

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y ARQUITECTURA  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL**



**TITULO:**

**“APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE  
RESPUESTA EN LA DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA A  
LA COMPRESIÓN SIMPLE DE SUELOS ARCILLOSOS  
ESTABILIZADOS CON CAL Y CEMENTO”**

**TESIS PRESENTADO POR:**

**ABEL DARWIN VELARDE DEL CASTILLO**

**PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:**

**INGENIERO CIVIL**

**PUNO - PERÚ**

**2015**

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y ARQUITECTURA  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL**

**TESIS:**

“APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA EN LA DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN SIMPLE DE SUELOS ARCILLOSOS ESTABILIZADOS CON CAL Y CEMENTO”

**TESIS PRESENTADO POR:**  
ABEL DARWIN VELARDE DEL CASTILLO

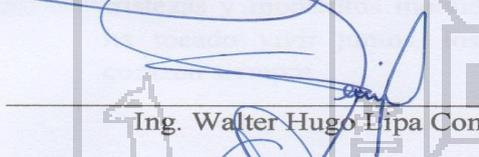
**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:**  
INGENIERO CIVIL

**APROBADO POR:**

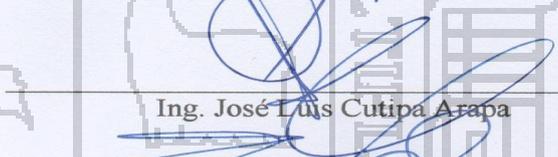
**Presidente:**

  
Ing. Néstor Leodan Suca Suca

**Primer Miembro:**

  
Ing. Walter Hugo Lipa Condori

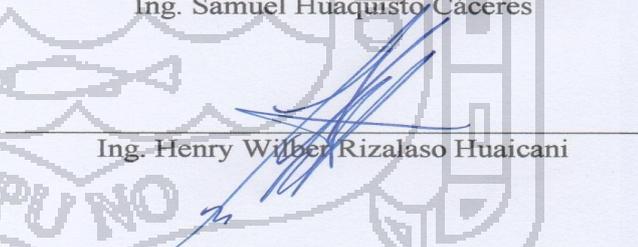
**Segundo Miembro:**

  
Ing. José Luis Cutipa Arapa

**Director de Tesis:**

  
Ing. Samuel Huaquisto Cáceres

**Asesor:**

  
Ing. Henry Wilber Rizalaso Huaicani

**TEMA:** MEJORAMIENTO DE SUELOS

**ÁREA:** GEOTECNIA

## DEDICATORIA

**A DIOS,**

Por haberme dado la oportunidad de lograr uno de mis primeros objetivos trazados en el pasado.

**A mi madre, REYNA,**

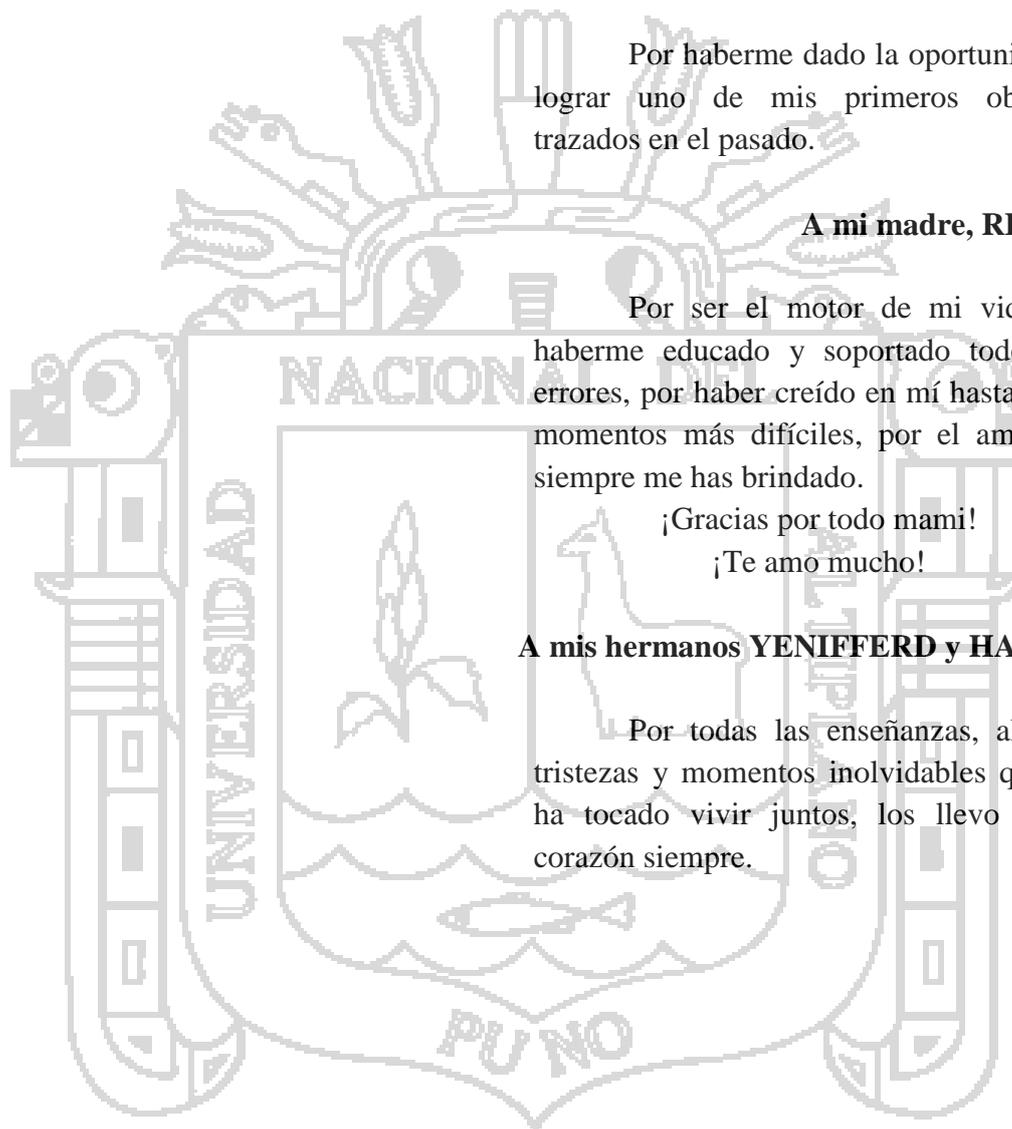
Por ser el motor de mi vida, por haberme educado y soportado todos mis errores, por haber creído en mí hasta en los momentos más difíciles, por el amor que siempre me has brindado.

¡Gracias por todo mami!

¡Te amo mucho!

**A mis hermanos YENIFFERD y HAWAR,**

Por todas las enseñanzas, alegrías, tristezas y momentos inolvidables que nos ha tocado vivir juntos, los llevo en mi corazón siempre.



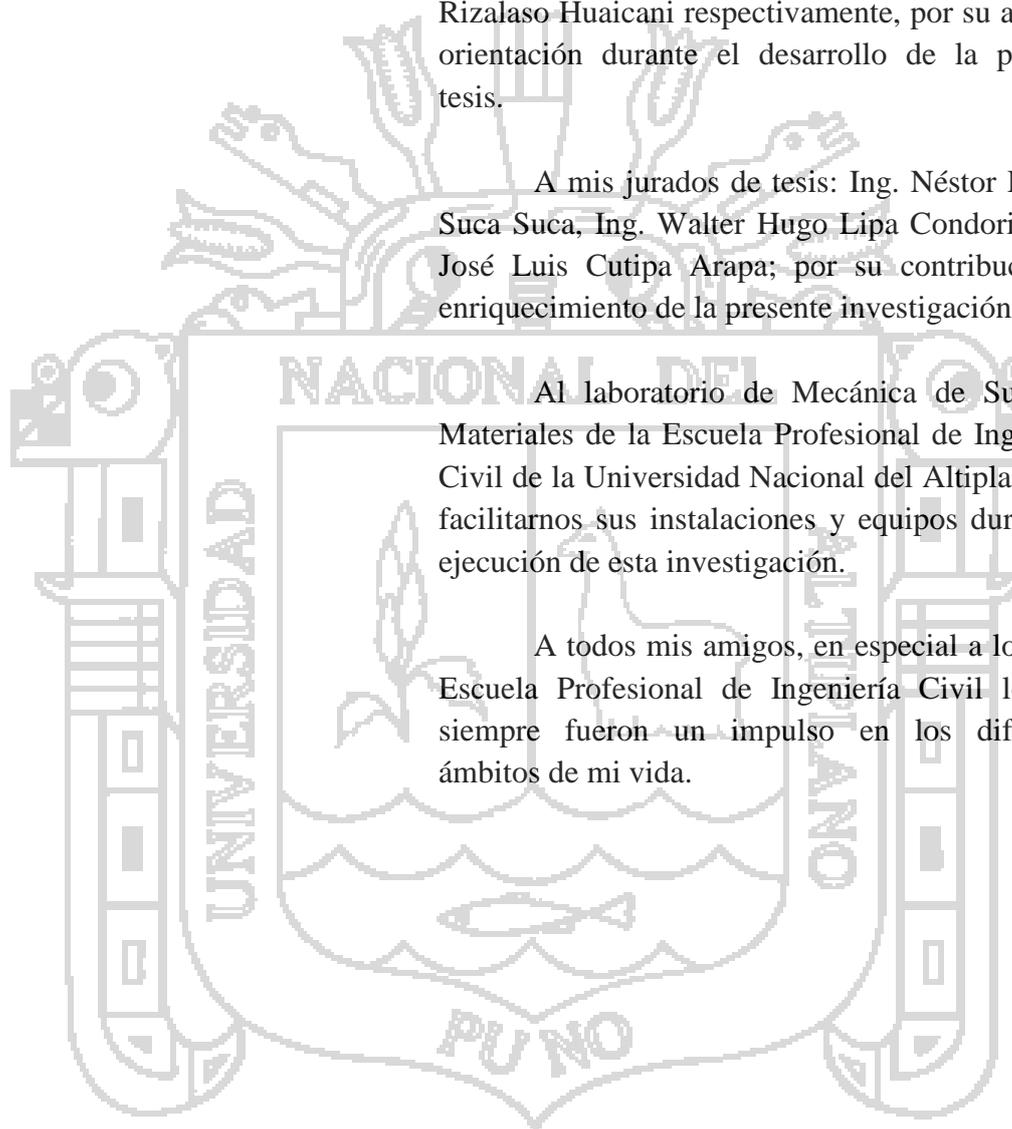
## AGRADECIMIENTOS

A mi Director y Asesor de tesis: Ing. Samuel Huaquisto Cáceres e Ing. Henry Wilber Rizalaso Huaicani respectivamente, por su apoyo y orientación durante el desarrollo de la presente tesis.

A mis jurados de tesis: Ing. Néstor Leodan Suca Suca, Ing. Walter Hugo Lipa Condori e Ing. José Luis Cutipa Arapa; por su contribución al enriquecimiento de la presente investigación.

Al laboratorio de Mecánica de Suelos y Materiales de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional del Altiplano, por facilitarnos sus instalaciones y equipos durante la ejecución de esta investigación.

A todos mis amigos, en especial a los de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil los que siempre fueron un impulso en los diferentes ámbitos de mi vida.

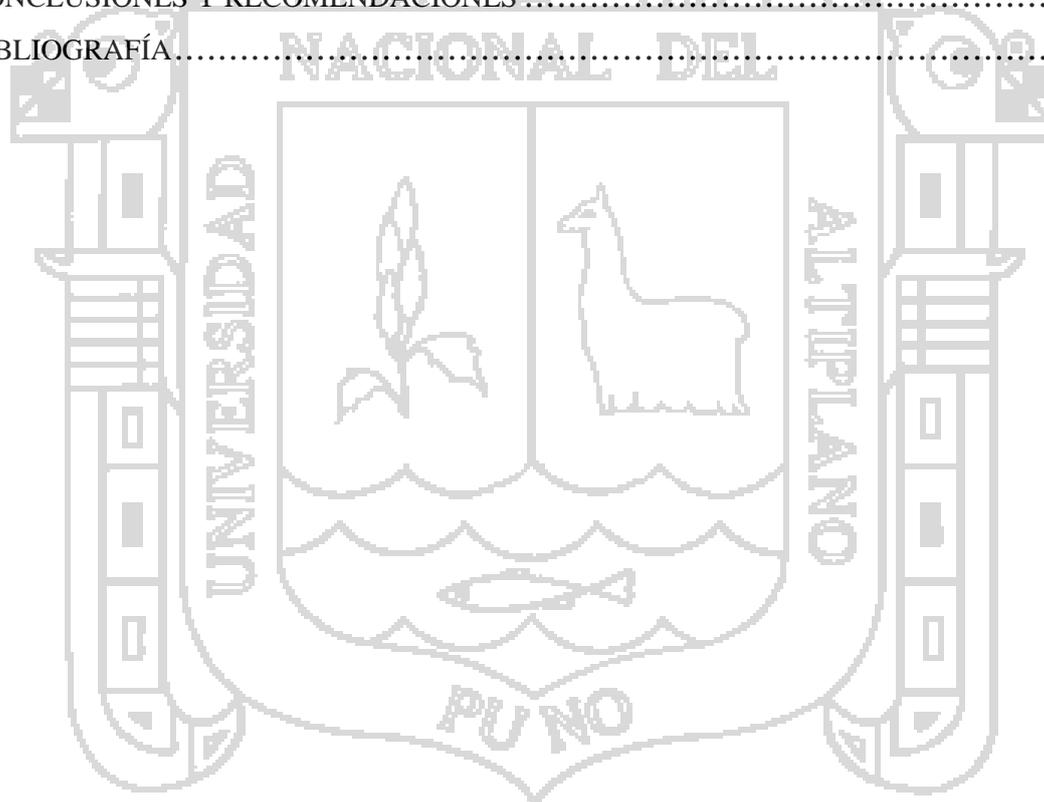


## ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	10
<b>RESUMEN</b> .....	12
<b>ABSTRACT</b> .....	13
CAPÍTULO I: EL PROBLEMA .....	14
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	14
1.1.1. PROBLEMA GENERAL .....	15
1.1.2. PROBLEMAS ESPECÍFICOS .....	15
1.2. ANTECEDENTES .....	15
1.2.1. DE LA ESTABILIZACIÓN DE ARCILLAS .....	15
1.2.1.1. EFECTOS SOBRE LOS LÍMITES DE ATTERBERG .....	15
1.2.1.2. EFECTOS SOBRE LA COMPACTACIÓN .....	16
1.2.1.3. EFECTOS SOBRE LA CAPACIDAD PORTANTE .....	18
1.2.2. DE LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA .....	21
1.3. DELIMITACIÓN TEMÁTICA .....	21
1.3.1. DELIMITACIÓN ESPACIAL .....	21
1.3.2. DELIMITACIÓN TEMPORAL .....	22
1.3.3. DELIMITACIÓN TEÓRICA .....	22
1.4. OBJETIVOS DEL ESTUDIO .....	23
1.4.1. OBJETIVO GENERAL .....	23
1.4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	23
1.5. HIPÓTESIS .....	23
1.5.1. HIPÓTESIS GENERAL .....	23
1.5.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS .....	23
1.6. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....	24
1.6.1. MÉTODO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN .....	24
1.6.1.1. ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN .....	24
1.6.1.2. ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN .....	24
1.6.1.3. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN .....	25
1.6.2. DISEÑO MUESTRAL .....	26
1.6.2.1. POBLACIÓN .....	26
1.6.2.2. MUESTRA .....	27

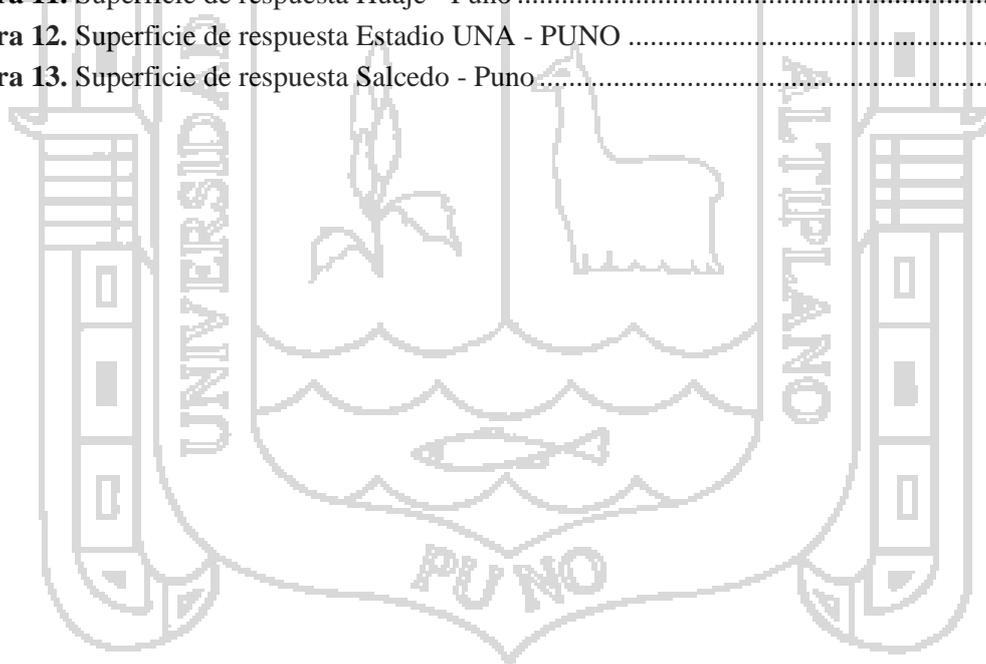
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL .....	30
2.1. LAS ARCILLAS.....	30
2.2. LA CAL .....	31
2.2.1. PROPIEDADES DE LOS SUELOS ESTABILIZADOS CON CAL .....	32
2.3. CEMENTO .....	35
2.3.1. PROPIEDADES DE LOS SUELOS ESTABILIZADOS CON CEMENTO .....	35
2.4. ENSAYO DE LÍMITE DE LÍQUIDO DE UN SUELO .....	39
2.5. ENSAYO DE LÍMITE PLÁSTICO DE UN SUELO .....	41
2.6. ENSAYO DE COMPACTACIÓN - PROCTOR MODIFICADO .....	42
2.7. ENSAYO DE COMPRESIÓN SIMPLE .....	47
2.8. METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA.....	50
2.8.1. ELEMENTOS DE LA MSR.....	50
2.8.1.1. CRIBADO.....	53
2.8.1.2. BÚSQUEDA I O DE PRIMER ORDEN.....	53
2.8.1.3. BÚSQUEDA II O DE SEGUNDO ORDEN.....	53
2.8.2. MODELOS .....	55
2.8.3. TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN .....	57
2.8.3.1. ESCALAMIENTO ASCENDENTE (DESCENDENTE) .....	58
2.8.3.2. ANÁLISIS CANÓNICO.....	59
2.8.3.3. ANÁLISIS DE CORDILLERA.....	60
2.8.4. DISEÑOS DE SUPERFICIE DE RESPUESTA .....	63
2.8.4.1. ORTOGONALIDAD Y ROTABILIDAD .....	64
2.8.4.2. RELACIÓN MODELO-DISEÑO.....	65
2.8.4.3. DISEÑOS DE PRIMER ORDEN.....	65
2.8.4.4. DISEÑOS DE SEGUNDO ORDEN.....	67
2.8.4.4.1. Diseño de Box-Behnken .....	68
2.8.4.4.2. Diseño de composición central.....	69
2.9. ANÁLISIS DE REGRESIÓN .....	72
2.9.1. REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE .....	72
2.9.1.1. ANÁLISIS DE VARIANZA .....	78
2.9.1.2. COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN.....	80
2.9.1.3. COEFICIENTE DE CORRELACIÓN MÚLTIPLE .....	81
2.9.1.4. ERROR ESTÁNDAR DE ESTIMACIÓN Y MEDIA DEL ERROR ABSOLUTO.....	81
2.10. MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS.....	82

CAPÍTULO III: RECOLECCIÓN DE DATOS, PROCESAMIENTO DE DATOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	86
3.1 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN .....	86
3.2 EQUIPOS DE MEDICIÓN.....	86
3.3 ENSAYOS REALIZADOS.....	87
3.4 RESUMEN DE DATOS.....	91
3.5 METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA.....	91
3.5.1 DISEÑO .....	91
3.5.2 MODELO.....	93
3.6 ANÁLISIS ESTADÍSTICO.....	94
3.6.1 ANÁLISIS PARA EL MODELO DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE .....	94
3.6.2 ANÁLISIS DE VARIANZA.....	95
3.7 CONTRASTACIÓN DE HIPÓTESIS.....	96
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	106
BIBLIOGRAFÍA.....	108



## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Límites de la ciudad de Puno.....	22
<b>Figura 2.</b> Curva de humedad - Densidad seca.....	46
<b>Figura 3.</b> Esquema de los elementos de la MSR en su contexto amplio.....	52
<b>Figura 4.</b> Visión gráfica de la metodología de superficie de respuesta.....	54
<b>Figura 5.</b> Superficies de respuesta: a) descrita por un modelo de primer orden; b), c) y d) descritas por modelos de segundo orden.....	56
<b>Figura 6.</b> Representación gráfica del análisis de cordillera.....	61
<b>Figura 7.</b> Relación modelo-diseño.....	66
<b>Figura 8.</b> Representación del diseño de Box-Behnken para tres factores.....	69
<b>Figura 9.</b> Representación gráfica de vectores unitarios.....	69
Figura 10. Representación y construcción de los DCC para $k = 2$ y 3 factores.....	70
<b>Figura 11.</b> Superficie de respuesta Huaje - Puno.....	96
<b>Figura 12.</b> Superficie de respuesta Estadio UNA - PUNO.....	98
<b>Figura 13.</b> Superficie de respuesta Salcedo - Puno.....	100



## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Límites de Atterberg.....	16
<b>Tabla 2.</b> Ensayo de proctor modificado.....	17
<b>Tabla 3.</b> Ensayo C.B.R. ....	19
Tabla 4. Propósitos y valor de los diferentes alcances de las investigaciones. ....	25
<b>Tabla 5.</b> Correspondencia entre tipos de estudio, hipótesis y diseño de investigación. ....	26
<b>Tabla 6.</b> Área de influencia de los puntos de muestreo.....	27
Tabla 7. Tipo de edificación.....	28
Tabla 8. Número de puntos de investigación. ....	28
<b>Tabla 9.</b> Tipos de suelos encontrados en las Instituciones Educativas de la ciudad de Puno. ...	29
<b>Tabla 10.</b> Tipos de suelos presentes en la ciudad de Puno. ....	29
<b>Tabla 11.</b> Límites de tamaño de suelos separados.....	31
<b>Tabla 12.</b> Determinación del método .....	44
<b>Tabla 13.</b> Suelo y molde a utilizar.....	45
<b>Tabla 14.</b> Constante $\lambda_4$ dado el número de factores k .....	72
<b>Tabla 15.</b> Estructura de los datos para la regresión lineal múltiple.....	75
<b>Tabla 16.</b> ANOVA para la significancia del modelo de regresión lineal múltiple.....	80
<b>Tabla 17.</b> Formato para el ensayo de límites de consistencia.....	87
<b>Tabla 18.</b> Formato para el ensayo de Proctor Modificado .....	88
<b>Tabla 19.</b> Formato para el ensayo de Compresión Simple.....	89
<b>Tabla 20.</b> Resultados obtenidos de los ensayos.....	91
<b>Tabla 21.</b> Número de puntos en los diseños de segundo orden.....	92
<b>Tabla 22.</b> Matriz del diseño de Composición Central para dos factores .....	93
<b>Tabla 23.</b> Comparación de resultados Huaje - Puno .....	97
<b>Tabla 24.</b> Comparación de resultados Estadio Universitario UNA-PUNO.....	99
<b>Tabla 25.</b> Comparación de resultados Salcedo - Puno .....	100
<b>Tabla 26.</b> Cantidades utilizadas en el cálculo de la resistencia a la compresión simple Huaje – Puno.....	101
Tabla 27. Porcentajes óptimos de cal y cemento Huaje - Puno.....	101
<b>Tabla 28.</b> Cantidades utilizadas en el cálculo de la resistencia a la compresión simple Estadio universitario UNA-PUNO.....	102
Tabla 29. Porcentajes óptimos de cal y cemento Estadio universitario UNA-PUNO.....	102
<b>Tabla 30.</b> Cantidades utilizadas en el cálculo de la resistencia a la compresión simple Salcedo - Puno.....	103
Tabla 31. Porcentajes óptimos de cal y cemento Salcedo - Puno .....	103
Tabla 32. Resistencia a la compresión simple Huaje - Puno.....	104
Tabla 33. Resistencia a la compresión simple Estadio universitario UNA-PUNO.....	104
Tabla 34. Resistencia a la compresión simple Salcedo - Puno.....	105

## INTRODUCCIÓN

La presencia de suelos arcillosos en la construcción de obras civiles representa un problema por su comportamiento frente al agua, que generan fenómenos de expansión y contracción del mismo.

La creciente importancia medioambiental por minimizar la creación de nuevos préstamos y vertederos, es una meta a lograr por la comunidad de expertos geotécnicos. Un volumen importante de materiales clasificados como tolerables, marginales, e inadecuados podrían ser reutilizados con un procedimiento adecuado de estabilización, con su beneficio económico y medioambiental asociado.

La modelación es la representación simplificada de un fenómeno de la naturaleza que nos interesa conocer con mayor profundidad de la que la misma nos permite, pero que a la vez incluye las variables necesarias para que las conclusiones desprendidas sean válidas para el sistema real. La modelación puede ser física, analógica, administrativa, matemática, así como la abstracta o de simulación que es la que nos ocupa.

Los modelos de simulación determinísticos se caracterizan por ser una técnica de resolución de problemas, como un cambio en conjunto de las variables con el tiempo. Los modelos son una aproximación al sistema real y en ningún momento optimizan el proceso o los sistemas. De lo anterior, resulta la necesidad de repetir múltiples ejecuciones de la simulación, consecuentemente, su uso en una investigación debe planificarse como una serie de experimentos que conduzcan a interpretaciones significativas de las relaciones de interés.

La elección del método de modelación es el paso siguiente al análisis del sistema. Dicha elección resulta un proceso complejo, ya que las herramientas analíticas de resolución son escasas y en ocasiones la elegida no es la apropiada. Por lo que, para esta investigación se empleó la metodología de superficie de respuesta (MSR). Esta metodología de modelación es un acercamiento holístico que permite postular la forma de la función objetivo, actualizar y limitar los valores de los parámetros, así como explorar la región cercana al óptimo estimado.

La MSR es una herramienta empleada en la investigación científica y desarrollo tecnológico, que combina el uso de los diseños experimentales, técnicas de modelación del análisis de regresión y técnicas matemáticas de optimización.



## RESUMEN

El presente trabajo de investigación se desarrolló en el distrito de Puno esencialmente dentro de la bahía interior del lago Titicaca, de la región de Puno durante los meses de noviembre y diciembre del año 2014, con el propósito de evaluar la resistencia a la compresión simple de los suelos arcillosos estabilizados con cal y cemento.

En la fase experimental se usó el diseño de composición rotatable central, donde los factores en estudio fueron la cal y el cemento que permitieron estimar funciones de resistencia a la compresión simple para calcular los óptimos factores de cal y cemento. Mediante el análisis matemático se determinó la máxima resistencia a la compresión simple.

Los resultados fueron: Resistencia a la compresión simple. a) Punto de estudio 1: Huaje - Puno combinación óptima de los factores estabilizantes  $C^* = 9.77\%$  y  $P^* = 9.66\%$ , Resistencia a la compresión simple máxima  $q_{u_{MAX}} = 44.79 \text{ kg/cm}^2$ , b) Punto de estudio 2: Estadio universitario UNA-PUNO combinación óptima de los factores estabilizantes  $C^* = 10.15\%$  y  $P^* = 9.84\%$ , Resistencia a la compresión simple máxima  $q_{u_{MAX}} = 55.97 \text{ kg/cm}^2$ , c) Punto de estudio 3: Salcedo - Puno combinación óptima de los factores estabilizantes  $C^* = 9.79\%$  y  $P^* = 9.89\%$ , Resistencia a la compresión simple máxima  $q_{u_{MAX}} = 31.79 \text{ kg/cm}^2$ .

**Palabras clave:** Suelos arcillosos, estabilización, cal, cemento, metodología de superficie de respuesta.

## ABSTRACT

This research was conducted in the district of Puno essentially within the inner bay of Lake Titicaca, Puno región during the months of November and December 2014, for the purpose of evaluate resistance to simple compression of clay soils stabilized with lime and cement.

In the pilot phase rotatable central design composition was used, where the factors studied were lime and cement allowed estimating functions unconfined compressive strength for calculating optimal factors of lime and cement. Through mathematical analysis determined the maximum resistance to simple compression.

The results were: Resistance to simple compression. a) Point Study 1: Huaje - Puno Stadium optimum combination of factors stabilizers  $C^* = 9.77\%$  y  $P^* = 9.66\%$ , resistance to simple compression Maximum  $qu_{MAX} = 44.79 \text{ kg / cm}^2$ , b) Point Study 2: Stadium university UNA-PUNO combination Optimal stabilizing factor  $C^* = 10.15\%$  y  $P^* = 9.84\%$ , resistance Simple compression maximum  $qu_{MAX} = 55.97 \text{ kg / cm}^2$ , c) Point Study 3: Salcedo – Puno optimal combination of stabilizing factors  $C^* = 9.79\%$  y  $P^* = 9.89\%$ , Compressive Strength simple maxim  $qu_{MAX} = 31.79 \text{ kg / cm}^2$ .

# CAPÍTULO I: EL PROBLEMA

---

## 1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El desarrollo socio-económico de las grandes ciudades demanda nuevas vías de comunicación terrestre y ampliación de las existentes, que faciliten sus intercambios comerciales, mejoren su competitividad y promocionen el turismo, entre otros. Estas obras de ingeniería civil son promovidas por los gobiernos locales, regionales y central los cuales representan grandes movimientos de tierras si el terreno existente no asegura la estabilidad y durabilidad que garantice geotécnicamente el comportamiento de la explanada.

La creciente importancia medioambiental por minimizar la creación de nuevos préstamos y vertederos, es una meta a lograr por la comunidad de expertos geotécnicos. Un volumen importante de materiales clasificados como tolerables, marginales, e inadecuados podrían ser reutilizados con un procedimiento adecuado de estabilización, con su beneficio económico y medioambiental asociado.

Este problema se ha venido mitigando con la utilización de diversos métodos que principalmente se orientan hacia su estabilización, bien sea física o electroquímica, entre los cuales se destacan la cal, cemento, que han sido estudio de investigaciones aisladas, pero no se encontraron investigaciones que evalúan simultáneamente estas dos alternativas de estabilización.

La ciudad de Puno no es ajena a este problema, específicamente las riberas del lago Titicaca (bahía interior) presentando suelos arcillosos que dificultan el diseño, construcción y mantenimiento de edificaciones.

### 1.1.1. PROBLEMA GENERAL

¿Será posible determinar la máxima resistencia a la compresión simple de suelos arcillosos estabilizados con cal y cemento aplicando la metodología de superficie de respuesta?

### 1.1.2. PROBLEMAS ESPECÍFICOS

- ❖ ¿Será posible implementar la metodología de superficie de respuesta en el cálculo de porcentajes óptimos de cal y cemento para la estabilización de suelos arcillosos?
- ❖ ¿Cuál será la variación de resistencia a la compresión simple en los suelos arcillosos estabilizados con cal y cemento, frente a los suelos no estabilizados?

## 1.2. ANTECEDENTES

### 1.2.1. DE LA ESTABILIZACIÓN DE ARCILLAS

#### 1.2.1.1. EFECTOS SOBRE LOS LÍMITES DE ATTERBERG.

En la **Tabla 1** se recogen los resultados obtenidos en los límites de Atterberg para el suelo base y los suelos tratados.

En ella se observa que los suelos estabilizados con cal producen una reducción importante de la plasticidad ocasionada fundamentalmente por el incremento del límite plástico, con variaciones muy superiores a las experimentadas por el límite líquido. Dichos resultados concuerdan con los obtenidos por Kezdy (1979), Ayuso (1998) y López-Lara et al.,

(1999). Conforme se incrementa la proporción de cal la reducción de la plasticidad es menor así en el suelo estabilizado con una proporción de un 3% se produce una reducción de aproximadamente un 74,6% frente a un 12,1% en el suelo estabilizado con una proporción de un 7% de cal.

**Tabla 1.** Límites de Atterberg

MUESTRA	L.L.	L.P	I.P.
Suelo base	25.6	17.2	8.4
Suelo + Cal 3%	31.85	29.72	2.13
Suelo + Cal 5%	36.90	31.12	5.78
Suelo + Cal 7%	40.80	33.42	7.38
Suelo + Cemento 3%	35.60	25.07	10.53
Suelo + Cemento 5%	35.85	24.60	11.25
Suelo + Cemento 7%	35.85	23.80	12.05

FUENTE: (Garzón, Sánchez-Soto, & Ruiz-Conde, 2006)

Ello induce a pensar que porcentajes superiores al 3% de cal son ya poco efectivos en la reducción de la plasticidad, estos resultados corroboran los obtenidos por Ayuso (1998). Sin embargo en suelos estabilizados con cemento el índice de plasticidad obtenido en todas las muestras ensayadas es superior al del material sin tratar y éste a su vez es superior al valor de 10, con lo cual, el suelo presenta una plasticidad media baja.

Incrementos en la concentración de cemento llevan acarreados aumentos de plasticidad oscilantes entre un 25,4%, con la adición de un 5%, y un 43,4%, con la adición de un 9% de cemento. (Garzón, Sánchez-Soto, & Ruiz-Conde, 2006)

#### 1.2.1.2. EFECTOS SOBRE LA COMPACTACIÓN.

En la **Tabla 2**, se observa que tanto la adición de cal hidratada como de cemento produce en todos los suelos un descenso de la densidad seca máxima y un aumento de la humedad óptima de compactación en relación al suelo no tratado. Dichos

resultados concuerdan con los obtenidos por Kezdy (1979) y Ayuso (1982).

Los descensos producidos en la densidad seca máxima son debidos por una parte al menor peso específico de los aditivos empleados en relación al del suelo y por otro a las interacciones físico-químicas que se producen entre éstos y las partículas del suelo. Así, la interacción de la cal con las partículas de arcilla produce una estructura floculada más porosa y de menor densidad (Venuat, 1 980). Igualmente se ha visto que la adición de cal hidratada conlleva una mayor reducción de la densidad seca máxima con descensos oscilantes entre 100 y 160 kg/m<sup>3</sup>, que equivalen a un 4,6 y a un 7,1 %, para una concentración de cal de un 3 y un 7%, respectivamente.

**Tabla 2.** Ensayo de proctor modificado

MUESTRA	Densidad seca máxima (t/m <sup>3</sup> )	Humedad optima (%)
Suelo base	2.25	6.5
Suelo + Cal 3%	2.25	8.5
Suelo + Cal 5%	2.12	9.0
Suelo + Cal 7%	2.09	9.2
Suelo + Cemento 3%	2.17	8.0
Suelo + Cemento 5%	2.16	8.2
Suelo + Cemento 7%	2.14	8.9

FUENTE: (Garzón, Sánchez-Soto, & Ruiz-Conde, 2006)

Los descensos producidos en la densidad seca máxima son debidos por una parte al menor peso específico de los aditivos empleados en relación al del suelo y por otro a las interacciones físico-químicas que se producen entre éstos y las partículas del suelo. Así, la interacción de la cal con las partículas de arcilla produce una estructura floculada más porosa y de menor densidad (Venuat, 1 980). Igualmente se ha visto que la adición de cal hidratada conlleva una mayor reducción de la densidad seca máxima con descensos oscilantes entre 100 y 160 kg/m<sup>3</sup>, que equivalen a un 4,6 y a

un 7,1 %, para una concentración de cal de un 3 y un 7%, respectivamente.

Con la adición de cemento las reducciones de densidad oscilan entre 80 y 110 kg/m<sup>3</sup>, equivalentes a un 3,6 y un 4,9%, para una concentración de un 5 y un 9%, respectivamente. Por el contrario, en relación a la humedad óptima de compactación, la adición de cal lleva asociada incrementos en el porcentaje de humedad oscilantes entre un 2,0 y 2,7% para una concentración de un 3 y un 7% respectivamente, mientras que los aumentos para el cemento se cifran en un 1,5 y un 2,4% para una concentración de un 5 y un 9% de cemento, respectivamente. En ambos casos, como cabría esperar, un aumento del porcentaje de finos lleva asociado un aumento en el porcentaje de humedad a aportar a la muestra para alcanzar la densidad seca máxima. (Garzón, Sánchez-Soto, & Ruiz-Conde, 2006).

#### 1.2.1.3. EFECTOS SOBRE LA CAPACIDAD PORTANTE.

La **Tabla 3** muestra los resultados obtenidos por este ensayo con los diferentes tratamientos, observando que el suelo original tiene un CBR por debajo de 3, lo que le convierte en un suelo inadecuado o marginal, cuyo empleo sólo es posible si se estabiliza (art. 330 PG3) La adición de cal y cemento produce importantes incrementos en la capacidad portante del suelo estudiado, pudiéndose considerar ambos aditivos como adecuados para la estabilización de suelos. Sin embargo con la adición de un 3% de cal el valor del índice C.B.R. al 95% del P.M. es de 1 9,6 pudiéndose considerar según 6.1-IC « Secciones de firme» como adecuado para la constitución de explanadas. (Garzón, Sánchez-Soto, & Ruiz-Conde, 2006)

**Tabla 3.** Ensayo C.B.R.

MUESTRA	Índice C.B.R. 100%P.M. (%)	Índice C.B.R. 95%P.M. (%)
Suelo base	2.5	1.7
Suelo + Cal 3%	34.9	19.6
Suelo + Cal 5%	37.9	21.2
Suelo + Cal 7%	42.0	22.2
Suelo + Cemento 3%	43.0	15.0
Suelo + Cemento 5%	50.0	28.4
Suelo + Cemento 7%	31.8	35.6

FUENTE: (Garzón, Sánchez-Soto, &amp; Ruiz-Conde, 2006)

Entre las CONCLUSIONES obtenidas por (Huezo Maldonado & Orellana Martinez, 2009) tenemos:

- ❖ La adición de cal disminuye la plasticidad del suelo, reduciendo de igual manera su cohesión, y la resistencia en los primeros días de curado; razón por la cual la resistencia a compresión a temprana edad en probetas elaboradas con suelo natural son superiores que las de mezcla suelo-cal.
- ❖ La adición de cal disminuye considerablemente la plasticidad de los suelos, para este suelo en particular con el porcentaje óptimo de cal (determinado bajo la norma ASTM D6276) se reduce esta propiedad a cero (0), provocando además un considerable cambio en su granulometría y de igual manera en su clasificación, pasando de un suelo arcilloso (CL) a ser un suelo limoso (ML).
- ❖ La dosificación del porcentaje de cal a utilizar, dependerá de las características y propiedades que presente cada suelo en particular.
- ❖ El método de ensayo utilizado para encontrar el porcentaje óptimo de este agente estabilizador (cal), viene dado por la medición estándar de pH para las mezclas suelo-cal bajo la norma ASTM D 6276, obteniéndose así un 4% de cal como el porcentaje óptimo para este suelo en particular.
- ❖ El suelo estabilizado con cal y analizados para fines de esta investigación, presenta resultados de resistencia a la compresión con un incremento del más del 100% a los

valores obtenidos para el mismo suelo sin cal a los 90 días de curado, tiempo que se define en la norma ASTM D5102-04, como el tiempo necesario en los que los especímenes de mezcla suelo-cal alcanzan una resistencia a la compresión aceptable.

- ❖ La ganancia de resistencia a la compresión en suelos estabilizados con cal, depende de diversos factores como el buen diseño de la mezcla suelo-cal, tipo de cal implementada, mineralogía del suelo y proceso constructivo de la capa suelo-cal, de ahí la importancia de establecer un plan de control de calidad que asegure la correcta ejecución de todas las etapas antes mencionadas.
- ❖ La ganancia de resistencia a compresión simple inconfiada de probetas elaboradas con la energía de compactación AASHTO T180 y AASHTO T99 para 3 días con curado estándar, fue entre 20 y 30%, a los 7 días entre 40 y 50%, y a los 28 días entre 60 y 70%, de la resistencia obtenida a los 90 días.
- ❖ La resistencia a la compresión y los valores de CBR obtenidos en la mezcla suelo-cal generada para fines de esta investigación, sirven como parámetros de comparación sobre las mejoras que se pueden obtener al adicionar cal a un suelo plástico; la aceptabilidad o rechazo de estos resultados de resistencia a la compresión y valores de CBR dependerán de las especificaciones técnicas y contractuales para cada obra en particular donde sea implementada esta técnica de estabilización.

Entre las CONCLUSIONES obtenidas por (Delgado Alvia, 2011) tenemos:

- ❖ La Carretera Montecristi - Los Bajos, objeto de estudio, tiene como material de subrasante un suelo arcilloso, por lo cual, siguiendo las normas internacionales de estabilización de

suelos y a partir de los ensayos de laboratorio realizados, se ha recomendado efectuar una estabilización con cal, la que arroja resultados favorables en el incremento del CBR, y de reducción del Índice de Plasticidad.

- ❖ Se comprobó que existe una reducción significativa del Índice de Plasticidad con el incremento del porcentaje de cal; provocado por un ligero aumento del Límite de Plasticidad y un apreciable decrecimiento del Límite Líquido.
- ❖ Los resultados obtenidos son satisfactorios según el contenido de cal (6%) para la estabilización de este suelo y están dentro del rango internacionalmente reconocido para ello (4-8%).

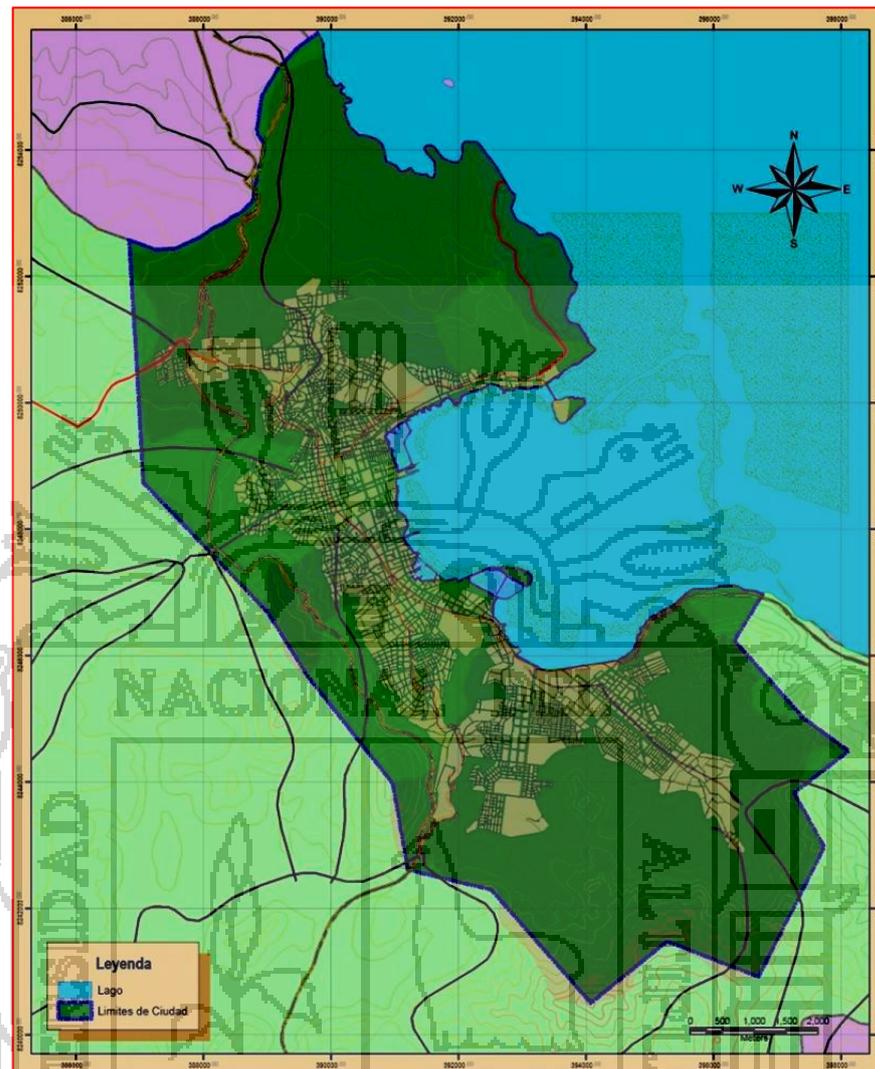
### **1.2.2. DE LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA**

La metodología de superficie de respuesta se empleó para la generación de modelos de simulación del tipo determinístico en varias ramas del conocimiento y en la de materiales de construcción ha demostrado ser asertiva en los resultados que dichos modelos predicen. (Chávez Valencia, Manzano Ramírez, & Hernández Barriga, 2011)

## **1.3. DELIMITACIÓN TEMÁTICA**

### **1.3.1. DELIMITACIÓN ESPACIAL**

La presente tesis se realizara dentro de la bahía interior de Lago Titicaca, exactamente en la ciudad de Puno.

**Figura 1.** Límites de la ciudad de Puno

FUENTE: (Ascencio Costa & Pineda Arce Latorre, 2010)

### 1.3.2. DELIMITACIÓN TEMPORAL

La presente tesis se realizó entre los meses de noviembre y diciembre del año 2014.

### 1.3.3. DELIMITACIÓN TEÓRICA

La presente tesis se limita a estudiar los suelos arcillosos ubicados dentro de la bahía interior del lago Titicaca, específicamente los indicados en el mapa del Anexo C.

## 1.4. OBJETIVOS DEL ESTUDIO

### 1.4.1. OBJETIVO GENERAL

Determinar la máxima resistencia a la compresión simple de suelos arcillosos estabilizados con cal y cemento aplicando la metodología de superficie de respuesta.

### 1.4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ❖ Implementar la metodología de superficie de respuesta en el cálculo de porcentajes óptimos de cal y cemento en la estabilización de suelos arcillosos.
- ❖ Identificar la variación de resistencia a la compresión simple en los suelos arcillosos estabilizados con cal y cemento, frente a los suelos no estabilizados.

## 1.5. HIPÓTESIS

### 1.5.1. HIPÓTESIS GENERAL

Aplicando la metodología de superficie de respuesta es posible determinar la máxima resistencia a la compresión simple de suelos arcillosos estabilizados con cal y cemento.

### 1.5.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

- ❖ La aplicación de la metodología de superficie de respuesta determina los porcentajes óptimos de cal y cemento en la estabilización de suelos arcillosos.
- ❖ La resistencia a la compresión simple en los suelos arcillosos estabilizados con cal y cemento supera en un 10% a la de los suelos arcillosos no estabilizados.

## 1.6. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

### 1.6.1. MÉTODO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

#### 1.6.1.1. ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

##### Cuantitativo

La presente investigación es de enfoque cuantitativo, puesto que recolecta datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento.

#### 1.6.1.2. ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN

##### Correlacional

La investigación correlacional, asocia variables mediante un patrón predecible para un grupo o población. Entonces según el alcance de esta investigación, se ubica en el de Correlacional, puesto que explican relaciones entre variables, cuantifican las relaciones y ofrecen predicciones. (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2010)

**Tabla 4.** Propósitos y valor de los diferentes alcances de las investigaciones.

ALCANCE	PROPÓSITO DE LA INVESTIGACIÓN	VALOR
Exploratorio	Se realiza cuando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen dudas o no se ha abordado antes.	Ayuda a familiarizarse con fenómenos desconocidos, obtener información para realizar una investigación más completa de un contexto particular, investigar nuevos problemas. Identificar conceptos o variables promisorias, establecer prioridades para investigaciones futuras, o sugerir afirmaciones o postulados.
Descriptivo	Busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis.	Es útil para mostrar con precisión los ángulos o dimensiones de un fenómeno, suceso, comunidad, contexto o situación.
Correlacional	Su finalidad es conocer la relación o grado de asociación que exista entre dos o más conceptos categorías o variables en un contexto en particular.	En cierta medida tienen un valor explicativo, aunque parcial, ya que el hecho de saber que dos conceptos o variables se relacionan aporta cierta información explicativa.
Explicativo	Está dirigido a responder por las causas de los eventos y fenómenos físicos y sociales. Se enfoca en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta, o porque se relacionan dos o más variables.	Se encuentra más estructurado que las demás investigaciones (de hecho implica los propósitos de estas); además de que proporciona un sentido de entendimiento del fenómeno a que hacen referencia.

FUENTE: (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2010)

### 1.6.1.3. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Con el propósito de responder a las preguntas de investigación planteadas y cumplir con los objetivos del estudio, el investigador debe seleccionar o desarrollar un diseño de investigación específico. Cuando se establecen y formulan hipótesis, los diseños sirven también para someterlas a prueba. Los diseños cuantitativos pueden ser experimentales o no experimentales. (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2010)

**Tabla 5.** Correspondencia entre tipos de estudio, hipótesis y diseño de investigación.

ESTUDIO	HIPÓTESIS	POSIBLES DISEÑOS
Exploratorios	No se establecen, lo que se puede formular son conjeturas iniciales	- Transeccional descriptivo - Preexperimental
Descriptivo	Descriptiva	- Preexperimental - Transeccional descriptivo
Correlacional	Diferencia de grupos sin atribuir causalidad	- Cuasiexperimental - Transeccional correlacional - Longitudinal (no experimental)
	Correlacional	- Cuasiexperimental - Transeccional correlacional - Longitudinal (no experimental)
Explicativo	Diferencia de grupos atribuyendo causalidad	- Experimental - Cuasiexperimental, longitudinal y transeccional causal (cuando hay bases para inferir causalidad, un mínimo de control y análisis estadísticos apropiados para analizar relaciones causales)
	Causales	- Experimental - Cuasiexperimental, longitudinal y transeccional causal (cuando hay bases para inferir causalidad, un mínimo de control y análisis estadísticos apropiados para analizar relaciones causales)

FUENTE: (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2010)

## 1.6.2. DISEÑO MUESTRAL

### 1.6.2.1. POBLACIÓN

La población (“N”) es el conjunto de todos los individuos (objetos, personas, documentos, data, eventos, situaciones, etc.) a investigar. La población es el conjunto de individuos o cosas que tienen una o más propiedades en común, se encuentran en un espacio o territorio y varían en el transcurso del tiempo. (Vara Horna, 2010)

La población viene dada por el área de estudio que encierra a los puntos de muestreo (Ver anexo C).

**Tabla 6.** Área de influencia de los puntos de muestreo.

PUNTO DE MUESTREO	ÁREA DE INFLUENCIA
Huaje	1235 m <sup>2</sup>
Estadio Universitario UNA-PUNO	1540 m <sup>2</sup>
Salcedo	2590 m <sup>2</sup>
<b>TOTAL</b>	<b>5365 m<sup>2</sup></b>

FUENTE: Elaboración propia

$$N = 5365\text{m}^2$$

#### 1.6.2.2. MUESTRA

La muestra ("n") es el conjunto de casos extraídos de la población, seleccionados por algún método de muestreo. La muestra siempre es una parte de la población. Si tienes varias poblaciones, entonces tendrás varias muestras. (Vara Horna, 2010)

Para el cálculo de la muestra total tomamos como referencia al número mínimo de exploraciones determinado por el área que dispone el reglamento nacional de edificaciones en la norma E-050 Suelos y Cimentaciones Art N°9 y Art. N°11 (tipo determinístico).

**Tabla 7.** Tipo de edificación.

CLASE DE ESTRUCTURA	DISTANCIA MAYOR ENTRE APOYOS (m)	NÚMERO DE PISOS (Incluido los sótanos)			
		≤ 3	4 a 8	9 a 12	> 12
Aporticada de acero	< 12	C	C	C	B
Pórticos y/o muros de concreto	< 10	C	C	B	A
Muros portantes de albañilería	< 12	B	A	---	---
Bases de máquinas y similares	Cualquiera	A	---	---	---
Estructuras especiales	Cualquiera	A	A	A	A
Otras estructuras	Cualquiera	B	A	A	A
* Cuando la distancia sobrepasa la indicada, se clasificara en el tipo de edificación inmediato superior.					
Tanque elevados y similares		≤ 9m de altura		> 9m de altura	
		B		A	

FUENTE: (Ministerio de Vivienda, 2004)

**Tabla 8.** Número de puntos de investigación.

Tipo de edificación	Número de puntos de investigación (n)
A	1 cada 225 m <sup>2</sup>
B	1 cada 450 m <sup>2</sup>
C	1 cada 800 m <sup>2</sup>
Urbanizaciones para viviendas unifamiliares de hasta 3 pisos.	3 por cada Ha. De terreno habilitado.

FUENTE: (Ministerio de Vivienda, 2004)

Por lo tanto de la tabla 8 para una estructura de tipo C será de 01 cada 800m<sup>2</sup>.

Entonces la muestra a investigar viene dado por la siguiente expresión:

$$n = \frac{5360 \text{ m}^2}{800 \text{ m}^2}$$

$$n = 6.71 \text{ puntos}$$

$$n \approx 7 \text{ puntos}$$

De los 07 puntos calculados se seleccionaron 03 puntos de trabajo teniendo en cuenta investigaciones donde se

encontraron suelos finos con presencia de arcillas en varios sectores de la ciudad de Puno.

**Tabla 9.** Tipos de suelos encontrados en las Instituciones Educativas de la ciudad de Puno.

N°	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	TIPO DE SUELO	
		CLASIFICACIÓN S.U.C.S	DESCRIPCIÓN
1	IEP N° 70026 Porteño	MH	Limo arenoso
2	IES María Auxiliadora	CL-ML	Arcilla limosa
3	IES Industrial 32	SM	Arena limosa

FUENTE: (Huaquiusto Caceres, DIAGNÓSTICO Y ALTERNATIVAS DE SOLUCIÓN DE LAS FALLAS COMUNES EN INFRAESTRUCTURA EDUCATIVA EN LA CIUDAD DE PUNO, 2007)

**Tabla 10.** Tipos de suelos presentes en la ciudad de Puno.

N°	UBICACIÓN	TIPO DE SUELO	
		CLASIFICACIÓN S.U.C.S	DESCRIPCIÓN
1	Salcedo	SM-SC	Arena limosa con arcilla

FUENTE: (Vilca Apaza, 2014)

# CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

---

## 2.1. LAS ARCILLAS

Las arcillas son principalmente partículas submicroscópicas en forma de escamas de mica, minerales arcillosos y otros minerales. Como se muestra en la Tabla 11, las arcillas se definen como partículas menores a 0.002 mm. En algunos casos, las partículas de tamaño entre 0.002 y 0.005 mm también se denominan arcillas. Las partículas se clasifican como arcilla con base en su tamaño y no contienen necesariamente minerales arcillosos. Las arcillas se definen como aquellas partículas “que desarrollan plasticidad cuando se mezclan con una cantidad limitada de agua”<sup>1</sup>. (La plasticidad es la propiedad tipo masilla de las arcillas cuando contienen cierta cantidad de agua.) Los suelos no arcillosos pueden contener partículas de cuarzo, feldespato o mica, suficientemente pequeñas para caer dentro de la clasificación de las arcillas. Por consiguiente, es apropiado para las partículas de suelo menores que 2  $\mu$  o 5  $\mu$  como se definen bajo diferentes sistemas, ser llamado partículas tamaño arcilla en vez de arcillas. Las partículas de arcilla son en su mayoría de tamaño coloidal (< 1  $\mu$ ) con 2  $\mu$  de límite superior. (Braja M., 2001).

---

<sup>1</sup> Grim R. E. (1953). CLAY MINERALOGY, McGraw-Hill, New York

**Tabla 11.** Límites de tamaño de suelos separados

Nombre de la organización	Tamaño del grano (mm)			
	Grava	Arena	Limo	Arcilla
Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT)	> 2	2 a 0.06	0.06 a 0.002	< 0.002
Departamento de Agricultura de Estados Unidos (USDA)	> 2	2 a 0.05	0.05 a 0.002	< 0.002
Asociación Americana de Funcionarios del Transporte y Carreteras Estatales (AASHTO)	76.2 a 2	2 a 0.075	0.075 a 0.002	< 0.002
Sistema unificado de clasificación de suelos (U.S. Army Corps of Engineers; U.S. Bureau of Reclamation; American Society for Testing and Materials)	76.2 a 4.75	4.75 a 0.075	Finos (es decir, limos y arcillas) < 0.075	

FUENTE: (Braja M., 2001)

## 2.2. LA CAL

La cal es el producto de la calcinación de rocas calizas a temperaturas entre 880 y 900°C, constituido principalmente por óxido de calcio (CaO) y otros componentes. La adición de cal en los materiales arcillosos para terracerías, revestimientos, sub-base y bases, por sus diferentes reacciones, en mayor y menor grado, produce aumento en su límite líquido y mayor incremento en su límite plástico para generar así una disminución en su índice plástico; aumentando la estabilidad volumétrica de los materiales cohesivos y la resistencia a la compresión simple y el CBR.

Para el tratamiento de suelos se puede utilizar: cal viva (óxido de calcio – CaO), cal hidratada (hidróxido de calcio – Ca [OH]<sub>2</sub>) o una lechada de cal (es una suspensión de cal hidratada en agua, que puede elaborarse a partir de cal hidratada o de cal viva). (Huezo Maldonado & Orellana Martinez, 2009).

- ❖ La cal viva: se produce de la transformación química del carbonato de calcio (piedra caliza – CaCO<sub>3</sub>) en óxido de calcio.
- ❖ La cal hidratada: se obtiene cuando la cal viva reacciona químicamente con el agua. La cal hidratada (hidróxido de calcio)

es la que reacciona con las partículas arcillosas y las transforma permanentemente en una fuerte matriz cementante.

- ❖ La lechada de cal: es la suspensión de la cal hidratada en agua. Su empleo en tratamiento de suelo permite por un lado, evitar el polvo producido durante el extendido de cal y por otro, controla mejor la humedad de los suelos secos.

### 2.2.1. PROPIEDADES DE LOS SUELOS ESTABILIZADOS CON CAL

Mediante el tratamiento de los suelos arcillosos con cal se logra una reducción de su plasticidad, una disminución de su hinchamiento potencial y un aumento de su capacidad de soporte.

Se logra mejorar sus características resistentes y sus propiedades geotécnicas, y con ello su durabilidad y sus prestaciones durante su vida útil.

A continuación se describen más en detalle las propiedades de las mezclas de suelos arcillosos y cal de mayor interés en las obras de infraestructura. (ANCADE, ANTER, & IECA, 2010).

#### a) GRANULOMETRÍA

Una de las primeras acciones de la cal con los suelos es la floculación o aglomeración de las partículas de arcilla en otras más gruesas. Dicha transformación granulométrica de las fracciones arcilla puede estimarse mediante la disminución del porcentaje de finos del suelo.

#### b) PLASTICIDAD

Uno de los efectos más importantes de la cal en un suelo es el de cambiar apreciablemente su plasticidad. Con suelos de

baja plasticidad ( $IP < 15$ ) aumentan tanto el LL como el LP y también, muy ligeramente, su IP; en cambio, en los suelos de plasticidad media y elevada ( $IP > 15$ ) disminuye el IP.

c) CAPACIDAD DE SOPORTE

Los suelos arcillosos suelen tener una capacidad de soporte baja. Por el contrario, una vez estabilizados con cal y en función del porcentaje de esta última, los valores obtenidos pueden llegar a ser con frecuencia superiores a los de muchos suelos naturales seleccionados.

d) ESTABILIDAD VOLUMÉTRICA

Una de las razones para estabilizar algunos suelos es que presenten unos valores de hinchamiento peligrosos, que supongan riesgos de movimientos de la capa una vez construida la infraestructura. La mezcla con cal puede reducir e, incluso, eliminar estos hinchamientos como consecuencia de la disminución de la plasticidad.

e) RESISTENCIA A COMPRESIÓN

La resistencia a compresión de los suelos estabilizados con cal depende mucho del tipo de suelo. Mientras en algunos casos no se aprecia prácticamente aumento de resistencias, en otros se alcanzan a los 6 meses valores similares a los que se exigen a 7 días de edad a los suelos estabilizados con cemento para explanadas.

## f) RESISTENCIA FRENTE A LA ACCIÓN DEL AGUA

Los suelos tratados con cal disminuyen su susceptibilidad al agua gracias tanto a los efectos de mejora inmediata como a los de estabilización a largo plazo.

Éste es un factor fundamental en el mejor comportamiento que demuestran las capas tratadas frente a las de materiales sin tratar en iguales condiciones de servicio.

## g) PERMEABILIDAD

La evolución de la permeabilidad de los suelos arcillosos tratados con cal presenta dos etapas distintas. De forma inmediata, tras el mezclado, durante el proceso de modificación, el suelo pasa de arcilloso a arenoso lo cual supone un aumento de la permeabilidad.

Pero una vez transcurrido un cierto plazo, a medida que se desarrollan las reacciones puzolánicas y se forman los enlaces entre partículas del suelo, éste se va cerrando, volviendo a reducirse su permeabilidad hasta los valores iniciales o, incluso, menores. Con ello, el suelo tratado con cal resulta finalmente igual de impermeable o más que el original. Este efecto depende del grado de estabilización propiamente dicha que se alcance con el tratamiento.

## h) RESISTENCIA A LOS CICLOS DE HIELO-DESHIELO

Las capas tratadas con cal presentan una mejor resistencia frente a los ciclos de hielo-deshielo. Dicha resistencia se consigue principalmente tras las reacciones puzolánicas, pues los productos resultantes de las mismas son los que

confieren al suelo esta propiedad. No obstante, en España este aspecto no es relevante.

## 2.3. CEMENTO

Según la Norma Técnica Peruana NTP 334.009, el cemento Pórtland es un cemento hidráulico producido mediante la pulverización del Clinker compuesto esencialmente por silicatos de calcio hidráulicos y que contiene generalmente una o más de las formas sulfato de calcio como adición durante la molienda, es decir:

Cemento Pórtland = Clinker Pórtland + Yeso

El cemento Pórtland es un polvo muy fino de color verdoso. Al mezclarlo con agua forma una masa (pasta) muy plástica y moldeable que luego de fraguar y endurecer, adquiere gran resistencia y durabilidad. (Torre C., 2004).

### 2.3.1. PROPIEDADES DE LOS SUELOS ESTABILIZADOS CON CEMENTO

#### a) NATURALEZA DE LOS SUELOS ESTABILIZADOS CON CEMENTO

Los suelos estabilizados con cemento pueden clasificarse, de acuerdo con las propiedades de la mezcla resultante, en los siguientes tipos:

- ❖ Los suelos mejorados con cemento, en los que se añade a un suelo, una vez disgregado en su caso, una cantidad de cemento relativamente baja, a fin de mejorar algunas de sus características (por ejemplo, su susceptibilidad a los cambios de humedad), y que

después del tratamiento siguen constituyendo un material suelto.

- ❖ Los suelos estabilizados con cemento, en los que el producto final, después del fraguado del cemento, es un material, con una cierta resistencia mecánica.

La principal diferencia entre los suelos estabilizados con cemento para explanadas y los utilizados en capas de firme radica en el contenido más elevado de cemento de los segundos, lo que se traduce en una superior resistencia mecánica y en una mayor homogeneidad.

#### b) PROPIEDADES EN ESTADO FRESCO

- ❖ Plazo de trabajabilidad: Ya se ha mencionado que el plazo de trabajabilidad es un parámetro muy importante, tanto en lo que se refiere a la puesta en obra de este tipo de materiales como en su comportamiento a largo plazo. Para su determinación, el método más sencillo consiste en realizar ensayos de compactación diferida, confeccionando probetas después de haber dejado transcurrir un tiempo cada vez mayor a partir de la mezcla de los componentes y determinando la densidad de las mismas.
- ❖ Estabilidad inmediata: Para poder soportar el paso inmediato de los vehículos sin que se produzcan deformaciones importantes que puedan perjudicar su comportamiento posterior, el suelo estabilizado con cemento, una vez compactado, debe tener un esqueleto mineral con una estabilidad suficiente. Para la estimación de la misma se utiliza el denominado índice de capacidad de soporte inmediata, el cual se

determina sometiendo una probeta recién compactada a un ensayo de penetración con la prensa CBR, sin imbibición y sin ninguna sobrecarga anular. El valor CBR, obtenido en estas condiciones, es el índice de capacidad de soporte inmediata, y debe ser al menos igual o superior a 50 para poder permitir la apertura a la circulación.

El índice de capacidad de soporte inmediata también es un indicador de la posibilidad de circular los equipos de obra sobre el material. Este último es muy inestable si dicho índice es inferior a 25. Para valores comprendidos entre 25 y 50, el comportamiento del material es muy variable dependiendo de las condiciones de ejecución.

### c) PROPIEDADES FÍSICAS Y MECÁNICAS

- ❖ Densidad: Al igual que en los suelos, los materiales tratados con cemento tienen una curva densidad seca – humedad, antes de la hidratación del conglomerante, que se obtiene aplicando una energía de compactación normalizada a distintas muestras del mismo material de partida en las que se va variando su contenido de humedad. Dicha curva suele tener una forma aproximadamente parabólica, con una densidad máxima para un contenido de humedad que se denomina humedad óptima
  
- ❖ Permeabilidad: Los suelos estabilizados con cemento tienen coeficientes de permeabilidad que suelen situarse entre  $1,7 \cdot 10^{-7}$  y  $10^{-9}$  m/s. Los valores más reducidos corresponden normalmente a suelos con un porcentaje importante de partículas arcillosas. En

comparación con la del suelo de partida, la permeabilidad disminuye notablemente al mezclarlos con cemento en el caso de suelos granulares, mientras que por el contrario puede aumentar en algún caso si se trata de suelos arcillosos o limosos. En general, cuanto mayor es el contenido de cemento, menor es la permeabilidad, a igualdad del resto de factores.

❖ Resistencias mecánicas: Las resistencias mecánicas de los suelos estabilizados con cemento dependen fundamentalmente de los siguientes factores:

- El contenido de cemento
- La densidad alcanzada en la compactación
- La humedad de la mezcla
- La naturaleza del suelo
- La edad del material
- Las temperaturas a las que se ha visto sometido

#### d) DURABILIDAD

❖ Comportamiento frente a heladas y ciclos de humedad-sequedad: El fraguado y primer endurecimiento de los materiales tratados con cemento pueden verse retrasados e incluso detenidos cuando los mismos tienen lugar en periodo de heladas, debido, entre otras causas, a la acción expansiva del agua intersticial, que impide la evolución normal de estos procesos. En algunos casos, la formación de hielo puede dar lugar a una descompactación del material. No obstante, salvo en estas circunstancias, el proceso de fraguado se

continúa desarrollando normalmente una vez que la temperatura alcanza valores normales.

- ❖ Comportamiento frente a ambientes agresivos: En los terrenos y aguas subterráneas con yeso u otros sulfatos (de sodio, magnesio o potasio) puede producirse un ataque de los mismos a las mezclas con cemento. Dicho ataque puede ser de varias formas, pero el más peligroso se produce al reaccionar los sulfatos con el aluminato tricálcico que se forma durante la hidratación del cemento, lo que da lugar a cristales de sulfoaluminato tricálcico hidratado, también conocido como ettringita. Esta reacción es muy expansiva y puede llevar a la desintegración de la capa tratada con cemento. La rapidez y la importancia de estos ataques aumentan a medida que se incrementan tanto la concentración de los sulfatos en las aguas subterráneas o en el propio suelo como la temperatura.

## **2.4. ENSAYO DE LÍMITE DE LÍQUIDO DE UN SUELO**

### **2.4.1. OBJETIVO**

Obtener el contenido de humedad expresado en %, cuando este se halle en el límite entre el estado plástico y el estado semilíquido.

### **2.4.2. REFERENCIAS NORMATIVAS**

- ❖ ASTM D-4318

### **2.4.3. EQUIPOS Y MATERIALES**

- ❖ Tamiz Nro. 40.

- ❖ Copa de Casagrande con su ranurador ASTM.
- ❖ Balanza con aproximación de 0.001 gr.
- ❖ Horno capaz de mantener la temperatura a  $110 \pm 5^\circ\text{C}$ .
- ❖ Espátula de acero inoxidable.
- ❖ Cápsula de evaporación para el mezclado, puede ser de porcelana, vidrio o plástico.
- ❖ Taras numeradas.
- ❖ Comba de goma.

#### 2.4.4. PROCEDIMIENTO

- ❖ Se Prepara la muestra seca, disgregándola con la comba de goma y pasarlo por la malla No. 40 para obtener una muestra representativa de unos 100 gr. aproximadamente.
- ❖ Para luego colocar el suelo pasante malla No. 40 en una vasija de evaporación y añadir una pequeña cantidad de agua, dejar que la muestra se humedezca.
- ❖ Se mezcló con ayuda de la espátula hasta que el color sea uniforme y conseguir una mezcla homogénea. La consistencia de la pasta debe ser pegajosa.
- ❖ Se coloca una pequeña cantidad de masa húmeda en la parte central de la copa y se nivela la superficie.
- ❖ Luego se pasa el acanalador por el centro de la copa para cortar en dos la pasta de suelo.
- ❖ La ranura debe apreciarse claramente y que separe completamente la masa del suelo en dos partes.
- ❖ Tomando en cuenta que la mayor profundidad del suelo en la copa debe ser igual a la altura de la cabeza del acanalador ASTM.
- ❖ Si se utiliza la herramienta Casagrande se debe mantener firmemente perpendicular a la superficie de la copa, de forma que la profundidad de la ranura sea homogénea.

- ❖ Entonces se pone en movimiento la cazuela con ayuda de la manivela y suministrar los golpes (02 golpes por segundo) que sean necesarios para cerrar la ranura en 12.7 mm ( $\frac{1}{2}$ ").
- ❖ Cuando se cierre la ranura en  $\frac{1}{2}$ ", registrar la cantidad de golpes y tomar una muestra de la parte central para la determinación del contenido de humedad.
- ❖ Este proceso se repite nuevamente con tres muestras más para lograr cuatro puntos a diferentes contenidos de humedad. Los siguientes rangos de golpes son los recomendados:
  - a. 25 a 30 golpes
  - b. 30 a 35 golpes
  - c. 15 a 20 golpes
  - d. 20 a 25 golpes.

## 2.5. ENSAYO DE LÍMITE PLÁSTICO DE UN SUELO

### 2.5.1. OBJETIVO

Hallar el contenido de humedad expresado en porcentaje cuando éste se halle en el límite entre el estado plástico y el estado semisólido del suelo.

### 2.5.2. REFERENCIAS NORMATIVAS

- ❖ ASTM D 4318

### 2.5.3. EQUIPOS Y MATERIALES

- ❖ Tamiz Nro. 40.
- ❖ Balanza, con sensibilidad a 0.01 gr.
- ❖ Placa de vidrio esmerilado de por lo menos 30cm. de lado, de forma cuadrada por 1cm. De espesor.

- ❖ Horno capaz de mantener la temperatura a  $110 \pm 5^\circ\text{C}$ .
- ❖ Espátula de acero inoxidable.
- ❖ Cápsula de evaporación para el mezclado, puede ser de porcelana, vidrio o plástico.
- ❖ Taras numeradas.
- ❖ Comba de goma.

#### 2.5.4. PROCEDIMIENTO

- ❖ Se trabajó con el material preparado para el límite líquido se toma aproximadamente 20gr.
- ❖ Luego se amasa el suelo y se dejó que pierda humedad hasta una consistencia a la cuál pueda enrollarse sin que se pegue a las manos esparciéndolo y mezclándolo continuamente sobre la placa de vidrio.
- ❖ El rollito se hizo adelgazar en cada movimiento hasta que su diámetro sea de 3.2 mm (1/8 pulg.)
- ❖ La prueba continúa hasta que el rollito empieza a rajarse y tiende a desmoronarse.
- ❖ Una vez que se ha producido el límite plástico se debe colocar el rollito en un recipiente de peso conocido y se pesa para determinar el contenido de humedad.
- ❖ Seguidamente se volvió a repetir la operación dos veces más, tomando otra porción de suelo.
- ❖ El límite plástico es el promedio de las tres determinaciones.

#### 2.6. ENSAYO DE COMPACTACIÓN - PROCTOR MODIFICADO

##### 2.6.1. OBJETIVO

Determinar la compactación en laboratorio de un suelo y obtener la relación densidad – humedad para un determinado esfuerzo de compactación. (Huaquisto Caceres, Mecánica de Suelos MANUAL DE SUELOS, 2012).

## 2.6.2. REFERENCIAS NORMATIVAS

- ❖ ASTM D 1557-70
- ❖ AASHTO T180-70
- ❖ NTP 339.141
- ❖ MTC E 115-2000

## 2.6.3. EQUIPOS Y MATERIALES

El equipo utilizado para el ensayo de Proctor modificado es el siguiente:

- ❖ Molde cilíndrico de material rígido con base de apoyo y collarín. Metálico de 6".
- ❖ Pisón de 10 lb. de peso con 18 pulgadas de caída libre.
- ❖ Tamices de 2",  $\frac{3}{4}$ ",  $\frac{3}{8}$ ", y N°4.
- ❖ Una regla metálica con arista cortante de 25 cm de largo.
- ❖ Probeta graduada de 500 cm<sup>3</sup>.
- ❖ Una balanza de 30 Kg de capacidad y 1.0 gr. de sensibilidad.
- ❖ Una balanza de 500 gr., de capacidad y de 0.01 gr., de sensibilidad.
- ❖ Un horno que mantenga una temperatura constante entre 100 – 110° C.
- ❖ Bandejas metálicas.
- ❖ Probetas graduadas de 500 cm<sup>3</sup>.
- ❖ Tara para determinar humedad.

## 2.6.4. MUESTRA DE ENSAYO

La muestra requerida para los métodos A y B es de aproximadamente 4 o 5 muestras de 6 kg. Para el método C y de 4 o 5 muestras de 3 kg para el método A o B. entonces se debe tener 15 kg si se tratase del método A o B y para el procedimiento C de

30 kg de suelo secada al aire y desmenuzado. Debido a esto la muestra de suelo debe tener una masa húmeda mínima aproximada de 23 y 45 kg respectivamente.

Para saber el método.

Se determina el porcentaje de material retenido en el tamiz N° 4, 3/8" y 3/4" adecuadamente para escoger el procedimiento A, B o C, separando una porción representativa de la muestra total y determinando los porcentajes que pasan las mallas de interés.

**Tabla 12.** Determinación del método

ASTM D 1557 PROCTOR MODIFICADO				
MÉTODO	% Acumulado Retenido N° 4	% Acumulado Retenido N° 3/8"	% Acumulado Retenido N° 3/4"	Material a utilizar
A	≤ 20%	-	-	Pasa N° 4
B	> 20%	≤ 20%	-	Pasa N° 3/8"
C	-	> 20%	≤ 30%	Pasa N° 3/4"

FUENTE: (Vilca Apaza, 2014)

Entonces tomando en cuenta las especificaciones para el ensayo Proctor Modificado.

#### ASTM D 1557 PROCTOR MODIFICADO

E = Energía de compactación. = 56.250 Lb.ft/ft<sup>3</sup>.

W = Peso del martillo. = 10 Lb.

h = Altura de caída del martillo. = 18 pulgadas.

n = Numero de golpes por capas. = Depende del molde.

N = Numero de capas. = 5.

V = Volumen del molde. = Depende del molde de prueba.

**Tabla 13.** Suelo y molde a utilizar

Método A	Método B	Método C
Pasa la malla N° 4.	Pasa la malla 3/8"	Pasa la malla 3/4"
Molde 4" Diámetro	Molde 4" Diámetro	Molde 6" Diámetro
$V = 1/30 \text{ pie}^3$	$V = 1/30 \text{ pie}^3$	$V = 1/13.3 \text{ pie}^3$
N = 25 golpes/capa	N = 25 golpes/capa	N = 56 golpes/capa

FUENTE: (Vilca Apaza, 2014)

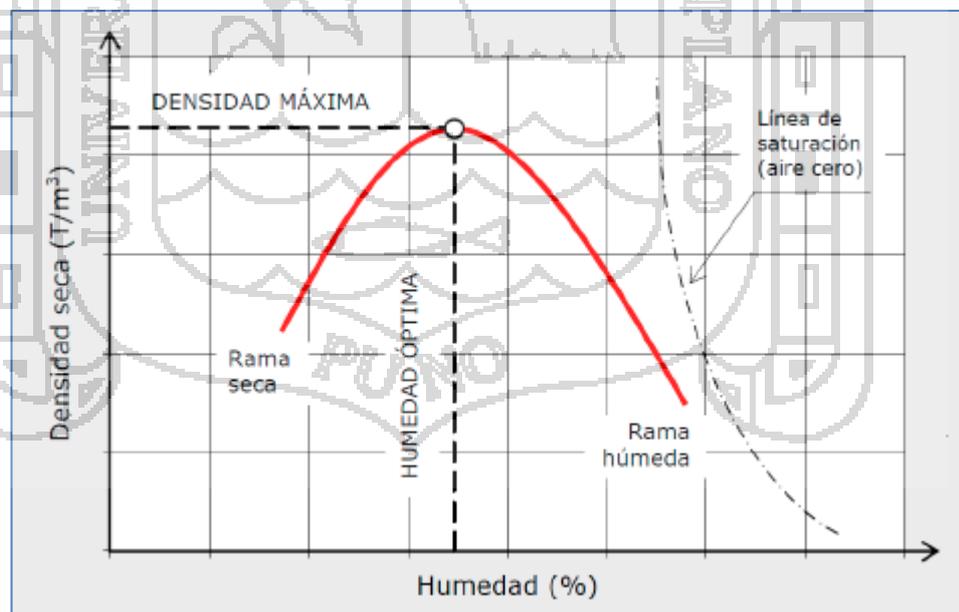
### 2.6.5. PROCEDIMIENTO

Se obtiene por cuarteo una muestra representativa, previamente secada al sol y según el método a usarse.

- ❖ De la muestra ya preparada se esparce agua en cantidad tal que la humedad resulte un poco menor del 10% y si el material es arenoso es conveniente ponerle una humedad aún menor.
- ❖ Se revuelve completamente el material tratando que el agua agregada se distribuya uniformemente.
- ❖ Pese el molde cilíndrico y anote su peso.
- ❖ La muestra preparada se coloca en el molde cilíndrico en cinco (5) capas, llenándose en cada capa aproximadamente 1/5 de su altura y se compacta cada capa de la forma siguiente:
- ❖ Se coloca el pistón de compactar con su guía, dentro del molde; se eleva el pistón hasta que alcance la parte superior y se suelta permitiendo que tenga una caída libre de 45.7 cm., se cambia de posición la guía, se levanta y se deja caer nuevamente el pistón. Se repite el procedimiento cambiando de lugar la guía de manera que con 25 o 56 (según el método) golpes se cubra la superficie. Esta operación de compactación se repite en las cinco capas del material.
- ❖ Al terminar la compactación de las cinco capas, se quita la extensión o collarín y con la regla metálica se enraza la muestra al nivel superior del cilindro.

- ❖ Se limpia exteriormente el cilindro y se pesa con la muestra compactada anotando su peso. (Peso del material + cilindro).
- ❖ Con ayuda de un cucharón se toman aproximadamente 100 gr. material tanto de la parte superior e inferior del espécimen., y se pesa en la balanza de 0.01gr. (Peso húmedo).
- ❖ Deposite el material en el horno a una temperatura de 100 a 110 °C por un período de 24 horas, transcurrido este período determínese el peso seco del material.
- ❖ En las otras 3 o 4 muestras se esparce agua en cantidad tal que la humedad resulte menor o mayor del 10%, en 2% aproximadamente. Si el material es arenoso es conveniente ponerle una humedad menor.
- ❖ Repita los pasos del 2 al 9 hasta obtener un número de resultados que permitan trazar una curva cuya cúspide corresponderá a la máxima densidad para una humedad óptima.

**Figura 2.** Curva de humedad - Densidad seca



FUENTE: (Vilca Apaza, 2014)

### 2.6.6. CÁLCULOS

La densidad de la muestra húmeda se halla con la siguiente fórmula:

$$\rho_{\text{humeda}} = \frac{W_{\text{molde+muestra húmeda}} - W_{\text{molde}}}{V_{\text{molde}}} \dots \dots (2.1)$$

El contenido de humedad de la muestra se obtiene de:

$$\omega\% = \left( \frac{W_{\text{agua}}}{W_{\text{seco}}} \right) 100 \dots \dots (2.2)$$

$$\omega\% = \left( \frac{W_{\text{muestra húmeda+tara}} - W_{\text{muestra seca+tara}}}{W_{\text{muestra seca+tara}} - W_{\text{tara}}} \right) 100 \dots \dots (2.3)$$

Densidad seca:

$$\rho_{\text{seco}} = \frac{\rho_{\text{humeda}}}{1 + \omega} \dots \dots (2.4)$$

Finalmente con los datos de pesos volumétricos seco en las ordenadas y contenidos de humedad en las abscisas, se gráfica la curva de compactación y de ahí se obtiene el peso volumétrico máximo ( $\gamma_d$  máximo) y la humedad óptima ( $\omega\%$  óptimo) los cuales corresponden al punto más alto de la curva de compactación.

## 2.7. ENSAYO DE COMPRESIÓN SIMPLE

### 2.7.1. OBJETIVO

Determinar la resistencia a la compresión inconfiada del suelo.

Evaluar la resistencia al corte de suelos cohesivos. (Huaquisto Caceres, Mecánica de Suelos MANUAL DE SUELOS, 2012)

### 2.7.2. REFERENCIA NORMATIVA

- ❖ AASHTO T208
- ❖ ASTM D 1587
- ❖ NTP 339.167

### 2.7.3. EQUIPOS Y MATERIALES

- ❖ Máquina de compresión inconfiada.
- ❖ Dos diales de carga a 0.00012 y el deformímetro 0.01mm/división.
- ❖ Molde para muestras remoldeadas e intactas
- ❖ Balanza
- ❖ Equipo para determinar la densidad
- ❖ Equipo para determinar la humedad

### 2.7.4. PROCEDIMIENTO

- ❖ Preparar dos muestras de tubo o remoldeadas con relación L/d entre 2 y 3.
- ❖ Colocar las muestras en lugares húmedos para prevenir su desecamiento.
- ❖ Calcular la deformación correspondiente al 20% de deformación unitaria.
- ❖ Calcular las densidades de las muestras. Para luego del experimento determinar su humedad a fin de calcular la densidad seca.
- ❖ Alinear cuidadosamente la muestra en la máquina de compresión.
- ❖ Establecer el cero en el deformímetro y equipo de carga.
- ❖ Prender la máquina y tomar lecturas en los deformímetros de carga y deformación como sigue: para un deformímetro de 0.01mm/división las lecturas se toman a 10, 25, 50, 75, 100 y de ahí en adelante cada 50 a 100 divisiones del

deformímetro hasta que la carga decrece significativamente o la carga se mantiene constante por cuatro lecturas i la deformación sobrepasa el 20% de la deformación unitaria.

### 2.7.5. CÁLCULOS

Calcular la deformación unitaria, como:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \dots \dots (2.5)$$

Dónde:

- ❖  $\Delta L$ : Deformación total de la muestra (axial) en mm.
- ❖  $L_0$ : Longitud inicial de la muestra en mm.

El esfuerzo instantáneo  $\sigma$  del ensayo sobre la muestra se calcula como:

$$\sigma = \frac{P}{A'} \text{ (kPa)} \dots \dots (2.6)$$

Dónde:

- ❖ P: Carga sobre la muestra en cualquier instante para el correspondiente valor de  $\Delta L$  en kN.
- ❖ A': Área de la sección transversal de la muestra para la carga correspondiente P en  $m^2$ .

$$A' = \frac{A_0}{1 - \varepsilon} \dots \dots (2.7)$$

Dónde:  $A_0$  = Área original.

Dibujar la curva esfuerzo, como ordenada “y”, deformación, como abscisa “x” mostrar  $q_u$  como esfuerzo pico para dos especímenes y calcular su promedio.

Dibujar el círculo de Mohr con  $q_u$  promedio y mostrar la cohesión.

## 2.8. METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA

La MSR es la estrategia experimental y de análisis que permite resolver el problema de encontrar las condiciones de operación óptimas de un proceso, es decir, aquellas que dan por resultado “valores óptimos” de una o varias características de calidad del producto. (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008).

### 2.8.1. ELEMENTOS DE LA MSR

La metodología de superficie de respuesta implica tres aspectos: diseño, modelo y técnica de optimización. El diseño y el modelo se piensan al mismo tiempo, y dependen del tipo de comportamiento que se espera en la respuesta. De manera específica, el modelo puede ser de primero o segundo orden (plano o con curvatura); por ello, el tipo de diseño utilizado y el método de optimización se clasifican, según sea el caso, como de primero o segundo orden.

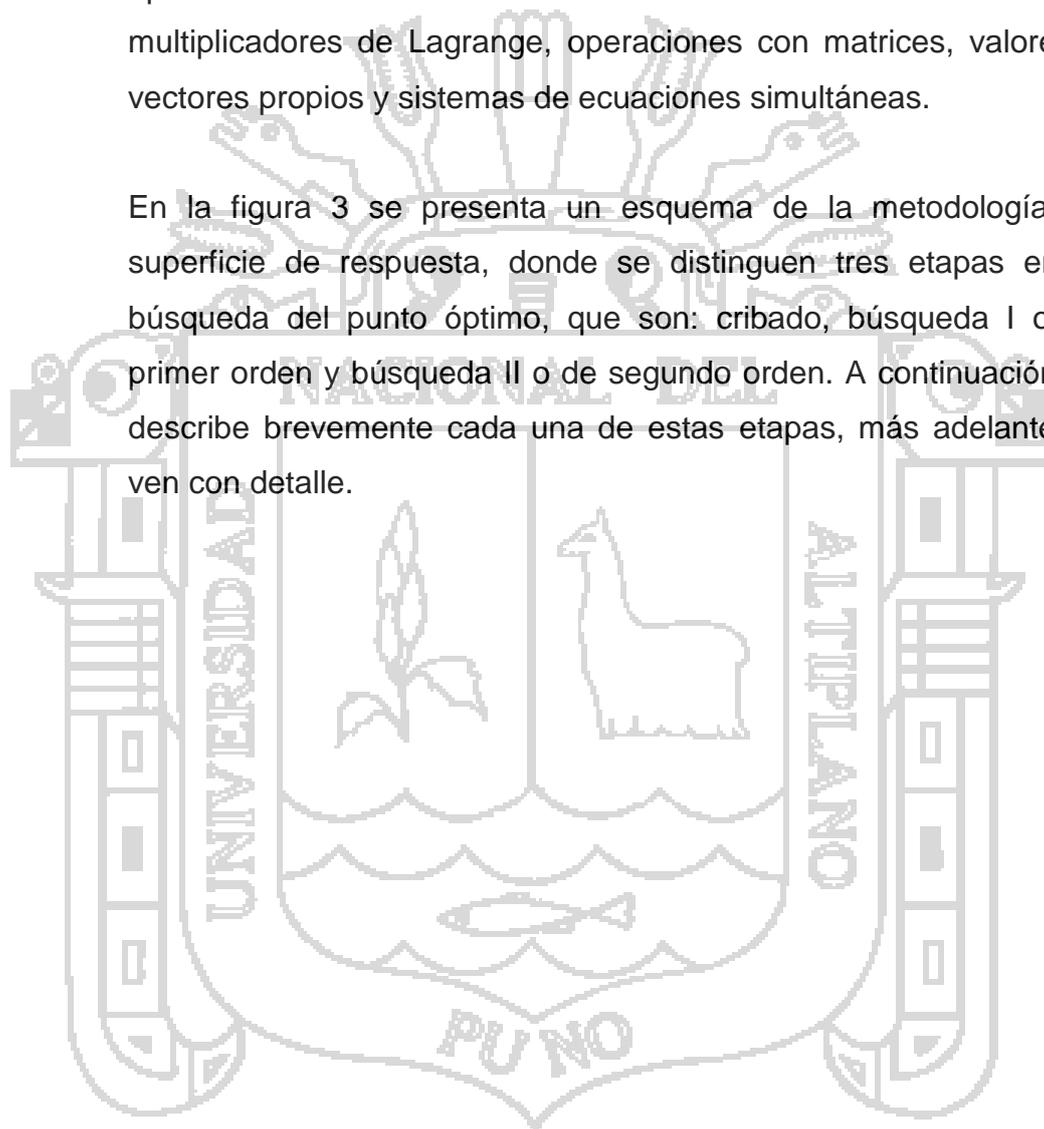
El aspecto diseño implica que para optimizar un proceso se debe aplicar el diseño de experimentos, en particular aquellos que sirven para ajustar un modelo de regresión lineal múltiple. Más adelante se presentan algunos de estos diseños, conocidos genéricamente como diseños para superficie de respuesta.

El aspecto del modelo utiliza el análisis de regresión lineal múltiple, junto con sus elementos básicos que son: parámetros del modelo, modelo ajustado, significancia del modelo, prueba de falta de

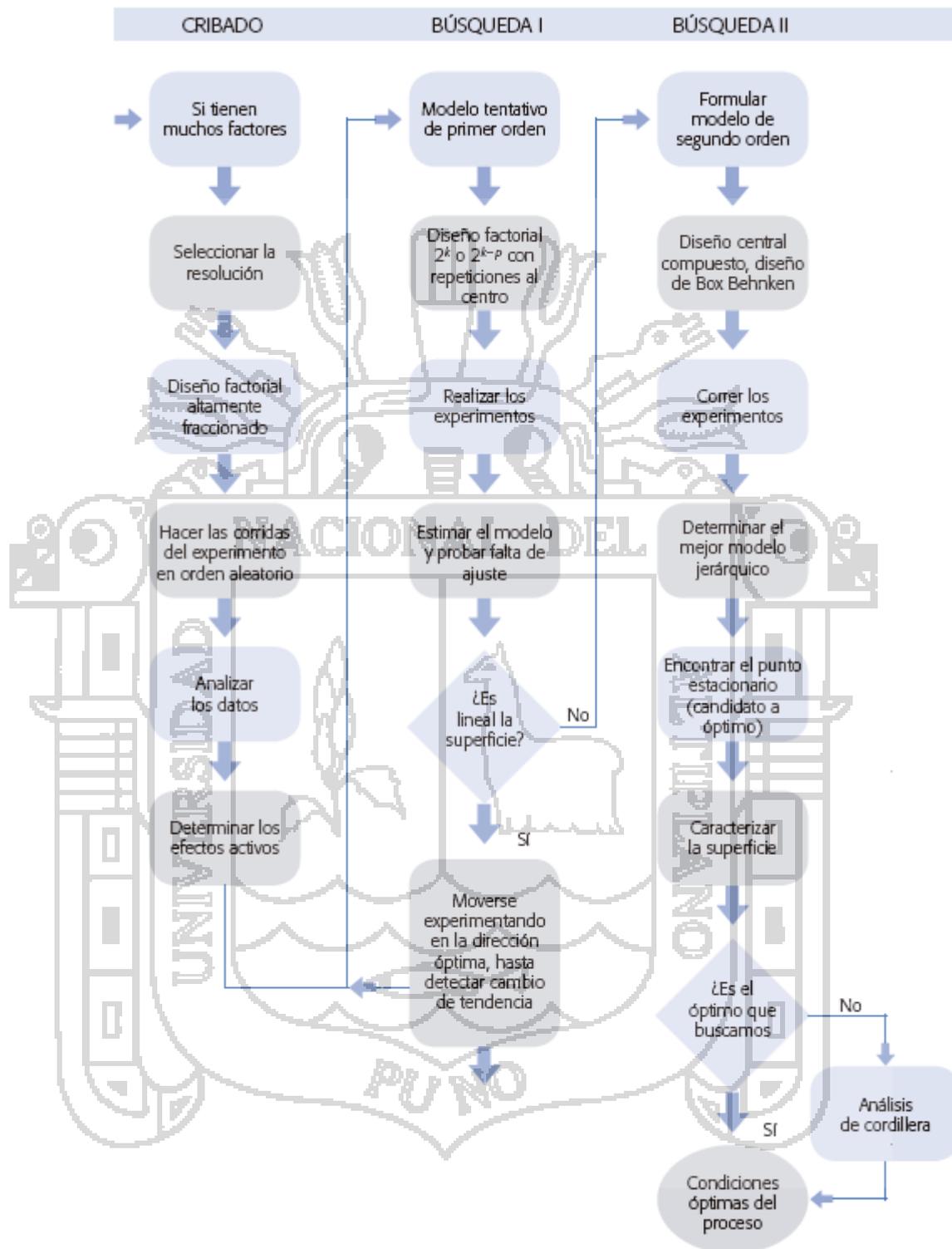
ajuste, residuos, predichos, intervalos de confianza para predichos y coeficiente de determinación.

Por último, el aspecto de optimización está formado por algunas técnicas matemáticas que sirven para que, dado un modelo ajustado, explorarlo a fin de obtener información sobre el punto óptimo. Conviene recordar técnicas como: derivadas de funciones, multiplicadores de Lagrange, operaciones con matrices, valores y vectores propios y sistemas de ecuaciones simultáneas.

En la figura 3 se presenta un esquema de la metodología de superficie de respuesta, donde se distinguen tres etapas en la búsqueda del punto óptimo, que son: cribado, búsqueda I o de primer orden y búsqueda II o de segundo orden. A continuación se describe brevemente cada una de estas etapas, más adelante se ven con detalle.



**Figura 3.** Esquema de los elementos de la MSR en su contexto amplio.



FUENTE: (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

#### 2.8.1.1. CRIBADO

La optimización de un proceso se inicia con esta etapa cuando tiene muchos factores (más de 6 u 8) que influyen en la variable de interés.

#### 2.8.1.2. BÚSQUEDA I O DE PRIMER ORDEN

Esta etapa se aplica cuando se tienen pocos factores ( $k < 5$ ), y se sabe que éstos influyen en la variable de respuesta.

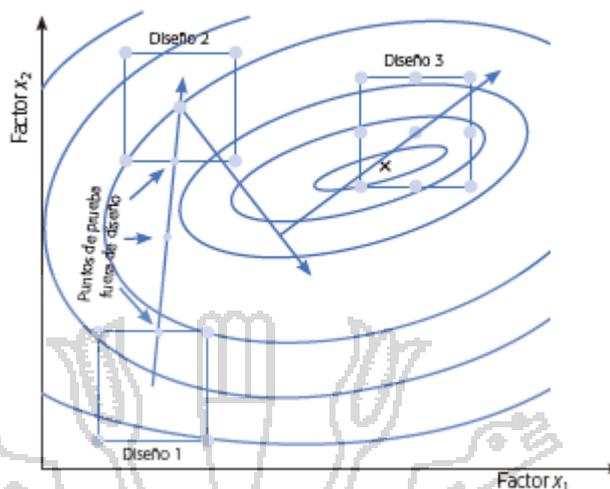
En esta etapa se corre un diseño de primer orden que permita caracterizar en forma preliminar el tipo de superficie de respuesta y detectar la presencia de curvatura. Por lo general se utiliza un diseño factorial completa o fraccionada con repeticiones al centro.

#### 2.8.1.3. BÚSQUEDA II O DE SEGUNDO ORDEN

En el momento en que se detecta la presencia de curvatura, o bien, que la superficie es más complicada que un hiperplano, se corre o se completa un diseño de segundo orden para caracterizar mejor la superficie y modelar la curvatura. Con el modelo ajustado se determinan las condiciones óptimas de operación del proceso (véase figura 3).

Si la superficie no tiene curvatura y es descrita de manera adecuada por el modelo de primer orden, entonces este modelo se utiliza para moverse experimentando en la mejor dirección hasta detectar un cambio de tendencia (véase figura 4). En este caso se aplica de nuevo la búsqueda I. Pero si hay curvatura o la superficie es más complicada se pasa a la búsqueda II.

**Figura 4.** Visión gráfica de la metodología de superficie de respuesta.



FUENTE: (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

Imagínese a los tres diseños como ventanas por las que se observa la realidad desconocida del proceso; el modelo ajustado sobre cada diseño representa un aproximado a esa realidad. En el primer diseño se está lejos del punto óptimo, y el comportamiento de la superficie se modela bien con un plano y no se detecta curvatura. Con este primer modelo se encuentran puntos en la dirección de máximo ascenso para probarlos en el proceso, y se experimenta en ellos hasta que el proceso no sigue la tendencia marcada por el plano. El último punto en donde el proceso mantuvo la tendencia es el centro del diseño 2.

En el diseño 2 vuelve a ser suficiente un modelo de primer orden para modelar el comportamiento de la respuesta. Se determina la dirección óptima de movimiento, se experimenta en esa dirección hasta detectar que ya no conviene seguirla. Asimismo, se cambia de rumbo sin experimentar, al observar de dónde se partió; se determinan puntos para probar el proceso en esta nueva dirección hasta detectar un cambio en la tendencia. Entonces, se plantea un tercer diseño, cuyo punto al centro ahora sí detecta la presencia de curvatura. Se aumenta el diseño, en este caso a un 32 y se estima el modelo de segundo orden. Puesto que el punto óptimo se

encuentra dentro de la región experimental puede atraparse determinando sus coordenadas.

### 2.8.2. MODELOS

Como se explicó antes, las superficies de respuesta se caracterizan ajustando un modelo a los datos experimentales. Los modelos que se utilizan en MSR son básicamente polinomios. De esta manera, si se tienen  $k$  factores, el modelo de primer orden está dado por:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \varepsilon \dots \dots (2.8)$$

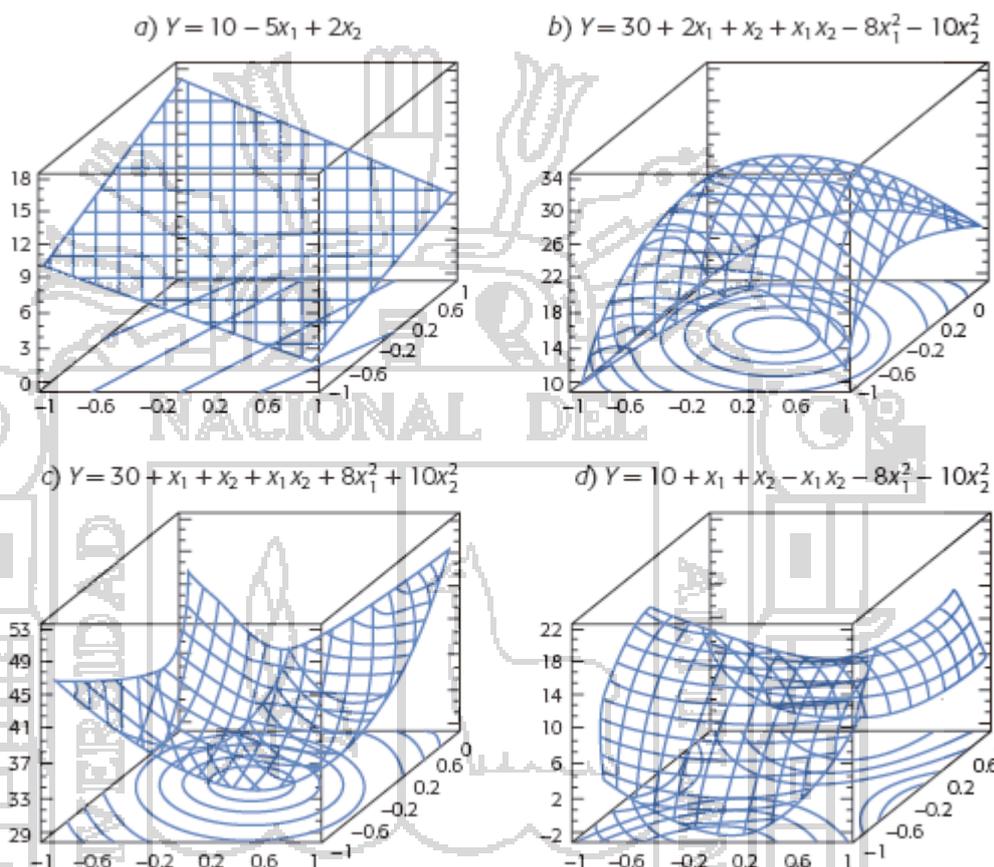
Y el modelo de segundo orden es:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \dots \dots (2.9)$$

En la figura 5 se muestran las gráficas para los modelos dados por las ecuaciones 1 y 2, en donde se consideran dos variables de proceso  $x_1$  y  $x_2$ , así como diferentes valores de los parámetros. La figura 5a representa un modelo de primer orden y se observa que su superficie es un plano. En las figuras 5b, c y d se representan varios modelos de segundo orden. La forma específica que toma la superficie depende de los signos y magnitudes de los coeficientes en el modelo. En las figuras se representan las tres formas básicas, que son: b) superficie de máximo (montaña), c) superficie con mínimo (valle) y d) superficie con punto silla (minimax). Para más de dos factores las superficies de respuesta no se pueden graficar completas de una sola vez porque se encuentran en cuatro dimensiones o más, pero se preserva la misma idea. Esto es, para  $k > 2$  el modelo de primer orden representa un hiperplano y el de segundo orden constituye un hiperelipsoide o hiperboloide.

Sin embargo, para  $k = 3$  factores es posible graficar la superficie haciendo las tres gráficas con dos factores cada vez, con el tercero constante.

**Figura 5.** Superficies de respuesta: a) descrita por un modelo de primer orden; b), c) y d) descritas por modelos de segundo orden.



FUENTE: (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

Modelos jerárquicos.

Un modelo de superficie de respuesta es jerárquico si contiene todos los términos más simples que componen los términos de mayor orden que están en el modelo. Por ejemplo, el modelo

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1x_1 + \hat{\beta}_{12}x_1x_2 + \hat{\beta}_{11}x_1^2 \dots \dots \quad (2.10)$$

No es jerárquico, puesto que no está el término  $\hat{\beta}_{2x_2}$ , pero sí contiene la interacción  $\hat{\beta}_{12x_1x_2}$ ; para convertirlo en un modelo jerárquico habría que incluir el término  $\hat{\beta}_{2x_2}$  o eliminar el término de interacción  $\hat{\beta}_{12x_1x_2}$ .

En superficie de respuesta se prefieren los modelos jerárquicos, ya que tienen un comportamiento más estable y suave que facilita la exploración de las superficies que representan. Esto implica que la eliminación de efectos o términos del modelo debe ser menos estricta que en análisis de varianza, cuando el objetivo es encontrar un tratamiento ganador, además de permitir que algunos términos no significativos permanezcan en el modelo para lograr la jerarquía.

### 2.8.3. TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN

Una vez que se tiene el modelo debidamente ajustado y validado se procede a explorar la superficie descrita por el modelo para encontrar la combinación de niveles en los factores que dan por resultado un valor óptimo de la respuesta, o bien, para determinar la dirección óptima de movimiento en la que se debe experimentar en el futuro.

Si el modelo no explica un mínimo de 70% del comportamiento de la respuesta, en términos del  $R_{aj}^2$ , no se recomienda utilizarlo para fines de optimización porque su calidad de predicción es mala. En adelante supondremos niveles codificados para los factores (-1, +1), lo cual facilita las interpretaciones y los cálculos. Por lo que siempre que se encuentren las condiciones óptimas o la dirección de experimentación futura, primero se hará en condiciones codificadas y después eso se debe traducir a condiciones o niveles reales. Aunque el uso de un software puede evitar el uso de códigos.

La técnica de optimización a utilizar depende del tipo de modelo ajustado y existen básicamente tres métodos, que son:

1. Escalamiento ascendente (o descendente)
2. Análisis canónico
3. Análisis de cordillera

El escalamiento ascendente es para el modelo de primer orden y las otras dos técnicas son para el modelo de segundo orden. A continuación se describen cada uno de estos métodos.

#### 2.8.3.1. ESCALAMIENTO ASCENDENTE (DESCENDENTE)

Cuando la variable de respuesta de interés es del tipo: mientras más grande es mejor, se tiene un escalamiento ascendente; pero si lo que interesa es: mientras más pequeña mejor, se trata de escalamiento descendente.

De aquí en adelante, diremos simplemente escalamiento ascendente, en lugar de “escalamiento ascendente (descendente)”, puesto que el escalamiento descendente se convierte en ascendente al cambiar los signos de los términos del modelo ajustado.

Cuando la respuesta es del tipo: el valor nominal es lo mejor, el problema es localizar la curva de nivel específica que tenga la altura o valor requerido de la variable de respuesta. En este caso, cada punto sobre la curva de nivel es una solución, y de todos ellos se elige el de menor variabilidad y/o menor costo.

La técnica de optimización de escalamiento se aplica cuando, de acuerdo con la valoración inicial, se cree que se está lejos de la condición óptima, por lo que será necesario explorar una

región de experimentación inicial y a partir de ésta determinar una dirección en la cual experimentar fuera de la región inicial.

Así, a partir del conocimiento que ya se tiene del problema es preciso seleccionar los niveles de los factores para determinar la región de exploración. A continuación se corre un diseño de primer orden (típicamente un diseño  $2^k$  completo o fraccionado con puntos al centro) para explorar la región experimental determinada antes. Se analizan con detalle los resultados y se ajusta un modelo de primer orden con niveles codificados. Si éste explica satisfactoriamente la variabilidad observada es necesario continuar como se indica más adelante, de lo contrario, investigar a qué se debe la falta de ajuste: ¿Mucha variabilidad? ¿Curvatura? ¿Región más complicada? y proceder en consecuencia. Con el siguiente ejemplo vamos a ilustrar la metodología.

#### 2.8.3.2. ANÁLISIS CANÓNICO

Se aplica un diseño de segundo orden cuando se quiere explorar con más amplitud una región experimental y/o cuando se espera que el punto óptimo ya esté cerca (probablemente dentro de la región experimental). El análisis canónico es una de las técnicas para analizar el modelo de segundo orden y consiste en los siguientes pasos:

- ❖ A partir del conocimiento que ya se tiene del problema, seleccionar los niveles de los factores para determinar la región de exploración.
- ❖ Correr un diseño de segundo orden (un diseño de composición central, por ejemplo) para explorar la región experimental determinada antes.
- ❖ Ajustar un modelo de segundo orden con niveles codificados. Si éste explica bien la variabilidad

observada continuar al siguiente paso; de lo contrario, investigar por qué la falta de ajuste (¿mucha variabilidad?, ¿región más complicada?) y proceder en consecuencia.

- ❖ Encontrar las coordenadas del punto estacionario.
- ❖ Expresar el modelo ajustado en su forma canónica. El análisis canónico consiste en reescribir el modelo ajustado de segundo orden en su forma canónica, es decir, se expresa en términos de nuevas variables llamadas variables canónicas, las cuales son transformaciones de las variables codificadas. La ventaja es que la ecuación canónica proporciona información a simple vista sobre el tipo de superficie que se está observando y sobre su forma.
- ❖ Evidenciar la relación entre las variables canónicas y las variables codificadas.

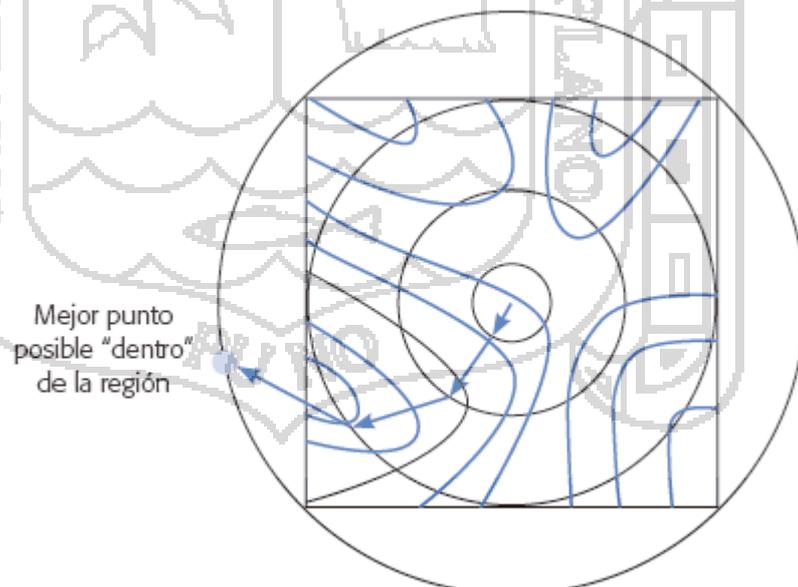
En la práctica, si se cuenta con un software adecuado no necesariamente se siguen los últimos tres pasos del análisis canónico. La mejor estrategia será encontrar, primero los coeficientes de la ecuación canónica que indican el tipo de superficie observada y sólo si ésta es del tipo que interesa (por ejemplo máximo), entonces se procede a localizar las coordenadas del punto estacionario. Si la superficie encontrada no es del tipo deseado se sigue el análisis de cordillera descrito en la siguiente subsección. Sin embargo, primero veamos cómo determinar el punto estacionario, dado que interviene en el término independiente de la ecuación canónica.

### 2.8.3.3. ANÁLISIS DE CORDILLERA

Muchas veces, el punto estacionario no es del tipo que se requiere, y en esos casos la opción es encontrar el “mejor

punto posible” dentro de la región experimental. Este punto se ubica sobre la cordillera óptima a partir del centro del diseño, y es aquel que predice la mejor respuesta sobre la región. Esta búsqueda se hace precisamente con el llamado análisis de cordillera, que consiste en calcular el máximo o mínimo de la superficie de respuesta sobre esferas concéntricas al centro del diseño, empezando por una esfera de radio casi cero y posteriormente se abre la exploración incrementando el radio de la siguiente esfera. Así se continúa hasta llegar a la primera esfera que cubre los puntos experimentales. El mejor punto posible es aquel sobre el que se predice el óptimo desempeño de la variable de respuesta. Con frecuencia, este punto se ubica en la esfera de radio más grande. En el caso de  $k = 2$  factores, no son esferas sino circunferencias como en las de la figura 6. Note que en esta figura se van alcanzando mejores puntos y se va escalando la superficie. Asimismo, en cada paso se corrige el rumbo debido a la curvatura de la superficie.

**Figura 6.** Representación gráfica del análisis de cordillera.



FUENTE: (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

Ahora, brevemente veamos en forma matemática el análisis de cordillera. Consideremos el modelo ajustado de segundo orden escrito en su forma matricial

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + x'b + x'Bx \dots \dots (2.11)$$

Donde  $b$  son los coeficientes de la parte lineal del modelo y  $B$  son los coeficientes de las interacciones y de los términos cuadráticos puros. Sea la esfera centrada en el origen con radio  $R_i$ , cuyos puntos sobre ella cumplen la restricción:

$$\sum_{i=1}^k x_i^2 = x'x = R_i \dots \dots (2.12)$$

El problema del análisis de cordillera es encontrar el punto sobre la esfera, donde la respuesta predicha por el modelo es máxima (o mínima). Para ello se plantea la función objetivo dada por

$$F = \hat{\beta}_0 + x'b + x'Bx - \lambda(x'x - R_i) \dots \dots (2.13)$$

Donde  $\lambda$  es multiplicador de Lagrange. Derivando esta última relación con respecto al vector  $x$  e igualando a cero, se obtiene

$$\frac{\partial F}{\partial x} = b + 2B - 2\lambda x = 0 \dots \dots (2.14)$$

Y de aquí se llega al sistema de ecuaciones

$$(B - \lambda I)x = \frac{-b}{2} \dots \dots (2.15)$$

El punto  $(x_1, x_2, \dots, x_k)$  óptimo sobre una esfera particular se encuentra al sustituir un valor para  $\lambda$ , que no sea un valor

propio de la matriz B en esta última relación, y se resuelve el sistema de ecuaciones resultante.

#### 2.8.4. DISEÑOS DE SUPERFICIE DE RESPUESTA

Los diseños de superficie de respuesta se clasifican con base en el grado del modelo que se pretende utilizar. Estos diseños proporcionan los tratamientos a correr para generar datos que permitan ajustar un modelo que describa una variable de respuesta en una región experimental. Algunas propiedades deseables en los diseños para la MSR son:

1. Que genere una distribución satisfactoria de los puntos experimentales sobre la región experimental. Los diseños más utilizados son puntos distribuidos de manera uniforme sobre la región experimental, o cuando menos tienen alguna simetría con respecto al centro de ésta.
2. El diseño debe requerir un número mínimo de corridas experimentales, ya que en cada prueba realizada se gastan recursos que siempre son escasos.
3. El diseño debe permitir que otros diseños de orden mayor se construyan a partir de él. Esto permite que, cuando el comportamiento de la respuesta resulta ser más complicado de lo que se pensaba (por ejemplo, se detecta curvatura), se agregan puntos adicionales al diseño para tratar de explicar ese comportamiento.
4. El experimento debe permitir la detección de la falta de ajuste, para lo cual se requieren repeticiones al menos en el centro del diseño.
5. El diseño debe proporcionar un estimador puro de la varianza del error, lo cual se logra con repeticiones al menos en el punto central.

Otras dos propiedades deseables en los diseños para superficie de respuesta son la ortogonalidad y la rotabilidad. Estas propiedades aumentan la eficiencia de los diseños que las poseen, en el sentido de que facilitan la interpretación de los parámetros estimados en el modelo y de la superficie de respuesta.

#### 2.8.4.1. ORTOGONALIDAD Y ROTABILIDAD

Se considera que un diseño es ortogonal cuando los coeficientes estimados en el modelo ajustado no están correlacionados entre sí, lo cual hace que el efecto de cada término, representado por el parámetro correspondiente, se estime de manera más precisa. Un experimento es ortogonal si en la matriz de diseño todos los vectores columna son independientes entre sí. Es fácil verificar que en un diseño factorial completo  $2^k$  las columnas de su matriz de diseño son independientes: multiplique dos columnas cualesquiera, término a término usando la notación  $-1$  y  $+1$ , y el resultado es cero.

Un diseño se llama rotable si la varianza de  $\hat{Y}(x)$  sólo depende de la distancia del punto  $x$  al centro del diseño y no de la dirección en la que se encuentra. Es decir, si pensamos en la variable varianza  $\text{var}[\hat{Y}(x)]$  como otra respuesta, su gráfica de contornos tiene la forma de círculos concéntricos alrededor del centro del diseño. La rotabilidad del diseño asegura que la calidad de la predicción, medida por la varianza  $\text{var}[\hat{Y}(x)]$ , sea invariante a cualquier rotación del diseño alrededor del centro del mismo; de aquí se deriva el nombre de esta propiedad.

La importancia práctica de la rotabilidad en el problema de encontrar un punto óptimo es porque asegura que, con independencia de la dirección en que se explore a partir del

centro del diseño, la calidad de predicción se comporta de igual manera.

#### 2.8.4.2. RELACIÓN MODELO-DISEÑO

Existe una relación directa entre el tipo de modelo que se pretende ajustar y el tipo de diseño que se debe correr. No se debe exigir a un diseño experimental más información de la que puede dar. Por ejemplo, si se corre un factorial completo  $2^k$  sólo se podrán estimar e incluir en el modelo los efectos principales e interacciones dobles; asimismo, no es posible estimar términos cuadráticos puros (como  $x_i^2$ ). Si al diseño factorial se le agregan repeticiones al centro ( $2^k + \text{centro}$ ), en el modelo se puede incluir sólo uno de los términos cuadráticos puros, cualquiera de ellos, ya que son alias. Las repeticiones al centro no son suficientes para investigar cuál o cuáles de los términos cuadráticos están activos, pero sí permiten detectar la presencia de curvatura.

Si el diseño se aumenta con puntos estrella o axiales es posible estudiar de manera separada los efectos cuadráticos puros e incluirlos a todos en el modelo ajustado, si fuera necesario (véase figura 7).

#### 2.8.4.3. DISEÑOS DE PRIMER ORDEN

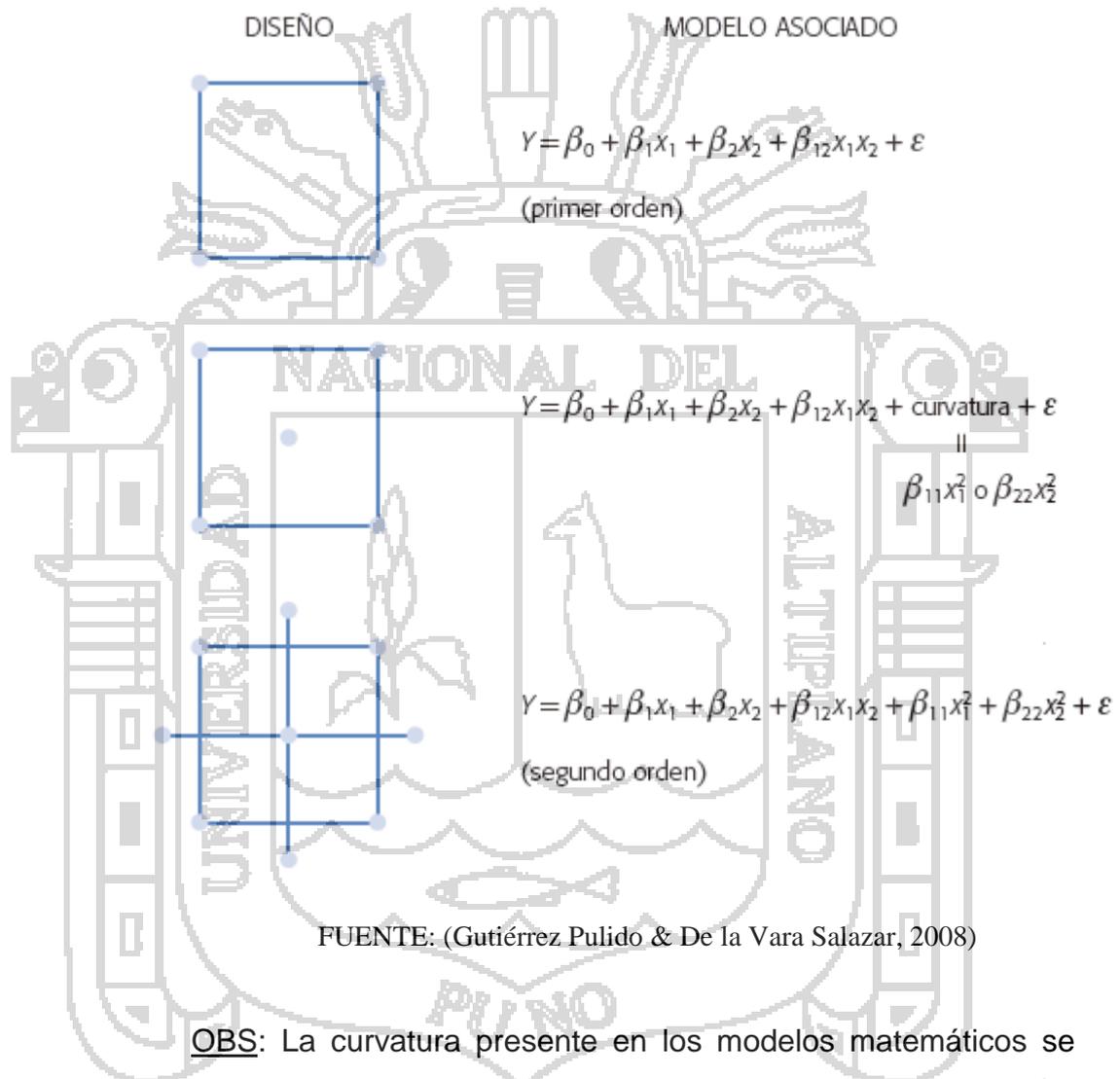
Suponga que se desea utilizar el modelo de primer orden dado por la siguiente ecuación:

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + x'b + x'Bx \dots \dots (2.16)$$

Para estudiar el comportamiento de cierta característica de calidad, que se supone depende de  $k$  factores de proceso. En principio, al proponer un diseño de primer orden se supone que

sólo son importantes los efectos principales. Estrictamente hablando, para estimar los  $k + 1$  parámetros del modelo de primer orden se requiere un mínimo de  $k + 1$  puntos experimentales.

**Figura 7.** Relación modelo-diseño.



Un criterio de selección del diseño de primer orden es que la varianza de la respuesta predicha ( $\text{var}[\hat{Y}(x)]$ ) en el punto  $x' = (x_1, x_2, \dots, x_k)$  sea mínima. Este criterio es importante porque cuando se busca determinar la dirección óptima de movimiento a partir de los predichos por el modelo, éstos tienen mayor

precisión, lo cual se traduce en mayor certeza de la dirección seleccionada. Los diseños que satisfacen este criterio son los que tienen la propiedad de ortogonalidad. Entre los más utilizados están los siguientes:

1. Diseños factoriales  $2^k$
2. Diseños factoriales fraccionados  $2^k - p$
3. Diseño de Plackett-Burman
4. Diseño simplex

Todos estos diseños, excepto el diseño simplex, emplean dos niveles en cada factor, lo cual tiene que ver con el hecho de que sólo interesa detectar el efecto principal de cada factor. Sin embargo, una vez superada la etapa de cribado es importante aumentar estos arreglos con repeticiones al centro a fin de detectar la presencia de curvatura o falta de ajuste del modelo; las repeticiones al centro también proporcionan más grados de libertad para el error aleatorio.

#### 2.8.4.4. DISEÑOS DE SEGUNDO ORDEN

Se llaman diseños de segundo orden aquellos que permiten ajustar un modelo de segundo orden para así estudiar, además de los efectos lineales y de interacción, los efectos cuadráticos o de curvatura pura. Por consiguiente, estos diseños se emplean cuando se quiere explorar una región que se espera sea más compleja o cuando se cree que el punto óptimo ya se encuentra dentro de la región experimental. El modelo de segundo orden está dado por:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \dots \dots (2.17)$$

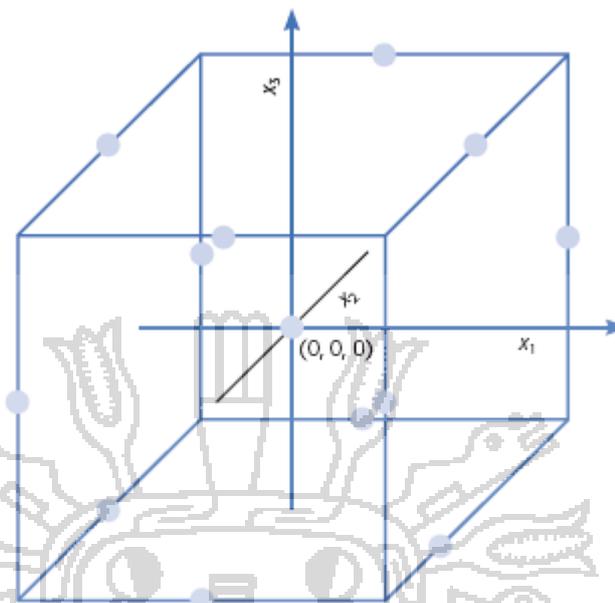
Tiene  $p = (k + 1)(k + 2)/2$  términos, por lo tanto se requiere al menos esa cantidad de puntos de diseño. El diseño debe tener al menos tres niveles en cada factor para estimar la curvatura de la superficie en la dirección de cada factor. Es deseable que estos diseños sean ortogonales, pero a veces no es fácil que cumplan esta propiedad y se admite alguna dependencia entre las columnas de los contrastes. Los más utilizados tienen la propiedad de ser rotables.

#### 2.8.4.4.1. Diseño de Box-Behnken

Este diseño se aplica cuando se tienen tres o más factores, y suelen ser eficientes en cuanto al número de corridas. Es un diseño rotable o casi rotable que se distingue porque no incluye como tratamientos a los vértices de la región experimental.

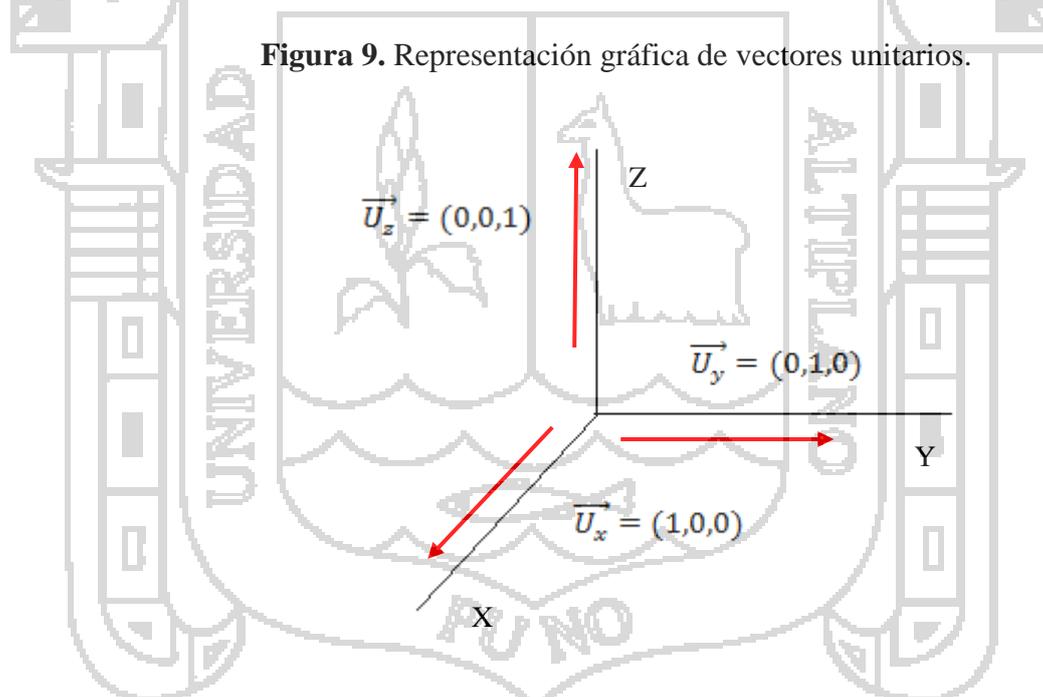
Su representación geométrica se muestra en la figura 8. Note que los puntos de este diseño se ubican en medio de las aristas del cubo centrado en el origen y, como se había señalado, no incluye los tratamientos de los vértices, como el  $(1, 1, 1)$  y el  $(-1, -1, -1)$  que en algunas situaciones experimentales resultan extremos y no se pueden correr. Esto hace que los tratamientos sean menos extremos que los del factorial completo  $3^2$ . En cualquier tratamiento del diseño de Box-Behnken al menos uno de los factores se fija en la mitad de su rango de prueba. Lo anterior también ocurre con este diseño para más factores.

**Figura 8.** Representación del diseño de Box-Behnken para tres factores.



FUENTE: (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

**Figura 9.** Representación gráfica de vectores unitarios.



FUENTE: Elaboración propia

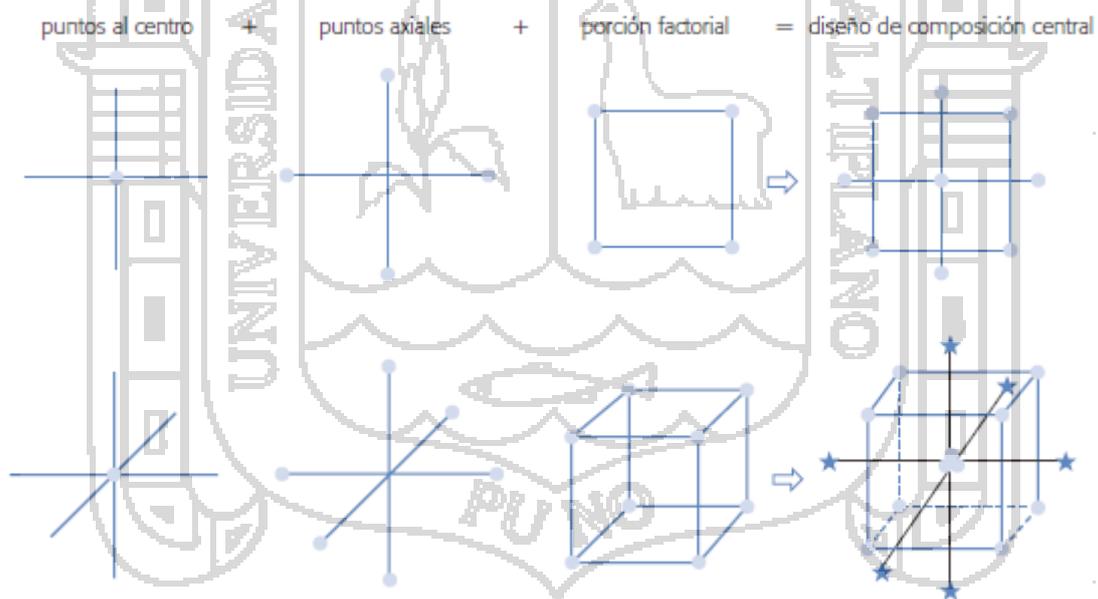
#### 2.8.4.4.2. Diseño de composición central

El diseño de composición central (DCC) es el más utilizado en la etapa de búsqueda de segundo orden debido a su gran flexibilidad: se puede construir a partir de

un diseño factorial completo  $2^k$  o fraccionado  $2^{k-p}$  agregando puntos sobre los ejes y al centro, además de otras propiedades deseables. Este diseño se compone de tres tipos de puntos:

- ❖ Una réplica de un diseño factorial en dos niveles, completo o fraccionado. A esta parte del DCC se le llama porción factorial.
- ❖  $n_0$  puntos o repeticiones al centro del diseño, con  $n_0 \geq 1$ .
- ❖ Dos puntos sobre cada eje a una distancia  $a$  del origen. Estos puntos se llaman porción axial. La manera en que se ensamblan y el DCC resultante se muestran en figura 10, para los casos de dos y tres factores.

**Figura 10.** Representación y construcción de los DCC para  $k = 2$  y 3 factores.



FUENTE: (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

Con  $k$  factores el número total de corridas experimentales es  $N = 2^k + 2k + n_0$ .

El número de corridas al centro y la distancia de los puntos axiales ( $\alpha$ ) deben escogerse de manera adecuada, dependiendo de las propiedades que se quieren en el DCC. Si se quiere que el diseño sea rotable se toma  $\alpha$  igual a:

$$\alpha = (F)^{1/4} \dots \dots (2.18)$$

Donde F es el número de puntos en la parte factorial. Si se desea que el DCC sea ortogonal se toma a igual a:

$$\alpha = \left( \frac{(F \cdot N)^{1/2} - F}{2} \right)^{1/2} \dots \dots (2.19)$$

Donde N es el total de corridas experimentales. Si se desea que el DCC sea ortogonal y rotable, se deben cumplir las relaciones,

$$\alpha = (F)^{1/4} \dots \dots (2.20)$$

$$n_0 \approx 4\sqrt{F} + 4 - F \dots \dots (2.21)$$

Las repeticiones al centro también se pueden escoger de manera que el diseño sea rotable y de precisión uniforme. Un diseño es de precisión uniforme si  $\text{var}[\hat{Y}(x)]$  en el centro del diseño (radio  $r = 0$ ), es igual a la varianza en la esfera de radio  $r = 1$ .

Esta propiedad proporciona aproximadamente un valor constante de la  $\text{var}[\hat{Y}(x)]$  dentro de la esfera unitaria (de radio uno). La elección para rotabilidad y precisión uniforme, o cercanamente uniforme es:

$$\alpha = (F)^{\frac{1}{4}} \dots \dots (2.22)$$

$$n_0 = \lambda_4(\sqrt{F} + 2) - F - 2k \dots \dots (2.23)$$

Donde el valor de la constante  $\lambda_4$  dado el número de factores  $k$ , se obtiene de la siguiente tabla:

**Tabla 14.** Constante  $\lambda_4$  dado el número de factores  $k$

1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda_4$	0.7844	0.8385	0.8704	0.8918	0.9070	0.9184	0.9274

Fuente: (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

## 2.9. ANÁLISIS DE REGRESIÓN

El análisis de regresión tiene como objetivo modelar en forma matemática el comportamiento de una variable de respuesta en función de una o más variables independientes (factores). Por ejemplo, suponga que el rendimiento de un proceso químico está relacionado con la temperatura de operación. Si mediante un modelo matemático es posible describir tal relación, entonces este modelo puede ser usado para propósitos de predicción, optimización o control.

Para estimar los parámetros de un modelo de regresión son necesarios los datos, los cuales pueden obtenerse de experimentos planeados, de observaciones de fenómenos no controlados o de registros históricos. (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

### 2.9.1. REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

En muchas situaciones prácticas existen varias variables independientes que se cree que influyen o están relacionadas con una variable de respuesta  $Y$ , y por lo tanto será necesario tomar en cuenta si se quiere predecir o entender mejor el comportamiento de  $Y$ . Por ejemplo, para explicar o predecir el consumo de electricidad

en una casa habitación tal vez sea necesario considerar el tipo de residencia, el número de personas que la habitan, la temperatura promedio de la zona, etcétera.

Sea  $X_1, X_2, \dots, X_k$  variables independientes o regresoras, y sea  $Y$  una variable de respuesta, entonces el modelo de regresión lineal múltiple con  $k$  variables independientes es el polinomio de primer orden:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \dots \dots \quad (2.24)$$

Donde los  $\beta_j$  son los parámetros del modelo que se conocen como coeficientes de regresión y  $\varepsilon$  es el error aleatorio, con media cero,  $E(\varepsilon) = 0$  y  $V(\varepsilon) = \sigma^2$ . Si en la ecuación (2.24)  $k = 1$ , estamos en el caso de regresión lineal simple y el modelo es una línea recta; si  $k = 2$ , tal ecuación representa un plano. En general, la ecuación (2.24) representa un hiperplano en el espacio de  $k$  dimensiones generadas por las variables  $\{X_j\}$ .

El término lineal del modelo de regresión se emplea debido a que la ecuación (2.24) es función lineal de los parámetros desconocidos  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ . La interpretación de éstos es muy similar a lo ya explicado para el caso de regresión lineal simple:  $\beta_0$  es la ordenada al origen, y  $\beta_j$  mide el cambio esperado en  $Y$  por cambio unitario en  $X_j$  cuando el resto de las variables regresoras se mantienen fijas o constantes.

Es frecuente que en la práctica se requieran modelos de mayor orden para explicar el comportamiento de  $Y$  en función de las variables regresoras. Por ejemplo, supongamos que se tienen dos variables independientes y que se sospecha que la relación entre  $Y$  y algunas de las variables independientes es cuadrática, por ello quizá se requiera un polinomio de segundo orden como modelo de regresión:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \varepsilon \dots \dots (2.25)$$

Éste también es un modelo de regresión lineal múltiple, ya que la ecuación (4) es una función lineal de los parámetros desconocidos  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{22}$ . Pero además si definimos  $X_3 = X_1 X_2$ ,  $\beta_3 = \beta_{12}$ ,  $X_4 = X_1^2$ ,  $\beta_4 = \beta_{11}$ ,  $X_5 = X_2^2$ ,  $\beta_5 = \beta_{22}$ ; entonces, la ecuación (2.25) puede escribirse así:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \varepsilon \dots \dots (2.26)$$

La cual tiene la misma forma que el modelo general de regresión lineal múltiple de la expresión (2.24). Con lo visto antes, estamos en posibilidades de abordar el problema de estimación de los parámetros del modelo de regresión múltiple, que será aplicable a una amplia gama de modelos que pueden reducirse a la forma general de la expresión (2.24).

Para estimar los parámetros de la regresión lineal múltiple se necesita contar con  $n$  datos ( $n > k$ ), que tienen la estructura descrita en la tabla 15. En ésta se aprecia que para cada combinación de valores de las variables regresoras,  $(x_{1i}, \dots, x_{ki})$  se observa un valor de la variable dependiente,  $y_i$ .

En términos de los datos, el modelo de regresión lineal múltiple puede escribirse de la siguiente manera:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \dots \dots (2.27)$$

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ji} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \dots \dots (2.28)$$

**Tabla 15.** Estructura de los datos para la regresión lineal múltiple.

Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	...	X <sub>k</sub>
y <sub>1</sub>	x <sub>11</sub>	x <sub>21</sub>	...	x <sub>k1</sub>
y <sub>2</sub>	x <sub>12</sub>	x <sub>22</sub>	...	x <sub>k2</sub>
y <sub>n</sub>	x <sub>1n</sub>	x <sub>2n</sub>	...	x <sub>kn</sub>

FUENTE: (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

Al despejar los errores, elevarlos al cuadrado y sumarlos obtenemos la siguiente función:

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n \left( y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ji} \right)^2 \dots \dots (2.29)$$

Esta función depende de los parámetros  $\beta_j$ . Los estimadores de mínimos cuadrados para  $\beta_j$  se obtienen al minimizar los errores, es decir, minimizando S. Esto se logra si derivamos a S con respecto a cada parámetro  $\beta_j$ ,  $\frac{\partial S}{\partial \beta_j}$ , ( $j = 0, 1, 2, \dots, k$ ), las  $k + 1$  ecuaciones resultantes se igualan a cero. La solución de las  $k + 1$  ecuaciones simultáneas son los estimadores de mínimos cuadrados,  $\hat{\beta}_j$ .

Ilustrar el procedimiento de estimación por mínimos cuadrados es más sencillo si se utiliza notación matricial. En términos de los datos, ecuación (2.28), el modelo puede escribirse en notación matricial como

$$y = X\beta + \varepsilon \dots \dots (2.30)$$

Donde,

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Queremos encontrar el vector de los estimadores de mínimos cuadrados,  $\hat{\beta}$ , que minimice

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \varepsilon' \varepsilon = (y - X\beta)'(y - X\beta) \dots \dots (2.31)$$

$$= y'y - \beta'X'y - y'X\beta + \beta'X'X\beta \dots \dots (2.32)$$

$$= y'y - 2\beta'X'y + \beta'X'X\beta \dots \dots (2.33)$$

La última igualdad se debe a que  $\beta'X'y$  es una matriz (1 x 1), o un escalar, y por lo tanto su transpuesta  $(\beta'X'y)' = y'X\beta$  es el mismo escalar. De aquí que los estimadores de mínimos cuadrados deban satisfacer la siguiente expresión:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \beta} \right|_{\hat{\beta}} = -2X'y + 2X'X\hat{\beta} = 0 \dots \dots (2.34)$$

Esto implica que:

$$X'X\hat{\beta} = X'y \dots \dots (2.35)$$

Para resolver esta ecuación en términos de  $\hat{\beta}$ , se multiplica por ambos lados de la ecuación anterior por la matriz inversa de  $X'X$ , y se obtiene que el estimador de mínimos cuadrados de  $\beta$  es:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \dots \dots (2.36)$$

Por lo tanto, el modelo ajustado está dado por:

$$\hat{y} = X\hat{\beta} \dots \dots (2.37)$$

Además, se puede demostrar que  $\hat{\beta}$  es un estimador insesgado,  $E(\hat{\beta}) = \beta$ , y la matriz de covarianza de  $\hat{\beta}$  es:

$$\text{Cov}(\hat{\beta}) = \sigma^2(X'X)^{-1} \dots \dots (2.38)$$

Para hacer inferencias sobre  $\beta$  o, en general sobre el modelo, es necesario encontrar una forma de estimar  $\sigma^2$ . A partir de la ecuación (2.37) es claro que el vector de residuos está dado por  $e = y - \hat{y} = y - X\hat{\beta}$ . De aquí que la suma de cuadrados del error esté dada por:

$$SC_E = \sum_{i=1}^n e_i^2 = e'e \dots \dots (2.39)$$

$$= (y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta}) = y'y - 2\hat{\beta}'X'y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \dots \dots (2.40)$$

De acuerdo con la ecuación:  $X'X\beta = X'y$ , entonces esta última ecuación toma la siguiente forma:

$$SC_E = y'y - \hat{\beta}'X'y \dots \dots (2.41)$$

La suma de cuadrados del error dada por esta última expresión tiene  $n - k - 1$  grados de libertad, donde  $k + 1$  es igual al número de parámetros estimados en el modelo. Entonces, el *cuadrado medio del error* es:

$$CM_E = \frac{SC_E}{n - k - 1} \dots \dots (2.42)$$

Se puede demostrar que el valor esperado de  $CM_E$  es  $\sigma^2$ , por lo que es natural que el estimador de  $\sigma^2$  esté dado por:

$$\hat{\sigma}^2 = CM_E \dots \dots (2.43)$$

La raíz cuadrada del  $CM_E$  se conoce como *error estándar de estimación* del modelo.

### 2.9.1.1. ANÁLISIS DE VARIANZA

La hipótesis global más importante sobre un modelo de regresión múltiple consiste en ver si la regresión es significativa. Esto se logra probando la siguiente hipótesis:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_k = 0 \dots \dots (2.44)$$

$$H_A: \beta_j \neq 0 \quad \text{para al menos un } j = 1, 2, \dots, k$$

Aceptar  $H_0$  significa que ningún término o variable en el modelo tiene una contribución significativa al explicar la variable de respuesta,  $Y$ . Mientras que rechazar  $H_0$  implica que por lo menos un término en el modelo contribuye de manera significativa a explicar  $Y$ . El procedimiento para probar esta hipótesis es una generalización del procedimiento utilizado para probar la hipótesis equivalente, en regresión lineal simple. Se descompone la suma total de cuadrados en la suma de cuadrados de regresión y en la suma de cuadrados del error:

$$S_{yy} = SC_R + SC_E \dots \dots (2.45)$$

Si  $H_0: \beta_j = 0$  es verdadera, entonces  $SC_R/\sigma^2$  tiene una distribución  $\chi_k^2$ , donde el número de grados de libertad,  $k$ , es igual al número de términos en el modelo de regresión. Además,  $SC_E/\sigma^2 \sim X_{n-k-1}^2$  y  $SC_E$  y  $SC_R$ , son independientes. Luego, es natural que el estadístico de prueba para la significancia del modelo de regresión lineal múltiple esté dado por:

$$F_0 = \frac{SC_R/k}{SC_E/(n - k - 1)} = \frac{CM_R}{CM_E} \dots \dots (2.46)$$

Que bajo  $H_0$  tiene una distribución  $F_{(k, n-k-1)}$ . Así, se rechaza  $H_0$  si  $F_0 > F_{(\alpha, k, n-k-1)}$  o también si  $\text{valor-p} = P(F > F_0) < \alpha$ .

Para completar el procedimiento anterior necesitamos una forma explícita para calcular  $SC_R$ . En la ecuación (2.41) vimos que una fórmula para calcular la suma de cuadrado del error es:

$$SC_E = y'y - \hat{\beta}'X'y \dots \dots (2.47)$$

Además, como la suma total de cuadrados,  $S_{yy}$ , está dada por:

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} = y'y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \dots \dots (2.48)$$

La  $SC_E$  puede expresarse como:

$$SC_E = \left[ y'y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right] - \left[ \hat{\beta}'X'y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right] \dots \dots (2.49)$$

$$SC_E = S_{yy} - SC_R \dots \dots (2.50)$$

Así, hemos obtenido una forma explícita para la suma de cuadrados de la regresión:

$$SC_R = \hat{\beta}'X'y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \dots \dots (2.51)$$

El procedimiento de análisis de varianza para el modelo de regresión lineal múltiple se sintetiza en la tabla 16.

**Tabla 16.** ANOVA para la significancia del modelo de regresión lineal múltiple

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F <sub>0</sub>	Valor-p
Regresión	$SC_R = \hat{\beta}'X'y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}$	k	CM <sub>R</sub>	CM <sub>R</sub> /CM <sub>E</sub>	Pr(F > F <sub>0</sub> )
Error o residuo	$SC_E = y'y - \hat{\beta}'X'y$	n-k-1	CM <sub>E</sub>		
Total	$S_{yy} = y'y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}$	n-1			

FUENTE: (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

### 2.9.1.2. COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN

El que un modelo sea significativo no necesariamente implica que sea bueno en términos de que explique la variación de los datos. Por ello es importante tener mediciones adicionales de la calidad del ajuste del modelo, como las gráficas de residuales y el coeficiente de determinación. Con la información del análisis de varianza de la tabla 16 es muy sencillo calcular el coeficiente de determinación, R<sup>2</sup>, y el coeficiente de determinación ajustado, R<sup>2</sup><sub>aj</sub>:

$$R^2 = \frac{SC_R}{S_{yy}} = 1 - \frac{SC_E}{S_{yy}} \dots \dots (2.52)$$

$$R^2_{aj} = \frac{S_{yy}/(n-1) - CM_E}{S_{yy}/(n-1)} = \frac{CM_{total} - CM_E}{CM_{total}} \dots \dots (2.53)$$

$$R^2_{aj} = 1 - \frac{CM_E}{CM_{total}} \dots \dots (2.54)$$

Ambos coeficientes se interpretan de forma similar al caso de regresión lineal simple, es decir, como el porcentaje de variabilidad de los datos que son explicados por el modelo. Se cumple que  $0 < R^2_{aj} \leq R^2 < 1$ ; en general, para hablar de un modelo que tiene un ajuste satisfactorio es necesario que

ambos coeficientes tengan valores superiores a 0.7. Cuando en el modelo hay términos que no contribuyen de manera significativa a éste, el  $R_{aj}^2$  tiende a ser menor que el  $R^2$ . Por lo tanto, es deseable depurar el modelo y por ello las pruebas de hipótesis son de mucha utilidad.

### 2.9.1.3. COEFICIENTE DE CORRELACIÓN MÚLTIPLE

Es la raíz cuadrada del coeficiente de determinación  $R^2$ :

$$R = \sqrt{R^2} \dots \dots (2.54)$$

Y es una medida de la intensidad de la relación entre la variable dependiente, Y, y el conjunto de variables o términos en el modelo ( $X_1, X_2, \dots, X_k$ ).

Una regla empírica notable es decir que la correlación es: (L. Devore, 2008)

- ❖ Débil :  $0 \leq R < 0.5$
- ❖ Moderada :  $0.5 \leq R < 0.8$
- ❖ Fuerte :  $0.8 \leq R \leq 1$

### 2.9.1.4. ERROR ESTÁNDAR DE ESTIMACIÓN Y MEDIA DEL ERROR ABSOLUTO

Al igual que en regresión lineal simple, el error estándar de estimación y la media del error absoluto proporcionan dos medidas del error de ajuste de un modelo, éstas tienen una interpretación similar a la que se dio para el caso de regresión lineal simple.

El error estándar de estimación es igual a la siguiente expresión:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{SC_E}{(n - k - 1)}} \dots \dots (2.55)$$

La media del error absoluto es igual a la siguiente expresión:

$$mea = \frac{\sum_{i=1}^n |e_i|}{n}$$

## 2.10. MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS

Desarrollado por Gauss que se formula de la siguiente manera:

“De todas las rectas (en general, curvas) la que mejor se ajuste a la nube de puntos es aquella que hace mínima la suma de los cuadrados de las distancias verticales de los puntos a la recta (o curva)”. (García Ore, 1990)

Consideremos  $\hat{y} = a + bx$  como la recta de regresión mínimo cuadrática estimada donde “a” es el estimador mínimo cuadrático de A, “b” es el estimador mínimo cuadrático de B.

La diferencia entre “y” y  $\hat{y}$ , denotada por e se denomina residual; esto es:

$$e = y - \hat{y} = y - a - bx \dots \dots (2.57)$$

$$e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - a - bx_i; \quad i = 1, 2, \dots, n \dots \dots (2.58)$$

Nótese que  $\varepsilon$  es una v.a. teórica que no se ha observado, aunque se puede especular sobre su naturaleza y su existencia está justificada y planteada; en tanto que “e” es la realmente observamos como diferencia entre el dato “y” y el calculado  $\hat{y}$ .

Ahora el problema consiste en estimar los parámetros A, B por el método de los mínimos cuadrados.

Sea:

$$q = \sum_{i=1}^n e_i^2 \dots \dots (2.59)$$

El método de los mínimos cuadrados nos dice:

$$q = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \min \dots \dots (2.60)$$

$$q = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 = \min \dots \dots (2.61)$$

Como “q” es función de a, b; el mínimo se consigue a través de:

$$\frac{\partial q}{\partial a} = 0 \dots \dots (2.62)$$

$$\frac{\partial q}{\partial b} = 0 \dots \dots (2.63)$$

$$\frac{\partial q}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)(-1) = 0 \dots \dots (2.64)$$

$$\frac{\partial q}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)(-x_i) = 0 \dots \dots (2.65)$$

Podemos escribir estas ecuaciones como:

$$an + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \dots \dots (2.66)$$

$$a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \dots \dots (2.67)$$

En notación matricial:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{bmatrix} \dots \dots (2.68)$$

Denominados sistema de Ecuaciones Normales.

Para el caso de Regresión Lineal Múltiple las ecuaciones normales, se pueden expresar como:

$$BX = Y \dots \dots (2.69)$$

Dónde:

$$B = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ki} y_i \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i}Y_i & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{ki} & \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$



# CAPÍTULO III: RECOLECCIÓN DE DATOS, PROCESAMIENTO DE DATOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

## 3.1 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

Como el instrumento de medición es cualquier recurso del que se vale el investigador para acercarse al individuo, en este caso muestra. En esta investigación el instrumento de medición que se utiliza es el “cuestionario (Formato)”.

Para los ensayos de:

- ❖ Ensayo de Límites de consistencia (Ver tabla 17).
- ❖ Ensayo de Proctor modificado (Ver tabla 18).
- ❖ Ensayo de Resistencia a la compresión simple (Ver tabla 19).

## 3.2 EQUIPOS DE MEDICIÓN

Para el desarrollo o llenado de cada cuestionario (Formato) se utilizó materiales y equipos del Laboratorio de Mecánica de Suelos y Materiales, como son:

- ❖ La cuchara de Casagrande y vidrio esmerilado, para la determinación de los límites de consistencia.
- ❖ Molde proctor y Pisón, para el ensayo de Proctor modificado.
- ❖ Equipo de resistencia a la compresión simple.

### 3.3 ENSAYOS REALIZADOS

Para la presente investigación se realizaron los siguientes ensayos:

- ❖ LÍMITES DE CONSISTENCIA (LÍMITE LÍQUIDO Y LÍMITE PLÁSTICO).
- ❖ PROCTOR MODIFICADO.
- ❖ RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN SIMPLE

El caso del ensayo de resistencia a la compresión simple se llevó a cabo la rotura de probetas después de 3 días de curado y 05 días de secado en todos los casos, teniendo un total de 8 días después de la elaboración de las mismas.

**Tabla 17.** Formato para el ensayo de límites de consistencia.

**LIMITES DE CONSISTENCIA**

REALIZADO POR:	Bach. Abel Darwin VELARDE DEL CASTILLO		
PROYECTO DE TESIS:	"APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA EN LA DETERMINACION DE LA RESISTENCIA A LA COMPRESION SIMPLE DE SUELOS ARCILLOSOS ESTABILIZADAS CON CAL Y CEMENTO"		
UBICACION:	SALCEDO - PUNO	MUESTRA:	

**Limite Liquido**

DESCRIPCIÓN	UND.	1	2	3	4
Capsula	N°				
Capsula + suelo humedo	gr.				
Capsula + suelo seco	gr.				
Agua	gr.				
Peso de la capsula	gr.				
Peso del suelo seco	gr.				
Contenido de humedad	%				
Numero de golpes	N°				

**Limite Plastico**

DESCRIPCIÓN	UND.	1	2	3
Capsula	N°			
Capsula + suelo humedo	gr.			
Capsula + suelo seco	gr.			
Agua	gr.			
Peso de la capsula	gr.			
Peso del suelo seco	gr.			
Limite Plastico	%			

LIMITE LIQUIDO	
LIMITE PLASTICO	
INDICE DE PLASTICIDAD	

**LIMITE LIQUIDO**

FUENTE: Elaboración propia.

**Tabla 18.** Formato para el ensayo de Proctor Modificado

### RELACION HUMEDA - DENSIDAD PROCTOR (ASTM D 698)

**REALIZADO POR:** Bach. Abel Darwin VELARDE DEL CASTILLO

**PROYECTO DE TESIS:** "APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA EN LA DETERMINACION DE LA RESISTENCIA A LA COMPRESION SIMPLE DE SUELOS ARCILLOSOS ESTABILIZADAS CON CAL Y CEMENTO"

**UBICACION:** SALCEDO - PUNO      **MUESTRA:** M-01

Molde:

Numero de capas:

Volumen del golpe:

Golpes por capa:

DESCRIPCIÓN	UND.	MOLDE 01	MOLDE 02	MOLDE 03	MOLDE 04
Peso Suelo Humedo + Molde	Nº				
Peso del Molde	gr.				
Peso del Suelo Humedo	gr.				
Densidad del Suelo Humedo	gr.				

DESCRIPCIÓN	UND.	1	2	3	4	5	6	7	8
Capsula	Nº								
Capsula + Peso suelo humedo	gr.								
Capsula + Peso del suelo seco	gr.								
Peso del agua	gr.								
Peso de la capsula	gr.								
Peso del suelo seco	gr.								
% de Humedad	%								
PROMEDIO DE HUMEDAD	%								
DENSIDAD DEL SUELO SECO	%								

**METODO:**

**MAXIMA DENSIDAD SECA:**

**HUMEDAD OPTIMA:**

#### RELACION HUMEDAD - DENSIDAD

FUENTE: Elaboración propia

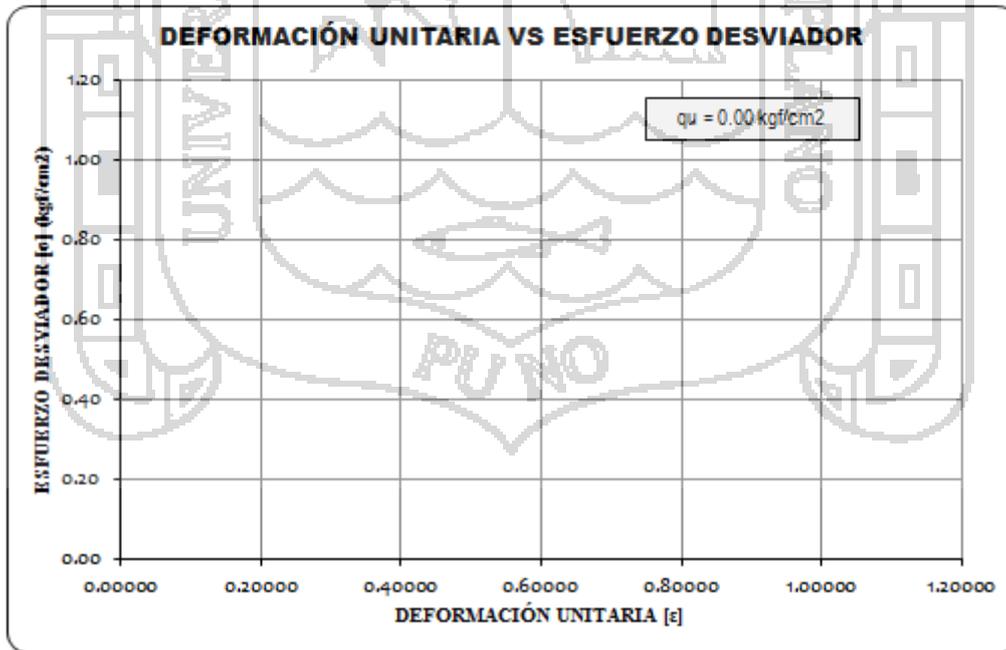
**Tabla 19.** Formato para el ensayo de Compresión Simple

**ENSAYO DE COMPRESIÓN SIMPLE NO CONFINADA  
(ASTM - D2166)**

**REALIZADO POR:** Bach. Abel Darwin VELARDE DEL CASTILLO  
**PROYECTO DE TE** "APLICACION DE LA METODOLOGIA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA EN LA DETERMINACION DE LA RESISTENCIA A LA COMPRESION SIMPLE DE SUELOS ARCILLOSOS ESTABILIZADAS CON CAL Y CEMENTO"

**UBICACIÓN:** \_\_\_\_\_ **MUESTR** \_\_\_\_\_  
**VELOCIDAD DEL ENS** \_\_\_\_\_ **CEMENTO:** \_\_\_\_\_ **CAL:** \_\_\_\_\_  
**DIAMETRO:** \_\_\_\_\_ **ALTURA:** \_\_\_\_\_ **AREA:** \_\_\_\_\_ **VOLUME** \_\_\_\_\_

DIAL DE DEFOR (mm)	CARGA AXIAL (kgf)	DEFOR M. [ε]	AREA CORRE [A'] (m2)	ESFUERZO [σ] (kgf/cm2)	DIAL DE DEFOR (mm)	CARGA AXIAL (kgf)	DEFOR M. [ε]	AREA CORRE [A'] (m2)	ESFUERZO [σ] (kgf/cm2)
0.10					2.60				
0.20					2.70				
0.30					2.80				
0.40					2.90				
0.50					3.00				
0.60					3.10				
0.70					3.20				
0.80					3.30				
0.90					3.40				
1.00					3.50				
1.10					3.60				
1.20					3.70				
1.30					3.80				
1.40					3.90				
1.50					4.00				
1.60					4.10				
1.70					4.20				
1.80					4.30				
1.90					4.40				
2.00					4.50				
2.10					4.60				
2.20					4.70				
2.30					4.80				
2.40					4.90				
2.50					5.00				



FUENTE: Elaboración propia

### 3.4 RESUMEN DE DATOS

**Tabla 20.** Resultados obtenidos de los ensayos

ENSAYO	PARAMETRO	UNIDAD	PUNTOS DE ESTUDIO		
			HUAJE	ESTADIO UNA-PUNO	SALCEDO
LIMITES DE CONSISTENCIA	Limite Liquido	%	31.24	29.61	59.05
	Limite Plástico	%	17.05	14.62	32.23
	Índice Plástico	%	14.19	14.99	26.82
PROCTOR MODIFICADO	ys	%	1.58	1.81	1.51
	%ω	gr/cc	22.12	11.80	20.70
COMPRESIÓN SIMPLE	Natural	kg/cm <sup>2</sup>	15.60	18.99	14.20
	4% Cal 4% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	10.74	13.06	7.52
	4% Cal 10% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	29.91	30.67	20.34
	10% Cal 4% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	26.43	31.78	18.20
	10% Cal 10% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	42.37	52.17	29.86
	2.76% Cal 7% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	41.16	49.89	28.50
	11.24% Cal 7% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	45.48	56.28	32.09
	7% Cal 2.76% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	34.31	43.15	24.64
	7% Cal 11.24% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	46.84	57.93	32.89
	7% Cal 7% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	40.12	49.75	28.37
	7% Cal 7% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	39.18	47.42	26.96
	7% Cal 7% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	39.92	47.21	26.91
	7% Cal 7% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	40.06	50.98	29.07
	7% Cal 7% Cemento	kg/cm <sup>2</sup>	40.18	50.86	28.95

FUENTE: Elaboración propia

### 3.5 METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA

#### 3.5.1 DISEÑO

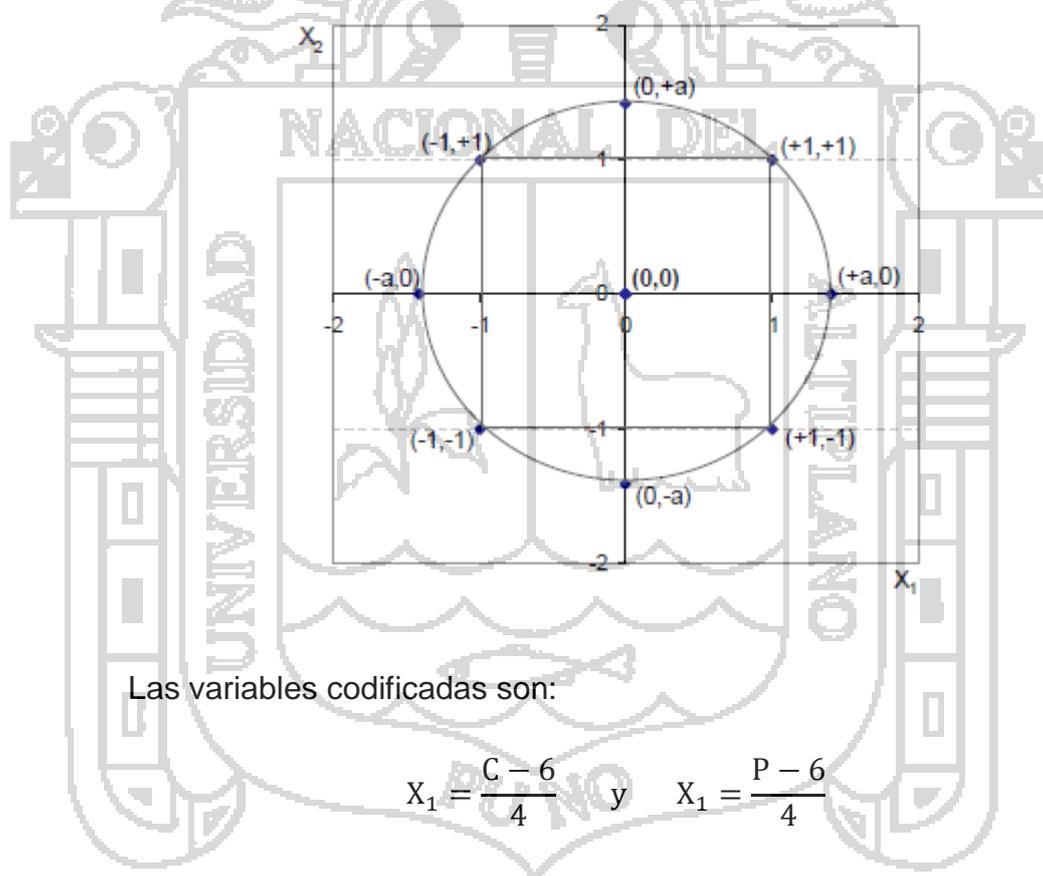
El diseño que se utilizara para la presente investigación es el Diseño de Composición Central (DCC) para el cual es necesario un

número de 13 corridas para cada punto de muestreo según las recomendaciones. (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)

**Tabla 21.** Número de puntos en los diseños de segundo orden.

Numero de factores	Número de corridas				
	Numero de parámetros	Factorial completo $3^k$	Central compuesto	Box - Behnken	Draper y Lin
2	6	9	13-16	--	--
3	10	27	17-23	15	12
4	15	81	27-36	27	18
5	21	243	29-36	46	24
6	28	729	47-59	54	30

FUENTE: (Gutiérrez Pulido & De la Vara Salazar, 2008)



**Tabla 22.** Matriz del diseño de Composición Central para dos factores

N°	Variables codificadas		Variables Naturales	
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Cal (C%)	Cemento (P%)
1	-1	-1	4	4
2	-1	1	4	10
3	1	-1	10	4
4	1	1	10	10
5	-1.414	0	2.76	7
6	1.414	0	11.24	7
7	0	-1.414	7	2.76
8	0	1.414	7	11.24
9	0	0	7	7
10	0	0	7	7
11	0	0	7	7
12	0	0	7	7
13	0	0	7	7

FUENTE: Elaboración propia

### 3.5.2 MODELO

Para la presente investigación se utilizara un modelo de segundo orden como se presenta a continuación:

Notación matemática:

$$q_u = f(C,P)$$

$$q_u = \beta_0 + \beta_1 C + \beta_2 P + \beta_3 C^2 + \beta_4 P^2 + \beta_5 CP$$

Dónde:

q<sub>u</sub>: Resistencia a la compresión simple

C: Porcentaje de cal

P: Porcentaje de cemento

### 3.6 ANÁLISIS ESTADÍSTICO

#### 3.6.1 ANÁLISIS PARA EL MODELO DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

##### Punto de Trabajo 1: HUAJE - PUNO

PARAMETRO	ESTIMACIÓN	ERROR ESTANDAR	ESTADISTICO	Valor-p
Intercepto	-18.4180	35.0887	-0.525	0.616
C	0.5818	0.7127	0.816	0.441
P	0.9161	0.7127	1.285	0.240
C*P	-0.0012	0.0064	-0.187	0.857
C^2	-0.0028	0.0048	-0.589	0.575
P^2	-0.0049	0.0048	-1.007	0.348

##### Punto de Trabajo 2: ESTADIO UNA-PUNO

PARAMETRO	ESTIMACIÓN	ERROR ESTANDAR	ESTADISTICO	Valor-p
Intercepto	-19.2215	47.2492	-0.407	0.696
C	0.7414	0.9597	0.772	0.465
P	0.9918	0.9597	1.034	0.336
C*P	0.0011	0.0086	0.127	0.902
C^2	-0.0047	0.0065	-0.729	0.490
P^2	-0.0064	0.0065	-0.979	0.360

##### Punto de Trabajo 3: SALCEDO - PUNO

PARAMETRO	ESTIMACIÓN	ERROR ESTAND.	ESTADISTICO	Valor-p
Intercepto	-12.1226	25.5998	-0.474	0.650
C	0.4235	0.5200	0.814	0.442
P	0.6019	0.5200	1.157	0.285
C*P	-0.0004	0.0046	-0.096	0.926
C^2	-0.0023	0.0035	-0.644	0.540
P^2	-0.0033	0.0035	-0.933	0.382

### 3.6.2 ANÁLISIS DE VARIANZA

#### Punto de Trabajo 1: HUAJE - PUNO

FUENTE DE VARIACION	SUMA DE CUADRADOS	GRADOS DE LIBERTAD	CUADRADO MEDIO	Fo	Valor-p
Modelo	590.1222	5	118.024	1.575	0.282
Residual	524.6399	7	74.949		
TOTAL	1114.7621	12			

+ Coeficiente de determinación:

+ Coeficiente de correlación múltiple:

+ Media del error absoluto:

+ Error estándar de estimación:

#### Punto de Trabajo 2: ESTADIO UNA-PUNO

FUENTE DE VARIACION	SUMA DE CUADRADOS	GRADOS DE LIBERTAD	CUADRADO MEDIO	Fo	Valor-p
Modelo	916.4790	5	183.296	1.349	0.346
Residual	951.2967	7	135.900		
TOTAL	1867.7757	12			

+ Coeficiente de determinación:

+ Coeficiente de correlación múltiple:

+ Media del error absoluto:

+ Error estándar de estimación:

#### Punto de Trabajo 3: SALCEDO - PUNO

FUENTE DE VARIACION	SUMA DE CUADRADOS	GRADOS DE LIBERTAD	CUADRADO MEDIO	Fo	Valor-p
Modelo	293.4216	5	58.684	1.471	0.310
Residual	279.2536	7	39.893		
TOTAL	572.6753	12			

+ Coeficiente de determinación:

+ Coeficiente de correlación múltiple:

+ Media del error absoluto:

+ Error estándar de estimación:

### 3.7 CONTRASTACIÓN DE HIPÓTESIS

**HG: Aplicando la metodología de superficie de respuesta es posible determinar la máxima resistencia a la compresión simple de suelos arcillosos estabilizados con cal y cemento.**

Punto de Trabajo 1: HUAJE - PUNO

$$q_u = -18.4180 + 0.5818C + 0.9161P - 0.0012CP - 0.0028C^2 - 0.0049P^2$$

Calculo de las derivadas parciales:

$$\frac{\partial q_u}{\partial C} = 0.5818 - 0.0012P - 0.0056C$$

$$\frac{\partial q_u}{\partial P} = 0.9161 - 0.0012C - 0.0098P$$

Resolviendo ambas ecuaciones tenemos:

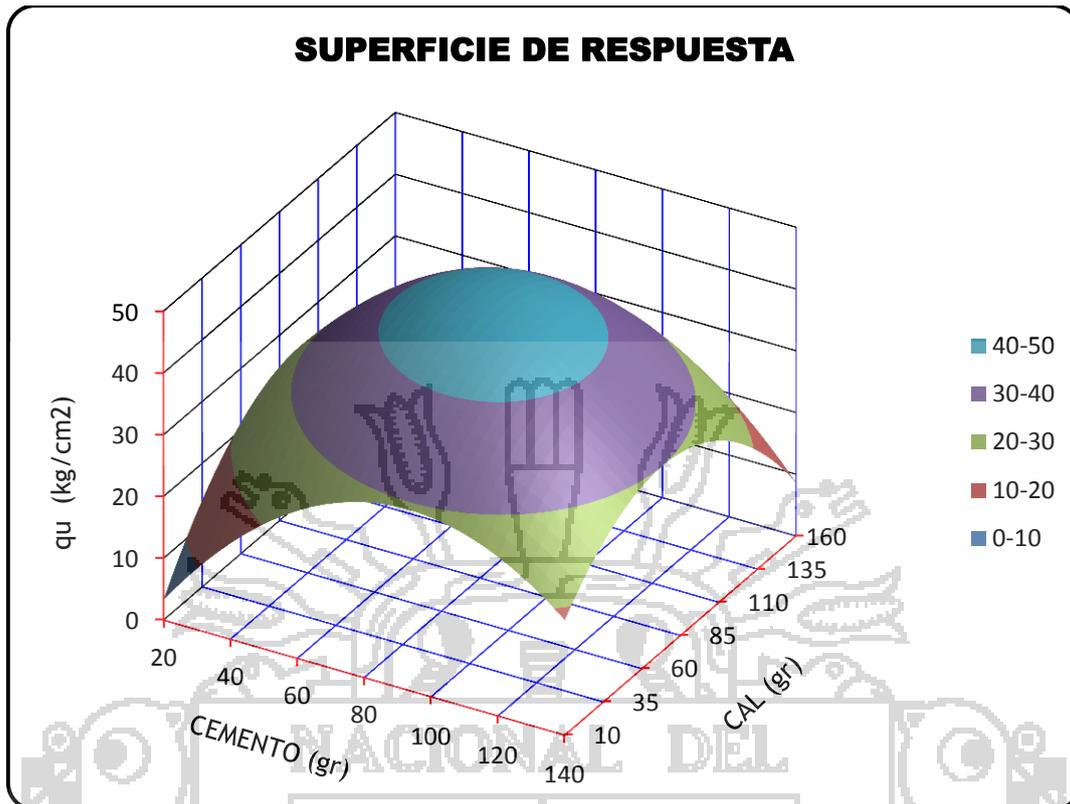
$$\begin{bmatrix} -0.0056 & -0.0012 \\ -0.0012 & -0.0098 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5818 \\ -0.9161 \end{bmatrix}$$

$$C^* = 84.99 \text{ gr} \quad ; \quad P^* = 84.03 \text{ gr}$$

Reemplazando los valores óptimos de cal y cemento en la ecuación de la resistencia  $q_u$  obtenemos:

$$q_{u\text{MAX}} = 44.79 \text{ kg/cm}^2$$

**Figura 11.** Superficie de respuesta Huaje - Puno



FUENTE: Elaboración propia

Comparación de resultados en laboratorio:

**Tabla 23.** Comparación de resultados Huaje - Puno

DESCRIPCIÓN	CAL (gr)	CEMENTO (gr)	qu (kg/cm2)
TEÓRICO	84.99	84.03	44.79
LABORATORIO	84.99	84.03	41.55
DIFERENCIA	---	---	1.24

FUENTE: Elaboración propia

Punto de Trabajo 2: ESTADIO UNA-PUNO.

$$q_u = -19.2215 + 0.7414C + 0.9981P + 0.0011CP - 0.0047C^2 - 0.0064P^2$$

Calculo de las derivadas parciales:

$$\frac{\partial q_u}{\partial C} = 0.7414 - 0.0011P - 0.0094C$$

$$\frac{\partial q_u}{\partial P} = 0.9918 - 0.0011C - 0.0128P$$

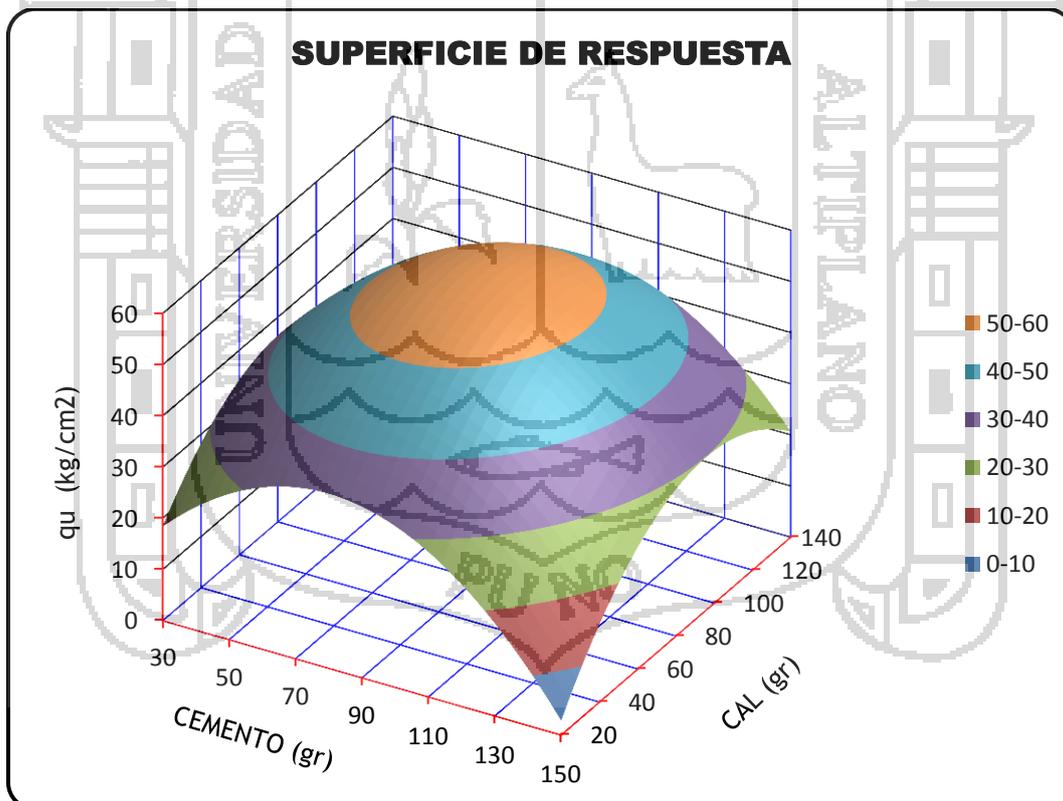
Resolviendo ambas ecuaciones tenemos:

$$\begin{bmatrix} -0.0094 & -0.0011 \\ -0.0011 & -0.0128 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.7414 \\ -0.9918 \end{bmatrix}$$

$$C^* = 88.28 \text{ gr} \quad ; \quad P^* = 85.63 \text{ gr}$$

$$q_{uMAX} = 55.97 \text{ kg/cm}^2$$

Figura 12. Superficie de respuesta Estadio UNA - PUNO



FUENTE: Elaboración propia

Comparación de resultados en laboratorio:

**Tabla 24.** Comparación de resultados Estadio Universitario UNA-PUNO

DESCRIPCIÓN	CAL (gr)	CEMENTO (gr)	qu (kg/cm2)
TEÓRICO	84.28	85.63	55.97
LABORATORIO	84.28	85.63	54.01
DIFERENCIA	---	---	1.96

FUENTE: Elaboración propia

Punto de Trabajo 3: SALCEDO - PUNO.

$$q_u = -12.1226 + 0.4235C + 0.6019P - 0.0004CP - 0.0023C^2 - 0.0033P^2$$

Calculo de las derivadas parciales:

$$\frac{\partial q_u}{\partial C} = 0.4235 - 0.0004P - 0.0046C$$

$$\frac{\partial q_u}{\partial P} = 0.6019 - 0.0004C - 0.0066P$$

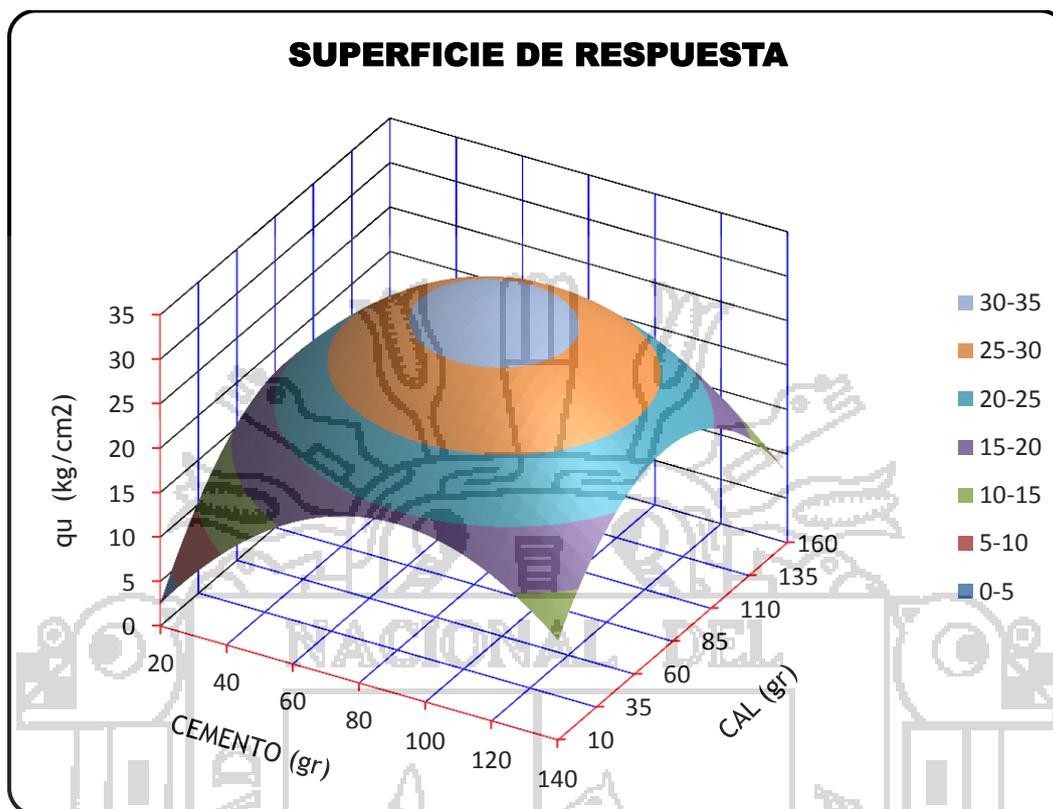
Resolviendo ambas ecuaciones tenemos:

$$\begin{bmatrix} -0.0046 & -0.0004 \\ -0.0004 & -0.0066 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4235 \\ -0.6019 \end{bmatrix}$$

$$C^* = 85.14 \text{ gr} \quad ; \quad P^* = 86.01 \text{ gr}$$

$$q_{u\text{MAX}} = 31.79 \text{ kg/cm}^2$$

Figura 13. Superficie de respuesta Salcedo - Puno



FUENTE: Elaboración propia

Tabla 25. Comparación de resultados Salcedo - Puno

DESCRIPCIÓN	CAL (gr)	CEMENTO (gr)	qu (kg/cm2)
TEÓRICO	85.14	86.01	31.79
LABORATORIO	85.14	86.01	31.04
DIFERENCIA	---	---	0.75

FUENTE: Elaboración propia

**HE<sub>1</sub>:** La aplicación de la metodología de superficie de respuesta mejora el cálculo de porcentajes óptimos de cal y cemento en la estabilización de arcillas.

En efecto la metodología de superficie de respuesta mejora el cálculo de los porcentajes óptimos de cal y cemento logrando así obtener la mejor resistencia a la compresión simple, para lograr obtener dichos porcentajes de propuso una región de estudio que varía los porcentajes de cal y cemento de 2.76% a 11.24% en ambos casos realizando

finalmente un total de 13 corridas en cada punto de trabajo, logrando así desarrollar un modelo matemático en cada, dichas corridas se muestran a continuación:

Punto de Trabajo 1: HUAJE - PUNO.

**Tabla 26.** Cantidades utilizadas en el cálculo de la resistencia a la compresión simple

Huaje – Puno.

N°	VARIABLES NATURALES				
	CAL	CEMENTO	CAL	CEMENTO	qu
	(%)	(%)	gr	gr	kg/cm2
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y
1	4	4	34.80	34.80	10.74
2	4	10	34.80	87.00	29.91
3	10	4	87.00	34.80	26.43
4	10	10	87.00	87.00	42.37
5	2.76	7	23.99	60.90	41.16
6	11.24	7	97.81	60.90	45.48
7	7	2.76	60.90	23.99	34.31
8	7	11.24	60.90	97.81	46.84
9	7	7	60.90	60.90	40.12
10	7	7	60.90	60.90	39.18
11	7	7	60.90	60.90	39.92
12	7	7	60.90	60.90	40.06
13	7	7	60.90	60.90	40.18

FUENTE: Elaboración propia

**Tabla 27.** Porcentajes óptimos de cal y cemento Huaje - Puno.

DESCRIPCIÓN	CAL (gr)	CEMENTO (gr)	qu (kg/cm2)
TEÓRICO	84.99	84.03	44.79
LABORATORIO	84.99	84.03	43.55
DIFERENCIA	---	---	1.24

FUENTE: Elaboración propia

De la tabla 27 se puede observar que la diferencia obtenida entre el resultado teórico y de laboratorio es de 1.24 kg/cm<sup>2</sup>, representando un 2.77% de diferencia.

Punto de Trabajo 2: ESTADIO UNIVERSITARIO UNA-PUNO.

**Tabla 28.** Cantidades utilizadas en el cálculo de la resistencia a la compresión simple  
Estadio universitario UNA-PUNO.

N°	VARIABLES NATURALES				
	CAL	CEMENTO	CAL	CEMENTO	qu
	(%)	(%)	gr	gr	kg/cm2
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y
1	4	4	34.80	34.80	13.06
2	4	10	34.80	87.00	30.62
3	10	4	87.00	34.80	31.64
4	10	10	87.00	87.00	52.17
5	2.76	7	23.99	60.90	49.76
6	11.24	7	97.81	60.90	55.63
7	7	2.76	60.90	23.99	42.95
8	7	11.24	60.90	97.81	58.01
9	7	7	60.90	60.90	49.75
10	7	7	60.90	60.90	47.68
11	7	7	60.90	60.90	47.23
12	7	7	60.90	60.90	51.02
13	7	7	60.90	60.90	50.71

FUENTE: Elaboración propia

**Tabla 29.** Porcentajes óptimos de cal y cemento Estadio universitario UNA-PUNO.

DESCRIPCIÓN	CAL (gr)	CEMENTO (gr)	qu (kg/cm2)
TEÓRICO	84.28	85.63	55.97
LABORATORIO	84.28	85.63	54.01
DIFERENCIA	---	---	1.96

FUENTE: Elaboración propia

De la tabla 29 se puede observar que la diferencia obtenida entre el resultado teórico y de laboratorio es de 1.96 kg/cm<sup>2</sup>, representando un 3.50% de diferencia.

Punto de Trabajo 3: SALCEDO - PUNO.**Tabla 30.** Cantidades utilizadas en el cálculo de la resistencia a la compresión simple  
Salcedo - Puno.

N°	VARIABLES NATURALES				
	CAL	CEMENTO	CAL	CEMENTO	qu
	(%)	(%)	gr	gr	kg/cm <sup>2</sup>
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y
1	4	4	34.80	34.80	7.52
2	4	10	34.80	87.00	20.40
3	10	4	87.00	34.80	18.26
4	10	10	87.00	87.00	29.93
5	2.76	7	23.99	60.90	28.60
6	11.24	7	97.81	60.90	32.11
7	7	2.76	60.90	23.99	24.70
8	7	11.24	60.90	97.81	33.24
9	7	7	60.90	60.90	28.47
10	7	7	60.90	60.90	27.05
11	7	7	60.90	60.90	26.98
12	7	7	60.90	60.90	29.15
13	7	7	60.90	60.90	28.95

FUENTE: Elaboración propia

**Tabla 31.** Porcentajes óptimos de cal y cemento Salcedo - Puno

DESCRIPCIÓN	CAL (gr)	CEMENTO (gr)	qu (kg/cm <sup>2</sup> )
TEÓRICO	85.14	86.01	31.79
LABORATORIO	85.14	86.01	31.04
DIFERENCIA	---	---	0.75

FUENTE: Elaboración propia

De la tabla 31 se puede observar que la diferencia obtenida entre el resultado teórico y de laboratorio es de 0.75 kg/cm<sup>2</sup>, representando un 2.36% de diferencia.

**HE<sub>2</sub>: La resistencia a la compresión simple en los suelos arcillosos estabilizados con cal y cemento supera en un 10% a la de los suelos arcillosos no estabilizados.**

La resistencia a la compresión simple de arcillas estabilizadas con cal y cemento superan ampliamente a la de los suelos arcillosos no estabilizados como se muestra en la tabla siguiente:

Punto de Trabajo 1: HUAJE - PUNO.

**Tabla 32.** Resistencia a la compresión simple Huaje - Puno

DESCRIPCIÓN	UND	HUAJE
$q_{UNAT}$	kg/cm <sup>2</sup>	15.60
$q_{UMAX}$	kg/cm <sup>2</sup>	44.79
Aumento	%	187

FUENTE: Elaboración propia

En la tabla 32 podemos observar que la resistencia a la compresión simple del suelo arcilloso estabilizado aumenta en un 187% con respecto a la resistencia del mismo suelo arcilloso no estabilizado.

Del coeficiente de determinación  $R^2 = 0.53$  podemos concluir que el modelo matemático es aceptable pues es mayor a 0.5.

Del coeficiente de correlación  $R = 0.73$  podemos concluir que la correlación entre las variables es MODERADA según (L. Devore, 2008).

Del error estándar de estimación  $\sigma = 8.66$  se concluye que los puntos están dispersos a una distancia de 8.66 de la curva de regresión.

Punto de Trabajo 2: ESTADIO UNIVERSITARIO UNA-PUNO.

**Tabla 33.** Resistencia a la compresión simple Estadio universitario UNA-PUNO.

DESCRIPCIÓN	UND	UNA-PUNO
$q_{UNAT}$	kg/cm <sup>2</sup>	18.99
$q_{UMAX}$	kg/cm <sup>2</sup>	55.97
Aumento	%	195

FUENTE: Elaboración propia

En la tabla 33 podemos observar que la resistencia a la compresión simple del suelo arcilloso estabilizado aumenta en un 195% con respecto a la resistencia del mismo suelo arcilloso no estabilizado.

Del coeficiente de determinación  $R^2 = 0.49$  podemos concluir que el modelo matemático es restringido pues  $R^2 < 0.50$ .

Del coeficiente de correlación  $R = 0.70$  podemos concluir que la correlación entre las variables es MODERADA según (L. Devore, 2008).

Del error estándar de estimación  $\sigma = 11.66$  se concluye que los puntos están dispersos a una distancia de 11.66 de la curva de regresión.

### Punto de Trabajo 3: SALCEDO - PUNO.

**Tabla 34.** Resistencia a la compresión simple Salcedo - Puno.

DESCRIPCIÓN	UND	SALCEDO
$q_{NAT}$	kg/cm <sup>2</sup>	13.86
$q_{MAX}$	kg/cm <sup>2</sup>	31.79
Aumento	%	129

FUENTE: Elaboración propia

En la tabla 34 podemos observar que la resistencia a la compresión simple del suelo arcilloso estabilizado aumenta en un 129% con respecto a la resistencia del mismo suelo arcilloso no estabilizado.

Del coeficiente de determinación  $R^2 = 0.51$  podemos concluir que el modelo matemático es aceptable pues es mayor a 0.5.

Del coeficiente de correlación  $R = 0.72$  podemos concluir que la correlación entre las variables es MODERADA según (L. Devore, 2008).

Del error estándar de estimación  $\sigma = 6.32$  se concluye que los puntos están dispersos a una distancia de 6.32 de la curva de regresión.

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

## CONCLUSIONES

1. Si es posible implementar la metodología de superficie de respuesta (MSR) en la estabilización de suelos arcillosos con cal y cemento pues se lograron obtener resistencias que superan ampliamente a la de los suelos no estabilizados.
2. Los resultados de la investigación fueron satisfactorios pues la región propuesta como viable para establecer los porcentajes óptimos de cal y cemento logro obtener valores de la resistencia a la compresión simple elevados.
3. El coeficiente de determinación es aceptable en los puntos de trabajo de Huaje y Salcedo ( $R^2 > 0.50$ ), lo que no ocurre en el caso del Estadio universitario UNA-PUNO ( $R^2 < 0.50$ ) lo que nos lleva a la conclusión inicial que se puede modificar la región de estudio para obtener los porcentajes óptimos de cal y cemento, pero el RNE en la norma CE-020 Estabilización de suelos y taludes recomiendo que no debe excederse el 8% de cal en el suelo ya que aumenta la resistencia pero también la plasticidad.

4. El grado de correlación en todos los casos es MODERADA ( $0.5 \leq R < 0.8$ ), lo que implica que existe relativa relación entre las variables independientes (cal, cemento) y la dependiente (resistencia a la compresión simple).

## RECOMENDACIONES

1. Ampliar esta investigación para los diferentes tipos de suelos que se presentan en los sistemas de clasificación, de modo que se pueda tener una idea clara de las combinaciones óptimas de cal y cemento para la estabilización de suelos.
2. Verificar la influencia de los días de curado y secado en la resistencia a la compresión simple de los suelos arcillosos estabilizados.
3. Se recomienda ampliar o disminuir la región de estudio con respecto a los materiales estabilizantes, teniendo en cuenta las recomendaciones realizadas por los diferentes autores e instituciones relacionadas con la estabilización de suelos.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- ❖ ANCADE, ANTER, & IECA. (2010). MANUAL DE ESTABILIZACIÓN DE SUELOS CON CEMENTO O CAL. Madrid: Vaquero Servicios de Publicaciones, S.L.
- ❖ Ascencio Costa, N. L., & Pineda Arce Latorre, J. V. (2010). PLAN DE DESARROLLO URBANO DE LA CIUDAD DE PUNO 2008-2012 Propuesta de Actualización y Modificación. Puno: MUNICIPALIDAD PROVINCIAL DE PUNO.
- ❖ Barreto Rodríguez, C. R. (2007). ESTADÍSTICA BASICA: APLICACIONES. Chimbote: Universidad Los Ángeles de Chimbote.
- ❖ Braja M., D. (2001). FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA GEOTÉCNICA. Mexico: Thomson Editores S.A.
- ❖ Chávez Valencia, L., Manzano Ramírez, A., & Hernández Barriga, C. (2011). MODELACIÓN DEL ENVEJECIMIENTO DE LOS PAVIMENTOS ASFÁLTICOS CON LA METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA. Ingeniería Investigación y Tecnología Vol. XII, 373-382.
- ❖ Delgado Alvia, R. P. (2011). ESTABILIZACIÓN DE SUELOS PARA ATENUAR EFECTOS DE PLASTICIDAD DEL MATERIAL DE SUBRASANTE DE LA CARRETERA MONTECRISTI - LOS BAJOS. Portoviejo: Universidad Técnica de Manabí.
- ❖ García Ore, C. (1990). DISTRIBUCIONES MUTIVARIADAS REGRESIÓN Y CORRELACIÓN. Lima: Universidad Nacional de Ingeniería.
- ❖ Garzón, E., Sánchez-Soto, P., & Ruiz-Conde, A. (2006). EFECTOS DE LA COMPACTACIÓN Y ESTABILIZACIÓN CON CEMENTO Y CAL EN LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE FILITAS. XXVI REUNIÓN (SEM) / XX REUNIÓN (SEA), 217-220.
- ❖ Gutiérrez Pulido, H., & De la Vara Salazar, R. (2008). ANÁLISIS Y DISEÑO DE EXPERIMENTOS. Mexico D.F.: McGraw-Hill.
- ❖ Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN. Mexico D.F.: Mc Graw Hill.

- ❖ Huaquisto Caceres, S. (2007). DIAGNÓSTICO Y ALTERNATIVAS DE SOLUCIÓN DE LAS FALLAS COMUNES EN INFRAESTRUCTURA EDUCATIVA EN LA CIUDAD DE PUNO. Puno: Universidad Nacional del Altiplano.
- ❖ Huaquisto Caceres, S. (2012). Mecánica de Suelos MANUAL DE SUELOS. Puno: EDITORIAL UNAP.
- ❖ Huevo Maldonado, H. M., & Orellana Martinez, A. C. (2009). GUIA BASICA PARA ESTABILIZACION DE SUELOS CON CAL EN CAMINOS DE BAJA INTENSIDAD VEHICULAR EN EL SALVADOR. San Salvador: Universidad de El Salvador.
- ❖ L. Devore, J. (2008). PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA PARA INGENIERÍA Y CIENCIAS. California: Cengage Learning Editores S.A.
- ❖ Ministerio de Vivienda, C. y. (2004). REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES. Lima: Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento.
- ❖ Torre C., A. (2004). CURSO BASICO DE TECNOLOGÍA DEL CONCRETO. Lima: Universidad Nacional de Ingeniería.
- ❖ Vara Horna, A. (2010). ¿CÓMO HACER UNA TESIS EN CIENCIAS EMPRESARIALES? Lima: Instituto de Investigación USMP.
- ❖ Vilca Apaza, H. (2014). DETERMINACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO MEDIANTE REGRESIÓN MÚLTIPLE PARA EL CÁLCULO DEL VALOR RELATIVO DE SOPORTE. Puno: Universidad Nacional del Altiplano.