitativo e informal afirma la existencia de una relación directa o inversa entre las magnitudes de la forma “más de zumo de limón, más azúcar” en el que se aprecia una relación de dos magnitudes directamente proporcional. Este significado de tipo intuitivo cualitativo se fundamenta sobre el conocimiento previo a partir de experiencias y del sentido común de individuo. El desarrollo de significado informal como punto de partida es fundamental para desarrollar el logro de los demás significados que demandan mayor cognición matemática.

Significado aritmético.

Según Burgos & Godino (2020) el significado aritmético se caracteriza por la aplicación de procedimientos de cálculo aritméticos (multiplicación, división) y argumentos de solución. Las situaciones extra matemáticas que llevan consigo este tipo de significados es la siguiente:

- **Situación extra matemática:** Juan prepara una limonada utilizando 3 cucharadas de azúcar y 12 cucharadas de concentrado de jugo de limón. Mientras María emplea 5 cucharadas de azúcar y 20 cucharadas de concentrado de jugo de limón. ¿Cuál de las dos limonadas es más dulce, la de Juan o la de María? ¿O tienen el mismo gusto? (Burgos & Godino, 2020).
- **Solución experta:** Si Juan y María emplean el cuádruple de cucharadas de zumo de limón que, de azúcar, resulta que las limonadas tendrán en mismo gusto. Evidentemente, podemos apreciar en la solución una justificación basada en multiplicación y división de cantidades de concentrado de limón y azúcar, es decir, interviene las operaciones aritméticas. En la solución se concluyen que mientras la cantidad de zumo de limón y azúcar estén en razón, las limonadas de

ambos tendrán el mismo gusto. También encontramos en la literatura los siguientes sistemas de prácticas:



Figura 6. Situación problemas de tipo aritmético

Fuente: Tomada de Asociación Fondo de investigaciones y editores

- **Solución experta:** si partimos analizando la longitud de deformación (magnitud) en cm y el peso expresado en kg se observa que, si colocamos un peso mayor, pues la deformación de resorte será mayor y si hubiera un menor peso, entonces la deformación será menor. El desenlace de estos valores se puede apreciar en la figura.

Peso (KG)	1	2	3	4	0,5
Deformación (CM)	2	4	6	8	1

En el cuadro se observa que si el peso se duplica, pues la longitud de elongación también se duplica y viceversa, por lo tanto, queda claro que las magnitudes como el peso y la elongación están en una relación directamente proporcional.

Notación: (Peso) DP (Deformación)



En seguida, si dividimos los valores mencionados en la tabla, se observa lo siguiente:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{0,5}{1} = \frac{1}{2}, \text{ donde } \frac{1}{2} \text{ es una constante. A través de estas}$$

operaciones particulares se puede afirmar lo siguiente:

$$\frac{\text{Valor del peso}}{\text{Valor de la deformacion}} = \text{Constante}$$

En el análisis desarrolla frente a la situación planteada, se concluyó que las magnitudes están en una relación directamente proporcional, si y solo sí, que el peso dividido por el valor de la deformación tiene como resultado a una constante de proporcionalidad. Para llegar a esta conclusión se tuvo que organizar los valores de las magnitudes en una tabla, a partir de ella se hizo varios cálculos aritméticos (división) entre dichos valores. De manera que la situación presentada posee una configuración de significado de tipo aritmético.

Tabla 7

Objetos primarios emergentes en la solución experta

Objetos primarios	Indicadores	Descripción
Conceptos	Igualdad de razones	Si encontramos el valor de las razones obtenemos el mismo valor numérico
	Razón unitaria	es una representación matemática de una situación: un 1 kg de peso produce una elongación de 2 cm.
	Magnitud	Es todo aquello que está sujeto a una variación y es cuantificable.
Procedimientos	Reducción a la unidad	A través de la simplificación de las razones.
Lenguaje	Notación de magnitudes directamente proporcionales	$\frac{\text{Valor del peso}}{\text{Valor de la deformación}} = \text{Constante}$ A DP B
Propiedades	Propiedad fundamental	Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $ad = bc$
	Otras propiedades	Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a+b}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{b}{d}$
		Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a+b}{b-d} = \frac{c+d}{c-d}$
		Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a-c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
		Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a+c}{b-c} = \frac{b+d}{b-d}$
		Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n}$
Argumentos	Justifica la constante de proporcionalidad	Si el cociente de las magnitudes es una contante Se puede afirmar que: $\frac{\text{Valor del peso}}{\text{Valor de la deformación}} = \text{Constante}$ Es la constante de proporcionalidad.

Fuente: Elaboración propia.

Significado Simbólico:

En el estudio realizado por Caldas (2021) hace una caracterización de significados de función a fin, en ella introduce la noción de significado simbólico y lo define como situaciones que involucra una regla de formación, ya partir de ella emergen los objetos primarios. En el marco del concepto citado encontramos las prácticas matemáticas propuestas en los libros preuniversitarios:

En el libro preuniversitario, de la colección Rubiños tenemos los significados de tipo simbólico: si $\frac{f(x)}{x} = K ; k = cte$. Entonces $f(x)$, es una función de proporcionalidad directa $f(x) = kx$. Si graficamos la regla de correspondencia, pues obtendremos puntos sobre la recta, para eso sea y el valor de la magnitud A y x el valor de la magnitud B.

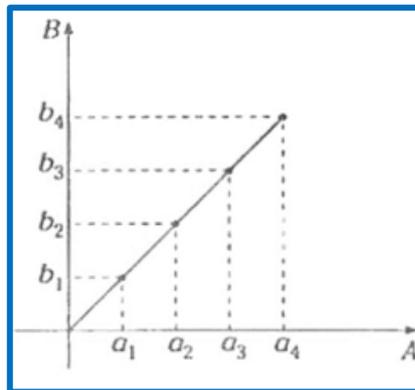


Figura 7. Gráfica de significado simbólico

Fuente: Tomada de Aritmética, la enciclopedia.

- Si: $f(x)x = k ; k = cte$

Entonces $f(x)$, es una función de proporcionalidad inversa $f(x) = \frac{k}{x}$. De igual manera, si graficamos la regla de correspondencia, pues obtendremos puntos sobre la recta, para eso sea y el valor de la magnitud A y x el valor de la magnitud B.

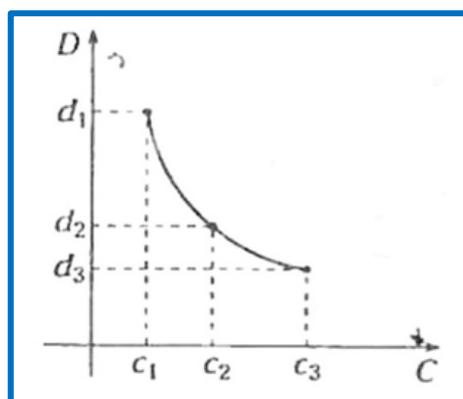


Figura 8. Gráfica de significado simbólico

Fuente: Tomada de Asociación Fondo de Investigaciones y Editores.

Este tipo significados son modelos matemáticos que describe el comportamiento de la relación de dos magnitudes, el comportamiento de la relación entre las magnitudes puede ser inversa o directamente proporcional. Las situaciones descritas por el modelo son, por ejemplo:

<p>Problema N.° 5</p> <p>El precio de un ladrillo es proporcional a su peso P a su volumen. Un ladrillo que pesa 150 g y que tiene un volumen de 100 cm^3 cuesta S/.3. ¿Cuánto costará otro ladrillo de 400 cm^3 que pesa 160 g?</p> <p>A) S/.0,6 B) S/.0,8 C) 7,5 D) S/.5,6 E) 0,9</p>	<p>Problema N.° 4</p> <p>Calcule $a+b$ en el siguiente gráfico:</p> <p>A) 5 B) 4 C) 8 D) 6 E) 10</p>
--	---

Figura 9. Situaciones problemáticas que involucran significados tipo simbólico

Fuente: Tomada de Omar Salcedo & Caldas (2010)

Tabla 8*Objetos primarios emergentes de un significado simbólico*

Objetos primarios	Indicadores	Descripción
Conceptos	Función Lineal	Es la expresión algebraica de tipo $y = mx$
	Constante de proporcionalidad.	Es el valor numérico del cociente de dos magnitudes
	Razón de proporcionalidad directa.	Es la comparación de dos magnitudes para ver alguna relación matemática.
	Noción de función	La función de una magnitud es la variación que produce en otra magnitud.
Procedimientos	Operación conjuntivista.	Ubicar puntos en el plano cartesiano donde x, y son los valores de la variación de las magnitudes.
	Despeje de la incógnita.	Se despeja el valor de la incógnita que es la variación puntual provocada o contrariamente.
	Multiplicación y división.	Multiplicación de ambos miembros, división de miembros manteniendo la igualdad.
Lenguaje	Notación de proporcionalidad	$f(x), Ax = B, f(x)x = k, k = cte$
Propiedades	k , la constante de proporcionalidad	La constante de una relación entre MDP, se obtiene como el cociente entre dos elementos que se corresponden.
Argumentos	Justifica con rigor su procedimiento.	La recta representativa de la función f es el conjunto de ordenados $(x, (x))$. Como la razón es igual a una constante, por eso se funda una ecuación proporcional.

Fuente: Elaboración propia.

Significado analítico gráfico.

El significado de este tipo emerge en situaciones problemáticas relacionadas función lineal afín desde el punto de vista analítico. El ejemplo característico:

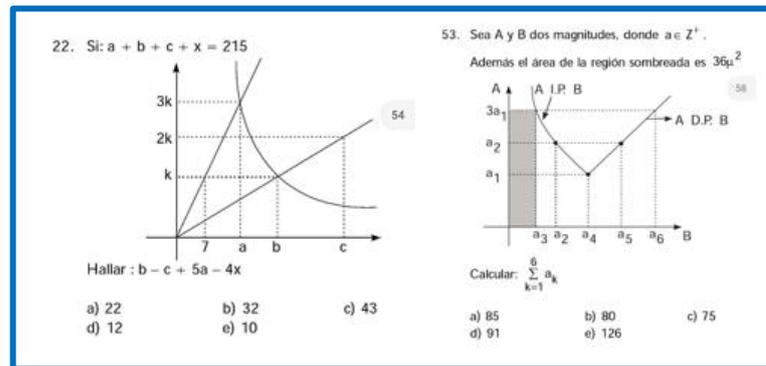


Figura 10. Situación problema de tipo analítico gráfico

Fuente: Tomada de Asociación Educativa Trilce.

Resolver esta situación problema implica una manipulación algebraica y además de análisis del comportamiento gráfico e implica emplear el significado simbólico para establecer relaciones (igualdad, ecuaciones) y para el análisis gráfico.

Tabla 9

Objetos primarios emergentes de un significado analítico

Objetos	Indicadores	Descripción
Conceptos	Función de proporcional	es el resultado por la variación de una magnitud provocada por la variación de otra magnitud
	Constante de proporcional	Es el resultado del cociente, una división entre los valores de las magnitudes.
	Ecuación proporcional	Es una relación de igualdad de dos razones
Procedimientos	Aritméticos	Multiplicación, división de términos en ambos miembros de la ecuación proporcional.
Lenguaje	Notación simbólica sobre la relación de magnitudes	$f(x)$: Función de magnitud sobre otra. k : para la existencia de una relación de proporcionalidad de dos magnitudes. $f(x) = kx$: Función de magnitud $\frac{f(x)}{x} = k$: Es la función de una proporcionalidad directa.
Propiedades	Principios	Sustitución, igualación, constante proporcional
Argumentos	Análisis gráfico	Las magnitudes DP es una función lineal. La gráfica de magnitudes IP: el eje focal está orientado hacia arriba en cual es una hipérbola equilátera

Fuente: Elaboración propia.

Significado tabular gráfico.

Según Caldas (2021) este tipo de significado tabular está básicamente centrado en el manejo numérico de las magnitudes que intervienen en la relación. El significado tabular gráfico encontramos en las situaciones y sus soluciones expertas, por ejemplo:

- **Situación matemática:** Un automóvil recorre una longitud de 24 km. Construir una tabla que involucre los valores posibles, e interpretamos mediante un gráfico.
- **Solución experta:** haciendo una tabla de valores.

Velocidad (km/h)	1	2	3	4	6
Tiempo (h)	24	12	8	6	4

Se observa que, a medida que cuando la velocidad aumenta, en efecto, el tiempo empleado es cada vez menos. Por lo tanto: la velocidad empleada es IP tiempo generado.

Por eso, afirmamos lo siguiente: El producto de la velocidad por el tiempo es constante, una conste de proporcionalidad:

Ejemplo particular: $1(24) = 2(12) = 4(6) = \text{Cte}$. Mientras que la gráfica es:

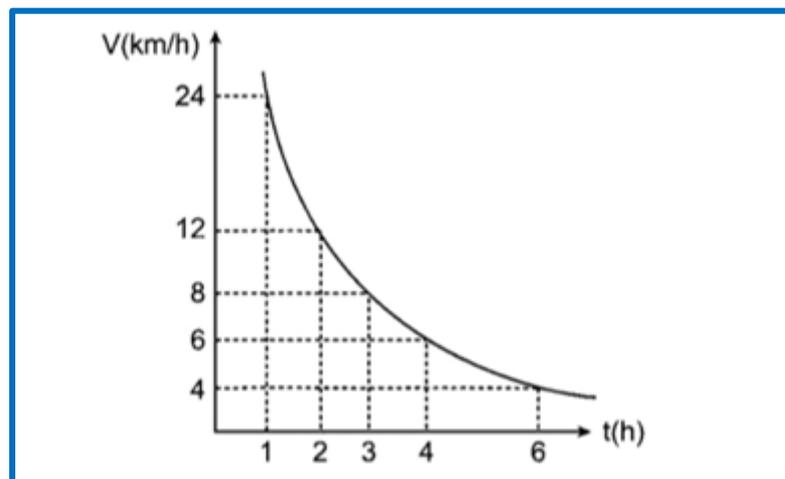


Figura 11. Gráfica del significado tabular gráfico

Fuente: Tomada de Gamarra (2008).

La gráfica de las magnitudes que son inversamente proporcional y siempre es decreciente.

Tabla 10

Objetos primarios emergentes de un significado tabular

Objetos primarios	Indicadores	Descripción
Conceptos	Noción de proporcionalidad inversa	Si variables A y B, son IP, si al aumentar una variable, por efecto, la otra varía opuestamente, pero, manteniendo la misma proporción.
	Constante de proporcionalidad	Dos variables A y B, son inversamente proporcional si el producto entre ellas es constante. Es decir $a \times b = k$
	Noción de magnitud	Propiedad intrínseca que poseen los cuerpos que pueda ser medida, como el tamaño, peso, etc.
Procedimientos	Aritméticos	Multiplicación, división, radicación (en caso de ser necesario) en ambos miembros de la ecuación proporcional inversa
Lenguaje	Notación matemática	<p>$f(x) = kx$: es la función de una proporcionalidad inversa o también llamado ecuación proporcional.</p> <p>k: para la existencia de una relación de proporcionalidad de dos magnitudes, el cociente de los respectivos valores correspondientes de las magnitudes en relación, sea una constante.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tabulación de valores según la regla de formación de proporcionalidad para establecer una coordenada. - Ubicación de los puntos o de las coordenadas en el plano cartesiano.
Propiedades	k , constante de proporcionalidad	Para que exista una relación inversa entre dos magnitudes, el producto o la multiplicación de sus valores de cada magnitud, sea una constante.
Argumentos	Relación inversa	Se dice: a medida que la velocidad aumenta, mientras tanto, el tiempo disminuye. En consecuencia: la velocidad IP tiempo.

Fuente: Elaboración propia.



4.1.2. Construcción de criterios de idoneidad didáctica

En este apartado se configurará los criterios de idoneidad epistémica, cognitiva, interaccional a partir del campo teórico propuesto por EOS y las investigaciones desarrolladas en la línea de estudio de la DM

Según los estudios llevados a cabo por Godino (2011) y reiterado también por Godino (2013), propone un conjunto de tablas de indicadores que verifican la idoneidad de un proceso de instrucción y permite hacer operativa la noción de idoneidad en su dimensión epistemológica, cognitiva e interaccional. Uno de los componentes de idoneidad didáctica es el componente epistémico con relación con el conocimiento matemático, esta tiene mayor idoneidad epistémica en la medida en que los significados seleccionados para la enseñanza representan a los significados referenciales propuestos en los libros y por la academia.

La tabla de indicadores de idoneidad epistémica está dividida en componentes como: Situación problema, lenguajes, reglas (definiciones, proposiciones, procedimientos), argumentos y relaciones. Cada uno de los componentes posee sus respectivos indicadores. Mientras tanto, la tabla de idoneidad cognitiva se centra básicamente en los elementos importantes para el aprendizaje y el aprendizaje de la matemática; claramente se refleja en los componentes como el de los conocimientos previos, adaptaciones curriculares a las diferencias individuales y apropiación de los significados institucional propuesto. Por último, tenemos a la tabla de idoneidad interaccional que mide el grado de interacción docentes y estudiantes, el cual ha permitido identificar y resolver conflictos epistémicos y semióticos, favoreciendo a la autonomía de los estudiantes durante el desarrollo del aprendizaje y la vez, de competencias comunicativas. Los componentes de la tabla que favorecen lo descrito son los indicadores



de idoneidad interaccional agrupados en tres componentes: interacción docente – discente, interacción entre alumnos, autonomía y evaluación formativa.

En el estudio de Leiva (2021) para determinar la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción de la función a fin, asume una tabla de operacionalización de indicadores de idoneidad epistémica muy distinta a la propuesta de Juan Godino. Leiva agrega nuevos componentes para efectuar la idoneidad epistémica, de manera que la tabla de criterios de idoneidad se vería compuesto por los siguientes componentes: Errores, ambigüedades, riqueza de procesos y representatividad. Evidentemente amplía el foco de atención del proceso de instrucción, pero, en el componente de representatividad solo posee tres descriptores, mientras en que la propuesta de Juan Godino considera varios descriptores.

En la dimensión cognitiva, Leiva también propone cambios en el componente de aprendizaje, ahora es propuesto en dos componentes, las cuales son: aprendizaje y alta demanda cognitiva y sus respectivos indicadores empíricos. Lo que se hizo es desglosar en dos componentes diferentes y replantear los indicadores.

Ahora, en el estudio de Lukashevich (2022) hace una particularización de los indicadores de idoneidad epistémica para analizar las sesiones del programa aprendo en casa. Esta particularización es pues, una adaptación de los indicadores para el análisis de la instrucción de ecuaciones de primer grado. La adaptación ha consistido en plantear nuevos indicadores, pero estas han estado subordinadas a indicadores de idoneidad propuestos desde el EOS y a ecuaciones de primer grado.

Mientras tanto, Oyola (2015) para formular una propuesta didáctica de media aritmética y mediana para estudiantes de educación secundaria se consideró los criterios de idoneidad didáctica epistémica y los componentes de idoneidad epistémica: situación problema, Lenguaje, conceptos previos, procedimientos, técnicas, proposiciones,



propiedades, teoremas y argumentos. Esto ayudo la configuración epistémica de la enseñanza del uso de la media aritmética y mediana.

Palacios (2014) para hacer el análisis de clase de la noción de valor absoluto emplea los criterios de idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional. Se asume los mismos criterios formulados por Juan Godino. El factor diferencial es la interpretación de tales indicadores epistemológicos y cognitivos en varios otros indicadores específicos, permitiendo ser más operativo el análisis. Mientras tanto, los indicadores interaccionales no se han puntualizado en otros indicadores. Evidentemente, observamos una especificidad en los indicadores y adaptación al campo temático de la sesión de clase.

en el estudio de Córdova (2013) se hace el uso de indicadores de idoneidad didáctica para el análisis de los libros de matemática de educación secundaria y superior, específicamente para el tema de ecuaciones lineales. Para eso, las tablas de idoneidad didáctica, han sido adaptadas al nivel educativo en este caso a nivel de educación secundaria referidos a ecuaciones lineales, las cuales le ha permitido un análisis comparativo de las tareas propuestas de los diferentes libros.

En el artículo publicado por José et (2022) quien presenta como objetivo construir un conjunto modelo de indicadores para evaluar el grado de idoneidad didáctica de la enseñanza de magnitudes proporcionales. Específicamente para el análisis y valoración de lecciones de libros de matemática referidos a la temática mencionada. La motivación de este estudio es el razonamiento proporcional, el cual se ha constituido como una línea de investigación importante en seno de la educación matemática. Como resultado es una guía de análisis de idoneidad didáctica de contenidos matemáticos referidos a temas de magnitudes proporcionales.



Continuando con la cita, para la faceta epistémica se ha reformulado compuesto por componentes, las cuales son: significados, relaciones, procesos, conflictos epistémicos. Lo presentado sobre el componente significados trata básicamente en evaluar la representatividad de los significados de proporcionalidad pretendidos con relación con los significados referenciales de proporcionalidad. Esto se logra atendiendo a la representatividad también de los significados parciales entre sí (problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos) y la concreción de la representatividad se logra por medio de descriptores empíricos y así sucesivamente. Ósea estamos frente a un modelo estratificado de indicadores de la faceta epistémica.

En la faceta de cognitiva también se presenta un nuevo modelo de operacionalización de tabla de indicadores adaptado para el análisis de la proporcionalidad en los libros curriculares.

Componentes e indicadores de valoración de idoneidad didáctica.

Los indicadores y los componentes que sea construido para valorar la idoneidad didáctica están dadas sobre los estudios previos en relación con la temática de nuestra investigación, adaptamos como columna vertebral para la construcción del sistema de indicadores de idoneidad al estudio de José (2022) quien, propone una guía de análisis de lecciones de libros de texto de matemáticas en el tema de proporcionalidad. Pero, no implica que vamos a tomar esos indicadores al pie de la letra, lo que se hizo en adaptar algunos indicadores para el análisis de idoneidad de una sesión de clase y no para analizar los sistemas de prácticas en textos de matemática.

Tabla 11

Indicadores de idoneidad epistémica en el tema de proporcionalidad.

Componentes	Indicadores
Significados	Problemas.
	Se proporciona situaciones para generar y emplear nociones de razón, proporción. (implica la resolución de problemas y formular situación problema)
	Se desarrolla un conjunto de tareas, con criterio de diversidad y representativa (graficar, valor faltante, tabla de valores, etc.) en el que se aplique los principales conceptos de proporcionalidad (razón, constante de proporcionalidad)
	Se emplea problemas que involucren situaciones operativas de multiplicación y división entre los valores de las magnitudes para caracterizar las relaciones de las magnitudes (IP y DP)
	Las situaciones de proporciones con carácter multiplicativo y cociente, se hace evidente, explícito o se pone en relieve en la sesión de clase.
	Se introduce problemas que involucre aspectos como cálculo mental para favorecer el razonamiento proporcional.
	Se propone a los estudiantes situaciones de formulación de problemas que involucre conceptos fundamentales de proporcionalidad (razón, constante de proporcionalidad, proporción)
	Lenguajes.
	Para el tema de razón y proporcionalidad, se emplean medios de expresión y representación (tablas, gráficos, ejemplos prácticos, etc.) para modelizar objetos de proporcionalidad
	Nivel del lenguaje adecuado a la población estudiantil a la que se Las situaciones discursivas (lenguaje) están de acuerdo al nivel educativo
	Se solicita a los estudiantes situaciones de construcción e interpretación de situaciones de razón, relación de magnitudes en sus aspectos gráficos, simbólicos, tabulares.
	Conceptos.
	Se muestra a los estudiantes las nociones principales de manera clara, caracterizada y ejemplificada sobre proporcionalidad de acuerdo al nivel educativo
Se introduce situaciones problemáticas que permita la generación y aplicación de nociones principales de magnitudes proporcionales.	
Se puntualiza con claridad característica fundamental de tipos de relación de magnitudes (multiplicativa y comparativa)	
Proposiciones	
Se muestra a los estudiantes las proposiciones fundamentales de manera clara, caracterizada y ejemplificada sobre proporcionalidad de acuerdo al nivel educativo	
Se establece las proposiciones necesarias para caracterizar una situación de magnitudes proporcionales.	



	<p>Se promueve situaciones que permita al estudiante a emplear propiedades de magnitudes proporcionales.</p> <hr/> <p>Procedimientos y Definiciones.</p> <p>Se presentan de manera clara y correcta los procedimientos fundamentales de razón, proporcionalidad y porcentajes para el nivel educativo correspondiente.</p> <hr/> <p>Se genera situaciones que propicien la generación y negociación de procedimientos correctos.</p> <hr/> <p>Argumento.</p> <p>La argumentación constituida por proposiciones, comprobaciones, procedimientos y explicaciones se dan de manera clara y de acuerdo al nivel estudiantil.</p> <hr/> <p>Se favorece la justificación de los enunciados y proposiciones de los estudiantes a través de razonamientos y métodos de prueba (formales, verbal e intuitivos)</p>
Relaciones	<hr/> <p>En situaciones de proporcionalidad intervienen otros elementos matemáticos (fracciones, números racionales)</p> <hr/> <p>Se hace notar el concepto de razón en el campo de los números (aritmético) y en el campo de magnitudes (valores)</p> <hr/> <p>Se identifican, articulan y desarrollan los cinco tipos de enfoques o significados de la proporcionalidad: cualitativo, tabular gráfico, aritmético, analítico y simbólico; mediante problemas, representaciones gráficas, relaciones conceptuales, notaciones matemáticas, procedimientos, etc.</p>

Fuente: Adaptado de Castillo et al (2022).

Tabla 12

Indicadores de idoneidad cognitiva en el tema de proporcionalidad.

Componentes	Indicadores
Significados personales (Aprendizaje)	Comprensión Las prácticas realizadas por los estudiantes (gráficos, explicaciones, diálogos) ante las situaciones propuestas permiten valorar la comprensión de los estudiantes en aspectos como procedimientos, proporciones y conceptos de proporcionalidad (razón, magnitudes IP, DP y variaciones, constante de proporcionalidad, etc.)
	Competencia En las practicas realizadas (practiclas operativas y discursivas) por los estudiantes como respuesta a situaciones problemáticas, se evidencia la aplicación de conceptos fundamentales de magnitud, efecto, logrando la competencia comunicativa, argumentativa y fluencia procedimental.
Relaciones	En las practicas realizadas por los estudiantes (sea operativa y discursiva) permite afirmar que el estudiante comprende la relación entre objetos de proporcionalidad (razón, proporción, relación de proporcionalidad, función lineal etc.) y entre significados.
Conocimientos previos	Se contempla y se considera los saberes previos fundamentales para que los estudiantes sean capaces de establecer conexiones entre objetos y para abordar situaciones problemáticas de complejidad creciente.
	Los significados pretendidos son digeribles para la capacidad cognitiva de los estudiantes.
Diferencias individuales	Se proponen actividades orientadas a la ampliación y de refuerzo del razonamiento proporcional
	Se favorece el logro de significados pretendidos a todo el estudiantado de la sesión, a través de estrategias de enseñanza, evaluación, participación activa o de situación matemáticas.
Conflictos cognitivos	Se emplea estrategias y situaciones de promueva desequilibrio en los estudiantes.
	Se presentan situaciones de proporcionalidad de diferentes niveles de dificultad (las situaciones nuevas en formato, según el tipo de dato que brinda cada magnitud, etc.)
	Se da conocer al estudiantado sobre los errores y dificultades (en sus aspectos conceptuales y procedimentales) en el que se podría incurrir.
Evaluación	Se da importancia en los resultados erróneos y correctos de las evaluaciones con la finalidad de afianzar los aprendizajes.
	Es pertinente el tipo de evaluación para verificar el logro de significados pretendidos o capacidades y competencias matemáticas (generalización, argumentación, fluencia procedimental, etc.)
	El diseño de la evaluación está orientado de acuerdo a los niveles de comprensión y competencia.

Fuente: Adaptado de Castillo et al (2022)

Tabla 13

Indicadores de idoneidad interaccional en el tema de proporcionalidad.

Componentes.	Indicadores.
Interacción docente – discente	El docente presenta el tema de manera clara y bien organizada. Incide precisamente en conceptos claves, actúa de manera pausada según al nivel educativo
	La interacción busca resolver los conflictos semióticos y cognitivos de los estudiantes. Se da importancia a los gestos faciales, a las preguntas y silencios de los estudiantes.
	Se fomenta conceso entre el estudiante y docente con base al argumento más apropiado.
	Se emplea recursos que llaman la atención de los estudiantes, así como recursos retóricos (tono de voz) y argumentativos (ejemplos, proposiciones)
Interacción entre discentes	Se promueve la inclusión del estudiante al medio didáctico (docente, estudiante y saber)
	Se promueve la interacción social dentro de la sesión de clase (diálogo y comunicación de saberes matemáticos)
	Se promueve un estudio matemático social ó grupal y se evita la exclusión.
Autonomía	Situación de discusión entre los estudiantes hasta llegar a un punto de consenso, en el que se pone en juego la validez de sus proposiciones, argumentos
Evaluación formativa	Se observa momentos en que el estudiante es consciente del reto matemático, por tanto, asume situaciones de exploración, formulación y validación
	El docente hace una observación sistemática de la construcción de los significados pretendidos, para después responder al aprendizaje del estudiantado

Fuente: Tomado de Godino (2013).

4.1.3. Análisis y valoración de idoneidad epistémica.

En este apartado presentamos el análisis de la sesión de clase de proporcionalidad desarrollada por un docente de matemática, según los criterios de idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional. Previamente, hacemos una descripción de la sesión desarrollada para después aplicar los descriptores empíricos de idoneidad didáctica en su faceta epistémica, cognitiva e interaccional.

La valoración de idoneidad epistémica, Según Godino (2013) indica que un proceso de estudio matemático posee una idoneidad epistémica en la medida en que los significados institucionales implementados se corresponden con el significado de referencia. Porque en el proceso de selección y adaptación de situaciones problemáticas ricas en matemática, con un amplio repertorio de lenguajes, definiciones, procedimientos, proposiciones y argumento, puede omitir errores matemáticos y, por tanto, conducir a errores en la interpretación y práctica del conocimiento matemático.

Para determinar en qué medida cumple los indicadores de idoneidad para cada una de las unidades de análisis, le hemos adaptado una escala de valoración propuesta por Lukashevich (2022) para el análisis de lecciones de ecuaciones lineales del programa aprendo en casa.

Tabla 14

Escala de valoración a emplearse en la guía de análisis.

Criterio	Ponderación correspondiente
El indicador no se cumple.	0 (Cero)
El indicador se cumple parcialmente.	1 (Uno)
El indicador se cumple totalmente.	2 (Dos)

Fuente: Tomado de Perez Lukashevich (2022)

En los siguientes párrafos hacemos una valoración de idoneidad didáctica minuciosamente los componentes de la dimensión cognitiva, epistémica e interaccional:

Respecto a la Valoración de Situación – Problemas, El docente presenta el tema de proporcionalidad de la sesión de clase, acto seguido plantea preguntas a los estudiantes sobre magnitud, cantidad, magnitudes proporcionales, plantea preguntas sobre proporcionalidad directa e inversa, sobre constante de proporcionalidad, se plantea



preguntas referidas a graficar las magnitudes proporcionales y por último presenta ejercicios sobre proporcionalidad directa e inversa.

Tabla 15

Extracto de Interacciones para identificar situaciones problemas

1	D	Vamos a empezar con un nuevo tema. Hoy trabajaremos magnitudes proporcionales
2	D	Ponen como título magnitudes proporcionales.
3	D	Haber, ¿Alguien me puede decir que es una magnitud?
9	D	¿Cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales? Cuando la constante de proporcionalidad se halla por cociente
22	D	El docente pregunta a los demás: ¿Por qué se le llama constante?
25	D	¿Y qué pasa con las magnitudes inversamente proporcionales? ¿Es lo contrario no cierto? Si uno aumenta, el otro disminuye o viceversa.
51	D	¿Cómo graficarían magnitudes directamente proporcionales y magnitudes inversamente proporcionales, cuál sería la gráfica de cada una de ellas?
86	D	Ejercicio n.º 2: El precio de un diamante es DP al cuadrado de su peso. Si un día se parte en dos pedazos, uno de los cuales pesa los dos quintos del otro y se venden ambos pedazos sufriendo una pérdida de 20 mil dólares., determine el precio inicial del diamante antes de romperse.

A partir de lo descrito podemos afirmar los objetos como magnitud, magnitudes proporcionales directa e inversa y su representación matemática, constante de proporcionalidad, las cuales no han emergido de una situación problema extra matemática bien adaptada. Estas situaciones - problemas presentados a modo de preguntas pertenecen a las categorías de significado referencial intuitivo cualitativo. Comenzar a desarrollar los conceptos referidos a proporcionalidades partiendo de problemas extra matemáticos en el marco de un significado intuitivo cualitativo es la mejor forma de introducirse a objetos matemáticos formales, pero en la sesión de clase observo la falta de una transposición didáctica porque no logro presentar una verdadera situación problema extra matemática a los estudiantes.

Respecto a la valoración del lenguaje, el docente plantea una pregunta para explicar la ecuación de proporcionalidad directa e inversa y la constante de proporcionalidad: Se presenta una tabla de valores para encontrar alguna regularidad y su matematización (establecer relaciones entre magnitudes en un modelo matemático) particular y general que permita modelar el comportamiento matemático de los valores presentes en la tabla y para otras regularidades de proporcionalidad directa e inversa. En seguida, el docente solícito a los estudiantes a elaborar las gráficas correspondientes a la tabla para después caracterizar cada una de ellas

Tabla 16

Extracto de Interacciones para identificar lenguajes empleados.

	Para que entienda bien y conozcan estos temas, para eso les propongo una tablita.											
39	D	<table border="1"><tr><td>N° Obreros</td><td>20</td><td>40</td><td>10</td><td>4</td></tr><tr><td>N° Días</td><td>10</td><td>5</td><td>20</td><td>50</td></tr></table>	N° Obreros	20	40	10	4	N° Días	10	5	20	50
N° Obreros	20	40	10	4								
N° Días	10	5	20	50								
		¿Cuál es el comportamiento de los datos? ¿Qué pasa si multiplicamos? Para saberlo, multiplique $A \times B$										
		PROFESOR, tenemos como respuesta:										
40	E	$20 \times 1 = 20$ $5 \times 4 = 20$ $2 \times 10 = 20$										
		Las respuestas son iguales										
44	D	Quisiera que generalicen la multiplicación para todos los casos. Ósea la multiplicación debe asumir para todos los valores.										
		$A \times B = C$ $M \times N = 20$										
45	E	$O \times D = 20$ El resultado no cambia y por eso no es necesario generalizar mientras que los números que se multiplican se cambian y por eso hemos representado con la letra mayúsculas M y N.										
46	D	Tiene razón y es correcto, en los libros formalmente se denota como $A \times B = K$, Donde k es la constante de proporcionalidad, el valor q no cambia										
51	D	Como graficarían magnitudes directamente proporcionales y magnitudes inversamente proporcionales, ¿cuál sería la gráfica de cada una de ellas?										
56	E	Prof. Hemos ubicado cada punto, ¿ahora tenemos que unir verdad?										



Los sistemas de práctica descrita pertenecen a la categoría del significado tabular gráfico, el cual, evidentemente ha sido oportuno trabajar con estos significados para elaborar gráficas y a la vez para organizar los datos para luego encontrar, comprender el comportamiento regular de los datos. El significado tabular gráfico debe ser modelado con una expresión verbal clara y coherente, pero, hemos observado una situación dada por el docente “Como graficarían magnitudes directamente proporcionales y magnitudes inversamente proporcionales, ¿cuál sería la gráfica de cada una de ellas?”, este tipo de preguntas, presenta cierta ambigüedad, el cual no ayuda a ver la tarea que verdaderamente se propone. Otra observación importante es encontrar el momento preciso para presentar un significado tabular gráfico articulado a una situación problema, en la sesión de clase descrita para ganar tiempo hubiese sido preciso presentar una situación problema extra matemática que involucre prácticas a los estudiantes a construir tablas, gráficas, construir conceptos de proporcionalidad directa e inversa y su constante de proporcionalidad, comprender estos conceptos es la previa para construir significados complejos en los estudiantes..

En seguida, hacemos la valoración de la configuración de conceptos en dos partes:

- Primera parte: Evidentemente, el docente plantea preguntas sobre conceptos fundamentales de proporcionalidad directa, inversa, constante de proporcionalidad y al ver que los estudiantes no responden con respuestas satisfactorias, el docente termina anunciando los significados y los conceptos mencionados.

Tabla 17

Extracto de Interacciones para identificar conceptos matemáticos.

3	D	Haber, ¿Alguien me puede decir que es una magnitud?
5	D	Una magnitud es todo aquello que se puede medir. Ej. El tiempo, velocidad, cantidad de personas, cantidad de obreros que trabajan.
6	D	Ahora, dentro de las magnitudes proporcionales encontramos dos tipos, magnitudes directamente proporcionales e inversamente proporcionales.
7	D	Lo que tenemos hacer es deducir la ley de formación de la proporción que se va a formar.
8	D	DP significa directamente proporcional. Y también tenemos inversamente proporcional.
9	D	¿Cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales? Cuando la constante de proporcionalidad se halla por cociente
10	D	Entonces yo tengo una magnitud A, entonces te a va decir el ejercicio, A es directamente proporcional a B. entonces como lo vas a colocar, cuando es directamente proporcional, la constante de proporcionalidad se halla por cociente, entonces dirás A es a B y esto es igual a una constante de proporcionalidad, en resumen, solo se divide. Simple.
11	D	Y si tienes una magnitud A inversamente proporcional a B ¿cómo se halla la constante de proporcionalidad? Por producto. se entiende no, Directamente proporcional por cociente e inversamente proporcional por producto.
21	E	Profesor ¿Qué es una constante, K?
22	D	El docente pregunta a los demás: ¿Por qué se le llama constante?
23	E	¿Por qué no cambia?
24	D	Exacto, la constante proporcionalidad es un número, es el resultado de la división y no va a cambiar, aunque la fracción haya otros valores.
25	D	¿Y qué pasa con las magnitudes inversamente proporcionales? ¿Es lo contrario no cierto? Si uno aumenta, el otro disminuye o viceversa.

- Segunda parte: luego de dar conocer los conceptos fundamentales de proporcionalidades, se recurre a ejemplos concretos para explicitar tales conceptos y finalmente para que quede bien claro y no quede dudas se recurre a un ejercicio que permita explicitar aún más los conceptos constantes de proporcionalidad, magnitudes inversa y directa y su ecuación de proporcionalidad.

Tabla 18

Lista de Interacciones que ilustran los conceptos de proporcionalidad.

26	D	Ejemplo; ¿si quiero ir a Juliaca, mientras a más velocidad voy llego en?												
27	E	Menos tiempo												
28	D	¿Y cuándo vaya a menos velocidad?												
29	E	Más tiempo												
30	D	Entonces estamos de qué ¿La velocidad es IP al tiempo?												
31	D	Entonces que ocurre, uno aumenta y uno disminuye. Eso es todo												
32	D	Pregunta para usted chicos, ¿Por qué se divide para las magnitudes directamente proporcionales? Y así mismo, ¿por qué se multiplica las magnitudes inversamente proporcionales?, si responden a esa pregunta, ya estarás resolviendo las preguntas de ingreso a la universidad, chicos en matemática no hay mentira												
34	D	Si observamos la tabla de los números, ¿qué interpretaríamos sobre los datos como 3 y 1, 6 y 2? <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>N° plátanos</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>N° de cajas</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> </table>	N° plátanos	3	6	9	12	15	N° de cajas	1	2	3	4	5
N° plátanos	3	6	9	12	15									
N° de cajas	1	2	3	4	5									
		¿Qué regularidad se observa cuando dividimos uno por uno?												
36	E	Hemos dividido uno por uno, y sale lo mismo												
37	D	Ve, se dan cuenta. ¿Eso pasa cuando las magnitudes son proporciones? Y automáticamente dividimos cuando A y B son DP												
39	D	Para que entienda bien y conozcan estos temas, para eso les propongo una tablita. <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>N° Obreros</td> <td>20</td> <td>40</td> <td>10</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>N° Días</td> <td>10</td> <td>5</td> <td>20</td> <td>50</td> </tr> </table>	N° Obreros	20	40	10	4	N° Días	10	5	20	50		
N° Obreros	20	40	10	4										
N° Días	10	5	20	50										
		¿Cuál es el comportamiento de los datos? ¿Qué pasa si multiplicamos? Para saberlo, multiplique AXB												
		PROFESOR, tenemos como respuesta:												
40	E	$20 \times 1 = 20$ $5 \times 4 = 20$ $2 \times 10 = 20$												
		Las respuestas son iguales.												
41	D	¿Qué interpretarías de los resultados?												

Desde punto de vista del enfoque antimicótico enmarcado en socio constructivismo, la dinámica ejercida por el docente en el aula para lograr los conceptos de proporcionalidad es nulamente idóneo porque no propuso problemas, que de ella emergieran los conceptos (significado simbólico); los estudiantes no lograron negociar, explicar, y generar mediante la generalización de producciones tales conceptos. Pero, se hizo contrariamente, se optó ejercer una

clase discursiva y lograr de comprender lo vertido a través de ejemplos y aplicaciones

Continuando con la Valoración de Proposiciones, el docente realiza preguntas referidas sobre conceptos fundamentales sobre proporcionalidad con finalidad de obtener respuestas referidas a magnitudes, constante de proporcionalidad, magnitudes directamente proporcional e inversa y sobre la gráfica. Tenemos una muestra de situaciones representativa que describen la dinámica para generar proposiciones:

Tabla 19

Extracto e Interacciones para identificar proposiciones matemáticas.

3	D	Haber, ¿Alguien me puede decir que es una magnitud?
4	E	¿Una cantidad? ¿Una expresión? ¿Una proporción?
9	D	¿Cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales? Cuando la constante de proporcionalidad se halla por cociente
10	D	Entonces yo tengo una magnitud A, entonces te va a decir el ejercicio, A es directamente proporcional a B. entonces como lo vas a colocar, cuando es directamente proporcional, la constante de proporcionalidad se halla por cociente, entonces dirás A es a B y esto es igual a una constante de proporcionalidad, en resumen, solo se divide. Simple.
13	D	Ejemplo: ¿en esta puerta de la universidad, si pones más trabajadores, harán más obra o menos obra?
14	E	Menos obra
15	D	Si pongo 100 trabajadores, harán más obra sí o no
16	E	Más obras
17	D	entonces, más trabajadores
18	E	Más obras
19	D	Este caso estamos hablando de dos magnitudes directamente proporcionales

En la sesión de clase, el docente, desea construir significados de tipo intuitivo cualitativo, significados tabular y gráfico, simbólico, significado aritmético a través de preguntas (tabla n°16). A raíz de ello, se evidencia que estas preguntas no han sido capaces de generar, proposiciones para distinguir situaciones proporcionales, el cual ha conducido al docente a declarar los conceptos o significados pretendidos. Para la

comprensión de estos significados, se tuvo que recurrir a ejemplos particulares, eso indica que las preguntas no estaban dadas para el nivel educativo de los estudiantes.

Respecto a la Valoración de Procedimientos, Observamos al docente caracterizar los diversos procedimientos a seguir frente a situaciones proporcionalidad directa e inversa, el docente enlista los pasos a seguir para construir gráfica de las proporcionalidades, en docente secuencia los procedimientos a seguir según las operaciones pertinentes luego de plantear las igualdades inversamente y directamente proporcionales. Se observa también que no hay una participación activa de los estudiantes en la generación de procedimientos a seguir según la pertinencia que exige desarrollar la cuenta de una igualdad.

Tabla 20

Extracto de Interacciones para identificar procedimientos matemáticos.

37	D	$\frac{A}{B} = K$, Esta es mi formulita para este ejercicio, cuando M es DP a la raíz n., entonces esto se divide entre magnitudes.
		- Muy bien, otro dato importante es: calcule el valor de “n” cuando el valor de m sea 8.
		- como las magnitudes son DP, el planteamiento es $\frac{8}{\sqrt{n}} = k$
43	D	- los dos planteamientos, por ser DP e igual a k, podemos igualar $\frac{8}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{108}}$, este es el planteamiento de magnitudes directamente proporcional, tal como dijimos hace unos instantes chicos Luego del planteamiento, ¿cuál sería el primer procedimiento?
46	D	Las 2 primeras de los procedimientos es válido. Lo que no pueden hacer es eliminar raíz con raíz. Si en ambos miembros solo habría raíz, ahí sí se puede eliminar las raíces
		- ¡Listos! muchos se están estancando con operaciones q involucran raíces, así que pongan atención: $2\sqrt{n} = \sqrt{108}$. Aquí, podemos elevar al cuadrado a ambos miembros:
49	D	- $(2\sqrt{n})^2 = (\sqrt{108})^2$. Tenemos que distribuir el exponente a los factores, a la base: $4(\sqrt{n})^2 = (\sqrt{108})^2$

Evaluando los procedimientos empleados por el docente en la resolución de situaciones problemáticas. Afirmamos, que debería centrarse en el manejo riguroso de las



operaciones que involucra despejar una igualdad, en nuestro estudio, se ve que el docente cumple con la formalidad que exige la aplicación de operaciones en desarrollar la cuenta de una igualdad proporcional, por eso, afirmamos que los procedimientos empleados son claros, correctos.

Continuando con el proceso valorativo, abordamos la Valoración de Argumentos configurados en la trayectoria didáctica, Según los indicadores de idoneidad, categoría de argumentos, a partir de la tabla n°19, para institucionalizar el concepto de inversamente directamente proporcional y la gráfica; el docente ha generado un razonamiento inductivo, partiendo de casos particulares a generales de carácter intuitivo cualitativo basado en experiencias espontáneas, hasta llegar a las ecuaciones matemáticas de proporcionalidad, para después aplicar las proposiciones y procedimientos institucionalizados en la resolución de problemas. Evidentemente, el razonamiento está preciso para el nivel educativo de los estudiantes, porque se basa en experiencias comunes, el cual promueve un razonamiento fructífero. Pero, para enriquecer de diversidad a los procesos matemáticos, se pudo haber aplicado otro tipo de razonamientos deductivo, análogo, analítico gráfico y comprobar los razonamientos establecidos, las cuales no se ha apreciado en el desarrollo de la sesión de clase.

Tabla 21

Extracto de Interacciones para identificar argumentos matemáticos

13	D	Ejemplo: ¿en esta puerta de la universidad, si pones más trabajadores, harán más obra o menos obra?
14	E	Menos obra
15	D	Si pongo 100 trabajadores, harán más obra sí o no
16	E	Más obras
13	D	Ejemplo: ¿en esta puerta de la universidad, si pones más trabajadores, harán más obra o menos obra?
14	E	Menos obra
15	D	Si pongo 100 trabajadores, harán más obra sí o no
16	E	Más obras
26	D	Ejemplo: ¿si quiero ir a Juliaca, mientras a más velocidad voy llego en?
27	E	Menos tiempo
28	D	¿Y cuándo vaya a menos velocidad?
29	E	Más tiempo
30	D	Entonces estamos de qué ¿La velocidad es IP al tiempo?
58	D	¿Qué significa la curva graficada y la línea? Algo deben interpretar.
122	D	Se tienen dos longitudes A y B, son inversamente proporcionales cuando la magnitud A aumenta en 25% y B varía en 6 unidades.

Por último, hacemos la valoración de relaciones matemáticas según los criterios de idoneidad planteados en líneas arriba, se aprecia que se ha dado énfasis en el esclarecimiento del concepto de razón en el tema de proporcionalidades, este concepto es muy importante para comprender las variaciones proporcionales de las magnitudes tanto como inversa y directamente proporcional. Lo que se puntualizó es en el desarrollo del significado aritmético, el cual es la manipulación de número o de valores que asume una magnitud respecto a la variación de los valores de la otra magnitud, para después abordar los significados como tabular gráfico y simbólico. Estamos en acuerdo con la secuencia de desarrollo de los significados pretendidos en la sesión de clase, ya que, para la apropiación de tales significados, se debe partir de un significado intuitivo, aritmético, gráfico y simbólico por su carácter correlativo que es entre estos significados.

Tabla 22

Interacciones para identificar la relación entre objetos matemáticos

Si observamos la tabla de los números, ¿qué interpretaríamos sobre los datos como 3 y 1, 6 y 2?

34	D	N° plátanos	3	6	9	12	15
		N° de cajas	1	2	3	4	5

¿Qué regularidad se observa cuando dividimos una por uno?

35 E El número de plátanos y las cajas son directamente proporcionales. Más plátanos necesitan cajas

36 E Hemos dividido uno por uno, y sale lo mismo

37 D Vez, se dan cuenta. ¿Eso pasa cuando las magnitudes son proporciones? Y automáticamente dividimos cuando A y B son DP

Para que entienda bien y conozcan estos temas, para eso les propongo una tablita.

39	D	N° Obreros	20	40	10	4
		N° Días	10	5	20	50

¿Cuál es el comportamiento de los datos? ¿Qué pasa si multiplicamos?
Para saberlo, multiplique AXB

41 D ¿Qué interpretarías de los resultados?

51 D Como graficarían magnitudes directamente proporcionales y magnitudes inversamente proporcionales, ¿cuál sería la gráfica de cada una de ellas?

En definitiva, luego de presentar el análisis de idoneidad epistémica, presentamos la aplicación de criterios de idoneidad epistémica, para la valoración del cumplimiento del grado de idoneidad epistémica fue con base al análisis presentado. La valoración se desarrolla conforme a los criterios y los componentes de idoneidad adaptados en líneas arriba. Los componentes que se consideran son: situación problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, argumentos y relaciones matemáticas.

Tabla 23

Aplicación de indicadores idoneidad epistémica

Componentes	Indicadores	2	1	0	
Significados	Problemas				
		Se proporciona situaciones para generar y emplear nociones de razón, proporción. (implica la resolución de problemas y formular situación problema)			x
		Se desarrolla un conjunto de tareas, con criterio de diversidad y representativa (graficar, valor faltante, tabla de valores, etc.) en el que se aplique los principales conceptos de proporcionalidad (razón, constante de proporcionalidad)		x	
		emplea problemas que involucren situaciones operativas de multiplicación y división entre los valores de las magnitudes para caracterizar las relaciones las magnitudes (IP y DP)		x	
		Las situaciones proporciones con carácter multiplicativo y cociente, se hace evidente, explícito o se pone en relieve en la sesión de clase		x	
		Se introduce problemas que involucre aspectos como cálculo mental para favorecer el razonamiento proporcional.			x
		Se propone a los estudiantes situaciones de formulación de problemas que involucre conceptos fundamentales de proporcionalidad (razón, constante de proporcionalidad, proporción)			x
	Lenguajes				
		Para el tema de razón y proporcionalidad, se emplean medios de expresión y representación (tablas, gráficos, ejemplos prácticos, etc.) para modelizar objetos de proporcionalidad.		x	
		Nivel del lenguaje adecuado a la población estudiantil a la que se Las situaciones discursivas (lenguaje) están de acuerdo al nivel educativo.	x		
		Se solicita a los estudiantes situaciones de construcción e interpretación de situaciones de razón, relación de magnitudes en sus aspectos gráficos, simbólicos, tabulares.		x	
	Conceptos.				
		Se muestra a los estudiantes las nociones principales de manera clara, caracterizada y ejemplificada sobre proporcionalidad de acuerdo al nivel educativo.			x
		Se introduce situaciones problemáticas que permita la generación y aplicación de nociones principales de magnitudes proporcionales.		x	
		Se puntualiza con claridad característica fundamental de tipos de relación de magnitudes (multiplicativa y comparativa)		x	
Proposiciones					
	Se muestra a los estudiantes las proposiciones fundamentales de manera clara, caracterizada y ejemplificada sobre proporcionalidad de acuerdo al nivel educativo.			x	

	Se establece las proposiciones necesarias para caracterizar una situación de magnitudes proporcionales.	x
	Se promueve situaciones que permita al estudiante a emplear propiedades de magnitudes proporcionales.	x
	Procedimientos	
	Se presentan de manera clara y correcta los procedimientos fundamentales de razón, proporcionalidad y porcentajes para el nivel educativo correspondiente.	x
	Se genera situaciones que propicien la generación y negociación de procedimientos correctos.	x
	Argumento.	
	La argumentación constituida por proposiciones, comprobaciones, procedimientos y explicaciones se dan de manera clara y de acuerdo al nivel estudiantil.	x
	Se favorece la justificación de los enunciados y proposiciones de los estudiantes a través de razonamientos y métodos de prueba (formales, verbal e intuitivos)	x
	Indicadores.	
	En situaciones de proporcionalidad intervienen otros elementos matemáticos (fracciones, números racionales)	x
Relaciones	Se hace notar el concepto de razón en el campo de los números (aritmético) y en el campo de magnitudes (valores)	x
	Se identifican, articulan y desarrollan los cinco tipos de enfoques o significados de la proporcionalidad: cualitativo, tabular gráfico, aritmético, analítico y simbólico; mediante problemas, representaciones gráficas, relaciones conceptuales, notaciones matemáticas, procedimientos, etc.	x

4.1.4. Análisis y valoración de idoneidad cognitiva

Según los indicadores propuestos para hallar la comprensión de los estudiantes, y los episodios seleccionados de la sesión de clase, claramente podemos afirmar que los conceptos fundamentales de proporcionalidad, el docente evalúa los aprendizajes de los estudiantes a través de la actividad de resolución de problemas. Claramente, se puede observar que estos problemas no están para el nivel educativo de los estudiantes; porque los estudiantes no contaban con conocimientos nuevos referidos a proporcionalidad, entonces ha sido un tema nuevo y por eso se tuvo que ejercitar estos aprendizajes que son



nuevos sobre proporcionalidad, para evaluar un aprendizaje nuevo, se tenía que partir con la resolución de ejercicios sencillos esencialmente por dos motivos: primera, para institucionalizar los significados aprendidos, para tener información sobre el aprendizaje de conceptos básicos de proporcionalidad de los estudiantes el cual no se ha podido apreciar ni se observó procesos de metacognición luego de abordar los conceptos. Por estas dos últimas razones, se afirma que no se ha cumplido con los indicadores establecidos para valorar la comprensión.

En este apartado iniciamos con el análisis y valoración de las competencias desarrolladas por los estudiantes. Para ello, se ha tomado en cuenta los indicadores propuestos. Para tal fin, se tiene en cuenta el concepto de competencia como la aplicación de un objeto matemático en diferentes sistemas de prácticas matemática y como proceso mental (Godino, 2002) y las evidencias enlistadas en la tabla n°22, según las cuales podemos afirmar, de que los estudiantes tenían dificultades en operativizar la solución de los problemas propuestos por el docente, ya que el docente fue quien desarrollo los procedimientos y el planteamiento de ecuaciones de proporcionalidad. Esto implica que los estudiantes no tenían la competencia, ósea, no contaban con la capacidad de emplear sus aprendizajes o no comprendieron en su totalidad los significados de proporcionalidad.

Tabla 24

Lista de interacciones que evidencian la aplicación de aprendizajes.

66	D	Sean m y n dos magnitudes, talque m es directamente proporcional a la raíz cuadrada de n, si se sabe que el valor de m es 16 cuando el valor de n es 108. Calcule el valor de n cuando el valor de m sea 8.
67	D	$\frac{A}{B} = K$, Esta es mi formulita para este ejercicio, cuando m es DP a la raíz n, entonces esto se divide entre magnitudes.
68	D	- Si se sabe que el valor de m es 16 cuando el valor de n es 108.
69	D	- Cuando n vale 108, quedaría así: $\frac{16}{\sqrt{108}} = K$
70	E	Sería raíz de 108 - Muy bien, otro dato importante es: calcule el valor de n cuando el valor de m sea 8. - como las magnitudes son DP, el planteamiento es $\frac{8}{\sqrt{n}} = k$
69	D	- los dos planteamientos, por ser DP e igual a k, podemos igualar $\frac{8}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{108}}$, este es el planteamiento de magnitudes directamente proporcional, tal como dijimos hace unos instantes chicos - Luego del planteamiento, ¿cuál sería el primer procedimiento?
86	D	Ejercicio N° 2: El precio de un diamante es DP al cuadrado de su peso. Si un día se parte en dos pedazos, uno de los cuales pesa los dos quintos del otro y se venden ambos pedazos sufriendo una pérdida de 20 mil dólares., determine el precio inicial del diamante antes de romperse.
122	D	Se tienen dos longitudes A y B, son inversamente proporcionales cuando A aumenta en 25% y B varía en 6 unidades.

Valoración de Relaciones

Continuando con el proceso valorativo de la idoneidad cognitiva, nos enfocamos en la valoración de la dimensión de relaciones. Para ello necesariamente obedecemos a los criterios de relaciones de la idoneidad cognitiva y la tabla N° 22, de las cuales afirmamos que las situaciones dadas tanto para la resolución de ejercicios y también para la comprensión de los significados de proporcionalidad tabla N°22 se ha evidenciado de que los estudiantes no estaban involucrados plenamente, provocado por situación problemas planteados por el docente, llevándolo a una sesión de clase muy discursiva de parte del docente. Estas condiciones no favorecieron a los estudiantes a establecer relaciones a través de su participación, si no hay participación activa implica que los estudiantes no



entienden lo que hace porque carece de relaciones de objetos matemáticas que son necesarios para generar respuesta y a través de ella una participación. Las matemáticas son relaciones. El aprendizaje de matemáticas implica hacer relaciones matemáticas.

En seguida, contemplamos la valoración de conocimientos previos. Dado los indicadores de conocimientos previos y la tabla n°23 se observa que el docente inicia definiendo el concepto de magnitud, por eso, es lógico, afirman que el docente no genero situaciones que contemplen los conocimientos previos de los estudiantes y la tabla N°22, Evidencia que los problemas propuestos no estaban en acuerdo al nivel educativo de los estudiantes porque la dificultad no era manejable. Por eso es preciso afirmar en que los indicadores no se cumplen.

Tabla 25

Lista de interacciones didácticas para el análisis de conocimientos previos

1	D	Vamos a empezar con un nuevo tema. Hoy trabajaremos magnitudes proporcionales
2	D	Ponen como título magnitudes proporcionales.
3	D	Haber, ¿Alguien me puede decir que es una magnitud?
4	E	¿Una cantidad? ¿Una expresión? ¿Una proporción?
5	D	Una magnitud es todo aquello que se puede medir. Ej. El tiempo, velocidad, cantidad de personas, cantidad de obreros que trabajan.

Concerniente a la Valoración de diferencias individuales de los estudiantes de la sesión observada, como actividad de ampliación y de refuerzo para superar la comprensión de los significados tabular gráfico y simbólico, se han considerado a la resolución de ejercicios sobre proporcionalidades. No se ha observado aquellas actividades que favorecen agilizar los procedimientos a seguir para resolver los ejercicios, tampoco se ha atendido a la diversidad de diferencias cognitivas ni a los conocimientos previos individuales de los estudiantes. La sesión de clase observada, ha sido una instrucción de tipo magistral, donde el docente ha sido el centro, ello, ha impedido el

apoyo entre estudiantado que podría darse en un trabajo grupal o con la participación individual, comunicando planes de solución, resultados, conjeturas, los algoritmos a seguir, conceptos necesarios. Por consiguiente, afirmamos que los indicadores propuestos para valorar la idoneidad de las actividades de enseñanza para menguar y superar las diferencias individuales, no se ha cumplido.

Respecto a la emergencia y la resolución de los conflictos cognitivos en los estudiantes, se hizo pocos esfuerzos didácticas desde el docente ya que no se ha observado situaciones en donde en docente plantee estrategias erróneas, advierta de errores y dificultades de tipo conceptuales y procedimentales para generar en los estudiantes una discordancia entre el significado de los conceptos de proporcionalidad. Lo que sí se observó fue una secuencia de situaciones a través de preguntas y problemas a resolver que favorecieron a generar una mayor demanda cognitiva de los estudiantes.

Tabla 26

Interacciones para analizar el conflicto cognitivo en los estudiantes

13	D	Ejemplo: ¿en esta puerta de la universidad, si pones más trabajadores, harán más obra o menos obra?												
14	E	Menos obra												
15	D	Si pongo 100 trabajadores, harán más obra sí o no												
16	E	Más obras												
17	D	entonces, más trabajadores												
18	E	Más obras												
19	D	Este caso estamos hablando de dos magnitudes directamente proporcionales Si observamos la tabla de los números, ¿qué interpretaríamos sobre los datos como 3 y 1, 6 y 2?												
34	D	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>N° plátanos</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>N° de cajas</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> </table>	N° plátanos	3	6	9	12	15	N° de cajas	1	2	3	4	5
N° plátanos	3	6	9	12	15									
N° de cajas	1	2	3	4	5									
		¿Qué regularidad se observa cuando dividimos uno por uno?												
51	D	Como graficarían magnitudes directamente proporcionales y magnitudes inversamente proporcionales, ¿cuál sería la gráfica de cada una de ellas?												
		¿En un plano cartesiano?												
		Profesor, ¿cómo podríamos graficar? Graficar utilizando la tabla de valores.												
52	E	¿Cuál sería el eje x y el eje Y?												
		¿Con que valores graficaríamos?, no sabemos cómo graficar ayudar, Profesor.												



Por último, en este párrafo evaluamos las evaluaciones dadas en el desarrollo de la sesión de clase, en ese sentido: Durante la sesión se observó una evaluación de tipo formativa en el momento inicial (diagnostica) y procesual (formativa) por medio de la heteroevaluación, que busco conocer y responder la apropiación de los significados de tipo intuitivo cualitativo y aritmético de los estudiantes con el fin de reforzar esos aprendizajes durante el proceso. Durante el proceso de la instrucción no se observó una evaluación de tipo coevaluativa y autoevaluación que se enfocaría en el logro de competencias sobre proporcionalidad, en sus aspectos como: comprensión conceptual y proporcional; comunicativa, argumentativa, fluencia procedimental, comprensión situacional, modelización y generalización.

Tabla 27

Interacciones didácticas para verificar los tipos de evaluación.

3	D	Haber, ¿Alguien me puede decir que es una magnitud?
4	E	¿Una cantidad? ¿Una expresión? ¿Una proporción?
13	D	¿En esta puerta de la universidad, si pones más trabajadores, harán más obra o menos obra?
14	E	Menos obra
15	D	Si pongo 100 trabajadores, harán más obra sí o no
16	E	Más obras
17	D	entonces, más trabajadores
18	E	Más obras
19	D	Este caso estamos hablando de dos magnitudes directamente proporcionales
122	D	Se tienen dos longitudes A y B, son inversamente proporcionales cuando valor de a aumenta en 25% y B varía en 6 unidades.
		- Este ejercicio es muy sencillo, es el más fácil de la práctica dirigida.
123	D	- El planteamiento es el más difícil, es como plantear ecuaciones. La resolución debería ser simple.
	D	Cuando es el 25% de algo
	E	Un cuarto
	D	¿Aumenta en 25%? ¿Cuándo es $A + A/4$?
	E	Como va a ser $A/4$
		Chicos, es una simple suma de fracciones
		Nos dice que A aumenta en 25%, eso es lo mismo que A más 25%.
124	D	$A + \frac{A}{4} = \frac{5a}{4}$



En líneas arriba se presentó el análisis de idoneidad cognitiva según los componentes cognitivos. Para el análisis se consideró tres aspectos fundamentales: la evidencia; que vienen a ser los episodios de clase, los componentes de idoneidad con sus respectivos criterios empíricos (comprensión, competencia relación, conocimientos previos, etc.) y el juicio valorativo, que puede tomar valores de grado bajo, medio y alto. Para visualizar el desarrollo del análisis de manera más efectiva y explícita se presenta una tabla de valoración de idoneidad cognitiva, el cual es una síntesis de la valoración de los criterios según la escala de valoración.

Tabla 28

Aplicación de criterios de idoneidad cognitiva

Componentes	Indicadores	2	1	0
Significados personales (Aprendizaje)	Comprensión			
	Las prácticas realizadas por los estudiantes (gráficos, explicaciones, diálogos) ante las situaciones propuestas permiten valorar la comprensión de los estudiantes en aspectos como procedimientos, proporciones y conceptos de proporcionalidad			x
Relaciones	Competencia			
	En las practicas realizadas por los estudiantes como respuesta a situaciones problemáticas, se evidencia la aplicación de conceptos fundamentales de magnitud, efecto, logrando la competencia comunicativa, argumentativa y fluencia procedimental.			x
Conocimientos previos	En las practicas realizadas por los estudiantes permite afirmar que el estudiante comprende la relación entre objetos de proporcionalidad (razón, proporción, relación de proporcionalidad, función lineal etc.) y entre significados.			x
	Se contempla y se considera los saberes previos fundamentales para que los estudiantes sean capaces de establecer conexiones entre objetos y para abordar situaciones problemáticas de complejidad creciente.			x
Diferencias individuales	Los significados pretendidos son digeribles para la capacidad cognitiva de los estudiantes.			x
	Se proponen actividades orientadas a la ampliación y de refuerzo del razonamiento proporcional	x		
Conflictos cognitivos	Se favorece el logro de significados pretendidos a todo el estudiantado de la sesión, a través de estrategias de enseñanza, evaluación, participación activa o de situación matemáticas.			x
	Se emplea estrategias y situaciones de promueva desequilibrio en los estudiantes.			x
	Ser presentan situaciones de proporcionalidad de diferentes niveles de dificultad			x
Evaluación	Se da conocer al estudiantado sobre los errores y dificultades en el que se podría incurrir.			x
	Se da importancia en los resultados erróneos y correctos de las evaluaciones con la finalidad de afianzar los aprendizajes.	x		
	Es pertinente el tipo de evaluación para verificar el logro de significados pretendidos o capacidades y competencias matemáticas (generalización, argumentación, fluencia procedimental, etc.)			x
	El diseño de la evaluación está orientado de acuerdo a los niveles de comprensión y competencia.			x



4.1.5. Valoración de la idoneidad interaccional

¿El docente presenta el tema de manera clara y bien organizada? ¿Incide precisamente en conceptos claves, actúa de manera pausada según al nivel educativo?

El docente, luego de presentar la temática de la sesión de clase (2D), se plantea preguntas referidas al concepto de magnitud y de tipos de magnitudes (3D-8D). En seguida, se introduce preguntas para caracterizar y diferenciar situaciones de magnitudes directamente e inversamente proporcionales y la noción de constante de proporcionalidad, con ejemplos como “¿en esta puerta de la universidad, si pones más trabajadores, harán más obra o menos obra?” (13D). Luego de establecer los principios fundamentales de proporcionalidades, el docente pretende desarrollar los significados simbólicos, la ecuación de magnitudes directamente e inversamente proporcionales, para se plantea otra situación basada en operaciones numéricas (significado aritmético) para que los estudiantes encuentren algún padrón de relación entre los valores de cada magnitud a través de la división y multiplicación, según eso, generalizar tales regularidades (35D y 9D). En (51D) se presenta una situación de construcción de gráficas sobre magnitudes directamente e inversamente proporcionales, en (52E) los estudiantes evidenciaron falta de conocimientos previos para elaborar la gráfica a partir de los datos tabulados en la situación anterior; la siguiente tarea ha sido interpretar la gráfica como respuesta a ello fue la dificultad de los estudiantes en distinguir una de otra y por qué.

Según lo descrito, se observa que el docente, para desarrollar la temática de magnitudes, se ha basado en un sistema de preguntas y respuestas y no ha



considerado en hacer un diagnóstico a los estudiantes sobre sus conocimientos previos para desarrollar el significado tabular gráfico. La metodología basada en sistemas de preguntas y repuestas ha convertido a la sesión de clase en una clase de tipo magistral de inicio hasta el final, esto se debe por no plantear una situación problema de la cual emergiera los principios fundamentales de la magnitud y por no trabajar socialmente. Por tanto, podemos afirmar que las situaciones presentadas durante la sesión de clase no estaban articuladas entre sí.

¿La interacción busca resolver los conflictos semióticos y cognitivos de los estudiantes? ¿Se da importancia a los gestos faciales, a las preguntas y silencios de los estudiantes?

En la sesión de clase no se observó solo algunas estrategias de evaluación (26D, 28D) estas estrategias obedecen prácticamente a significados parciales del momento a través de preguntas guía (38D) y preguntas que requerían la aplicación de lo aprendido por los estudiantes (32D), ante ello, el docente plantea otras situaciones de menor complejidad (34D). Creemos que un aprendizaje cooperativo, colaborativo o grupal ósea, un aprendizaje social, permitiría al docente identificar casi la totalidad de los conflictos de significado existentes, porque algunos de ellos se resolverían dentro del grupo. Por eso podemos afirmar que la pregunta se cumple medianamente.

¿Se fomenta conceso entre el estudiante y docente con base al argumento más apropiado?

Este tipo de situaciones basadas en el mejor argumento solo tuvo lugar en la construcción del significado simbólico. Mientras tanto, la situación planteada por el docente estaba destinada para que los estudiantes establezcan relaciones



generales sobre magnitudes a partir de situaciones particulares (34D-48E), en las cuales se observó de alguna manera en la dialéctica docente y estudiantes argumentos contruidos a partir de las actividades o aportes de los estudiantes. En el resto de las situaciones no se observó aportes válidos para la construcción de significados. Por tanto, se considera medianamente complica la pregunta.

¿Se emplea recursos que llaman la atención de los estudiantes, así como recursos retóricos (tono de voz) y argumentativos (ejemplos, proposiciones)?

El docente, luego de presentar a los estudiantes los conceptos o significados de magnitudes, precisamente, los elementos como inversa y directamente proporcional, a través de un marco puramente de preguntas y respuestas, planteó una situación de ejemplificación de los significados presentados (13D y 21E). Evidentemente, los estudiantes, luego de haber tomado el conocimiento, desean verificar la viabilidad en la resolución de ejercicios o verse involucrados en una dialéctica entre el docente y estudiante. Esto es importante porque permite captar atención de los estudiantes. Mientras tanto, la construcción de las gráficas (51D) de proporcionalidad, el docente plantea una pregunta que tiene como intención en los estudiantes a proponer una serie de actividades que le permita observar una serie de regularidades por medio de la multiplicación y división para después institucionalizar tales regularidades bajo el concepto de constante de proporcionalidad, el objetivo de estas situaciones es muy fundamental para los estudiantes, ya que se sienten invitados a ser protagonistas en la construcción del conocimiento matemático. Según lo expuesto podemos afirmar de qué la pregunta se cumple parcialmente.



¿Se promueve la inclusión del estudiante al medio didáctico (docente, estudiante y saber)?

En la clase observada, sobre la noción de magnitud (3D), sobre la propiedad fundamental de magnitudes (13D), sobre la constante de proporcionalidad (22D), verificación de constante de proporcionalidad en ejemplos prácticos (32D) y las situaciones propuestas para la construcción de gráficas de proporcionalidad (51D), de estas situaciones en su conjunto, se puede caracterizar como situaciones de dialéctica, donde el docente comienza para cada concepto de proporcionalidad planteando preguntas abiertas para todos los estudiantes favoreciendo una participación masiva, donde los estudiantes tiene la oportunidad para responder y expresar sus conflictos. Pero, Por otra parte, los estudiantes que tenían dificultades estuvieron ausentes en las participaciones de la sesión de clase sin expresar ninguna pregunta, a las cuales, el docente no introdujo ningún planteamiento didáctico para superar tales dificultades. Por tanto, se promueve una inclusión de todos los estudiantes en la dinámica de la clase a través de un sistema didáctico, pero esta, tiene un alcance solo para número reducido de estudiantes.

Componente: Interacción entre discentes

¿Se promueve la interacción social dentro de la sesión de clase (diálogo y comunicación de saberes matemáticos)?

Las situaciones identificadas (52E, 53D, 56E, 57D) evidencia un cuadro dialógico entre el estudiantado y el docente en torno a significado tabular gráfico, sin embargo, no se observa ninguna situación en el que podamos encontrar un cuadro dialógico entre estudiantes que permitiera. La situación de la sesión de



clase se centró en un aprendizaje individual con una interacción fuerte con el docente, pues el docente era quien exponía el conocimiento matemático referido a proporcionalidades.

¿Situación de discusión entre los estudiantes hasta llegar a un punto de consenso, en el que se pone en juego la validez de sus proposiciones, argumentos)?

En la unidad de análisis (21E), el estudiante muestra una iniciativa de exploración “¿profesor, que es una constante?”, y con la ayuda del docente, los estudiantes concluyen que es un valor numérico que se manifestara en cada división o multiplicación de los valores de las magnitudes que están en relación. En la unidad de análisis (40E y 42E), los estudiantes son participe en la construcción o formulación del significado aritmético y simbólico, aunque con la ayuda del docente. En la parte (52E) los estudiantes se muestran bastante partícipe en la construcción de las gráficas y su interpretación correspondiente a las magnitudes proporcionales encaminas por las actividades propuestas por el docente (53D). De las cuales se desprende que los estudiantes poseen ciertas dificultades en cuestiones de validación e institucionalización y formulación de procedimientos, operaciones y estrategias de solución, ya que observamos bastante intervención del docente en tales cuestiones.

Componente: Evaluación formativa.

¿El docente hace una observación sistemática de la construcción de los significados pretendidos, para después responder al aprendizaje del estudiantado?



Con respecto al análisis, primero, describimos y analizamos los casos particulares:

- Se observa que el docente, en forma discursiva, introduce las propiedades y del comportamiento (principios de proporcionalidad) de entre las magnitudes (20D). También observamos que el docente propone ejemplos para verificar los principios de proporcionalidad directa e inversa (13D). Con base en lo descrito, el docente estuvo atento a la actividad cognitiva de los estudiantes.
- Discursivamente, el docente refiere que la constante de proporcionalidad se halla por cociente y de su aplicabilidad en la resolución de ejercicios (9,10D) y en seguida se propone un ejercicio para que los estudiantes verifiquen la implicancia de la constante de proporcionalidad (34D) para llegar a la generalidad. Atendiendo a lo descrito, la intención didáctica del docente estuvo pendiente a la comprensión de los estudiantes sobre principios de proporcionalidad.
- Se introduce situaciones que solicitan al estudiante a graficar la relación de dos magnitudes (51,52D), para ello el docente participa activamente en la construcción de las gráficas de proporcionalidad según las necesidades de los estudiantes. Lo descrito refiere que el docente encamina la actividad cognitiva de los estudiantes.
- en las situaciones problemáticas propuestas por el docente (86, 66, 92D), se observa que los estudiantes no logran resolver los problemas de aplicación, es el docente es quien resuelve los ejercicios en su totalidad (88, 101d). La respuesta didáctica a la dificultad de los estudiantes no se hizo ver.



A partir del análisis de los tres primeros casos particulares, se observó una vigilancia del proceso cognitivo de los estudiantes en la construcción del significado simbólico a partir de significados aritméticos. El último caso, evidencia la dificultad de los estudiantes en la resolución de problemas, respecto a ello, no se observó una decisión de parte del docente. Según casos de análisis, los indicadores de evaluación se cumplieron medianamente.

Tabla 29

Aplicación de criterios de idoneidad interaccional

Componentes.	Indicadores.	2	1	0
Interacción docente – discente	El docente presenta el tema de manera clara y bien organizada. Incide precisamente en conceptos claves, actúa de manera pausada según al nivel educativo.			x
	La interacción busca resolver los conflictos semióticos y cognitivos de los estudiantes. Se da importancia a los gestos faciales, a las preguntas y silencios de los estudiantes.		x	
	Se fomenta conceso entre el estudiante y docente con base al argumento más apropiado.		x	
	Se emplea recursos que llaman la atención de los estudiantes, así como recursos retóricos(tono de voz) y argumentativos (ejemplos, proposiciones)		x	
	Se promueve la inclusión del estudiante al medio didáctico (docente, estudiante y saber)		x	
Interacción entre discentes	Se promueve la interacción social dentro de la sesión de clase (diálogo y comunicación de saberes matemáticos)			x
	Situación de discusión entre los estudiantes hasta llegar a un punto de consenso, en el que se pone en juego la validez de sus proposiciones, argumentos.			x
Autonomía	Se observa momentos en que el estudiante es consiente del reto matemático, por tanto asume situaciones de exploración, formulación y validación.		x	
Evaluación formativa	El docente hace una observación sistemática de la construcción de los significados pretendidos, para después responder al aprendizaje del estudiantado.		x	



4.2. DISCUSIÓN.

Para la discusión de resultados se tomó en cuenta a antecedentes, como tesis o investigaciones llevadas a cabo en el marco del EOS. Para valorar la idoneidad didáctica de la sesión de clase sobre proporcionalidades ha sido necesario caracterizar en términos de significados de referencia los contenidos sobre proporcionalidad propuestos en los libros de matemática del Ministerio de Educación y en los libros particulares. Por tal motivo, la presente investigación desarrollo una configuración epistémica minuciosa de los sistemas de prácticas referidos a proporcionalidades propuestas en los libros del Misnisterio de Educacion y en particulares, de esta manera se determinó cinco tipos de significados de referencia: intuitivo cualitativo, aritmético, tabular gráfico, significado analítico gráfico y simbólico.

El estudio que dasarrollaro previamente la construcción de significados de referencia ha sido Burgos & Godino (2020) quien al proponer un “Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria” hacen una tipificación de los significados según los niveles de algebrización referido a proporcionalidades, en ello, como primer paso establecen los significados de tipo: intuitivo cualitativo, aritmético, aritmético al protoalgebraico, protoalgebraico, algebraico funcional, familia de funciones lineales, y el significado de aplicaciones lineales. ¿de estos significados, coencidimos plenamente con el primer significado, luego coencidimos parcialmente con el segundo y tercero, según nuestro análisis, en el fondo hacen referencia a las operaciones de división y multiplicación con datos numéricos de las magnitudes, por eso, hemos considerado estos dos significados como un solo significado bajo la denominación de significados aritmético.



En el estudio realizado por Caldas (2021) para el “análisis y valoración de un proceso de instrucción de la función a fin” han establecido cuatro significados fundamentales referidos a funciones afines, las cuales son: significado simbólico, analítico de la función, tabular gráfico y significado variacional de función a fin. Nuestra investigación coincide plenamente con tres de ellos: simbólico, analítico, tabular gráfico por su carácter representativo a los distintos modos de práctica matemática. De manera que tenemos cinco tipos de significados de referencia establecidos, que representan a la totalidad de prácticas sobre proporcionalidad que son competentes a los estudiantes de educación secundaria.

Con base en las investigaciones citadas en líneas arriba, hemos considerado como significados pertinentes a magnitudes y proporcionalidades y al nivel de estudio matemático (secundaria), básicamente cinco tipos de significado: significado intuitivo cualitativo, tabular gráfico, aritmético, simbólico y analítico. Consideramos que estos significados deben desarrollarse en la educación secundaria.

El estudio tuvo también como propósito construir los descriptores empíricos de idoneidad didáctica en su dimensión epistémica, cognitiva e instruccional para saber qué tan idóneo fue el proceso de instrucción de proporcionalidades a los estudiantes de cuarto grado de la IES “José Carlos Mariátegui” por un docente de matemática. Nuestra investigación ha llegado a establecer un sistema de descriptores empíricos para determinar la idoneidad de la sesión de clase observada. Cada dimensión de la idoneidad cognitiva, epistémica e interaccional está configurada con componentes que han sido objeto de estudio en investigaciones previas. Para explicitar estos criterios adaptados, presentamos una tabla que esboza el conjunto de componentes configurados tanto para la dimensión epistémica, cognitiva e interaccional

Tabla 30

Componentes de idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional

	Idoneidad Epistémica	Idoneidad Cognitiva	Idoneidad Interaccional
Significados	Situación problema	aprendizaje	Interacción docente y docente.
	Lenguaje	Relaciones	Interacción docente
	Conceptos	Conocimientos previos	Autonomía
	Proposiciones	Diferencias individuales	Evaluación formativa
	Procedimientos	Conflicto cognitivo	
	Argumento	Evaluación	
Relaciones			

En los últimos estudios, Caldas (2021) establece un sistema de indicadores de idoneidad didáctica, que no está sujeta a la definición de idoneidad epistémica, el cual es entendida como el grado de representatividad de los significados institucionales implementados respecto a un significado de referencia, Caldas propone como componentes de idoneidad epistémica a errores, Ambigüedades, riqueza de procesos y representatividad, con las tres primeras componentes no coincidimos porque no verifica la representatividad de significados pretendidos; la última, pretende verificar a través de cuatro indicadores los componentes de idoneidad epistémica (situaciones problemas, lenguajes, reglas, argumentos y relaciones) propuesto por Godino (2013).

Los mientras tanto los descriptores propuestos en nuestro estudio coinciden con dos de los componentes epistemológicos y en sus respectivos descriptores propuestos por Castillo (2022) quien, propuso un sistema de descriptores de idoneidad epistémica para valorar la idoneidad didáctica de los capítulos de libros referidos a temas de proporcionalidades basadas en cuatro componentes: significado, relaciones, procesos y conflictos epistémicos, ya que dos de las cuales son capaces de verificar la representatividad de los significados; pero, de los otros dos de los componentes de



idoneidad epistémica, consideramos que están involucrados implícitamente en el componente de significados, precisamente en conceptos, proposiciones y argumentos, por tanto, sería redundante en considerar en su totalidad.

Además, los descriptores de idoneidad epistémica del presente estudio están en relación con los descriptores de idoneidad epistémica propuestos por los autores principales del Enfoque Ontosemiótico. Godino (2011) quien, plateo tales indicadores en una versión general para toda actividad matemática, agrupados en seis categorías: situaciones problemáticas, lenguajes, reglas, argumentos y relaciones. Dichos indicadores en nuestro estudio han sido objeto de particularización considerando los estudios previos relacionados también a temas de magnitudes y proporcionalidades.

Roselló (2018) hace un estudio relacionado con temas de proporcionalidad. En su marco teórico, hace notar la importancia del razonamiento proporcional en el ámbito de la didáctica, como uno de los componentes importantes del pensamiento formal y que es alcanzado en la adolescencia. Pues, los objetos relacionados con proporcionalidades requieren el razonamiento de tipo proporcional porque están determinadas por la variación y comparación; estas a su vez están presentes en objetos de álgebra, aritmética y geometría. De manera que hemos comprendido que a partir de la relevancia que implica el razonamiento proporcional, se han generado diversas investigaciones en su modalidad explicativa y descriptiva en el marco del conocimiento matemático. Estas investigaciones han consistido básicamente en la valoración de procesos de enseñanza, valoración de lecciones propuestos en los textos escolares y planificación de propuestas didácticas sobre proporcionalidad en el marco de enfoque Ontosemiótico y su idoneidad didáctica, tanto en su dimensión epistémica, cognitiva e interaccional. Para ilustrar lo expuesto tenemos a Roselló (2018), quien para la evaluación de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza de proporcionalidades toma como referencia los componentes de idoneidad



cognitiva propuestos por el EOS; pero sin embargo, los descriptores los componentes de idoneidad han sufrido una radical adaptación, que es básicamente para valorar un proceso de enseñanza. otra investigación relacionada a nuestro campo de estudio es de Castillo et al (2022), este estudio tuvo como objetivo elaborar componentes y criterios de idoneidad didáctica a raíz de criterios generales de idoneidad para hacer el análisis de lecciones de los libros de texto de matemáticas referidas a temas de proporcionalidades. Los componentes de idoneidad adaptados se dividen en significados personales, relaciones, conocimientos previos, diferencias individuales, conflictos cognitivos y evaluación; pues se observa claramente que estos componentes marcan una diferencia considerable de los componentes generales dado a su objeto de estudio que es básicamente el análisis de textos. Asimismo, los criterios o descriptores de estos componentes adaptados han sufrido un proceso de particularización y adaptación según los componentes dados. A partir de estos estudios previos, se desprende la idea que los componentes y sus descriptores de idoneidad van variando según la naturaleza de estudio y al conocimiento matemático en específico.

En nuestro estudio hemos adaptado estos componentes y descriptores para el análisis y valoración de un proceso de enseñanza de proporcionalidades a partir de investigaciones previas. Para la idoneidad cognitiva; en su componente aprendizaje hemos considerado la noción de comprensión y competencia, ya que el aprendizaje implica comprensión y aplicación de lo aprendido; hemos considerado el componente conocimientos previos, planteado por Juan Godino; el componente adaptaciones curriculares a las diferencias individuales ha sido considerada como diferencias individuales, dado que el tema de estudio es el análisis y valoración de una sesión de clase y no la planificación de una unidad didáctica u otro; el componente evaluación, conflictos



cognitivos y relaciones han sido tomadas a partir de otras investigaciones, pues consideramos que son pertinentes a la naturaleza de nuestro estudio.

En las investigaciones previas referidas en evaluar o valorar la idoneidad interaccional, tal es el caso de Palacios (2014), en el que se observa que los descriptores de idoneidad interaccional se emplean los mismos indicadores propuestos por Godino (2011), lo mismo ocurre en la investigación llevada a cabo por Castillo et al (2022) . Por eso, en el presente estudio hemos considerado los criterios generales de idoneidad interaccional. Hemos considerados los criterios como interacción docente y discente, interacción entre alumnos, autonomía y, por último, evaluación formativa con sus respectivos indicadores empíricos. Según las evidencias citadas, afirmamos que no existe una particularización de criterios de idoneidad interaccional y consideramos que no es necesario puntualizar estos criterios ya que los criterios generales de idoneidad interaccional cuentan con suficiente propiedad valorativa.

Ahora, las valoraciones producidas a partir de la sesión de clase observada, según la descripción de los indicadores presentada por Castillo et al (2022), no se ha observado en el componente problemas el significado intuitivo o informal referido a magnitudes proporcionales, esto es importante, ya que Aroza et al (2016) refiere que una intervención didáctica debe basarse en la generación de situaciones asociadas a la noción de razón y con un alto contenido de comparaciones proporcionales cualitativas; de decir, de carácter intuitivo, cualitativo dirigido, hacia la meta de formalización y la algoritmización. Pero, sin embargo, se observó el desarrollo de otros significados esbozados según la configuración epistémica a base de los contenidos examinados en los textos de matemática. Por tanto el subcomponente problemas cumple mediamente con los criterios de idoneidad epistémica, el cual difiere radicalmente con los hallazgos de Caldas (2021),



quien hace una valoración epistémica desde el punto de vista de: errores, ambigüedad, representatividad y la riqueza de procesos.

Desde nuestra perspectiva, es fundamental luego de presentar la temática a los estudiantes, presentar una situación problemática que involucre un significado intuitivo cualitativo, tal cual como propone Aroza et al (2016), quien sostiene que al proponer este tipo de significado, en consecuencia, los estudiantes, en la resolución de problemas, han de partir de estrategias y respuestas informales para que sean reconducidos a la adquisición y construcción de conceptos formales como razón, constante de proporcionalidad, magnitudes inversamente y directamente proporcionales. Siguiendo con nuestra perspectiva, los demás sub componentes de idoneidad epistémica como conceptos, lenguaje, proporciones, argumentos y relaciones deben subordinarse y desprenderse de una situación problema cualitativo, solo así podría satisfacer la intervención didáctica observa a los criterios de idoneidad.

Para la construcción de conceptos fundamentales de proporcionalidad, se han propuesto un conjunto situaciones problemas para construir cada una de los conceptos, simultáneamente y por efecto de estos problemas, los estudiantes no han sido capaces de formular proposiciones y argumentos fundamentales sobre razón, proporcionalidad, constante de proporcionalidad, inversa y directamente proporcional, así como aquellas proposiciones satisfactorias para distinguir el tipo de proporcionalidad durante la resolución de problemas. Estas evidencias no se condicen con la descripción de indicadores de idoneidad epistémica.

Haciendo un balance general del cumplimiento con los criterios de idoneidad, la sesión de clase observada, presenta una baja idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional, este resultado también es coincidente con los hallazgos de Leiva (2021),



quien hace una valoración baja a todos los componentes la dimensión cognitiva, afectiva e interaccional. Pero, en el estudio realizado por Bencomo & Godino (2006) el proceso de estudio presenta un alto grado de idoneidad interaccional y resalta que los formatos de interacción de tipo dialógico y de trabajo cooperativo tendrán mayor grado de idoneidad interaccional que las de tipo magistral y trabajo individual. Efectivamente, la instrucción observada presentaba un trabajo pedagógico con carácter magistral e individual, el cual ha impedido superar los conflictos epistémicos. Respecto a la idoneidad epistémica, Bencomo & Godino (2006) indica que una alta idoneidad didáctica está asociada a momentos de generación de problemas (problematización), evidentemente estamos de acuerdo con ello, pero este debe estar acorde al nivel educativo y correlativas armoniosamente, este último no se ha observado en la sesión de clase observada.



V. CONCLUSIONES

Primera: Como resultado de estudio, la sesión de clase observada presenta un bajo grado de idoneidad didáctica, estos resultados también se manifiestan en el estudio de Caldas (2021) y en otros estudios similares, una de ellas es de Gonzales(2012). Para la concreción de estos resultados se tuvieron que lograr los objetivos específicos propuestos, el primero fue determinar los significados referenciales que se manejan en la instituciones públicas y privadas, el segundo fue la adaptación de los criterios de idoneidad didáctica referido netamente a proporcionalidades y por último fue la aplicación de estos criterios adaptados a las unidades de análisis. A partir de los resultados obtenidos, para lograr un alto grado de idoneidad didáctica de una sesión de clase de matemática, el docente debe contar con conocimientos didáctico matemáticas referidas a un tema en específico.

Segunda: En nuestra investigación ha sido necesario conocer los tipos de significados de proporcionalidad. Por eso, hemos determinado los significados referenciales sobre magnitudes y proporcionalidades, en base una revisión epistemológica de los sistemas de prácticas observadas en los textos de matemática y en los artículos publicados, el cual ha hecho posible la configuración de los siguientes significados referenciales: intuitivo cualitativo, aritmético, simbólico, tabular gráfico y analítico. Los significados mencionados representan a ciertas prácticas matemáticas que versan en los textos preuniversitarios y propuestos por el ministerio de educación. De la experiencia de establecer significados de proporcionalidad podemos aseverar lo siguiente: en una planificación didáctica, los significados pretendidos se deben ajustar a los conocimientos previos de los estudiantes, en caso de que



estos no cuentos con conocimientos previos sobre proporcionalidad, se debe trabajar primero con significados intuitivos.

Tercera: Dado que la enseñanza de magnitudes y proporcionalidades es un conocimiento matemático específico, por tal motivo, nuestro estudio ha requerido la adaptación de criterios de idoneidad didáctica para valorar el grado de idoneidad didáctica de la sesión de clase observada. La adaptación de los criterios de idoneidad instruccional ha sido en base a los criterios generales propuestos en el marco del enfoque ontosemiótico. La adaptación de criterios de idoneidad cognitiva y epistémica ha sido en base a los artículos e investigaciones previas referidas netamente al razonamiento proporcional y magnitudes proporcionales, También se tuvo en cuenta la naturaleza de nuestro estudio, y los criterios generales de EOS; pues no era lo mismo tomar los indicadores propuestos para la valoración de lecciones o capítulos de textos referidos a una temática o de una planificación de unidad didáctica que la valoración de una sesión de clase desarrollada. A partir de esta experiencia, afirmamos que llevar a cabo una investigación basada en la teoría de idoneidad didáctica, los criterios e indicadores de idoneidad planteados por EOS y de otros estudios, deben sufrir modificaciones a según a la naturaleza de estudio y al conocimiento matemático en específico.

Cuarto: La sesión de clase observada presenta un bajo grado de idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional. El bajo grado de idoneidad didáctica, se debe principalmente a la intervención del docente en el aula, quien no presenta significados de tipo cualitativo o significados en base a los conocimientos previos del aula al inicio de la sesión de clase, que son necesarios para activar los razonamientos, argumentos, procedimientos en los estudiantes para



construirlos significados pretendidos, la misma que son tomados en cuenta en los criterios de idoneidad epistémica. Y desde punto de vista interaccional, el trabajo de los estudiantes ha sido de manera individual, no se ha observado el trabajo colectivo o grupal ni la socialización de los significados logrados, lo que se observo es una sesión de clase fue una clase de tipo magistral o expositiva ya que las preguntas realizadas hacia el estudiante lo lograban su objetivo, de manera que el docente se vio en la necesidad reducirse a un modo discursivo o expositiva. Por eso, la sesión de clase presenta un bajo grado de idoneidad interaccional. Las situaciones descritas y el planteamiento didáctico del docente sean reflejados en la comprensión y competencia de los estudiantes, esto se observó en la resolución de problemas, en definitiva, la sesión de clase presento un bajo grado de idoneidad cognitiva.



VI. RECOMENDACIONES

- Primera:** Se recomienda hacer una investigación de tipo bibliográfica con el objetivo de recopilar los conocimientos didácticos matemáticas sobre proporcionalidades generadas en las investigaciones. El conocimiento didáctico matemático es importante para fortalecer las competencias didáctico matemáticas de los docentes de nivel secundario en el ámbito de la didáctica de la matemática.
- Segundo:** Se recomienda hacer una investigación en base a las herramientas teóricas de EOS, de tipo bibliográfico o de otra forma, con el fin de determinar los tipos de significados de proporcionalidad que se pretenden en la Educación Básica Regular en la región de puno.
- Tercera:** Se requiere hacer una investigación que tenga como finalidad de seguir adaptando criterios de idoneidad para dimensión epistémica y cognitiva referidos específicamente a otro conocimiento matemáticos en específico: funciones trigonométricas, concepto de radian, etc.
- Cuarta:** En el presente estudio, no se ha encontrado un buen número estudios referidos a determinar la idoneidad didáctica de una sesión de clase de proporcionalidades. Por lo tanto, se sugiere seguir efectuando investigaciones que determinen el grado de idoneidad didáctica de las sesiones de clase referidas a magnitudes o de otras temáticas.



VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abela, J. A. (s. f.). *Las técnicas de Análisis de Contenido : Una revisión actualizada* . 1-34.
- AlzinaBisquerra, R. (2009). *Fundamentos y naturaleza de la investigacion educativa*.
- Àngel, A., & Marta, D. (2010). *tabla de fragmento de descripcion utilizar*. 7-32.
- Aroza, C. J., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2016). Iniciación a la innovación e investigación educativa mediante el análisis de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad. *Aires*, 6(1), 1-29.
https://www.researchgate.net/profile/Pablo_BeltranPellicer/publication/334544988_Iniciacion_a_la_innovacion_e_investigacion_educativa_mediante_el_analisis_de_la_idoneidad_didactica_de_una_experiencia_de_ensenanza_sobre_proporcionalidad/links/5d308732299b
- Bertorello, N. (2020). *Análisis de la Idoneidad Didáctica de una propuesta de enseñanza de educación primaria para el eje : Estadística y Probabilidad*.
- Burgos, M., & D. Godino, J. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad. Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 18, 1-20.
<https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.255>
- Caldas Leiva, N. W. (2021). *Analisis y valoracion de un proceso de instruccion de la funcion a afin por un profesor de secundaria*. 89.
- Carlos, J., & Guillermo, L. (2015). *El papel de la descripción en la investigación cualitativa*. 175-189.
- Castillo, María José, Burgos, M., & Godino, J. D. (2022). Competencia de futuros



- profesores de matemáticas para el análisis de la idoneidad didáctica de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto. En *Educación Matemática* (Vol. 34, Número 2). <https://doi.org/10.24844/em3402.02>
- Castillo, Maria Jose, Navarro, B., & Godino, J. (2022). *Guia de analisis de lecciones de libros de texto de matematicas en el tema de proporcionalidad*. 36(1), 1-19.
- Everaert-desmedt, N., & Balmaceda, H. (2004). La semiótica de Peirce. *An Introduction to Applied Semiotics: Tools for Text and Image Analysis*, 1-14.
<http://www.signosemio.com/peirce/semiotics.asp>
- Fajardo, C. (2019). *Descripción de procesos matemáticos en prácticas argumentativas in argumentative practices*. <https://doi.org/10.24844/EM3103.03>
- Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2008). *Modelo para el análisis didáctico en educación matemática*. 33(2008), 1-18.
- Garcés Córdova, W. (2013). *Análisis Didáctico como Herramienta para Determinar el Grado de Idoneidad de las Tareas sobre Ecuaciones Lineales entre la Educación Secundaria y la Educación Superior Tecnológica*.
- García Palacios, C. A. (2014). *Criterios de idoneidad didáctica como guía para la enseñanza y el aprendizaje del valor absoluto en el primer ciclo del nivel universitario*.
- Godino, Juan D, Delisa Bencomo, V. (2006). *Analisis y valoracion de la idoneidad didactica de procesos de estudio de las matematicas*. XXVII, 24.
<http://www.ugr.es/local/jgodino>.
- Godino, J., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-335.



- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2019). *El enfoque ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica*. 39(2019), 37-42.
- Godino, J. D. (2002). *Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática*. August.
- Godino, J. D. (2003). Teoría de las Funciones Semióticas. *Facultad de Educación Universidad de Granada*. <http://www.ugr.es/local/jgodino/>
- Godino, J. D. (2011). *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. 1-20.
- Godino, J. D. (2013a). *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. 111-132.
- Godino, J. D. (2013b). *La idoneidad didáctica como herramienta de análisis y reflexión sobre la práctica del profesor de matemáticas*. 1-10.
- Godino, J. D. (2022). *Emergencia , estado actual y perspectivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática*. 2(2), 1-24.
<https://doi.org/10.54541/reviem.v2i2.25>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. 39, 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2020). *El enfoque ontosemiótico : implicaciones sobre el carácter*. 3-15.
- Godino, J. D., & Granada, U. De. (s. f.). *Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico - semiótico de la cognición matemática*.
- Gómez, P, Lupainez, J. (2018). *¿Cuánto aprenden nuestros estudiantes? Evaluación*



censal de estudiantes, 1-9.

González, W. O. L. (2013). El estudio de casos: una vertiente para la investigación educativa. *Educere*, 17(56), 139-144.

<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35630150004>

Henríquez, C. (2017). Evaluación Formativa. *Agencia de Calidad de la Educación*, 36.

https://educrea.cl/wpcontent/uploads/2019/10/Guia_de_Uso_Evaluacion_formativa.pdf

Hernandez Sampieri, R. (2014). *Metodologia de la nvestigacion* (M. G. H. Education (ed.)).

Huayta Ticona, P. (2019). Analisis de objetos y procesos matematicos dearrollados en una sesion de aprendizaje de mateatica desde el enfoque ontosemiotico en el nivel de educacion secundaria. *Tesis*, 1-168.

http://repositorio.unap.edu.pe/bitstream/handle/UNAP/7104/Molleapaza_Mamani_Joel_Neftali.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Martínez Bonafé, J. (1988). El estudio de caso en la investigación educativa. En *Investigación en la escuela* (Número 6, pp. 41-50).

MINEDU. (2019). 2019 Nacional ¿ Qué aprendizajes logran nuestros estudiantes ? ¿ *Qué aprendizajes logran nuestros estudiantes ?*, 0, 24.

Osorio Gonzales, A. R. (2012). *Analisis de la idoneidad deun procesos de instruccion para la introduccion del concepto de probabiidad*. 1-94.

Oyola Vivela, W. J. (2015). *Propuesta didactica a priori basada en criterios de idoneidad para la enseñanza del uso de la media aritmetica y la mediana en estudiantes de educacion secundaria*.



Palacios., S. P. I. (2017). *Manual de investigación cualitativa* (Número March 2014).

Perez Lukashevich, V. E. (2022). *Analisis de la idoneidad didactica de las lecciones de ecuaciones lineales con una incognita del programa «aprendo en casa».*

Roselló, P. (2018). *Evaluacion de la idoneidad didctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad y porcentajes.*



ANEXOS

ANEXO 01. Constancia de ejecución de proyecto de investigación.

 **Institución Educativa Secundaria**
"JOSE CARLOS MARIATEGUI" 
Aplicación UNA Puno

CONSTANCIA

**LA DIRECTORA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SECUNDARIA
"JOSÉ CARLOS MARIÁTEGUI" APLICACIÓN DE LA U.N.A. – PUNO.**

HACE CONSTAR:

Que, el Sr. **JOSE ANTONIO SONCO SONCO**, identificado con DNI N° 71695545, Bachiller en Ciencias de la Educación de la Escuela Profesional de Educación Secundaria de la Especialidad: **MATEMÁTICA**, de la Universidad Nacional del Altiplano, ha ejecutado el instrumento de investigación de su Proyecto de Tesis titulada "**Idoneidad didáctica de una sesión de clase de matemática**", que consiste en la observación de una sesión de clase del Área de Matemática, a los estudiantes del 4° grado "A", el cual fue ejecutado el **día 28 de noviembre del 2022**.

Durante el desarrollo de este proceso, ha demostrado responsabilidad, eficiencia y puntualidad.

Se expide esta constancia para los fines académicos correspondientes.

Puno, 20 de diciembre del 2022

Marlene A. Patiño Byzaguirre
DIRECTORA



ANEXO 02: Guía de observación aplica a la sesión de clase observada.

GUÍA DE OBSERVACIÓN ASISTEMÁTICA DE UNA SESIÓN DE CLASE DE MATEMÁTICA

Docente observado:			
Nombre del observador:			
Fecha: / /	Zona: Urbano	Área: Matemática	Tema:
Nombre de la institución educativa: IES José Carlos Mariátegui “Colegio de Aplicación - Unap”			
Grado: Cuarto	Sección: “A”	Lugar: prov. Puno	
Objetivo del instrumento: registrar la información pertinente a las según las categorías de idoneidad, epistémica, cognitiva y instruccional			

REACTIVOS DE LA OBSERVACION.
1. ¿Se proporciona situaciones para generar y emplear nociones de razón, proporción?
2. ¿Se desarrolla un conjunto de tareas, con criterio de diversidad y representativa (graficar, valor faltante, tabla de valores, etc.) en el que se aplique los principales conceptos de proporcionalidad (razón, constante de proporcionalidad)?
3. ¿Se emplea problemas que involucren situaciones operativas de multiplicación y división entre los valores de las magnitudes para caracterizar las relaciones las magnitudes (IP y DP)?
4. ¿Se introduce problemas que involucre aspectos como cálculo mental para favorecer el razonamiento proporcional?
5. ¿Se propone a los estudiantes situaciones de formulación de problemas que involucre conceptos fundamentales de proporcionalidad (razón, constante de proporcionalidad, proporción)?
6. ¿Para el tema de razón y proporcionalidad, se emplean medios de expresión y representación (tablas, gráficos, ejemplos prácticos, etc.) para modelizar objetos de proporcionalidad?
7. ¿Nivel del lenguaje adecuado a la población estudiantil a la que se Las situaciones discursivas (lenguaje) están de acuerdo al nivel educativo?
8. ¿Se solicita a los estudiantes situaciones de construcción e interpretación de situaciones de razón, relación de magnitudes en sus aspectos gráficos, simbólicos, tabulares?



9. ¿Se muestra a los estudiantes las nociones principales de manera clara, caracterizada y ejemplificada sobre proporcionalidad de acuerdo al nivel educativo?
10. ¿Se introduce situaciones problemáticas que permita la generación y aplicación de nociones principales de magnitudes proporcionales?
11. ¿Se puntualiza con claridad característica fundamental de tipos de relación de magnitudes (multiplicativa y comparativa)?
12. ¿La argumentación constituida por proposiciones, comprobaciones, procedimientos y explicaciones se dan de manera clara y de acuerdo al nivel estudiantil?
13. ¿Se favorece la justificación de los enunciados y proposiciones de los estudiantes a través de razonamientos y métodos de prueba (formales, verbales e intuitivos)?
14. ¿Se presentan de manera clara y correcta los procedimientos fundamentales de razón, proporcionalidad y porcentajes para el nivel educativo correspondiente?
15. ¿Se genera situaciones que propicien la generación y negociación de procedimientos correctos?
16. ¿Se muestra a los estudiantes las proposiciones fundamentales de manera clara, caracterizada y ejemplificada sobre proporcionalidad de acuerdo al nivel educativo?
17. ¿Se establece las proposiciones necesarias para caracterizar una situación de magnitudes proporcionales?
18. ¿Se promueve situaciones que permita al estudiante a emplear propiedades de magnitudes proporcionales?
19. ¿En situaciones de proporcionalidad intervienen otros elementos matemáticos (fracciones, números racionales)?
20. ¿Se hace notar el concepto de razón en el campo de los números (aritmético) y en el campo de magnitudes (valores)?
21. ¿Se identifican, articulan y se desarrollan los cinco tipos de enfoques o significados de la proporcionalidad, así como cualitativo, tabular gráfico, aritmético, analítico y simbólico mediante problemas, representaciones gráficas, relaciones conceptuales, notaciones matemáticas, procedimientos, etc.?
22. ¿Las prácticas realizadas por los estudiantes (gráficos, explicaciones, diálogos) ante las situaciones propuestas permiten valorar la comprensión de los estudiantes en aspectos como procedimientos, proporciones y conceptos de

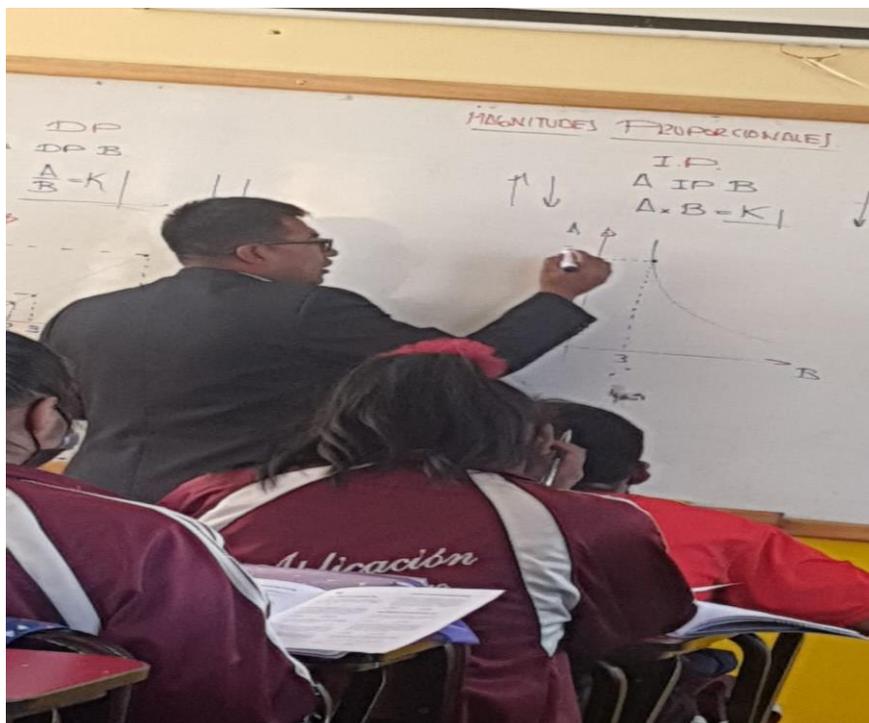


proporcionalidad (razón, magnitudes IP, DP y variaciones, constante de proporcionalidad, etc.)?
23. ¿En las practicas realizadas (practicas operativas y discursivas) por los estudiantes como respuesta a situaciones problemáticas, se evidencia la aplicación de conceptos fundamentales de magnitud, efecto, logrando la competencia comunicativa, argumentativa y fluencia procedimental?
24. ¿En las practicas realizadas por los estudiantes (sea operativa y discursiva) permite afirmar que el estudiante comprende la relación entre objetos de proporcionalidad (razón, proporción, relación de proporcionalidad, función lineal etc.) y entre significados?
25. ¿Se contempla y se considera los saberes previos fundamentales para que los estudiantes sean capaces de establecer conexiones entre objetos y para abordar situaciones problemáticas de complejidad creciente?
26. ¿Los significados pretendidos son digeribles para la capacidad cognitiva de los estudiantes?
27. ¿Se proponen actividades orientadas a la ampliación y de refuerzo del razonamiento proporcional?
28. ¿Se favorece el logro de significados pretendidos a todo el estudiantado de la sesión, a través de estrategias de enseñanza, evaluación, participación activa o de situación matemáticas?
29. ¿Se emplea estrategias y situaciones de promueva desequilibrio en los estudiantes?
30. ¿Ser presentan situaciones de proporcionalidad de diferentes niveles de dificultad (las situaciones nuevas en formato, según el tipo de dato que brinda cada magnitud, etc.)?
31. ¿Se da conocer al estudiantado sobre los errores y dificultades (en sus aspectos conceptuales y procedimentales) en el que se podría incurrir?
32. ¿Se da importancia en los resultados erróneos y correctos de las evaluaciones con la finalidad de afianzar los aprendizajes?
33. ¿Es pertinente el tipo de evaluación para verificar el logro de significados pretendidos o capacidades y competencias matemáticas (generalización, argumentación, fluencia procedimental, etc.)?
34. ¿El diseño de la evaluación está orientado de acuerdo a los niveles de comprensión y competencia?
35. ¿El docente presenta el tema de manera clara y bien organizada?



36. ¿Incide precisamente en conceptos claves, actúa de manera pausada según al nivel educativo?
37. ¿La interacción busca resolver los conflictos semióticos y cognitivos de los estudiantes?
38. ¿Se da importancia a los gestos faciales, a las preguntas y silencios de los estudiantes?
39. ¿Se fomenta conceso entre el estudiante y docente con base al argumento más apropiado?
40. ¿Se emplea recursos que llaman la atención de los estudiantes, así como recursos retóricos (tono de voz) y argumentativos (ejemplos, proposiciones)?
41. ¿Se promueve la inclusión del estudiante al medio didáctico (docente, estudiante y saber)?
42. ¿Se promueve la interacción social dentro de la sesión de clase (diálogo y comunicación de saberes matemáticos)?
43. ¿Situación de discusión entre los estudiantes hasta llegar a un punto de consenso, en el que se pone en juego la validez de sus proposiciones, argumentos.
44. ¿Se observa momentos en que el estudiante es consiente del reto matemático, por tanto asume situaciones de exploración, formulación y validación?
45. ¿El docente hace una observación sistemática de la construcción de los significados pretendidos, para después responder al aprendizaje del estudiantado?

ANEXO 03: Evidencia fotográfica de la sesión de clase observada. Desarrolla el 21 de noviembre de 2022.







ANEXO 04: Descripción de los episodios de clase, desarrollada por un docente de matemática.

Tabla 31

Transcripciones de los episodios registrados de la sesión de clase

Descripción del desarrollo de la sesión de clase sobre magnitudes.

1	D Vamos empezar con un nuevo tema. Hoy trabajaremos magnitudes proporcionales
2	D Ponen como título magnitudes proporcionales.
3	D Haber, ¿Alguien me puede decir que es una magnitud?
4	E ¿Una cantidad? ¿Una expresión? ¿Una proporción?
5	D Una magnitud es todo aquello que se puede medir. Ej. El tiempo, velocidad, cantidad de personas, cantidad de obreros que trabajan.
6	D Ahora, dentro de las magnitudes proporcionales encontramos dos tipos, magnitudes directamente proporcionales e inversamente proporcionales.
7	D Lo que tenemos hacer es deducir la ley de formación de la proporción que se va formar.
8	D DP significa directamente proporcional. Y también tenemos inversamente proporcional.
9	D ¿Cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales? Cuando la constante de proporcionalidad se halla por cociente
10	D Entonces yo tengo una magnitud A, entonces te va decir el ejercicio, A es directamente proporcional a B. entonces como lo vas colocar, cuando es directamente proporcional, la constante de proporcionalidad se halla por cociente, entonces dirás A es a B y esto es igual a una constante de proporcionalidad, en resumen, solo se divide. Simple.
11	D Y si tienes una magnitud A inversamente proporcional a B ¿cómo se halla la constante de proporcionalidad? Por producto. Se entiende no, Directamente proporcional por cociente e inversamente proporcional por producto.



-
- 12 **D** Pero cuidado, los ejercicios no te va decir si son DP o IP, entonces tú tienes que deducir del problema, ya. Entonces qué es lo que debes saber ¿cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales? Cuando ambas magnitudes aumentan o disminuyen
-
- 13 **D** Ejemplo: ¿en esta puerta de la universidad, si pones más trabajadores, harán más obra o menos obra?
-
- 14 **E** Menos obra
-
- 15 **D** Si pongo 100 trabajadores, harán más obra sí o no
-
- 16 **E** Mas obras
-
- 17 **D** entonces, más trabajadores
-
- 18 **E** Mas obras
-
- 19 **D** Este caso estamos hablando de dos magnitudes directamente proporcionales
-
- 20 **D** ¿Cuáles son esas por ejemplo?: el número de obreros, el número de soldados, entonces, en número de obreros es directamente proporcional a la obra. Entonces tú debes darte cuenta, ah si aumentan ambos es DP o también si disminuyen Ambos es DP, más obreros más obra, sí o no. Mas obreros más casas, menos obreros menos casas van construir.
-
- 21 **E** Profesor ¿Qué es una constante, K?
-
- 22 **D** El docente pregunta a los demás: ¿Por qué se le llama constante?
-
- 23 **E** ¿Por qué no cambia?
-
- 24 **D** Exacto, la constante proporcionalidad es un número, es el resultado de la división y no va cambiar, aunque en la fracción haiga otros valores.
-
- 25 **D** ¿Y qué pasa con las magnitudes inversamente proporcionales? ¿Es lo contrario no cierto? Si uno aumenta el otro disminuye o viceversa.
-
- 26 **D** Ejemplo; ¿si quiero ir a Juliaca, mientras a más velocidad voy llego en?
-
- 27 **E** Menos tiempo
-
- 28 **D** ¿Y cuando vaya a menos velocidad?
-
- 29 **E** Más tiempo
-
- 30 **D** Entonces estamos de qué ¿La velocidad es IP al tiempo?
-



31 **D** Entonces que ocurre, uno aumenta y uno disminuye. eso es todo

32 **D** Pregunta para usted chicos, ¿Por qué se divide para las magnitudes directamente proporcionales? Y así mismo ¿por qué se multiplica las magnitudes inversamente proporcionales?, si responden a esa pregunta, ya estarás resolviendo las preguntas de ingreso a la universidad, chicos en matemática no hay mentira

33 **E** Nos rendimos profesor.

34 **D** Si observamos la tabla de los números ¿qué interpretaríamos sobre los datos como 3 y 1, 6 y 2?

N° plátanos	3	6	9	12	15
N° de cajas	1	2	3	4	5

¿Qué regularidad se observa cuando dividimos un por uno?

35 **E** El número de plátanos y las cajas son directamente proporcionales. más plátanos necesitan cajas

36 **E** Hemos dividido uno por uno, y sale lo mismo

37 **D** Vez, se dan cuenta. ¿Eso pasa cuando las magnitudes son proporciones? Y automáticamente dividimos cuando A y B son DP

38 **D** Este, en el examen ha venido sobre el grafico, el grafico es simple. Tengo un plano cartesiano, magnitud A y magnitud B, si la gráfica forma una recta entonces estamos hablando de magnitudes DP. ¿Por qué? Digamos que acá es dos y acá tres. Haber en este punto será tres y acá 4, nos damos cuenta que ambos están subiendo, entonces es directamente proporcionales.

39 **D** Para que entienda bien y conozcan estos temas, para eso les propongo una tablita.

N° Obreros 20 40 10 4

N° Días 10 5 20 50

¿Cuál es el comportamiento de los datos? ¿Qué pasa si multiplicamos?

Para saberlo, multiplique AXB

40 **E** PROFESOR, tenemos como respuesta:

$$20 \times 1 = 20$$



$$5x4 = 20$$

$$2x10 = 20$$

Las respuestas son iguales

41 **D** ¿Qué interpretarías de los resultados?

42 **E** Cuando N° Obreros baja, N° Días sube.

Los valores de N° Obreros y N° Días cambian pero el resultado es igual.

43 **D** La interpretación que ha dado cuenta son las características de una proporcionalidad inversa. Eso es lo que una proporción inversa, lo que mencionaron se cumplirá en todos los ejercicios.

44 **d** Quisiera que generalicen la multiplicación para todos los casos. Ósea la multiplicación debe asumir para todos los valores.

45 **E**

$$A \times B = C$$

$$M \times N = 20$$

$$O \times D = 20$$

El resultado no cambia y por eso no es necesario generalizar mientras que los números que se multiplican se cambian y por eso hemos representado con las letra mayúsculas M y N.

46 **D** Tiene razón y es correcto, en los libros formalmente se denota como $A \times B = K$, Donde k es la constante de proporcionalidad, el valor q no cambia

47 **D** ¿Entendieron?

48 **E** Si

49 **D** Cuando son directa vas dividir y cuando son inversamente vas multiplicar. ¿Eso quedo claro como el agua verdad?

50 **D** Listos, ya sabemos los tipos de magnitudes y proporcionalidades. Ahora un apartado importante son los gráficos para M, IP y M, DP

51 **D** Como graficarían magnitudes directamente proporcionales y magnitudes inversamente proporcionales, cuál sería la gráfica de cada una de ellas?

52 **E** ¿En un plano cartesiano?

Profesor, ¿cómo podríamos graficar? Graficar utilizando la tabla de valores.

¿Cuál sería el eje x y el eje Y?



-
- ¿Con que valores graficaríamos?
- no sabemos cómo graficar ayudar, Prof.
-
- 53 **D** Debemos graficar en un plano cartesiano, las magnitudes vendrían ser el eje x y el eje y . y por ultimo ubicar puntos, según los valores de la tablita anterior, y por ultimo unir los puntos encontrados.
-
- 54 **E** Prof., como se única un punto, no recordamos bien
-
- 55 **D** Es la intersección de dos líneas imaginarias en un plano cartesiano. Como eso haber, con que se come, fácil: digamos que quieres ubicar el punto $Q(3,2)$, dibujas el plano cartesiano, en el eje x ubicas 3 y en el eje y ubicamos el 2. Luego del número 3 dibujamos una recta entrecortada perpendicularmente al eje x y hacemos igual del número 2 desde el eje y . La intersección de estas rectas entrecortadas es el punto $Q(3,2)$.
-
- 56 **E** Prof. Hemos ubicado cada punto, ¿ahora tenemos que unir verdad?
-
- 55 **D** Si, y luego me indican la forma de la gráfica.
-
- 56 **E** La primera, al unir los puntos ubicados se parece a una curva y la otra es una línea
-
- 57 **D** Así es, la segunda es una gráfica que corresponde a magnitudes directamente proporcionales la primera a magnitudes inversamente proporcional.
-
- 58 **D** Como verán, la gráfica de una magnitud directamente proporcional es una línea. La otra grafica es una parábola, una curva.
-
- 59 **D** ¿Qué significa la curva graficada y la línea? Algo deben interpretar.
-
- Profesor danos pistas
- 60 **D** ¿la matemática siempre describe o simula en comportamiento de datos
-
- 61 **D** Claramente la curva indica el comportamiento de dos magnitudes simultáneas: vemos que A sube mientras q la B baja. Entonces modela el comportamiento de los datos. En fin ahora viene un par de ejercicios.
-
- 62 Los ejercicios son simples, solo es cuestión de deducir.
-
- 63 **D** Empezamos con la práctica dirigida.
-
- 64 **D** Vamos entonces con el primer ejercicio, el planteamiento es lo más tranca, resolver es fácil
-



65 **D** En fin, ahora comenzamos a resolver un par de ejercicios, el tiempo senos acaba, así que lo haremos rápido.

66 **D** Sean m y n dos magnitudes, talque m es directamente proporcional a la raíz cuadrada de n, si se sabe que el valor de m es 16 cuando el valor de n es 108. Calcule el valor de n cuando el valor de m sea 8.

67 **D** $\frac{A}{B} = K$, Esta es mi formulita para este ejercicio, cuando m es DP a la raíz n., entonces esto se divide entre magnitudes.

68 **D** - Si se sabe que el valor de m es 16 cuando el valor de n es 108.

69 **D** - Cuando n vale 108, quedaría así: $\frac{16}{\sqrt{108}} = K$

70 **E** sería raíz de 108

- Muy bien, otro dato importante es: calcule el valor de n cuando el valor de m sea 8.

- como las magnitudes son DP, el planteamiento es $\frac{8}{\sqrt{n}} = k$

69 **D** - los dos planteamientos, por ser DP e igual a k, podemos igualar

$\frac{8}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{108}}$, este es el planteamiento de magnitudes directamente proporcional, tal como dijimos hace unos instantes chicos

- Luego del planteamiento, ¿cuál sería el primer procedimiento?

70 **E**

- Podemos multiplicar en aspa.
- Podemos simplificar 8 y 16.
- Simplificar las raíces

E **D** - Las 2 primeras de los procedimientos es válido. Lo que no pueden hacer es eliminar raíz con raíz. Si en ambos miembros solo habría raíz ,ahí si se puede eliminar las raíces

72 **D** - Haber, muchos se están estancando con operaciones q involucran raíces, así que pongan atención:

$$2\sqrt{n} = \sqrt{108}$$

- Aquí, podemos elevar al cuadrado a ambos miembros:

$$(2\sqrt{n})^2 = (\sqrt{108})^2$$

- Tenemos que distribuir el exponente a los factores ósea a la base:



$$4(\sqrt{n})^2 = (\sqrt{108})^2$$

-
- 73 **D** - El numero o el exponente 2 se va con la raíz:
 $4n = 108$
-
- 74 **E** Entonces, el resultado es 27
Entonces, $n = 27$
-
- 86 **D** **Ejercicio n°2:** El precio de un diamante es DP al cuadrado de su peso. Si un día se parte en dos pedazos uno de los cuales pesa los dos quintos del otro y se venden ambos pedazos sufriendo una pérdida de 20 mil dólares., determine el precio inicial del diamante antes de romperse.
-
- 87 **D** Entonces hay un diamante q se parteen dos y al partirse pierde su valor.
-
- 88 **D** Según el dato, una de las partes pesa $\frac{2}{5}$ partes del otro, Si uno es x entonces el otro es $\frac{2}{5}$ de x sí o no. Eso es correcto pero así es más complicado de manejar en las operaciones, entonces debemos evitar trabajar con fracciones y asumimos de que una de las partes es 5x, entonces la otra partes será $\frac{2}{5}$ (5x) quedando como 2x, así es más fácil de trabajar
Peso de la primera parte: $P_1 = 5x$.
Peso de la segunda parte: $P_2 = 2x$
-
- 89 **D** ¿Si sumamos la parte 1 y la parte 2 cuánto es la totalidad del diamante entero?
-
- 90 **E** Resulta un diamante entero 7x,
Peso del diamante entero: $P_E = 7x$
-
- 91 **D** Entonces hemos evitado trabajar con fracciones.
-
- 92 **D** ¿El precio es DP al cuadrado de su peso, eso es la fórmula, sabemos el precio de esta parte 1? Solo sabemos su peso, su peso es 5x
-
- 93 **E** No sabemos el precio
-
- 94 **D** Sabemos el precio de la parte 2?
-
- 95 **E** Tampoco sabemos
-



- 96 **D** Tenemos como condición: el precio es DP al cuadrado de su peso, empleando los datos del peso y los precios, ¿se puede establecer la siguiente relación, si o no?:

$$\frac{P_E}{(7x)^2} = \frac{P_1}{(5x)^2} = \frac{P_2}{(2x)^2}$$

- 97 **D** ¿Aquí que se puede hacer? ¿Se puede simplificar? ¿Qué es lo que haya simplificar?

- 98 **E** Si profesor

- 99 **D** Simplificando quedaría así:

$$\frac{P_E}{49} = \frac{P_1}{25} = \frac{P_2}{4}$$

Recuerden ¿ahora que se puede hacer?

- 100 **E** Multiplicamos en aspa, seguir simplificando, igualamos a K

- 101 **D**
- ¿Así es, igualamos a una K, porque k es el valor de cada cociente, entendieron?
 - Entonces quedaría así:
$$P_E = 49k, \quad P_1 = 25k, \quad P_2 = 4K$$
 - Ahora, ¿estos valores que serían? ¿Precio de cada diamante o es el peso de cada diamante?

- 102 **E** Prof. Es el precio, la primera es el precio del diamante entero, los demás son el precio de los diamantes rotos.

- 103 **D** Mira, se observan bien, el precio del diamante entero, intacto es 49k. Ahora como esta partido en dos, si sumamos $(P_1 + P_2)$ los precios de cada pedazo dentría que ser igual a 49k. ¿Cierto? ¿Qué dicen?

- 104 **E** Sumando, no es ni igual 30k

- 105 **D** ¿Cuánto falta para que sea igual a 49k?

- 106 **E** Falta 20k,

- 107 **D** Claro, lo que falta, 20k es la perdida. ¿En dinero, cuanto es la perdida?

- 108 **E** 20 mil soles de pérdida. Ah entonces:
$$20,000 = 20k$$
$$k = 1,000$$



109 E Entonces, el precio del diamante entero es 49,000 soles

$$P_E = 49,000 \text{ soles}$$

110 D Para resolver el ejercicio que viene, primero deben saber ¿25% de algo, a que será igual?

111 E A un cuarto.

123 D Muy bien chicos. Ese un cuarto de 25 partes de cien, o también conocido como un cuarto de 100 o ciento

113 D Se tienen dos longitudes A y B, son inversamente proporcionales cuando a aumenta en 25% y B varía en 6 unidades.

114 D

- Este ejercicio es muy sencillo, es el más fácil de la práctica dirigida.
- El planteamiento es el más difícil, es como plantear ecuaciones. La resolución debería ser simple.

115 D Nos dice que A aumenta en 25%, eso es lo mismo que A más 25%.

$$A + \frac{A}{4} = \frac{5a}{4}$$

116 D Y la otra magnitud disminuye en 6: $B - 6$

D Tanto la magnitud A y B son inversamente proporcionales, eso implica que vamos a multiplicar dos magnitudes.

117 D Entonces, el planteamiento del problema es:

118 D

$$Ax B = \left(\frac{5A}{4}\right)(B - 6)$$

- Simplificando A

$$B = \frac{5}{4}(b-6)$$

119 E $4B=5B - 30$

120 D Cinco pasas a restar:

$$B=30$$

130 E Si

Fuente: guía de observación y material audiovisual



Anexo 05: Declaración jurada de autenticidad de trabajo de investigación.



Universidad Nacional
del Altiplano Puno



Vicerrectorado
de Investigación



Repositorio
Institucional

DECLARACIÓN JURADA DE AUTENTICIDAD DE TESIS

Por el presente documento, Yo Johi Antonio Soruco Soruco
identificado con DNI 71695545 en mi condición de egresado de:

Escuela Profesional, Programa de Segunda Especialidad, Programa de Maestría o Doctorado
Educación Secundaria: Matemática Computación e Informática

informo que he elaborado el/la Tesis o Trabajo de Investigación denominada:

"Idoneidad Didáctica de una Sesión de clase de
Magnitudes proporcionales."

Es un tema original.

Declaro que el presente trabajo de tesis es elaborado por mi persona y **no existe plagio/copia** de ninguna naturaleza, en especial de otro documento de investigación (tesis, revista, texto, congreso, o similar) presentado por persona natural o jurídica alguna ante instituciones académicas, profesionales, de investigación o similares, en el país o en el extranjero.

Dejo constancia que las citas de otros autores han sido debidamente identificadas en el trabajo de investigación, por lo que no asumiré como tuyas las opiniones vertidas por terceros, ya sea de fuentes encontradas en medios escritos, digitales o Internet.

Asimismo, ratifico que soy plenamente consciente de todo el contenido de la tesis y asumo la responsabilidad de cualquier error u omisión en el documento, así como de las connotaciones éticas y legales involucradas.

En caso de incumplimiento de esta declaración, me someto a las disposiciones legales vigentes y a las sanciones correspondientes de igual forma me someto a las sanciones establecidas en las Directivas y otras normas internas, así como las que me alcancen del Código Civil y Normas Legales conexas por el incumplimiento del presente compromiso

Puno 02 de Junio del 2023


FIRMA (obligatoria)



Huella



Anexo 06: Documento que autoriza para el depósito de tesis en el repositorio institucional.



Universidad Nacional
del Altiplano Puno



VRI
Vicerrectorado
de Investigación



Repositorio
Institucional

AUTORIZACIÓN PARA EL DEPÓSITO DE TESIS O TRABAJO DE INVESTIGACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

Por el presente documento, Yo Jose' Antonio Sorco Sorco
identificado con DNI 71698545 en mi condición de egresado de:

Escuela Profesional, Programa de Segunda Especialidad, Programa de Maestría o Doctorado

Educación Secundaria: Matemática Computación E Informática

informo que he elaborado el/la Tesis o Trabajo de Investigación denominada:

" Idoneidad Didáctica de una Sesión de clase de Magnitudes Proporcionales.

para la obtención de Grado, Título Profesional o Segunda Especialidad.

Por medio del presente documento, afirmo y garantizo ser el legítimo, único y exclusivo titular de todos los derechos de propiedad intelectual sobre los documentos arriba mencionados, las obras, los contenidos, los productos y/o las creaciones en general (en adelante, los "Contenidos") que serán incluidos en el repositorio institucional de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno.

También, doy seguridad de que los contenidos entregados se encuentran libres de toda contraseña, restricción o medida tecnológica de protección, con la finalidad de permitir que se puedan leer, descargar, reproducir, distribuir, imprimir, buscar y enlazar los textos completos, sin limitación alguna.

Autorizo a la Universidad Nacional del Altiplano de Puno a publicar los Contenidos en el Repositorio Institucional y, en consecuencia, en el Repositorio Nacional Digital de Ciencia, Tecnología e Innovación de Acceso Abierto, sobre la base de lo establecido en la Ley N° 30035, sus normas reglamentarias, modificatorias, sustitutorias y conexas, y de acuerdo con las políticas de acceso abierto que la Universidad aplique en relación con sus Repositorios Institucionales. Autorizo expresamente toda consulta y uso de los Contenidos, por parte de cualquier persona, por el tiempo de duración de los derechos patrimoniales de autor y derechos conexos, a título gratuito y a nivel mundial.

En consecuencia, la Universidad tendrá la posibilidad de divulgar y difundir los Contenidos, de manera total o parcial, sin limitación alguna y sin derecho a pago de contraprestación, remuneración ni regalía alguna a favor mío; en los medios, canales y plataformas que la Universidad y/o el Estado de la República del Perú determinen, a nivel mundial, sin restricción geográfica alguna y de manera indefinida, pudiendo crear y/o extraer los metadatos sobre los Contenidos, e incluir los Contenidos en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión.

Autorizo que los Contenidos sean puestos a disposición del público a través de la siguiente licencia:

Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional. Para ver una copia de esta licencia, visita: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

En señal de conformidad, suscribo el presente documento.

Puno 02 de Junio del 20 23


FIRMA (obligatoria)



Huella