UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

APLICACIÓN DEL MODELO DE KLAUSMEIER COMO ESTRATEGIA DE FORMACIÓN DE CONCEPTOS DE TRIÁNGULO Y PARALELOGRAMO EN ESTUDIANTES DE LA IES "PERÚ BIRF" DE JULIACA – 2016

TESIS

PRESENTADA POR:

MARCO COAPAZA AGUILAR

AUGUSTO CALLATA MAMANI

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA

Promoción: 2014 – II

2014 – I

PUNO - PERÚ

2017

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

APLICACIÓN DEL MODELO DE KLAUSMEIER COMO ESTRATEGIA DE FORMACIÓN DE CONCEPTOS DE TRIÁNGULO Y PARALELOGRAMO EN ESTUDIANTES DE LA IES "PERÚ BIRF" DE JULIACA - 2016

MARCO COAPAZA AGUILAR

AUGUSTO CALLATA MAMANI

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN, CON MENCIÓN EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

PRESIDENTE : --
Dr. Germán Pedro Yábar Pilco

PRIMER MIEMBRO : --
Lic. Noemí G. Alarcón Cárdenas

SEGUNDO MIEMBRO : --
Dr. Lino Vilca Mamani

DIRECTOR : --
Mg. Godofredo Huamán Monroy

ASESOR : --
Mg. Godofredo Huamán Monroy

Área: Interdisciplinaridad en la dinámica educativa: Teoría y Métodos de Investigación de la Didáctica de la Matemática.

Tema: Desarrollo y aplicación de criterios de idoneidad didáctica de procesos de estudio matemático

DEDICATORIA

A nuestros padres, seres queridos por su constante

apoyo incondicional en esta vida tan compleja.

Marco y Augusto

AGRADECIMIENTOS

A Universidad Nacional del Altiplano por darnos la oportunidad de estudiar y ser profesionales.

A la Facultad de Ciencias de la Educación, Escuela Profesional de Educación Secundaria Especialidad de Matemática, Computación e Informática.

A nuestro Director y Asesor de Tesis, Mg. Godofredo Huamán Monroy; quien con su conocimiento, experiencia, paciencia y motivación ha logrado que podamos terminar la Tesis.

También agradecer a los docentes de la Facultad De Ciencias de la Educación en especial a los docentes de la escuela profesional de Educación Secundaria especialidad de Matemática Computación e Informática

Agradecer a nuestros Padres y familiares por su apoyo incondicional en esta vida

Para ellos: Muchas gracias y que Dios los bendiga.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

Pág.

ÍNDICE DE TABLAS

Pág.

ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

UNA	: Universidad Nacional del Altiplano
BIRF	: Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento
IES	: Institución Educativa Secundaria
ECE	: Evaluación Censal de Estudiantes
p	: página

RESUMEN

El trabajo de investigación titulado: Aplicación del Modelo de Klausmeier como estrategia de Formación de Conceptos de Triángulo y Paralelogramo en los estudiantes de la IES “PERÚ BIRF” de Juliaca 2016. El objetivo de la presente investigación ha sido, Determinar la eficacia del Modelo de Klausmeier como estrategia en la formación de conceptos de Triángulo y paralelogramo en los estudiantes del Primer grado de la IES “PERÚ BIRF” de Juliaca 2016.

Para ello se empleó el diseño de investigación cuasi experimental, consistente en ejemplos y contraejemplos a una muestra de 59 estudiantes del primer grado de secundaria, se llegó a las siguientes conclusiones:El modelo de Klausmeier en el nivel de formación de conceptos de triángulo y paralelogramo en los estudiantes de la IES “PERÚ BIRF” de Juliaca 2016 tiene eficacia significativa, porque a través de ejemplos y contraejemplos, los estudiantes desarrollan sus conceptos pasando el Nivel Concreto, Identificación, clasificación hasta llegar al Nivel Formal obteniendo puntajes de 15,53 de promedio ubicándose en Niveles conceptuales de Clasificación en un 40% y el Nivel Formal en un 33% (Tabla 15), confirmado por el valor de la Zc= 24,70 a la hipótesis planteada.

El Nivel de Formación de conceptos de Triángulo que logran alcanzar los estudiantes a través del modelo de Klausmeier, es de Nivel Formal en un 80%, porque los estudiantes son capaces de hacer definiciones propias y sus relaciones, según la Tabla 11. El nivel de formación de conceptos de paralelogramo que logran alcanzar los estudiantes a través del modelo de Klausmeier, es de Nivel Formal en un 70%, esto porque los estudiantes asimismo son capaces de hacer definiciones propias y sus relaciones, según la Tabla 12.

Palabras clave: Modelo, estrategia, concepto, formación.

ABSTRACT

The research work entitled: Application of the Klausmeier Model as a Strategy for the Formation of Triangle and Parallelogram Concepts in the students of the IES "PERU BIRF" of Juliaca 2016. The objective of the present research was to determine the effectiveness of the Model of Klausmeier as a strategy in the formation of concepts of Triangle and parallelogram in the students of the first degree of the IES "PERU BIRF" of Juliaca 2016.

For this, we used the quasi experimental experimental design, consisting of examples and counterexamples to a sample of 59 students of the first grade of secondary, the following conclusions were reached: Klausmeier's model in the level of formation of concepts of triangle and parallelogram In the students of the IES "PERU BIRF" of Juliaca 2016 has significant efficacy, because through examples and counterexamples, students develop their concepts by passing the Concrete Level, Identification, classification until reaching the Formal Level obtaining scores of 15.53 Average being located in Classification Levels of 40% and Formal Level in 33% (Table 15), confirmed by the value of Zc = 24.70 to the hypothesis.

The Level of Formation of Triangle concepts that students can achieve through Klausmeier's model is 80% Formal Level, because students are able to make their own definitions and their relationships, according to Table 11. The level of The formation of parallelogram concepts that students can achieve through the Klausmeier model is 70%

formal, because students are also able to make their own definitions and their relationships, according to Table 12.

Keyword: Model, strategy, concept, training.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

El trabajo está estructurado de la siguiente manera:

Capítulo Primero, se detalla la Introducción, concerniente en una breve introducción en forma sucinta aspectos generales y vitales del problema de investigación, objetivos de la investigación e hipótesis respectiva. Ello en forma clara y concisa del trabajo de investigación.

Capítulo Segundo, trata aspecto relacionados a la Revisión de la Literatura, refiriéndose al sustento teórico y marco teórico conceptual sobre el problema de la investigación en esta parte presentamos los antecedentes de estudio, es decir, trabajos que se han realizado anteriormente. Por otro lado se sustenta con bases teóricas y conceptuales la hipótesis formulada.

Capítulo Tercero, se detalla los materiales y métodos utilizados en la presente investigación, abordando los métodos y técnicas que se han empleado en la presente investigación. Así mismo trata sobre el tipo de investigación realizada la población de estudio, las técnicas e instrumentos de recolección de datos, el diseño estadístico para probar la hipótesis, es decir todo un procedimiento o estilo metodológico de recolección de datos, como procesamiento de datos, análisis e interpretación que permite la comprobación de la hipótesis.

Capítulo Cuarto, aborda sobre los resultados obtenidos en la investigación, donde los datos procesados pasan a ser analizados e interpretados con el propósito de demostrar nuestra hipótesis.

Al final se obtiene las conclusiones, recomendaciones y/o sugerencias, esto de acuerdo a los resultados presentados en la investigación. Asimismo los anexos de la investigación correspondiente.

1.1. EL PROBLEMA DE LA INVESTIGACIÓN

Uno de los problemas de la educación en nuestra región de Puno, es el bajo nivel de aprendizaje en el área de Matemática y ésta se enfatiza en la resolución de problemas de Matemática. En el año 2014, los resultados de la Prueba ECE en el nivel de segundo grado de educación secundaria demuestran la baja calidad de aprendizaje de los alumnos en la resolución de problemas de Matemática. Estos resultados significan que lograr el objetivo de la política educativa en el ámbito de la matemática representa un gran desafío debido a los bajos resultados que se tienen y respecto a los cuales es muy poco lo que se ha podido avanzar, pues se trata de competencias y capacidades reconocidas mundialmente como cruciales para aprovechar las oportunidades del siglo XXI, de una sociedad de economías globales, con una acelerada producción de información de diversa complejidad y avances científicos y tecnológicos.

Un aspecto que se pudo observar durante la realización de las prácticas pre-profesionales en los estudiantes del Primer Grado de la Institución Educativa Secundaria "PERÚ BIRF" de la ciudad de Juliaca referente a la resolución de problemas de triángulos y paralelogramos, se visualiza que el 80% de los estudiantes tienen dificultades en aspectos teóricos requeridos para resolver problemas de triángulos y paralelogramos tales como: rectas paralelas y perpendiculares, áreas y perímetros de figuras planas. Además se observó que dichos estudiantes tienen dificultades en la utilización del teorema de Pitágoras en la resolución de problemas.

Frente a esta situación, necesitamos transitar hacia un mayor acceso, manejo y aplicación de conocimientos, en el que la educación matemática se convierte en un valioso motor de desarrollo económico, científico, tecnológico y social. Esto nos exige revisar, debatir, ampliar y enriquecer los enfoques con que hemos venido trabajando; y modificar la idea de la matemática como algo especializado sólo para estudiantes con mayor disposición para aprenderla. Necesitamos asumirla como algo fundamental para la vida, que tenga sentido y genere motivación para seguir aprendiendo, adoptando un enfoque que conecte la matemática con la vida, con lo que ocurre en el entorno inmediato y personal de los estudiantes, pues se trata de aprender a aplicar los conocimientos y contenidos matemáticos en el análisis, la comprensión y la resolución de problemas y situaciones de necesidad real.

Así mismo, se observa que en dicha Institución Educativa los estudiantes inician la educación secundaria presentando una serie de deficiencias en los conocimientos básicos en el área de matemáticas y por ende en geometría debido a que la enseñanza ha tenido tradicionalmente un fuerte carácter algebraico, formal, se ha fomentado excesivamente el aprendizaje memorístico de conceptos, fórmulas, la simple relación de unos conceptos en otros previos, y la temprana eliminación de la intuición como instrumento de acceso al conocimiento aritmético y geométrico, tratando de acelerar la adquisición de tales conceptos y fórmulas, como si en ella estuviera condensado el verdadero saber aritmético; por lo que se ha registrado en el área de matemática, calificaciones que en promedio no llegan a superior el calificativo 13, el cual es preocupante porque la matemática siempre ha desempeñado un rol fundamental en el desarrollo de los conocimientos científicos y tecnológicos.

En consecuencia a través de la presente investigación se pretende mejorar la calidad de aprendizaje de la matemática sobre todo en la formación de conceptos de triángulo y paralelogramo aplicando la teoría de Klausmeier consistente en la aplicación de ejemplos y contraejemplos como estrategia didáctica; ello implica desarrollar en las aulas, capacidades cognitivas y actitudes como la perseverancia, la confianza, la toma de decisiones, el trabajo colaborativo y el sentido de logro entre otros.

1.2. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

En lo que se refiere a los antecedentes se considera las siguientes tesis:

1. Mariño (2007), en su investigación denominada: "El Geoplano, un recurso manipulable para la comprensión de la Geometría", se planteó como objetivo general: diseñar, basándose en el modelo de Van Hiele, un material educativo impreso centrado en el uso del Geoplano, sobre los temas de geometría, como: ángulos, triángulos, cuadriláteros y área, para la segunda etapa de Educación Básica. La investigación fue de carácter descriptivo, ya que se les aplicaron en cuestas a los docentes de ese nivel. En cuanto a la muestra, se consideró una selección no aleatoria de veinte (20) docentes de la segunda etapa de Educación Básica de diferentes escuelas básicas ubicadas en la zona de San Bernardino, Caracas Venezuela. Los resultados obtenidos del cuestionario aplicado a los docentes, justifican la necesidad de elaborar un material instruccional basado en recursos manipulables que le permitan evolucionar en el proceso de construcción geométrico desde las formas intuitivas iniciales del pensamiento hasta un nivel de deducción informal, los cuales corresponden a los niveles escolares donde se desempeñan estos docentes. El investigador considera, que según los docentes que han validado el material, el uso del mismo, puede contribuir a desarrollar en el estudiante habilidades para la comprensión de la Geometría y la resolución de problemas, así como la independencia en el logro de su aprendizaje de la segunda etapa de la educación básica, a la vez, que se puede contar con un

material instruccional para los fines y propósitos que persigue el área de Geometría en esta etapa. El aporte de este trabajo es de interés a la presente investigación por tratar la problemática existente en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría, como también la necesidad de usar recursos manipulables motivantes por los docentes en el desarrollo de contenidos.

2. Otra tesis elaborado por Tacaronte (2006), en su investigación denominada: “Propuesta de algunos Recursos Didácticos en la motivación de los alumnos, para el logro de los contenidos de geometría, contemplados en el programa de estudio de la primera etapa de Educación Básica”, se trazó como objetivo general: Proponer algunos recursos didácticos para la motivación de los alumnos en los contenidos de Geometría de la Primera Etapa de Educación Básica. El diseño es de tipo Descriptivo, Explorativo y Participativo, donde la población estaba constituida por dos grupos: Docentes que laboran en el Municipio Caroní del Estado Bolívar Venezuela, con los cuales se intentó determinar el tipo de estrategia y recurso utilizado en dicha enseñanza y Estudiantes de la etapa mencionada para determinar y evaluar los recursos y estrategias metodológicas planteadas en esta investigación para el desarrollo de algunos contenidos de geometría. En la evaluación de la Propuesta, Tacaronte señala que se pudo evidenciar que las actividades fueron estimulantes para los alumnos, permitiendo poner en práctica los procesos del aprendizaje y alcanzando un segundo nivel de razonamiento de acuerdo al modelo del Van-Hiele. Y por consiguiente, este trabajo se relaciona directamente con esta investigación por tratar sobre recursos didácticos para la enseñanza de la Geometría.

3. Una importante investigación, fue la de Gutiérrez (2008), quien realizó un trabajo titulado : “Estrategias neuro didácticas basadas en programación neuro lingüística y súper

aprendizaje para optimizar la acción docente en la enseñanza de la Matemática III etapa de Educación Básica, escuelas nacionales del distrito escolar Nº 3, distrito Capital". Su objetivo general fue proponer un conjunto de estrategias basadas en la Programación Neuro lingüística para propiciar un aprendizaje significativo. La investigación estuvo enmarcada en la modalidad de proyecto factible apoyada en una investigación de campo de carácter descriptivo. La población estuvo constituida por sesenta y dos (62) docentes de aula y quince (15) coordinadores de los Departamentos de evaluación de los planteles tomados para la muestra. Al analizar los resultados se pudo constatar que los docentes desconocen las técnicas que conllevan a la aplicación de estrategias con Programación Neuro lingüística y Súper aprendizaje y manifestaron el interés y la necesidad de conocer y manejar estrategias con el modelo anterior, destacando que los profesores deben actualizarse en innovaciones educativas que le permitan aplicar otras metodologías en la enseñanza de la matemática. Este trabajo guarda relación con el presente estudio al evidenciar que los docentes deben actualizarse en innovaciones educativas con nuevos métodos y recursos en la enseñanza de la matemática, con el fin de fortalecer la práctica pedagógica.

4. Tesis elaborado por los tesistas: Chino Vilca Young e Inca Huancasi Pedro Rubén, 2007, "Las rompecabezas geométricas en el desarrollo de habilidades geométricas básicas de los estudiantes del primer grado de la IES Nuestra Señora de Alta Gracia Ayaviri"; donde concluye que los alumnos del 1ro Grado de la I.E.S. Nuestra Señora de Alta Gracia Ayaviri, el nivel de aprendizaje significativo logrado en el componente espacio y sociedad es como sigue: (el 72% de alumnos obtuvieron notas que oscilan entre 11-15 y el 28% de alumnos obtienen notas entre 06-10).

1.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.3.1. PROBLEMA GENERAL

¿Qué tan eficaz resulta la aplicación del Modelo de Klausmeier como estrategia en la formación de conceptos de triángulo y paralelogramo en los estudiantes Primer Grado de la Institución Educativa Secundaria "PERÚ BIRF" de Juliaca en el año 2016?

1.3.2. PROBLEMAS ESPECÍFICOS

¿Cuál es el nivel de formación de concepto de triángulo que logran alcanzar los estudiantes del primer grado a través de la aplicación del modelo de Klausmeier?

¿Cuál es el nivel de formación de concepto de paralelogramo que logran alcanzar los estudiantes del primer grado a través de la aplicación del modelo de Klausmeier?

1.4. IMPORTANCIA Y UTILIDAD DEL ESTUDIO

El estudio de la geometría ayuda a potenciar habilidades de procesamiento de la información recibida a través de los sentidos y permite al estudiante desarrollar, a la vez, muchas otras destrezas de tipo espacial que le permiten comprender e influir el espacio donde vive. La geometría también nos ayuda a conocer y comprender el mundo en el que habitamos al hacer representaciones que imitan nuestro entorno y permitir, con eso, el análisis de objetos geométricos.

Sea cual sea el rango de escolaridad en el que se encuentre una persona que estudia Matemáticas, una de las preguntas obligadas es: ¿Cuál debe ser el grado de conocimiento que este individuo debe tener cuando termine este nivel? También nos preguntamos sobre el tipo de conocimiento matemático que una persona debe tener de acuerdo con las exigencias del mundo moderno y sus propias expectativas.

Entre los conocimientos generales que el individuo debe obtener para una educación matemática de calidad, corresponde al estudio de la geometría una posición de gran importancia. El estudio de la geometría ayuda a potenciar habilidades de procesamiento de la información recibida a través de los sentidos y permite al estudiante desarrollar, a la vez, muchas otras destrezas de tipo espacial que le permiten comprender e influir el espacio donde vive. La geometría también nos ayuda a conocer y comprender el mundo en el que habitamos al hacer representaciones que imitan nuestro entorno y permitir, con eso, el análisis de objetos geométricos. A la vez, ayuda a rescatar las habilidades espaciales y concretas que en muchas ocasiones se ven relegadas frente a aquellas de corte lógico-abstracto.

El Modelo Klausmeier proporciona un aporte importantísimo al estudiantado en general en especial en la Institución Educativa Secundaria Perú BIRF, debido a que: Permite al estudiante entender de una manera más práctica el concepto de triángulo y paralelogramo a través de los ejemplos y contraejemplos, permitiendo de esta manera que el mismo estudiante interactúe, manipule y luego deduzca a través de los ejemplos y contraejemplos a fin de entender el significado de los diferentes teoremas y propiedades del triángulo y paralelogramo. A través de este modelo Klausmeier el estudiante pueda desde el nivel concreto pueda identificar, reconocer y llegar hasta el nivel formal.

Es importante el modelo de Klausmeier como estrategia de Aprendizaje, pues ayuda al individuo a través de ejemplos y contraejemplos a desarrollar destrezas mentales de diversos tipos, como la intuición espacial, la integración de la visualización con la conceptualización, y la manipulación y experimentación con la deducción, pues por más sencilla que sea la situación geométrica enfrentada, esta le provee de grandes posibilidades de exploración, análisis y de formulación de conjeturas, independientemente del nivel en el que se encuentra.

Todo esto nos da una idea de la importancia del Modelo de Klausmeier para el desarrollo del individuo, tanto a nivel social como a nivel personal; por tanto, el docente debe tratar de llevar a cabo su labor explotando al máximo las posibilidades que le ofrece la geometría según el modelo.

1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.5.1. OBJETIVO GENERAL

Determinar la eficacia del modelo de Klausmeier como estrategia en la formación de conceptos de triángulo y paralelogramo en los estudiantes del Primer Grado de la Institución Educativa Secundaria “PERÚ BIRF” de Juliaca en el año 2016.

1.5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Identificar el nivel de formación de concepto de triángulo que logran alcanzar los estudiantes del Primer Grado a través del modelo de Klausmeier.

Identificar el nivel de formación de concepto de paralelogramo que logran alcanzar los estudiantes del Primer Grado a través del modelo de Klausmeier.

1.6. CARACTERIZACIÓN DEL ÁREA DE INVESTIGACIÓN

1.6.1. ÁREA DE INVESTIGACIÓN

Interdisciplinaridad en la Dinámica Educativa.

1.6.2. TEMA DE INVESTIGACIÓN

Desarrollo y Aplicación de Criterios de Idoneidad didáctica de Procesos de estudio matemático.

CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1. MARCO TEÓRICO

2.1.1. CONCEPTO GEOMÉTRICO

Los educadores Holandeces Van Hiele (1957), elaboraron una teoría que muestra la manera en que el concepto geométrico se desarrolla a través de niveles y cómo el cambio de niveles se da a través de etapas de aprendizaje. De forma similar Herbert J. Klausmeier (1997), utilizando estrategias cognitivas, elaboró una teoría en que los conceptos son formados de acuerdo con determinados niveles de desarrollo.

El presente trabajo se fundamenta teóricamente en estos dos autores antes mencionados.

2.1.2. EL MODELO DEL DESARROLLO DEL CONCEPTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE

Cruz (2009) citado por Ixcaquic (2015) menciona que el modelo de Van Hiele se creó gracias a los aportes de los esposos Pierre y Diana Van Hiele en el año de 1957, la cual tardó 20 años en su publicarse. Van Hiele trata de explicar en su modelo el por qué los estudiantes tienen dificultades para aprender geometría y la característica más obvia en la teoría original es el nivel de pensamiento que poseen los educandos. Este modelo no está relacionado con un grado académico específico, sino relacionados a las destrezas y aptitudes de razonamiento que poseen los discípulos. Su función primordial es ayudar a que cada estudiante desarrolle su forma de razonar y más en el área de geometría.

Los libros publicados por el autor son: “El problema de la comprensión. En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría” (Van Hiele, 1957) y en “Structure and insight: A theory of matematics educaction” (Van Hiele, 1986); ellos dan una pauta a seguir en la enseñanza de la geometría.

El modelo consta de dos partes: la descriptiva, que se refiere a lo que el autor define como “niveles de razonamiento” y las instructivas para el desarrollo docente, en lo que llama “fases de aprendizaje” (Vargas y Gamboa, 2013, citado por Avilés, 2016).

Según Van Hiele (1986) citado por Avilés, (2016) los niveles de razonamiento, se definen como el desarrollo de las capacidades intelectuales del estudiante; el paso de un nivel a otro de razonamiento, depende de la instrucción y de la adecuada superación del nivel que le antecede, más que de la edad; por este motivo el docente debe adecuar su metodología de enseñanza al nivel de sus alumnos, para que el aprendizaje no sea reproductivo.

Según Van Hiele (1986) citado por Avilés, (2016) los niveles de razonamiento son:

Nivel 0 (visualización), en este nivel el estudiante percibe integralmente las figuras, aquí la apariencia es la principal identificación, usa términos comunes para sustituir a los matemáticos, no reconoce claramente los elementos que componen las figuras geométricas ni tampoco sus propiedades, sin embargo, si puede hacer mediciones, identificar figuras geométricas y aprender vocabulario matemático.

Nivel 1 (análisis), en este nivel los estudiantes pueden reconocer que las figuras geométricas tienen partes o elementos con propiedades matemáticas, describen sus segmentos y enuncian propiedades para analizarlas; los conceptos son definidos como una lista de propiedades, pero no pueden apreciar la relación entre figuras equivalentes, por ejemplo, que todos los cuadrados son rectángulos o que todos los rectángulos son paralelogramos.

Nivel 2 (deducción informal), los estudiantes pueden relacionar propiedades de una figura con otra, comprende lo que es el concepto de las figuras y también el proceso de demostración de sus propiedades, sin embargo, no puede efectuar demostraciones formales ni tampoco reconocer la importancia de hacerlas.

El uso de argumentos deductivos, a través de la propuesta de algunos pasos, son resaltados en los trabajos de Van Hiele (1957) y como ejemplo es destacado un ejercicio de muestra de esos argumentos:

C es el centro del círculo

Explique porqué:

a) $\overline{AC} = \overline{BC}$

b) $\angle C\hat{A}B = \angle C\hat{B}A$

c) $A\hat{C}E = B\hat{C}E$

d) $\overline{AE} = \overline{EB}$

(Extraído de Learning and Teaching, K12, NCTM - 1987, yearbook, p. 11)

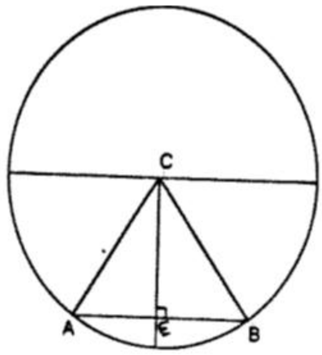


Figura 1. Círculo

Nivel 3 (deducción), en este nivel el alumno puede realizar demostraciones usando un razonamiento deductivo formal, tiene la capacidad de comprender y desarrollar demostraciones adquiriendo una visión global de esta, puede entender la axiomática geométrica, es decir, el significado y uso de los axiomas, teoremas, definiciones, etc.

Nivel 4 (rigor o axiomatización); corresponde a un nivel altamente avanzado de la geometría, no conveniente para el nivel escolar o secundario, pero es usualmente el nivel de estudio en los cursos universitarios.

Según Avilés, (2016) En general, existen características presentes en todos los niveles como las siguientes:

- En cada nivel se generan ideas y relaciones entre las figuras, las que se convierten en las figuras básicas del siguiente nivel.
- Los niveles son jerarquizados y secuenciales, es decir, para llegar a un cierto nivel los alumnos deben superar los niveles anteriores.

- Los niveles son independiente de la edad de los alumnos, las actividades de exploración, experiencias y contenidos de los niveles constituyen la oportunidad para alcanzar niveles superiores.
- La instrucción siempre debe estar acorde al nivel en que se encuentra el estudiante, única manera de que pueda razonar y no memorizar "a cada nivel de razonamiento le corresponde un lenguaje específico".
- Esto último es lo fundamental de la teoría, esto hace necesario que el maestro entregue a sus alumnos las situaciones con un lenguaje entendible y según el nivel de razonamiento en que se encuentre.
- Además, es de importancia medir los conocimientos previos de los estudiantes a través de evaluaciones que consideren el nivel de razonamiento, no observando solamente si contestan bien o mal, sino cómo contestan y por qué lo hacen.

Van Hiele (1986) citado por Avilés (2016) afirma que las fases de aprendizaje que plantea el modelo, referente a las directrices que se dan a los profesores son las siguientes:

Fase 1 (información), el docente reconoce los conocimientos previos que tienen los estudiantes y su nivel de razonamiento en el mismo. Los alumnos reciben información para conocer la temática de la asignatura, el tipo de problema al resolver, las metodologías, materiales, y textos de utilidad.

Fase 2 (orientación dirigida), el docente debe guiar, mediante actividades y problemas, al estudiante para que este aprenda y descubra las relaciones existentes entre los conocimientos que debe formar.

Una de las actividades que el profesor podría presentar en el estudio del triángulo y paralelogramo es mostrar un conjunto de figuras para que los alumnos los clasifiquen según sus características como por ejemplo:

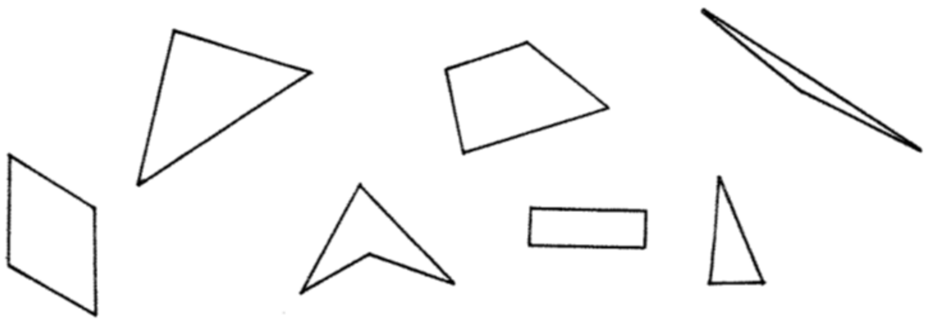


Figura 2. Figuras geométricas

Fase 3 (explicitación), los estudiantes expresan los resultados obtenidos, comparten sus experiencias y discuten sobre ellas con el docente, con la finalidad de que sean conscientes de sus descubrimientos y aseguren el lenguaje adecuado que corresponden al tema; no es más que una revisión de la labor realizada con anterioridad para perfeccionar la expresión originando el afianzamiento de los conocimientos que se están desarrollando.

Matos (1992) afirma que esta fase implica volver a las estructuras observadas en la fase anterior explicar a través del uso del lenguaje, las discusiones en el retorno permitirán que los estudiantes aprendan el lenguaje necesario para exprimir lo que ellos descubrieron. El profesor introducirá todo el lenguaje técnico.

Fase 4 (orientación libre), el docente debe proponer problemas de mayor complejidad que signifiquen el planteamiento de nuevas relaciones o propiedades, debiendo limitar al máximo su ayuda al alumno.

Fase 5 (integración), los alumnos tienen una visión integral o global de todo lo que han aprendido uniéndolo a todo lo anterior. El docente realiza resúmenes de la información que ayude al estudiante a lograr esta integración.

Del mismo modo Hoffer (1983) tomando las cinco habilidades básicas necesarias para el aprendizaje de la matemática ha relacionado con los niveles de Van Hiele, evidenciando la comprensión de la geometría. Estas habilidades son habilidades: visual, verbal, habilidad de diseño, habilidades lógicas y habilidades de aplicación:

a) ***Habilidad Visual:*** consiste en el reconocimiento y observación de las figuras geométricas, algunas actividades que permiten verificar esas habilidades pueden ser:

¿Cuál de estas figuras es un paralelogramo?

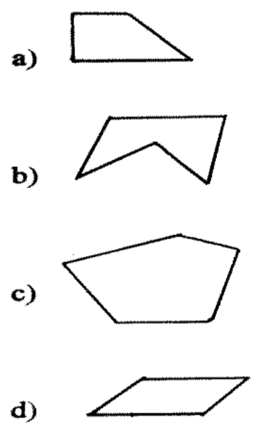


Figura 3. Pregunta de reconocimiento de paralelogramos

Esta habilidad visual es correlativa al nivel 0 de Van Hiele que se refiere a la visualización.

¿Cuántos ejes de simetría diferentes tiene un rectángulo?, esta se refiere al nivel de análisis.

b) ***Habilidad verbal*:** los alumnos aprenden a utilizar el lenguaje oral y la escrita para describir características, propiedades y relaciones de las figuras geométricas, algunas actividades características son:

- Describir algunas propiedades del rectángulo (Nivel 1 – Análisis).
- Explique por qué no existe rectángulo en la geometría no euclidiana (Nivel 4 – Rigor)

c) ***Habilidad de diseño:*** es importante porque el diseño es una forma de comunicación necesaria en geometría y es a través de él que podemos observar relaciones y propiedades que podrán permitir orientación para el entendimiento de algunas situaciones de resolución de problemas.

Algunas actividades que pueden ser relacionados a esta habilidad son: construir un rectángulo dada la medida de un lado y la de una diagonal (nivel 1 – análisis) y otra actividad dado un círculo es posible usando solamente una regla y un compás construir in rectángulo de área igual al área del círculo? (nivel 4 – rigor).

d) *Habilidad Lógica:* se refuerce a la geometría auxiliar, los estudiantes en la actividades de análisis cuestionando la validez o invalidez de argumentos en el contexto de las figuras geométricas y en los problemas de la vida diaria, algunos problemas serían a) todo rectángulo es un cuadrado? (nivel 2 – deducción) y b) ¿Si un cuadrado es girado como muestra la figura de abajo, el continua siendo cuadrado? (nivel 0 – visualización)

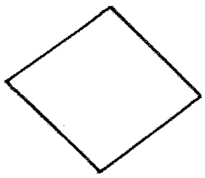


Figura 4. Ejemplo de girado de un cuadrado

e) *Habilidad de aplicación:* son aplicaciones prácticas de la geometría, como arquitectura, astronomía, ingeniería y otras áreas, algunas actividades características son:

1) Describir las formas rectangulares presentes en la sala de aula (nivel 0 – visualización)

2) ¿Cuál es el área del mayor rectángulo que puede ser inscrito en un triángulo dado? (Nivel 2 – deducción informal).

2.1.3. EL MODELO DE FORMACIÓN DE CONCEPTOS DE KLAUSMEIER

Klausmeier (1977) ha realizado varias investigaciones sobre la formación y enseñanza de conceptos. El a través de sus trabajos define un concepto como "información ordenada sobre las propiedades de una o más cosas, objetos, eventos o procesos, que tiene cualquier cosa o clase de cosas capaz de ser diferenciada o relacionada con otras cosas o clases de cosas". (p.312).

En sus trabajos dio importancia a variedades de ejemplos y contraejemplos y atributos definidores en el aprendizaje de conceptos, los alumnos al ser sometidos a ejemplos y contraejemplos, ellos llevaban en consideración los atributos relevantes e irrelevantes del concepto entre los atributos irrelevantes del concepto son encontradas las achuras, bordas espesas, orientación en la página y tamaño, así la figura de abajo, representa un triángulo con achuras (atributo irrelevante para definir el triángulo)

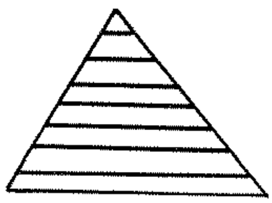


Figura 5. Triángulo con achuras

Un concepto puede estar relacionado a otros dos o más conceptos, siendo esta relación llamada de principio. Un principio es un constructo mental en la medida en que los individuos atribuyen significados o interpretaciones a él. Es también una entidad pública, pues hay interpretaciones y significados compartidos y aceptados por la sociedad. Según Klausmeier, (1977) gran parte del conocimiento que orienta el comportamiento del individuo está formado por afirmaciones de relaciones. El autor coloca como relaciones más importantes las siguientes:

CAUSA Y EFECTO: El SIDA es causado por el virus VIH

PROBABILIDAD: La probabilidad de obtener un número 2 en el lanzamiento de un dado no viciado es 1/6

CORRELACIÓN: La incidencia cáncer pulmonar está aumentando en las mujeres y el número de mujeres que fuman está aumentando.

La correlación no implica en una relación de causa efecto, en el ejemplo anterior no podemos afirmar que todas las mujeres que fuman irán a contraer el cáncer.

Las afirmaciones de relación también son encontradas en geometría a través de los axiomas y dentro de ellos podemos ejemplificar como los siguientes:

a. Los cuadrados tienen formas iguales

b. Por dos puntos distintos pasa una única recta

c. "…los principios cuando están comprendidos, permiten que el individuo interprete muchas situaciones y fenómenos específicos…" (Klausmeier 1977, p. 315)

Los atributos definidores de conceptos pueden ser clasificados en:

INTRÍNSECO: se refiere a las propiedades invariantes del concepto, aquellas que son observadas. Ejemplo: todos atributos del triángulo.

FUNCIONAL: se refiere a la aplicación (para qué sirve) en el caso del triángulo una de sus aplicaciones es reforzar portones ya que es una figura rígida.

RELACIONAL: la relación entre los aspectos invariantes del concepto. Ejemplo: el lado opuesto al ángulo recto en un triángulo es la hipotenusa.

Klausmeier (1997), enumera ocho atributos de concepto, seis primeros también definen un principio: aprendibilidad, perceptividad de ejemplos, utilidad, validad, generalidad, importancia, estructura y número de ejemplos.

1) ***Aprendibilidad*:** algunos conceptos son aprendidos con más facilidad que otros que pueden ser enseñados con ejemplos concretos. Por ejemplo: las figuras geométricas son aprendidos más fácilmente que aquellas más abstractas como por ejemplo el Binomio de Newton. La geometría da oportunidad al profesor para enseñar el concepto concretamente de modo que los alumnos pueden percibir las propiedades y características del concepto a ser aprendido
2) ***Perceptividad de ejemplos*:** cómo están presente en el mundo, los ejemplos de geometría son percibidos con mayor facilidad que los ejemplos del álgebra, cuando enseñamos el concepto de triángulo y cuadriláteros, los alumnos podrán ejemplificar cosas de su alrededor ejemplos de objetos en donde esas dos casas de objetos se parezcan, ejemplos como el desarrollo de un producto notable no es percibido con facilidad por los alumnos: $(a+b)^2= a^2+2ab+b^2$.
3) ***Utilidad*:** cuando se enseña un determinado concepto, la utilidad debe ser mostrada en lo posible, los alumnos a través de situaciones que lleven los estudiantes la perciban que el concepto que están estudiando tiene aplicaciones prácticas que los auxilian la comprensión de la realidad en que viven. En la enseñanza de la geometría, el profesor no da oportunidad a los alumnos la

aplicación de los conceptos aprendidos en situaciones de problemas que les sean familiares. No debe acostumbrar a presentar una lista de ejercicios mecánicos para que los alumnos apliquen una determinada fórmula conocida.

4) ***Validez*:** los conceptos principalmente de matemática son válidos cuando los especialistas del área concuerdan con su definición. El concepto de triángulo como una figura plana diseñada con tres lados formados por segmentos de recta y tres ángulos es válido, pues esta es la definición utilizada por los especialistas en todo el mundo.
5) ***Generalidad*:** con la finalidad de posibilitar una visión global del concepto y sus clases es interesante trabajar a partir de axiomas donde iniciamos con un concepto más general en dirección a los particulares, es en donde podemos identificar las relaciones supraordenadas, coordenadas y subordinadas del concepto en relación a otros. Un concepto no debe ser presentado a los alumnos desvinculados de otros conceptos que están en la misma clase. Al enseñar el concepto de triángulos y su clasificación, éste debe ser relacionado con otras figuras que pertenecen a la misma clase, que es a dos polígonos (concepto más general).
6) ***Importancia*:** los conceptos en general deben ser enseñados con el propósito de facilitar la formación de otros conceptos. Para enseñar el concepto de triangulo rectángulo es necesario e importante que los alumnos tengan formado los conceptos de rectas perpendiculares y ángulo recto.

7) ***Estructura*:** la estructura de un concepto está relacionada con los atributos definidores a través de relaciones afirmativas, conjuntivas, disyuntivo-inclusivas, condicionales y bicondicionales.

- Afirmativas: todos los cuadrados son rectángulos
- Conjuntivas: todos los cuadriláteros poseen cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos son cuadrados.
- Disyuntivo-inclusivas: cuadriláteros o triángulos son ejemplos de polígonos.

Condicional: un cuadrilátero debe tener ángulo recto para ser un rectángulo.

Bicondicional: un rombo es un cuadrado si y solo si tiene cuatro ángulos rectos.

8) ***Numerosidad de ejemplos*:** Para que un determinado concepto sea aprendido, es necesario presentar muchos ejemplos y solicitar que los propios alumnos presenten más ejemplos.

Para Klausmeier (1997), citado por Evangelista (2004), describe el curso del desarrollo conceptual de acuerdo con los cuatro niveles superiores sucesivos de aprendizaje; los cuales se menciona uno por uno:

1) Nivel concreto: Cuando un estudiante reconoce un objeto con el que ya ha tropezado anteriormente.

2) ***Nivel de identificación**:* Cuando un estudiante reconoce un objeto que ha visto previamente o de otra manera.
3) **Nivel *clasificatorio*:** Se considera que el estudiante adquiere un concepto en el grado mínimo, cuando puede reconocer como equivalentes por lo menos dos formas distintas de la misma clase de objetos, sucesos o acciones.
4) ***Nivel formal**:* Se considera cuando la estudiante es capaz de denominar dicho concepto, de definirle en función de sus atributos y de diferenciar entre ejemplos y contraejemplos en función de los mismos atributos.

Los conceptos que se han obtenido en el *nivel clasificatorio* o *formal* son muy importantes para el desarrollo cognoscitivo del individuo, puesto que un concepto aprendido a este nivel puede utilizarse de cuatro maneras: para reconocer los casos del concepto recientemente encontrado como ejemplos o contraejemplos de él, para entender las relaciones contenidas en el concepto logrado y en otros conceptos de una taxonomía, para comprender los principios que tienen una relación entre el concepto logrado y otros conceptos, y para resolver problemas. Señala además a las operaciones mentales de discriminación y generalización, como un recurso importante para el refuerzo del aprendizaje de la información de hechos, conceptos y principios. (Evangelista, 2004)

Enseguida se presentan algunos principios propuestos por Klausmeier (1997) citado por Evangelista (2004) que han sido utilizados en la enseñanza de información fáctica y conceptos; los cuales se han deducido de teorías e investigaciones empíricas, y que pueden servir como un auxiliar para organizar la información sobre el aprendizaje y la enseñanza, los cuales son:

1) ***Organizar el material en unidades de aprendizaje apropiadas.*** La organización del material en unidades de aprendizaje apropiadas facilita la adquisición del conocimiento.
2) ***Ayudar al individuo a captar las relaciones significativas*.** La percepción de las relaciones que existen entre la información nueva y lo que uno ya sabía, facilita el aprendizaje de la información nueva.
3) ***Disponer de la secuencia adecuada del material*.** La organización del material complejo en partes sucesivas facilita el aprendizaje.
4) ***Identificar un conjunto de ejemplos y contraejemplos del concepto que se van a usar en la enseñanza.*** Facilita la comprensión dar conjuntos de ejemplos y contraejemplos en secuencia apropiada para enseñar y verificar el aprendizaje. Para alcanzar el nivel clasificatorio y formal, deben presentarse simultáneamente ejemplos reales y ejemplos negativos, todo lo cual depende de las capacidades del estudiante y de la naturaleza del concepto. Se debe indicar al estudiante la manera de diferenciar los ejemplos y contraejemplos, haciéndoles ver por qué son diferentes, indicando los atributos de definición que diferencien los ejemplos de los contraejemplos, indicando aún más allá de las propiedades perceptibles solamente. Entender el concepto en el nivel clasificatorio o formal ayuda, pero no asegura la utilización del concepto.

Si presentamos a un estudiante un triángulo como la figura X, variando la posición de los triángulos como en la figura Y, él o ella debe reconocer que es la misma figura, entonces este estudiante formó el concepto en el nivel identidad:

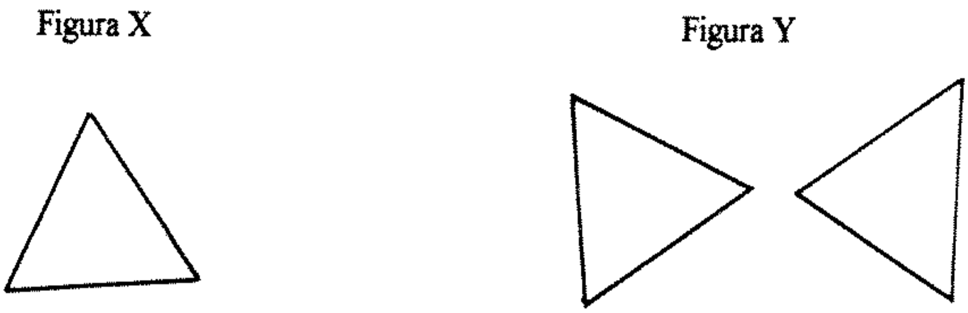


Figura 6. Variación de posición de triángulos

Un estudiante forma el concepto de triangulo en el nivel clasificatorio cuando frente a varios tipos de triángulos, el los reconoce como figuras pertenecientes a una misma clase.

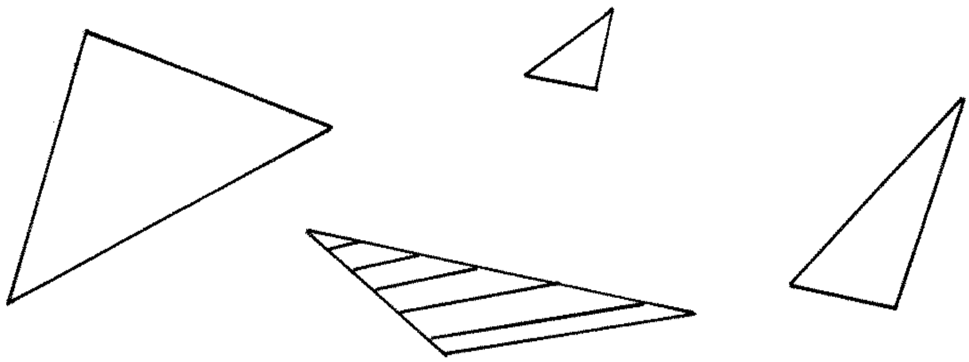


Figura 7. Ejemplos de reconocimiento de triángulos

En el nivel formal el estudiante debe reconocer ejemplos y contra ejemplos de triángulos y saber sus atributos definidores como triángulo y una figura plana formada por segmentos de rectas con tres ángulos.

2.1.4. LA ENSEÑANZA DE CONCEPTOS DE GEOMETRÍA

La enseñanza de geometría se constituye en un gran problema, cuando analizamos a través del modelo de formación de conceptos propuesto por Klausmeier, por los siguientes motivos:

a) La geometría es presentada como uno de los últimos tópicos presentados por los libros didácticos y por esta razón, muchos profesores se justifican que no hay tiempo para poder trabajar ese contenido.

b) La relación entre el álgebra y la geometría raramente es presentada a los estudiantes. Los conceptos son presentados apenas con definición en pocos ejemplos, los estudiantes son sometidos a la resolución de grandes cantidades de ejercicios que no evalúan el aprendizaje de conceptos más bien si las habilidades de trabajar con fórmulas y reglas.

c) Hay una desvinculación entre las figuras planas y las construcciones ejecutadas con los instrumentos geométricos. Actualmente en las escuelas públicas se enseñan el diseño geométrico, en esta parte los alumnos tienen la oportunidad de realizar construcciones geométricas, sus aulas son incorporadas con conocimientos matemáticos, muchas veces el profesor se prepara en la enseñanza de la geometría dando mayor énfasis a los cálculos utilizando la regla y el compás los cuales son habilidades que deben ser practicadas en las escuelas.

d) Hay una desvinculación entre la geometría plana y del espacio en los libros didácticos.

e) La geometría es enseñada aisladamente sin relación a otras disciplinas científicas como la ingeniería por ejemplo. Para los alumnos sería interesante aplicar los conceptos de razón y proporción en escalas para comprender ejercicios de tipo "calcule x en las proporciones", esto no indica que ese tipo de ejercicio no tiene validez pero basta que el ejercicio tenga significado para el alumno.

2.1.5. CONCEPTOS MATEMÁTICOS DE TRIANGULO Y PARALELOGRAMO

Triángulo y paralelogramo, son figuras geométricas contenidas en el conjunto de los polígonos. Para comprender los atributos que definen esas dos figuras como figuras simples y segmento de recta es necesario analizar la definición matemática de polígono. (Caballero, 2001)

a) POLÍGONO.

Un polígono es una figura geométrica formada por la unión de los puntos A_1, A_2, A_3,.. A_n ($n>3$, $n \in N$) todos distintos. Los puntos son llamados vértices del polígono y los segmentos son los lados del polígono. Cuando A_1 no coincide con A_n, tenemos un polígono abierto. (Caballero, 2001)

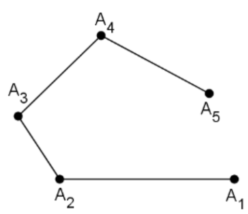


Figura 8. Polígono abierto

Cuando A_1 coincide con A_n, la figura se llama un polígono cerrado

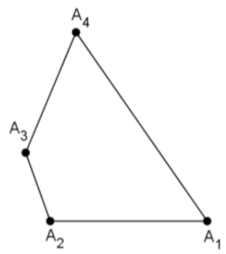


Figura 9. Polígono cerrado

Un polígono es llamado simple cuando no hay cruce de sus lados.

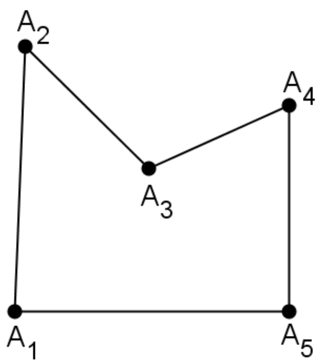


Figura 10. Polígono simple

Y si hay cruce de sus lados en un polígono complejo

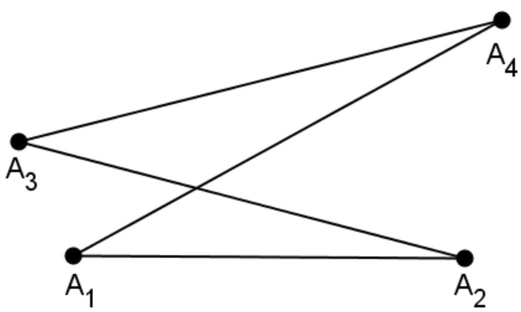


Figura 11. Polígono complejo

b) DEFINICIÓN DE POLÍGONO

La palabra polígono es de origen griego (poli= mucho, gono = ángulo). Un polígono es una poligonal cuando cumple las siguientes condiciones:

- $A_n = A_1$
- Los lados del poligonal se interceptan solamente en sus extremidades.
- Dos lados con la misma extremidad no pertenecen a una misma recta

Ejemplos:

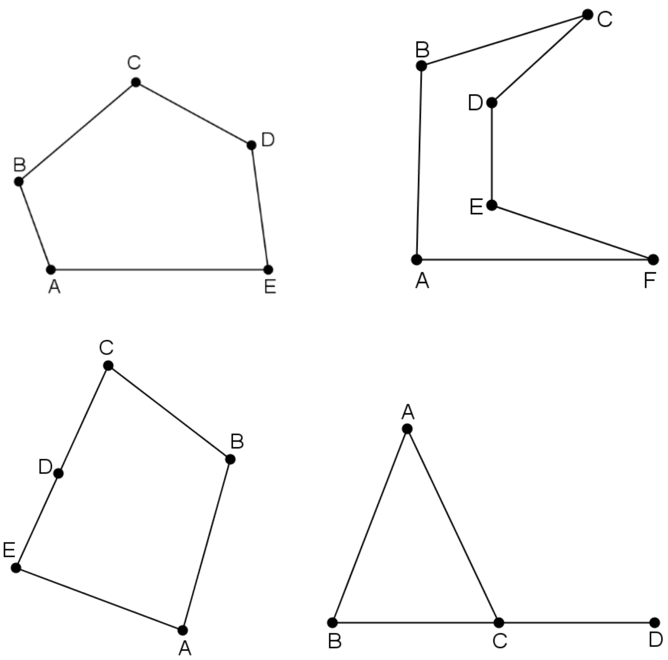


Figura 12. Ejemplos y contraejemplos de polígono

c) TIPOS DE POLÍGONOS.

Sea un polígono cualquiera, si cualesquiera que sean A y B puntos pertenecientes al polígono P, el segmento formado por AB está contenida en el polígono P, es llamado convexo, caso contrario es no convexo. (Caballero, 2001)

Convexo No convexo

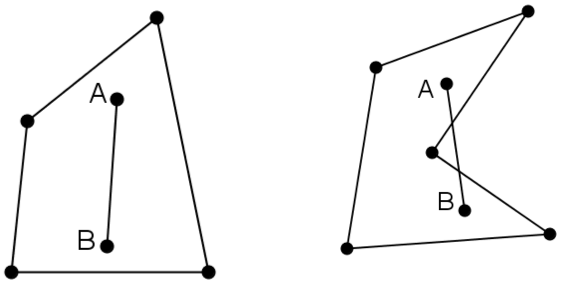


Figura 13. Polígonos convexo y no convexo

Los polígonos se clasifican de acuerdo al número de sus lados:

Número de lados		nombre del polígono
3	:	Triángulo
4	:	Cuadrado
5	:	Pentágono
6	:	Hexágono
7	:	Heptágono
8	:	Octágono
9	:	Eneágono
10	:	Decágono
11	:	Undecágono
12	:	Dodecágono
15	:	Pentadecágono
20	:	Icoságono

En síntesis polígono es una figura geométrica plana formada por una línea poligonal fijada en un plano limitado por dicha línea.

d) TRIÁNGULOS.

El triángulo, es una figura geométrica plana formada por tres segmentos de recta y tres ángulos, la misma que puede ser definido como un polígono que tiene tres lados. (Coveñas, 2010)

Construcción del triángulo.

1) Se trazan los lados del triángulo
2) Es razado el lado que servirá de base AB
3) Con la abertura del compás correspondiendo al lado BC, con centro en A, es trazado un arco.
4) Con abertura del compás correspondiendo al lado AC, con centro en B es trazado otro arco.
5) Los dos arcos se interceptan y determinan el tercer vértice, que define el triángulo deseado.
6) Uniendo los vértices, se obtiene el triángulo ABC

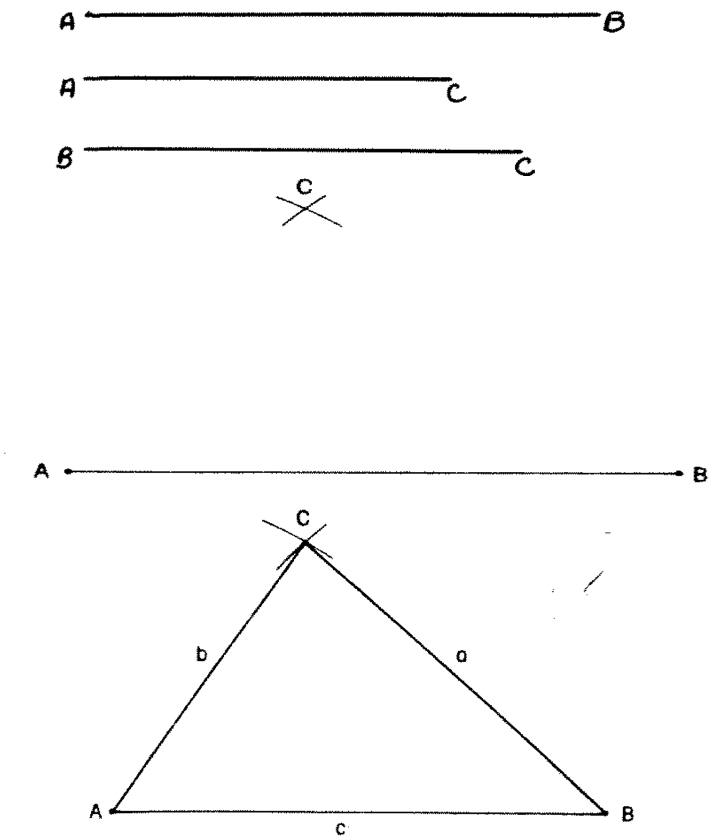


Figura 14. Construcción de triángulos

e) CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS

Los triángulos se clasifican según los lados tal como dice Coveñas, (2010) en:

- **Equiláteros:** si tiene los tres lados y ángulos congruentes
- **Isósceles:** si tiene dos lados y ángulos congruentes
- **Escaleno:** si tiene los tres lados y tres ángulos no congruentes

Los triángulos se clasifican según los ángulos tal como dice Coveñas, (2010) en:

- **Acutángulo:** es un triángulo que tiene los tres ángulos menores que un ángulo recto
- **Rectángulos:** es un triángulo que tiene un ángulo recto.
- **Obtusángulo:** es un triángulo que tiene un ángulo obtuso (mayor que el ángulo recto).

f) PARALELOGRAMOS

Un paralelogramo es aquel cuadrilátero que tiene sus lados opuestos paralelos y congruentes respectivamente. (Caballero, 2001)

- **El rectángulo** es el paralelogramo que posee cuatro ángulos rectos
- **El rombo** es el paralelogramo que posee los cuatro lados congruentes
- **El cuadrado** es un paralelogramo que posee los 4 ángulos rectos y cuatro lados congruentes

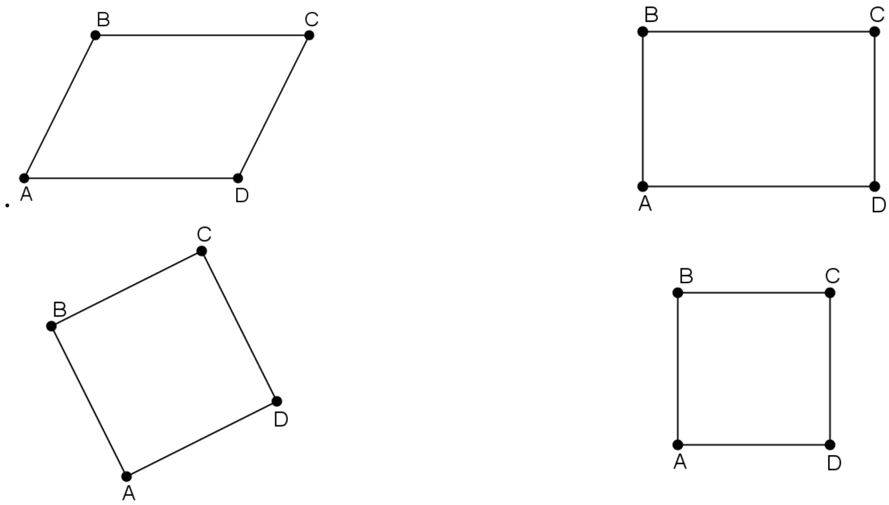


Figura 15. Diferentes clases de paralelogramos

g) PROPIEDADES DEL PARALELOGRAMO:

P1: en todo paralelogramo dos ángulos opuestos son congruentes.

P2: En todo paralelogramo dos lados opuestos son congruentes.

$$\hat{A} \equiv \hat{C}$$

$$\hat{B} \equiv \hat{D}$$

$$\overline{AB} \equiv \overline{CD}$$

$$\overline{BC} \equiv \overline{AD}$$

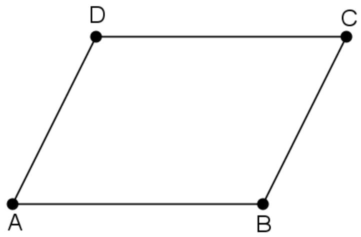


Figura 16. Propiedades de los paralelogramos

2.2. MARCO CONCEPTUAL:

En el marco conceptual se considera los conceptos:

FORMACIÓN: Se identifica también con un conjunto de conocimientos, en este sentido, se suele hablar de formación académica, estudios, cultura o adiestramiento. Por ejemplo: 'Háblanos de tu formación.

CONCEPTO: Los conceptos son construcciones o imágenes mentales, por medio de las cuales comprendemos las experiencias que emergen de la interacción con nuestro entorno, estas construcciones surgen por medio de la integración en clases o categorías, que agrupan nuestros nuevos conocimientos y nuestras nuevas experiencias con los conocimientos y experiencias almacenados en la memoria.

NOCIÓN: Término lingüístico de muy diverso contenido conceptual cuyo uso no suele ofrecer problemas salvo cuando se pretende precisar su contenido. Su etimología latina "notio" nos llega como el nombre de acción del verbo "noscere" (conocer, notar) con el sentido "acción de conocer" o "acto del conocimiento" (anteriormente "gnoscere"). Idea vaga de un asunto, algo equivalente a mera "noticia". Se tiene conocimiento de un "hecho" o de "algo" pero no se entra de lleno en el conocimiento del mismo en profundidad.

EJEMPLO: el término ejemplo deriva del latín exemplum y hace referencia a un hecho o conducta que se toma como modelo a seguir o bien para ser evitado, de acuerdo a su perfil positivo o negativo. En el caso de ser una circunstancia o actuación digna de imitar, la aplicación de la palabra podría darse en una oración del estilo “es un ejemplo de padre”, lo que supone que la persona tomada como ejemplo es un gran padre y debería ser imitada.

CONTRAEJEMPLO: contraejemplo es una excepción a una regla general propuesta, es decir, un caso específico de la falsedad de una cuantificación universal. Por ejemplo, consideremos la proposición "todos los escritores son inteligentes". ... La validez de un enunciado se establece con una demostración. La falsedad de un enunciado se establece con un contraejemplo. Es un ejemplo que demuestra que la hipótesis utilizada es falsa. Una hipótesis es considerada verdadera si se cumple en todos los casos, por eso, es suficiente con encontrar al menos un caso en que no se cumpla para asegurar que es falsa. Ése caso utilizado es el contraejemplo.

POLÍGONO: un polígono es una figura plana compuesta por una secuencia finita de segmentos rectos consecutivos que cierran una región en el plano. Estos segmentos son llamados lados, y los puntos en que se intersecan se llaman vértices. El interior del polígono es llamado área.

TRIÁNGULO: Un triángulo, en geometría, es un polígono determinado por tres segmentos que se cortan dos a dos en tres puntos. Los puntos de intersección de las rectas son los vértices y los segmentos de recta determinados son los lados del triángulo.

PARALELOGRAMO: Son aquellos cuadriláteros que poseen lados opuestos paralelos y congruentes. Sus diagonales se bisecan.

PROPIEDAD: Las propiedades, son reglas que se obtienen a partir de los axiomas (verdades lógicas "mínimas" de donde nace toda la matemática y no se cuestionan) y deben ser demostradas mediante estos.

2.3. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN

2.3.1. HIPÓTESIS GENERAL

El modelo de Klausmeier aplicada como estrategia en la formación de conceptos de triángulo y paralelogramo en los estudiantes del primer grado de la Institución Educativa Secundaria “PERÚ BIRF” de Juliaca, es significativamente eficaz.

2.3.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

Los estudiantes logran alcanzar los niveles más altos en la formación de conceptos de triángulo a través de la aplicación del modelo de Klausmeier.

Los estudiantes logran alcanzar los niveles más altos en la formación de conceptos de paralelogramo a través de la aplicación del modelo de Klausmeier.

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

3.1.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

La investigación dentro del paradigma cuantitativo es de tipo experimental, debido a que la finalidad de la investigación es manipular la variable independiente, consistente en el modelo de formación de conceptos de Klausmeier.

3.1.2. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

El diseño de investigación utilizado corresponde a una investigación de diseño cuasi experimental con dos grupos uno de control y otro experimental con pre y post prueba

El esquema que corresponde a la investigación es:

GE: O1………………… X………………….Q2
GC: O1……………………….………………Q2

Dónde:
GE: grupo experimental
GC: grupo de control
O1: Pre prueba
Q2: Post prueba
X : experimento (Modelo de Klausmeier)

3.2. POBLACIÓN Y MUESTRA DE INVESTIGACIÓN

3.2.1. POBLACIÓN DE INVESTIGACIÓN

La población de estudio estuvo conformado por todos los alumnos del primer grado de la Institución Educativa Secundaria "PERÚ BIRF" de la ciudad de Juliaca, cuya cantidad se detalla a continuación en la siguiente tabla:

Tabla1
Población de alumnos del primer grado de la IES "PERÚ BIRF" Juliaca - 2016

SECCIÓN	NUMERO
A	32
B	28
C	30
D	29
E	30
F	33
G	32
H	31
I	30
J	29
TOTAL	**304**

Fuente: Nómina de matrículas 2016
Elaboración: Investigadores

3.2.2. MUESTRA DE INVESTIGACIÓN

Asumiendo el criterio de muestreo no probabilístico y tratándose de un trabajo cuasi experimental, se seleccionó la muestra en forma intencional, por ello que se realizaron el experimento con los alumnos del primer grado de las secciones I y J cuyos grupos se determinaron en forma de sorteo de manera que los grupos se establecen de la siguiente manera:

Tabla2

Muestra de los alumnos del primer grado de la IES "PERÚ BIRF" de Juliaca – 2016

GRADO Y SECCIÓN	GRUPO	NÚMERO
I	EXPERIMENTAL	30
J	CONTROL	29
TOTAL	2 SECCIONES	59

Fuente: Tabla 1
Elaboración: Investigadores.

3.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

En la investigación se ha utilizado la siguiente técnica e instrumento:

3.3.1. TÉCNICAS

Se ha utilizado la técnica del examen para la recolección de datos.

3.3.2. INSTRUMENTOS

Los instrumentos consistieron en una Prueba de Entrada y Prueba de Salida con las mismas preguntas de acuerdo al Modelo de Klausmeier; sin embargo en el proceso de ejecución como material experimental que consiste en presentar a los estudiantes los ejemplos y contraejemplos en una cantidad de 20 ítems consistente en un cuestionario (anexo), este cuestionario será aplicado a los sujetos de la muestra con la finalidad de obtener información sobre Triángulos y Paralelogramos, verdaderos y falsos, en la que los estudiantes tienen que seleccionar la respuesta correcta; se ha aplicado también otro test de ejemplos y contraejemplos basado en el trabajo de Klausmeier (1974) con algunas modificaciones adecuadas a la realidad de la zona geográfica de Juliaca.

3.4. PROCEDIMIENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Para el tratamiento de datos, se ha procedido a la codificación de los instrumentos aplicados y se ha utilizado el paquete estadístico de EXCEL (hoja de datos), para realizar los cálculos de prueba de hipótesis y los estadígrafos.

MEDIA ARITMETICA

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Donde:

$\overline{\mathbf{X}}$ = Media Aritmética
$\mathbf{X_i}$ = Calificativos Obtenidos
n = Muestra Investigada

VARIANZA:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}$$

Dónde:

$\mathbf{S^2}$ **=** Varianza
$\overline{X}$ = Media Aritmética.
Xi = Marca de Clase.
n = Número total de Alumnos.

3.5. PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS

Para poder analizar e interpretar los datos, se formulan las siguientes hipótesis:

Ho: El promedio de las notas obtenidas en la post prueba por los estudiantes del grupo experimental es menor o igual a los obtenidos por el grupo control.

$$Xe \leq Xc$$

Ha: El promedio de las notas obtenidas en la post prueba por los estudiantes del grupo experimental es mayor a los obtenidos por el grupo control.

Xe > Xc

DETERMINACIÓN DEL NIVEL DE SIGNIFICANCIA

Se utilizó α = 0,05, que significa error del 5% y el grado de significación es el 95%, donde el valor de Zt = 1.96.

APLICACIÓN DE LA ZETA CALCULADA

El diseño estadístico se realizó a través de diferencias de medias, para el cual usamos la prueba de la z calculada ya que nuestra muestra es mayor a 30.

$$Z_c = \frac{\bar{X}_E - \bar{X}_C}{\sqrt{\frac{S_E^2}{n_E} + \frac{S_C^2}{n_C}}}$$

Z_c : Zeta calculada.
$\bar{X}_e, \bar{X}_c$: Promedio del grupo experimental y grupo de control.
$S_e^2,\ S_c^2$: Variación del grupo de control y experimental.
$n_e,\ n_c$: Tamaño del grupo experimental y control

REGLA DE DECISIÓN

Si la Z calculada **"Zc",** se ubica en la región de aceptación, de la "**Ho"**, se acepta la hipótesis nula, en caso contrario se acepta la hipótesis alterna **"Ha".**

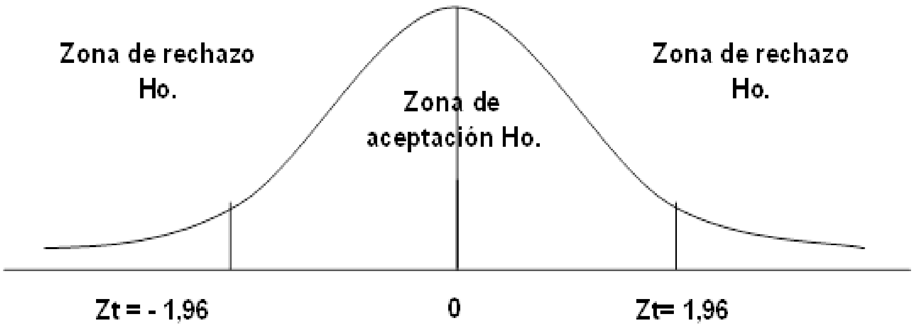


Figura 17. Z calculada

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. RESULTADOS

4.1.1. RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA DE ENTRADA POR LOS GRUPOS EXPERIMENTAL Y CONTROL

Para poder responder a las preguntas planteadas en la prueba de entrada y salida los estudiantes contaban con materiales educativos como juego de reglas que servían de ayuda para el diseño de los triángulos y paralelogramos según las preguntas formuladas:

4.1.1.1. RESULTADOS OBTENIDOS POR EL GRUPO EXPERIMENTAL

A continuación se detalla los resultados obtenidos por el Grupo Experimental en la formación de concepto de triangulo y paralelogramo de la Prueba de Entrada.

Tabla3
Niveles de formación de concepto de triángulo del grupo experimental en la prueba de entrada

PUNTAJES			NIVEL							
			CONCRETO		IDENTIDAD		CLASIFICATORIO		FORMAL	
			F	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
MUY BUENO	AD	$[17-20]$	0	00	0	00	0	00	0	00
BUENO	A	$[13-16]$	3	10	1	03	0	00	0	00
REGULAR	B	$[11-12]$	15	50	11	37	9	30	2	07
DEFICIENTE	C	$[00-10]$	12	40	18	60	21	70	28	93
TOTAL			**30**	**100**	**30**	**100**	**30**	**100**	**30**	**100**

Fuente: Prueba de entrada
Elaboración: Investigadores

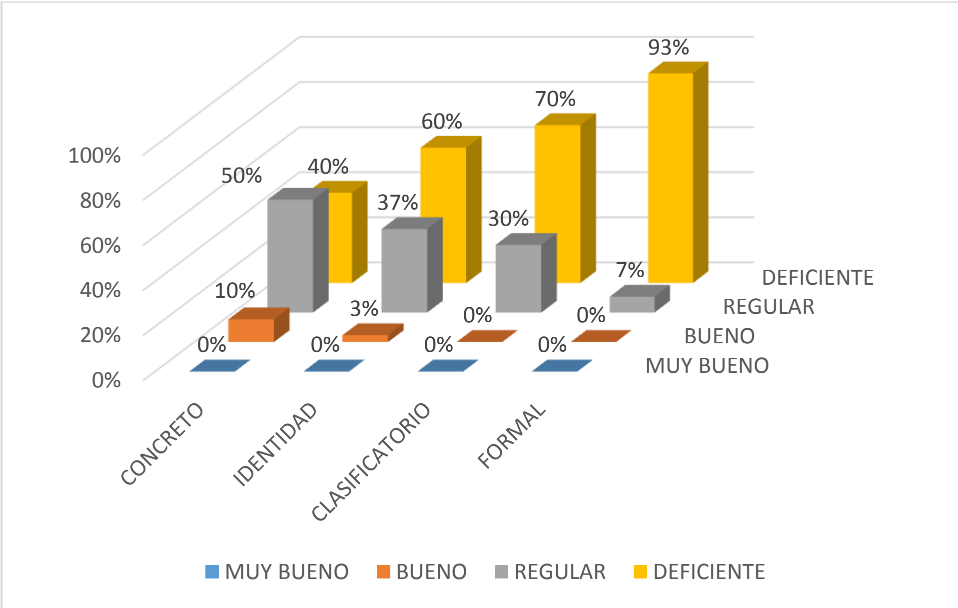


Figura 18. Porcentaje de niveles de formación de concepto de triángulo del grupo experimental en la prueba de entrada

En la tabla 3 y figura 18, se puede apreciar la información referente al nivel de formación de conceptos de triángulo de un total de 30 estudiantes lo siguiente:

En el Nivel Concreto, 15 estudiantes que representan el 50%, demuestran en un nivel regular, 12 estudiantes que representan el 40% lo demuestran en un nivel deficiente y sólo 3 estudiantes que representan el 10%, lo demuestran en un nivel bueno.

En el Nivel de Identidad, 18 estudiantes que representan el 60%, lo demuestran en un nivel deficiente, 11 estudiantes que representan el 37% demuestran en un nivel regular y sólo un estudiante que representan el 3%, lo demuestran en un nivel bueno.

En el Nivel Clasificatorio, 21 estudiantes que representan el 70%, lo demuestran en un nivel deficiente, 9 estudiantes que representan el 30% demuestran en un nivel regular.

En el Nivel Formal, 28 estudiantes que representan el 93%, demuestran en un nivel deficiente, 2 estudiantes que representan el 7% lo demuestran en un nivel regular.

En consecuencia se puede deducir que los estudiantes del grupo experimental, tienen bajos niveles conceptuales de triángulo.

Tabla4
Niveles de formación de concepto de paralelogramo del grupo experimental en la prueba de entrada

PUNTAJES			NIVEL							
			CONCRETO		IDENTIDAD		CLASIFICATORIO		FORMAL	
			f	%	f	%	f	%	f	%
MUY BUENO	AD	[17 – 20]	0	00	0	00	0	00	0	00
BUENO	A	[13 – 16]	1	03	1	03	0	00	0	00
REGULAR	B	[11 – 12]	14	47	9	30	7	23	1	03
DEFICIENTE	C	[00 – 10]	15	50	20	67	23	77	29	97
TOTAL			**30**	**100**	**30**	**100**	**30**	**100**	**30**	**100**

Fuente: Prueba de entrada
Elaboración: Investigadores.

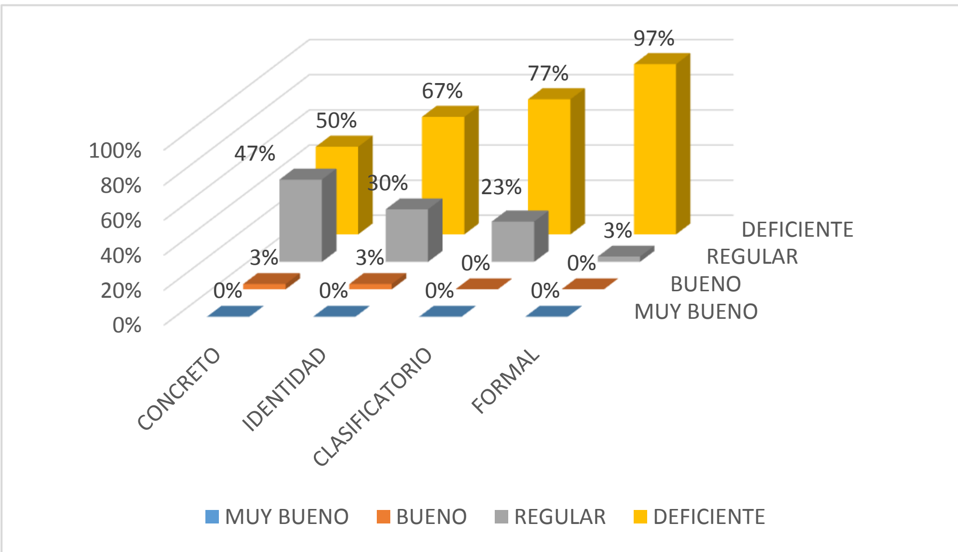


Figura 19. Porcentaje de niveles de formación de concepto de paralelogramo del grupo experimental en la prueba de entrada

En la tabla 4 y figura 19, se puede apreciar la información referente al nivel de formación de conceptos de paralelogramos de un total de 30 estudiantes lo siguiente:

En el Nivel Concreto, 15 estudiantes que representan el 50%, lo demuestran en un nivel deficiente, 14 estudiantes que representan el 47% lo demuestran en un nivel regular y sólo un estudiante que representan el 3%, demuestran en un nivel bueno.

En el Nivel de Identidad, 20 estudiantes que representan el 67%, lo demuestran en un nivel deficiente, 9 estudiantes que representan el 30% demuestran en un nivel regular y sólo un estudiante que representan el 3%, lo demuestran en un nivel bueno.

En el Nivel Clasificatorio, 23 estudiantes que representan el 77%, lo demuestran en un nivel deficiente, 7 estudiantes que representan el 23% demuestran en un nivel regular.

En el Nivel Formal, 29 estudiantes que representan el 97%, lo demuestran en un nivel deficiente, sólo un estudiante que representan el 3% lo demuestran en un nivel regular.

En consecuencia se puede deducir que los estudiantes del grupo experimental, tienen bajos niveles conceptuales de paralelogramo.

4.1.1.2. RESULTADOS OBTENIDOS POR EL GRUPO DE CONTROL

A continuación se detalla los resultados obtenidos por el Grupo Control en la formación de concepto de triangulo y paralelogramo de la Prueba de Entrada.

Tabla5
Niveles de formación de concepto de triángulo del grupo de control en la prueba de entrada

PUNTAJES			NIVEL							
			CONCRETO		IDENTIDAD		CLASIFICATORIO		FORMAL	
			F	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
MUY BUENO	AD	[17 – 20]	0	00	0	00	0	00	0	00
BUENO	A	[13 – 16]	2	07	0	00	0	00	0	00
REGULAR	B	[11 – 12]	13	45	9	31	5	17	2	07
DEFICIENTE	C	[00 – 10]	14	48	20	69	24	83	27	93
TOTAL			**29**	**100**	**29**	**100**	**29**	**100**	**29**	**100**

Fuente: Prueba de entrada
Elaboración: Investigadores

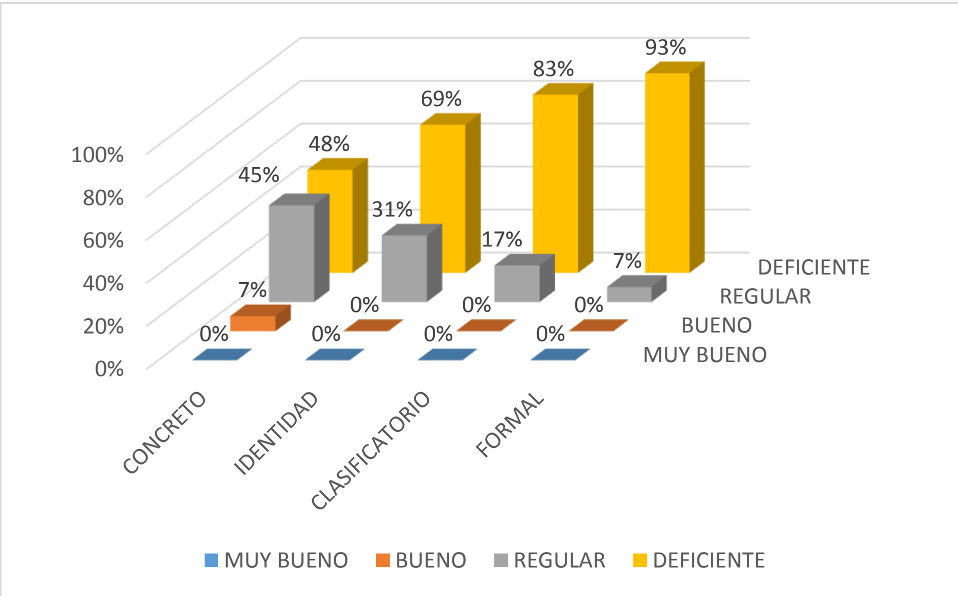


Figura 20. Niveles de formación de concepto de triángulo del grupo de control en la prueba de entrada

En la tabla 5 y figura 20, se puede apreciar la información referente al nivel de formación de conceptos de triángulo de un total de 29 estudiantes del grupo de control lo siguiente: En el Nivel Concreto, 14 estudiantes que representan el 48%, lo demuestran en un nivel deficiente, 13 estudiantes que representan el 45% demuestran en un nivel regular y dos estudiantes que representan el 07%, lo demuestran en un nivel bueno.

En el Nivel de Identidad, 20 estudiantes que representan el 69%, demuestran en un nivel deficiente, 9 estudiantes que representan el 31% demuestran en un nivel regular.

En el Nivel Clasificatorio, 24 estudiantes que representan el 83%, lo demuestran en un nivel deficiente, 5 estudiantes que representan el 17% demuestran en un nivel regular.

En el Nivel Formal, 27 estudiantes que representan el 93%, lo demuestran en un nivel deficiente y dos estudiantes que representan el 7% lo demuestran en un nivel regular.

En consecuencia se puede deducir que los estudiantes del grupo de control, tienen bajos niveles conceptuales de triángulo.

Tabla6
Niveles de formación de concepto de paralelogramo del grupo de control en la prueba de entrada

PUNTAJES			NIVEL							
			CONCRETO		IDENTIDAD		CLASIFICATORIO		FORMAL	
			f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
MUY BUENO	AD	$[17-20]$	0	00	0	00	0	00	0	00
BUENO	A	$[13-16]$	1	04	1	04	0	00	0	00
REGULAR	B	$[11-12]$	14	48	9	31	4	14	2	07
DEFICIENTE	C	$[00-10]$	14	48	19	65	25	86	27	93
TOTAL			**29**	**100**	**29**	**100**	**29**	**100**	**29**	**100**

Fuente: Prueba de entrada
Elaboración: Investigadores

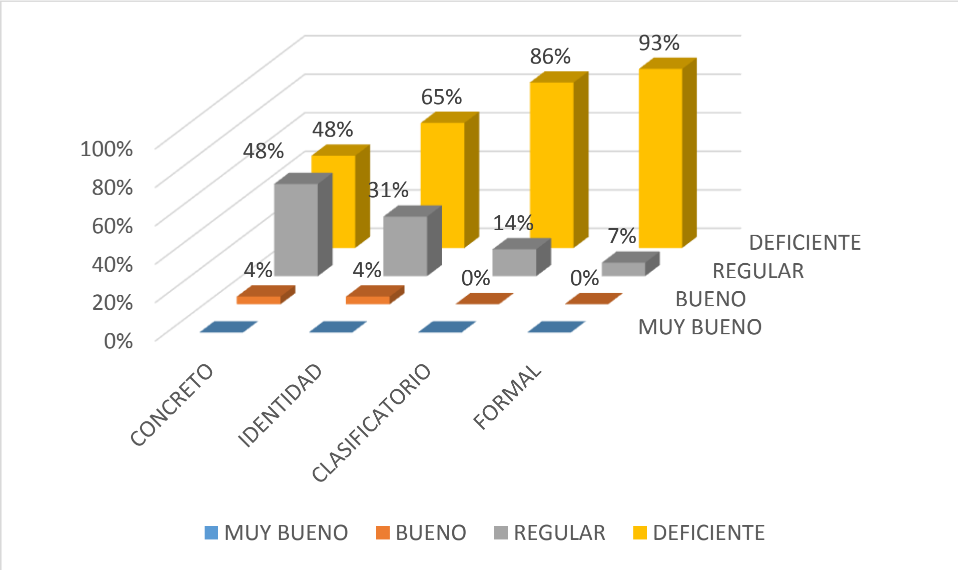


Figura 21. Porcentaje de niveles de formación de concepto de paralelogramo del grupo de control en la prueba de entrada

En la tabla 6 y figura 21, se puede apreciar la información referente al nivel de formación de conceptos de paralelogramos de un total de 29 estudiantes del grupo de control lo siguiente:

En el Nivel Concreto, 14 estudiantes que representan el 48%, lo demuestran en un nivel deficiente, otros tantos demuestran en un nivel regular y sólo un estudiante que representan el 4%, demuestran en un nivel bueno.

En el Nivel de Identidad, 19 estudiantes que representan el 65%, lo demuestran en un nivel deficiente, 9 estudiantes que representan el 31% demuestran en un nivel regular y sólo un estudiante que representan el 4%, lo demuestran en un nivel bueno.

En el Nivel Clasificatorio, 25 estudiantes que representan el 86%, lo demuestran en un nivel deficiente, 4 estudiantes que representan el 14% lo demuestran en un nivel regular.

En el Nivel Formal, 27 estudiantes que representan el 93%, lo demuestran en un nivel deficiente, dos estudiantes que representan el 7% demuestran en un nivel regular.

En consecuencia se puede deducir que los estudiantes del Grupo de Control, tienen bajos niveles conceptuales de paralelogramo.

4.1.1.3. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

A continuación se detalla la comparación de los resultados obtenidos por el Grupo Experimental y por el grupo de control detallados en la Tabla 7 de los niveles de formación de concepto de triangulo de la Prueba de Entrada.

Tabla7
Comparación de niveles generales de formación de conceptos de triángulo y paralelogramo obtenidos por grupos experimental y control en la prueba de entrada

NIVELES	ALUMNOS			
	GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO DE CONTROL	
	f	%	f	%
CONCRETO	17	56	16	55
IDENTIDAD	11	37	12	41
CLASIFICATORIO	02	07	01	04
FORMAL	00	00	00	00
TOTAL	**30**	**100**	**29**	**100**

Fuente: Prueba de entrada
Elaboración: Investigadores

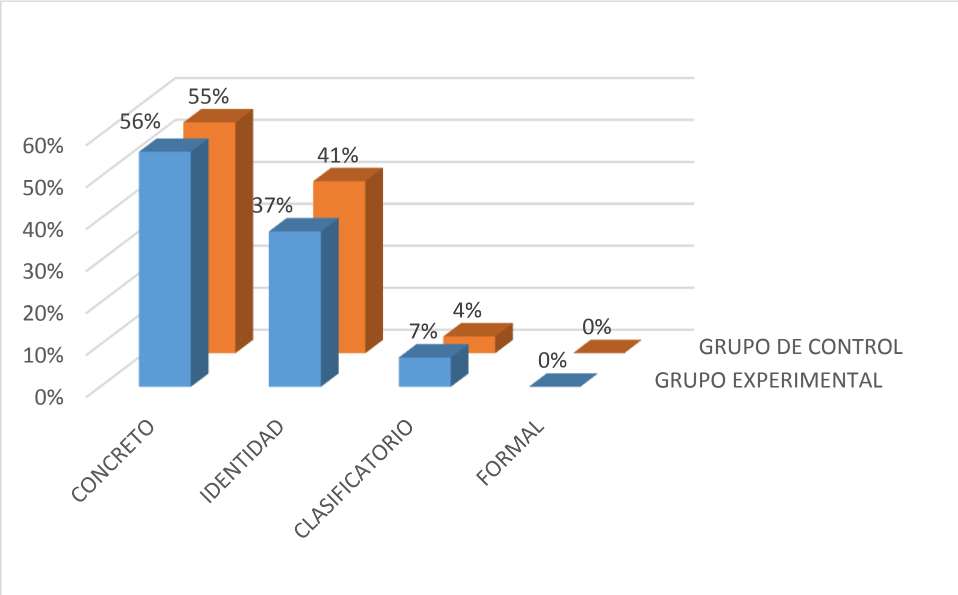


Figura 22. Comparación porcentual de niveles generales de formación de conceptos de triángulo y paralelogramo obtenidos por grupos experimental y control en la prueba de entrada

En la tabla 7 y figura 22, se puede apreciar que los estudiantes tanto del Grupo de Control como del Grupo Experimental, en cuanto se refiere a la formación de conceptos de triángulo y paralelogramo: en el Nivel Concreto se ubican el 56% del Grupo Experimental y 55% del Grupo de Control, en el Nivel Identidad el 37% del Grupo Experimental y 41% del Grupo de Control y en el Nivel Clasificatorio el 7% del Grupo Experimental y el 4% del Grupo de Control, no alcanzando al Nivel Formal en ambos grupos.

En consecuencia, se puede deducir que los estudiantes en ambos grupos se encuentran en su mayoría en el Nivel Concreto, esto significa que los estudiantes apenas han desarrollado las habilidades de observación de objetos (triángulos y paralelogramos) en forma concreta sin ningún análisis de sus propiedades ni características relacionales.

Esta situación indica que los estudiantes investigados aun no tienen formado los conceptos de triángulo y paralelogramo, aun el Nivel Conceptual Concreto de triángulo y paralelogramo, según las Tablas 3 y 4, 5 y 6 están en niveles regulares y deficientes.

4.1.1.4. ANÁLISIS Y PRUEBA DE HIPÓTESIS

Para poder analizar la información y probar las hipótesis, se procede de la siguiente manera:

Se obtienen la media aritmética de los niveles de formación de conceptos de Grupo Experimental y Control, luego se procede a obtener la varianza, que se detallan a continuación:

GRUPO EXPERIMENTAL	**GRUPO DE CONTROL**
$\bar{X} = 8{,}25$	$X = 8{,}32$
$S^2 = 2{,}80$	$S^2 = 1{,}44$
$n_e = 30$	$n_c = 29$

Con los datos anteriores se procede a probar la hipótesis estadística, para ello se analiza la diferencia de medias que existe en los resultados de ambos grupos, para ello se utiliza la distribución Z_c zeta calculada con un nivel de significancia del 5%, es decir $\alpha = 0.05$, cuyo valor en la tabla responde a $Zc = \pm 1{,}96$, para ello se plantean las hipótesis:

- **Ho:** El promedio de las notas obtenidas en la pre prueba por los estudiantes del Grupo Experimental es menor o igual a los obtenidos por el Grupo Control.

$$Xe \leq Xc$$

- **Ha:** El promedio de las notas obtenidas en la pre prueba por los estudiantes del Grupo Experimental es mayor a los obtenidos por el Grupo Control.

$$Xe > Xc$$

Aplicando la fórmula de T calculada, se obtiene: $Zc = \dfrac{(\overline{X}e - \overline{X}c)}{\sqrt{\dfrac{Se^2}{ne} + \dfrac{Sc^2}{nc}}}$

$$Z_c = 0{,}1742$$

Este valor ubicamos en el gráfico siguiente:

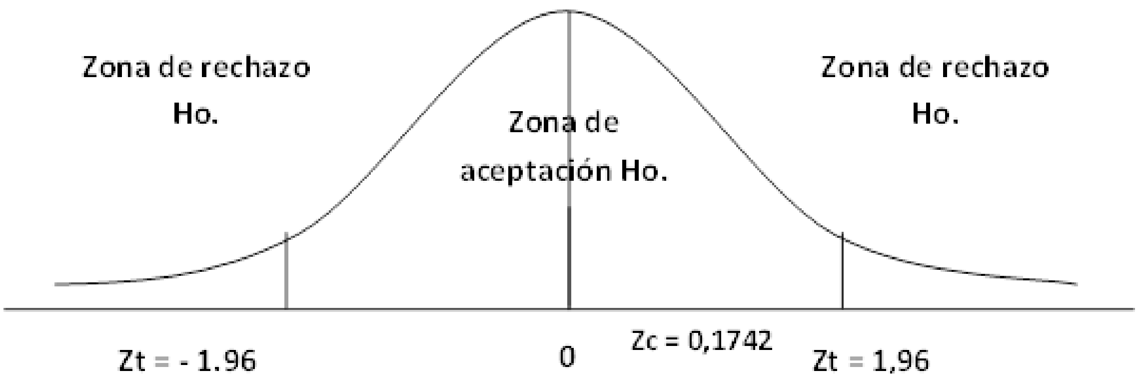


Figura 23. Toma de decisiones de la prueba de hipótesis de la prueba de entrada de ambos grupos

Observamos que en la figura 23 el valor de $\mathbf{z_c}$ = 0,1742, recae en la zona de aceptación por lo cual decidimos aceptar a la hipótesis nula **Ho**, que significa: El promedio de las notas obtenidas en la pre prueba por los estudiantes del Grupo Experimental es menor o igual a los obtenidos por el Grupo Control.

En consecuencia como los niveles de formación de conceptos de triángulo y paralelogramo en los estudiantes investigados son equivalentes, se puede proceder a realizar el experimento.

4.1.2. RESULTADOS OBTENIDOS EN EL PROCESO DE APLICACIÓN DEL MODELO KLAUSMEIER EN EL GRUPO EXPERIMENTAL

4.1.2.1. RESULTADO DEL TEST DE ATRIBUTOS DEFINIDORES

Tabla8

Resultados de la aplicación del test de atributos definidores de ejemplos y contraejemplos del grupo experimental

OBSERVACIONES	ÍTEMS	Si una figura que posee tres lados, entonces es un triángulo	Todo triángulo posee un ángulo de 90º	La figura que posee 3 ángulos de los cuales 2 son iguales es un triángulo	Todo triángulo es una figura que posee dos lados iguales	Hay triángulos que tienen lados paralelos	El triángulo es una figura que posee tres lados	Todo triángulo es una figura formada por 3 segmentos de recta	El triángulo es una figura cerrada	Paralelogramo es un cuadrilátero	Paralelogramo es una figura que posee solo 2 lados iguales	Paralelogramo es una figura que posee los lados opuestos paralelos	Los lados opuestos de un paralelogramo tienen la misma medida	Una paralelogramo puede tener los cuatro ángulos iguales	Un paralelogramo es una figura de seis lados	El cuadrado es un paralelogramo	El rombo no es un paralelogramo	El paralelogramo es una figura cerrada	El paralelogramo está formado solamente por segmentos de recta	Todo paralelogramo posee dos lados inclinados	Un rectángulo es un paralelogramo
PRIMERA OBSERVACION	V	12	24	10	13	16	13	17	2	12	16	8	10	5	12	6	8	17	19	26	18
	F	18	6	20	17	14	17	13	28	18	14	22	20	25	18	24	22	13	11	4	12
TOTAL		30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
PROMEDIO		ACIERTOS=12.2										DESACIERTOS=17.8									
SEGUNDA OBSERVACION	V	22	12	16	19	7	21	26	18	23	9	22	16	21	8	17	18	27	24	13	20
	F	8	18	14	11	23	9	4	12	7	21	8	14	9	22	13	12	3	6	17	10
TOTAL		30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
PROMEDIO		ACIERTOS=20.25										DESACIERTOS=9.75									
TERCERA OBSERVACION	V	29	24	28	29	3	30	30	28	29	2	30	30	30	0	30	29	30	30	4	30
	F	1	6	2	1	27	0	0	2	1	28	0	0	0	30	0	1	0	0	26	0
TOTAL		30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
PROMEDIO		ACIERTOS=28.85										DESACIERTOS=1.15									

Fuente: Test anexo 4
Elaboración: Investigadores

En la tabla 8 referente a la aplicación del Test de atributos definidores de triángulos y paralelogramos podemos observar que:

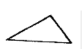
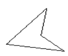
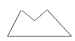
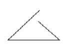
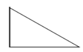
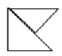
En la primera observación realizada: de un total de 30 estudiantes un promedio de 12 estudiantes que representan el 40%, demostraron su acierto a los atributos de triángulos y paralelogramos, mientras que el otro promedio restante equivalente a 18 estudiantes que representan el 60% no acertaron.

En la segunda observación realizada: de un total de 30 estudiantes un promedio de 20 estudiantes que representan el 66,66%, demostraron su acierto a los atributos de triángulos y paralelogramos, mientras que el otro promedio restante equivalente a 10 estudiantes que representan el 33,33% no acertaron.

Finalmente en la tercera observación realizada: de un total de 30 estudiantes un promedio de 29 estudiantes que representan el 96,66%, demostraron su acierto a los atributos de triángulos y paralelogramos, mientras que el otro promedio restante equivalente a un estudiante que representan el 3,33% no acertaron.

Tabla9

Resultados de la aplicación del test de atributos definidores de ejemplos y contraejemplos de triángulos del grupo experimental

OBSERVACIONES	ÍTEMS										
1° OBSERVACIÓN	V	22	21	14	13	9	23	28	28	26	25
	F	8	9	16	17	21	7	2	2	4	5
TOTAL		30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
PROMEDIO			**ACIERTOS=15.1**						**DESACIERTOS=14.9**		
2° OBSERVACIÓN	V	28	3	9	4	4	7	16	30	13	27
	F	2	27	21	26	26	23	14	0	17	3
TOTAL		30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
PROMEDIO			**ACIERTOS=23.9**						**DESACIERTOS=6.1**		
3° OBSERVACIÓN	V	30	0	2	1	1	2	3	30	1	30
	F	0	30	28	29	29	28	27	0	29	0
TOTAL		30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
PROMEDIO			**ACIERTOS=29**						**DESACIERTOS=1**		

Fuente: Test anexo 5

Elaboración: Investigadores

En la tabla 9 referente a la aplicación del Test de ejemplos y contraejemplos de triángulos podemos observar que:

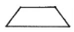
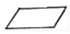
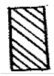
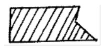
En la primera observación realizada: de un total de 30 estudiantes un promedio de 15 estudiantes que representan el 50%, demostraron su acierto a los ejemplos y contraejemplos de triángulos, mientras que el otro promedio restante equivalente a 15estudiantes que representan el 50% no acertaron.

En la segunda observación realizada: de un total de 30 estudiantes un promedio de 24 estudiantes que representan el 80%, demostraron su acierto a los ejemplos y contraejemplos de triángulos, mientras que el otro promedio restante equivalente a 6 estudiantes que representan el 20% no acertaron.

Finalmente en la tercera observación realizada: de un total de 30 estudiantes un promedio de 29 estudiantes que representan el 96,66%, demostraron su acierto a los ejemplos y contraejemplos de triángulos, mientras que un estudiante que hace el 3,33% no acertó.

Tabla10

Resultados de la aplicación del test de ejemplos y contraejemplos de paralelogramos del grupo experimental

OBSERVACIONES	ÍTEMS										
1° OBSERVACIÓN	V	10	28	12	22	26	17	21	29	26	22
	F	20	2	18	8	4	13	9	1	4	8
TOTAL		30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
PROMEDIO				**ACIERTOS=11.9**					**DESACIERTOS=18.1**		
2° OBSERVACIÓN	V	2	14	4	28	6	27	11	12	13	29
	F	28	16	26	2	24	3	19	18	17	1
TOTAL		30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
PROMEDIO				**ACIERTOS=23.2**					**DESACIERTOS=6.8**		
3° OBSERVACIÓN	V	0	7	1	30	2	30	1	4	1	30
	F	30	23	29	0	28	0	29	26	29	0
TOTAL	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
PROMEDIO				**ACIERTOS=28.4**					**DESACIERTOS=1.6**		

Fuente: Test anexo 6
Elaboración: Investigadores

En la tabla 10 referente a la aplicación del Test de ejemplos y contraejemplos de paralelogramos podemos observar que:

En la primera observación realizada: de un total de 30 estudiantes un promedio de 12 estudiantes que representan el 40%, demostraron su acierto a los ejemplos y contraejemplos de paralelogramos, mientras que el otro promedio restante equivalente a 18 estudiantes que representan el 60% no acertaron.

En la segunda observación realizada: de un total de 30 estudiantes un promedio de 23 estudiantes que representan el 38,33%, demostraron su acierto a los ejemplos y contraejemplos de paralelogramos, mientras que el otro promedio restante equivalente a 7 estudiantes que representan el 23,33% no acertaron.

Finalmente en la tercera observación realizada: de un total de 30 estudiantes un promedio de 28 estudiantes que representan el 93,33%, demostraron su acierto a los ejemplos y contraejemplos de paralelogramos, mientras que el otro promedio restante equivalente a 2 estudiante que representan el 6,66% no acertaron.

4.1.3. RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA DE SALIDA POR LOS GRUPOS EXPERIMENTAL Y CONTROL

4.1.3.1. RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA DE SALIDA POR EL GRUPO EXPERIMENTAL

A continuación se detalla los resultados obtenidos por el Grupo Experimental en la formación de concepto de triangulo y paralelogramo de la Prueba de Salida.

Tabla11
Niveles de formación de concepto de triángulo del grupo experimental en la prueba de salida

PUNTAJES			NIVEL							
			CONCRETO		IDENTIDAD		CLASIFICATORIO		FORMAL	
			f	%	f	%	F	%	f	%
MUY BUENO	AD	$[17-20]$	11	37	12	40	10	33	8	27
BUENO	A	$[13-16]$	13	43	11	37	11	37	16	53
REGULAR	B	$[11-12]$	6	20	6	20	7	23	5	17
DEFICIENTE	C	$[00-10]$	0	00	1	03	2	07	1	03
TOTAL			**30**	**100**	**30**	**100**	**30**	**100**	**30**	**100**

Fuente: Prueba de salida
Elaboración: Investigadores.

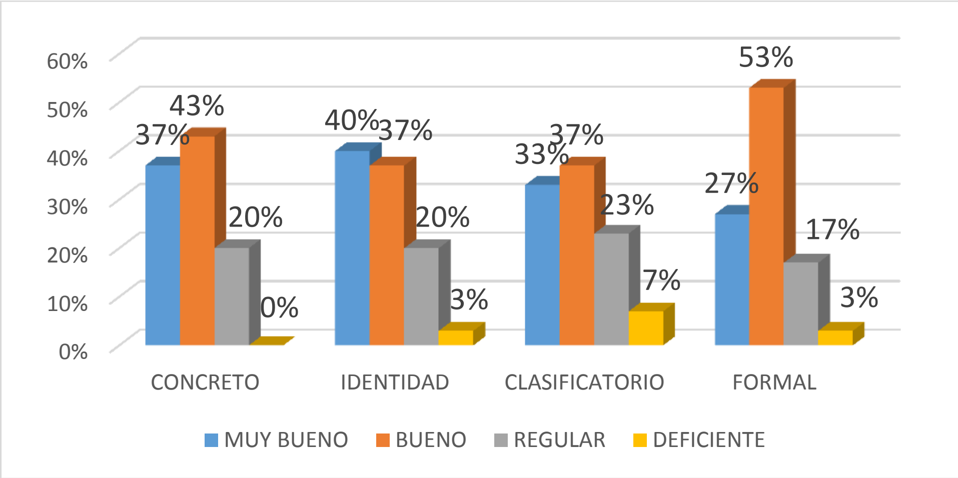


Figura 24. Porcentaje de niveles de formación de concepto de triángulo del grupo experimental en la prueba de salida

En la tabla 11 y figura 24, se puede apreciar la información referente al nivel de formación de conceptos de triángulo de un total de 30 estudiantes del Grupo Experimental obtenidos en la prueba de salida lo siguiente:

En el Nivel Concreto, 6 estudiantes que representan el 20%, lo demuestran en un nivel regular, 13 estudiantes que representan el 43% demuestran en un nivel bueno, 11 estudiantes que representan el 37%, lo demuestran en un nivel muy bueno.

En el Nivel de Identidad, 12 estudiantes que representan el 40%, lo demuestran en un nivel muy bueno, 11 estudiantes que representan el 37% lo demuestran en un nivel bueno, 6 estudiantes que representan el 20%, lo demuestran en un nivel regular y sólo un estudiante que representa el 03% lo demuestran en un nivel deficiente.

En el Nivel Clasificatorio, 10 estudiantes que representan el 33%, lo demuestran en un nivel muy bueno, 11 estudiantes que representan el 37% demuestran en un nivel bueno, 7 estudiantes que representan el 23% lo demuestran en un nivel regular y 2 estudiantes que representan el 7% lo demuestran en un nivel deficiente.

En el Nivel Formal, 16 estudiantes que representan el 53%, lo demuestran en un nivel bueno, 8 estudiantes que representan el 27% lo demuestran en un nivel muy bueno, 5 estudiantes que representan el 17% lo demuestran en un nivel regular y sólo un estudiante que representa el 3% lo demuestra en un nivel deficiente.

En consecuencia se puede deducir que los estudiantes del Grupo Experimental, superaron los bajos niveles conceptuales de triángulo.

Tabla12

Niveles de formación de concepto de paralelogramo del grupo experimental en la prueba de salida

PUNTAJES			**NIVEL**							
			CONCRETO		**IDENTIDAD**		**CLASIFICATORIO**		**FORMAL**	
			f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
MUY BUENO	AD	$[17-20]$	21	70	15	50	20	67	4	13
BUENO	A	$[13-16]$	7	23	8	27	7	23	17	57
REGULAR	B	$[11-12]$	2	07	7	23	2	07	6	20
DEFICIENTE	C	$[00-10]$	0	00	0	03	1	03	3	10
TOTAL			**30**	**100**	**30**	**100**	**30**	**100**	**30**	**100**

Fuente: Prueba de salida

Elaboración: Ejecutores de la Investigación.

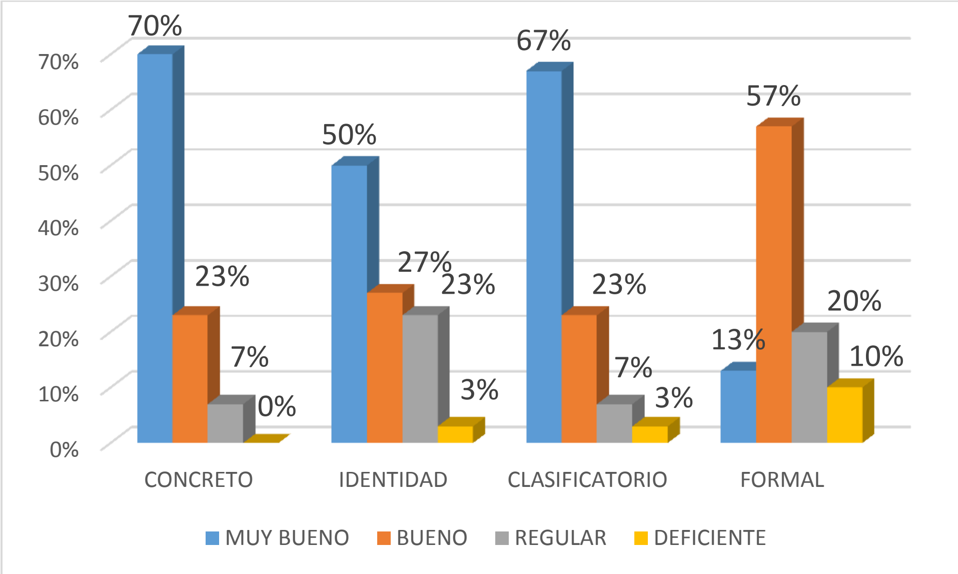


Figura 25. Porcentaje de niveles de formación de concepto de paralelogramo del grupo experimental en la prueba de salida

En la tabla 12 y figura 25, se puede apreciar la información referente al nivel de formación de conceptos de paralelogramos de un total de 30 estudiantes del Grupo Experimental obtenidos en la Prueba de Salida lo siguiente:

En el Nivel Concreto, 21 estudiantes que representan el 70%, lo demuestran en un nivel muy bueno, 7 estudiantes que representan el 23% lo demuestran en un nivel bueno y 2 estudiantes que representan el 7%, lo demuestran en un nivel regular.

En el Nivel de Identidad, 15 estudiantes que representan el 50%, demuestran en un nivel muy bueno, 8 estudiantes que representan el 27% lo demuestran en un nivel bueno y 7 estudiantes que representan el 23%, lo demuestran en un nivel regular.

En el Nivel Clasificatorio, 20 estudiantes que representan el 67%, lo demuestran en un nivel muy bueno, 7 estudiantes que representan el 23% lo demuestran en un nivel bueno, 2 estudiantes que representa el 07% lo demuestran en un nivel regular y sólo un estudiante que representa el 03% lo demuestra en un nivel deficiente.

En el Nivel Formal, 17 estudiantes que representan el 57%, lo demuestran en un nivel bueno, 6 estudiantes que representan el 20% lo demuestran en un nivel regular, 4 estudiantes que representa el 20% lo demuestran en un nivel muy bueno, y 3 estudiantes que representa el 10% lo demuestran en un nivel deficiente.

En consecuencia se puede deducir que los estudiantes del Grupo Experimental, han superado los bajos niveles conceptuales de paralelogramo en la prueba de salida.

4.1.3.2. RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA DE SALIDA POR EL GRUPO DE CONTROL

A continuación se detalla los resultados obtenidos por el Grupo Control en la formación de concepto de triangulo y paralelogramo de la Prueba de Salida.

Tabla13
Niveles de formación de concepto de triángulo del grupo de control en la prueba de salida

PUNTAJES			NIVEL							
			CONCRETO		IDENTIDAD		CLASIFICATORIO		FORMAL	
			f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
MUY BUENO	AD	$[17-20]$	8	28	7	24	5	17	4	14
BUENO	A	$[13-16]$	11	38	9	31	12	41	7	24
REGULAR	B	$[11-12]$	8	28	13	45	9	31	10	34
DEFICIENTE	C	$[00-10]$	2	07	0	00	3	10	8	28
TOTAL			**29**	**100**	**29**	**100**	**29**	**100**	**29**	**100**

Fuente: Prueba de salida
Elaboración: Ejecutores de la Investigación.

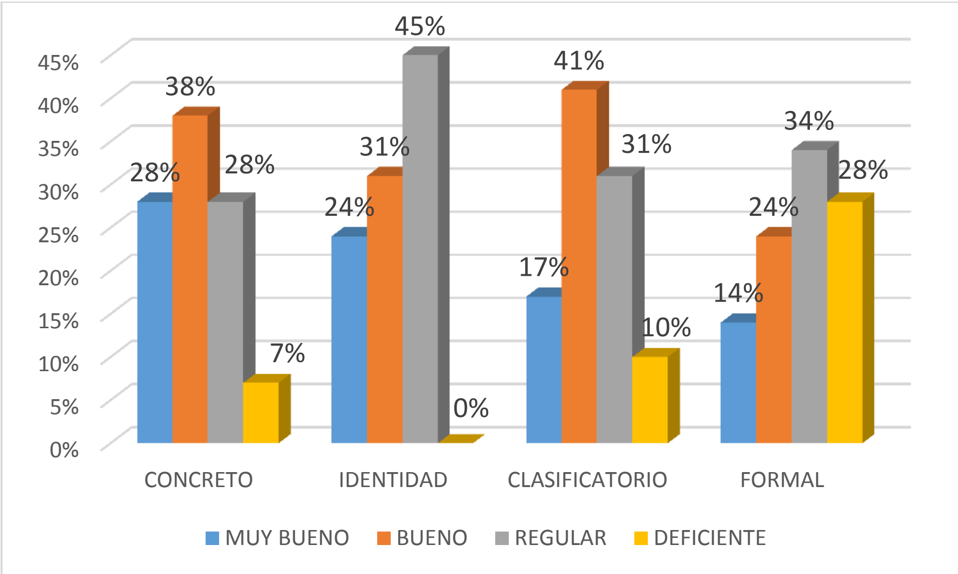


Figura 26. Porcentaje de niveles de formación de concepto de triángulo del grupo de control en la prueba de salida

En la tabla 13 y figura 26, se puede apreciar la información referente al nivel de formación de conceptos de triángulo de un total de 29 estudiantes del Grupo de Control obtenidos en la prueba de salida lo siguiente:

En el Nivel Concreto, 11 estudiantes que representan el 38%, lo demuestran en un nivel bueno, 8 estudiantes que representan el 28% lo demuestran en un nivel muy bueno, otros tantos lo demuestran en un nivel regular y dos estudiantes que representan el 07%, lo demuestran en un nivel deficiente.

En el Nivel de Identidad, 13 estudiantes que representan el 45%, lo demuestran en un nivel regular, 9 estudiantes que representan el 31% lo demuestran en un nivel bueno, y 7 estudiantes que representan el 24% lo demuestran en un nivel muy bueno.

En el Nivel Clasificatorio, 12 estudiantes que representan el 41%, lo demuestran en un nivel buen, 9 estudiantes que representan el 31% lo demuestran en un nivel regular, 5 estudiantes que representan el 17% lo demuestran en un nivel muy bueno y 3 estudiantes que representan el 10% lo demuestran en un nivel deficiente.

En el Nivel Formal, 10 estudiantes que representan el 34%, lo demuestran en un nivel regular, 8 estudiantes que representan el 28% lo demuestran en un nivel deficiente, 7 estudiantes que representan el 24% lo demuestran en un nivel bueno y 4 estudiantes que representan el 14% lo demuestran en un nivel muy bueno.

En consecuencia se puede deducir que los estudiantes del Grupo de Control, superaron los bajos niveles conceptuales de triángulo.

Tabla14
Niveles de formación de concepto de paralelogramo del grupo de control en la prueba de salida

PUNTAJES			NIVEL							
			CONCRETO		IDENTIDAD		CLASIFICATORIO		FORMAL	
			f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
MUY BUENO	AD	$[17-20]$	10	34	8	28	5	17	3	10
BUENO	A	$[13-16]$	11	38	9	31	12	41	8	28
REGULAR	B	$[11-12]$	6	21	11	38	10	34	9	31
DEFICIENTE	C	$[00-10]$	2	07	1	03	2	07	9	31
TOTAL			**29**	**100**	**29**	**100**	**29**	**100**	**29**	**100**

Fuente: Prueba de salida
Elaboración: Investigadores

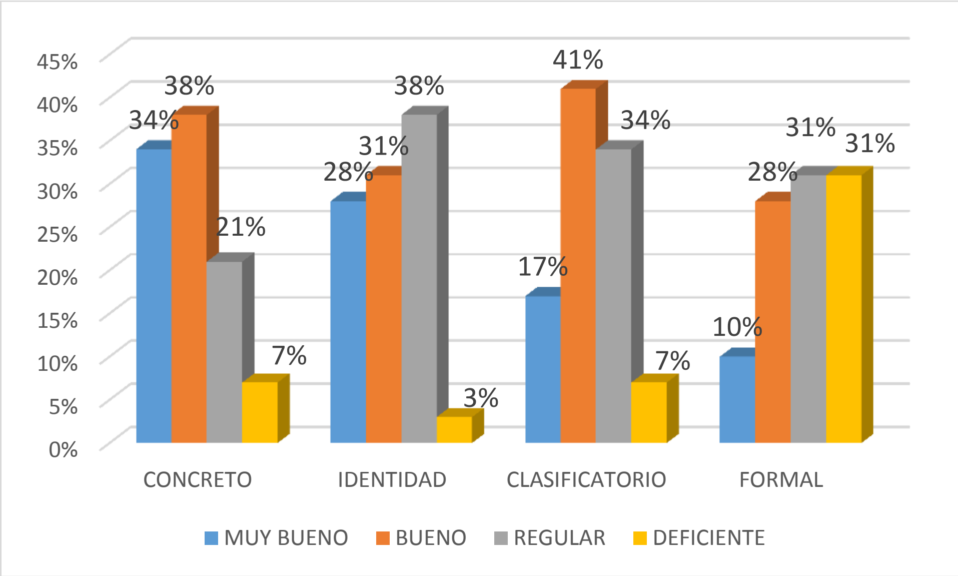


Figura 27. Porcentaje de niveles de formación de concepto de paralelogramo del grupo de control en la prueba de salida

En la tabla 14 y figura 27, se puede apreciar las informaciones referentes al nivel de formación de conceptos de paralelogramos de un total de 29 estudiantes del Grupo de Control lo siguiente:

En el Nivel Concreto, 11 estudiantes que representan el 38%, lo demuestran en un nivel bueno, 10 estudiantes que representan el 34% lo demuestran en un nivel muy bueno, 6 estudiantes que representan el 21% lo demuestran en un nivel regular y 2 estudiantes que representan el 07%, lo demuestran en un nivel deficiente.

En el Nivel de Identidad, 11 estudiantes que representan el 38%, lo demuestran en un nivel regular, 9 estudiantes que representan el 31% lo demuestran en un nivel bueno, 8 estudiantes que representan el 28% lo demuestran en un nivel muy bueno y sólo un estudiante que representan el 3%, demuestran en un nivel deficiente.

En el Nivel Clasificatorio, 12 estudiantes que representan el 41%, lo demuestran en un nivel bueno, 10 estudiantes que representan el 34% lo demuestran en un nivel regular, 5 estudiantes que representan el 17% lo demuestran en un nivel muy bueno y 2 estudiantes que representan el 07% lo demuestran en un nivel deficiente.

En el Nivel Formal, 9 estudiantes que representan el 31%, demuestran en nivel deficiente, otros tantos en nivel regular, 8 estudiantes que representan el 28% demuestran en el nivel bueno y 3 estudiantes que representan el 10% demuestran en nivel muy bueno.

En consecuencia se puede deducir que los estudiantes del Grupo de Control, han superado los bajos niveles conceptuales de paralelogramo.

4.1.3.3. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

A continuación se detalla los resultados obtenidos de la comparación de resultados de los niveles de formación de conceptos de Triángulo y Paralelogramo obtenidos por el grupo experimental y grupo de control en la prueba de salida, esto en la Tabla siguiente:

Tabla15

Comparación de niveles de formación de conceptos de triángulo y paralelogramo obtenidos por grupos experimental y control en la prueba de salida

NIVELES	ALUMNOS			
	GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO DE CONTROL	
	f	%	f	%
CONCRETO	1	03	6	21
IDENTIDAD	7	23	12	41
CLASIFICATORIO	12	40	8	28
FORMAL	10	33	3	10
TOTAL	**30**	**100**	**29**	**100**

Fuente: Prueba de salida
Elaboración: Ejecutores de la Investigación

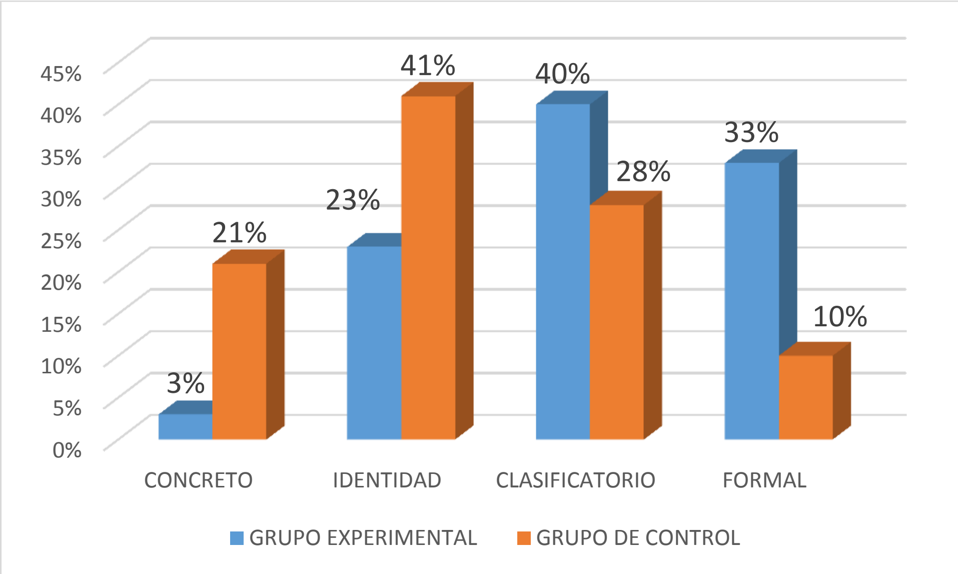


Figura 28. Porcentaje de comparación de niveles de formación de conceptos de triángulo y paralelogramo obtenidos por grupos experimental y control en la prueba de salida

En la tabla 15 y figura 28, se puede apreciar el nivel de formación de conceptos de triángulo y paralelogramo de estudiantes: en el nivel concreto se ubican el 3% del Grupo Experimental y el 21% del Grupo de Control, en el Nivel Identidad el 23% del Grupo Experimental y 41% del Grupo de Control, en el Nivel Clasificatorio el 40% del Grupo Experimental y el 28% del Grupo de Control, mientras que en el Nivel Formal el 33% del Grupo Experimental y el 10% del Grupo de Control.

En consecuencia se pude deducir que los estudiantes del Grupo Experimental elevaron significativamente su nivel de formación de conceptos de triángulo y paralelogramo a través del Modelo de Formación de Conceptos de Klausmeier.

ANÁLISIS Y PRUEBA DE HIPÓTESIS.

Para poder analizar la información y probar las hipótesis, se procede de la siguiente manera:

Se obtienen la media aritmética de los niveles de formación de conceptos de Grupo Experimental y Control, luego se procede a obtener la varianza, que se detallan a continuación:

GRUPO EXPERIMENTAL	GRUPO DE CONTROL
$\overline{X} = 15{,}53$	$X= 13{,}03$
$S^2 = 2{,}62$	$S^2=1{,}84$
$ne= 30$	$n_c=29$

Con los datos anteriores se procede a probar la hipótesis estadística, para ello se analiza la diferencia de medias que existe en los resultados de la prueba de salida en ambos grupos, para ello se utiliza la distribución Z_c zeta calculada con un nivel de significancia del 5%, es decir $\alpha = 0.05$, cuyo valor en la tabla responde a $Zc = \pm 1{,}96$, para ello se plantean las hipótesis:

- **Ho:** El promedio de las notas obtenidas en la pre prueba por los estudiantes del Grupo Experimental es menor o igual a los obtenidos por el Grupo Control.

$$Xe \leq Xc$$

- **Ha:** El promedio de las notas obtenidas en la pre prueba por los estudiantes del Grupo Experimental es mayor a los obtenidos por el Grupo Control.

$$Xe > Xc$$

Aplicando la fórmula de Z calculada, se obtiene: $Zc = \dfrac{(\overline{X}e - \overline{X}c)}{\sqrt{\dfrac{Se^2}{ne} + \dfrac{Sc^2}{nc}}}$

$$Z_c = 24{,}70$$

Este valor ubicamos en el gráfico siguiente:

Figura 29. Toma de decisiones de la prueba de hipótesis en la prueba de salida en ambos grupos

Observamos que el valor de $\mathbf{z_c}$ = 24,70, recae en la zona de rechazo a la hipótesis nula, por lo cual decidimos aceptar a la hipótesis alterna **Ha**, que significa: El promedio de las notas obtenidas en la pre prueba por los estudiantes del Grupo Experimental es mayor a los obtenidos por el Grupo Control.

4.2. DISCUSIÓN

Luego del análisis de los resultados, se halló que el modelo de Klausmeier en el nivel de formación de conceptos de triángulo y paralelogramo en los estudiantes de la IES "PERÚ BIRF" de Juliaca 2016 tiene eficacia significativa, porque a través de ejemplos y contraejemplos, los estudiantes desarrollan sus conceptos pasando el Nivel Concreto, Identificación, clasificación hasta llegar al Nivel Formal obteniendo puntajes de 15,53 de promedio ubicándose en Niveles conceptuales de Clasificación en un 40% y el Nivel Formal en un 33% (Tabla 15), confirmado por el valor de la Zc= 24,70 a la hipótesis planteada. El Nivel de Formación de conceptos de Triángulo que logran alcanzar los estudiantes a través del modelo de Klausmeier, es de Nivel Formal en un 80% de estudiantes según la Tabla 11. El nivel de formación de conceptos de paralelogramo que logran alcanzar los estudiantes a través del modelo de Klausmeier, es de Nivel Formal en un 70% de estudiantes según la Tabla 12, al respecto Mariño (2007), en su investigación denominada: “El geoplano, un recurso manipulable para la comprensión de la geometría”, se planteó como objetivo general: diseñar, basándose en el modelo de Van Hiele, un material educativo impreso centrado en el uso del Geoplano, sobre los temas de geometría, como: ángulos, triángulos, cuadriláteros y área, para la segunda etapa de Educación Básica. La investigación fue de carácter descriptivo, ya que se les aplicaron en cuestas a los docentes de ese nivel. En cuanto a la muestra, se consideró una selección no aleatoria de veinte (20) docentes de la segunda etapa de Educación Básica de diferentes escuelas básicas ubicadas en la zona de San Bernardino, Caracas Venezuela. Los resultados obtenidos del cuestionario aplicado a los docentes, justifican la necesidad de elaborar un material instruccional basado en recursos manipulables que le permitan evolucionar en el proceso de construcción geométrico desde las formas intuitivas iniciales del pensamiento hasta un nivel de deducción informal, los cuales corresponden a los niveles escolares donde se desempeñan estos docentes. El investigador considera, que según los docentes que han validado el material, el uso del mismo, puede contribuir a desarrollar en el estudiante habilidades para la comprensión de la Geometría y la resolución de problemas, así como la independencia en el logro de su aprendizaje de la segunda etapa de la educación básica, a la vez, que se puede contar con un material instruccional para los fines y propósitos que persigue el área de Geometría en esta etapa.

De la misma forma Tacaronte (2006), en su investigación denominada: “Propuesta de algunos recursos didácticos en la motivación de los alumnos, para el logro de los contenidos de geometría, contemplados en el programa de estudio de la primera etapa de educación básica”, se trazó como objetivo general: Proponer algunos recursos didácticos para la motivación de los alumnos en los contenidos de Geometría de la Primera Etapa de Educación Básica. El diseño es de tipo Descriptivo, Explorativo y Participativo, donde la población estaba constituida por dos grupos: Docentes que laboran en el Municipio Caroní del Estado Bolívar Venezuela, con los cuales se intentó determinar el tipo de estrategia y recurso utilizado en dicha enseñanza y Estudiantes de la etapa mencionada para determinar y evaluar los recursos y estrategias metodológicas planteadas en esta investigación para el desarrollo de algunos contenidos de geometría. En la evaluación de la Propuesta, Tacaronte señala que se pudo evidenciar que las actividades fueron estimulantes para los alumnos, permitiendo poner en práctica los procesos del aprendizaje y alcanzando un segundo nivel de razonamiento de acuerdo al modelo del Van-Hiele

Resultados similares halló Chino Vilca Young e Inca Huancasi Pedro Rubén, 2007, “Las rompecabezas geométricas en el desarrollo de habilidades geométricas básicas de los estudiantes del primer grado de la IES nuestra señora de alta gracia Ayaviri”; donde concluye que los alumnos del 1ro Grado de la IES Nuestra Señora de Alta Gracia Ayaviri, el nivel de aprendizaje significativo logrado en el componente espacio y sociedad es como sigue: (el 72% de alumnos obtuvieron notas que oscilan entre 11-15 y el 28% de alumnos obtienen notas entre 06-10).

CONCLUSIONES

PRIMERA: El Modelo de Klausmeier, es eficazmente significativo en el nivel de formación de conceptos de triángulo y paralelogramo en los estudiantes del primer grado de la Institución Educativa Secundaria "PERÚ BIRF" del Distrito de Juliaca de la Provincia de San Román del Departamento de Puno en el año 2016, porque a través de ejemplos y contraejemplos, los estudiantes desarrollan sus conceptos pasando los Niveles de Observación Concreta, Identificación, Clasificación hasta llegar al Nivel Formal obteniendo puntajes de 15,53 de promedio ubicándose en Niveles Conceptuales de clasificación en un 40% y formal en un 33% (Tabla 15), confirmado por el valor de la Zc= 24,70 a la hipótesis planteada.

SEGUNDA: El Nivel de Formación de concepto de triángulo que logran alcanzar los estudiantes del primer grado a través del Modelo de Klausmeier, es de Nivel Formal en la escala bueno y muy bueno en un 80% de estudiantes según el Tabla 11.

TERCERA: El Nivel de Formación de conceptos de paralelogramo que logran alcanzar los estudiantes del Primer Grado a través del Modelo de Klausmeier, es de Nivel Formal en la escala bueno y muy bueno en un 70% de estudiantes según el Tabla 12.

RECOMENDACIONES

PRIMERA: Al Director de la Unidad de Gestión Local de San Román de la Región Puno, realizar acciones de capacitación sobre estrategias de formación de conceptos geométricos como por ejemplo el modelo de formación de conceptos de triángulo y paralelogramos de Klausmeier, como también el modelo de Van Hiele, ya que estos modelos por más antiguos que sean, son eficaces en el aprendizaje de la geometría.

SEGUNDA: Al Director de cada una de las Instituciones Educativas del Distrito de Juliaca a que motiven la innovación de estrategias activas de aprendizaje de conceptos geométricos por parte de los docentes del nivel secundario, pues estas estrategias como por ejemplo el modelo de Klausmeier es eficaz en la formación de conceptos de triangulo y paralelogramo.

TERCERA: A los Docentes que laboran en las Instituciones Educativas de nivel secundario del Distrito de Juliaca buscar las estrategias activas de desarrollo de capacidades geométricas en los estudiantes en el área de matemática que involucren actividades de manipulación de materiales, diseño de figuras geométricas, medición de longitudes de figuras planas y espaciales como propone Klausmeier en su modelo de formación de conceptos de triangulo y paralelogramo al igual que Van Hiele en su modelo de razonamiento geométrico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Avilés, P. I. (2016). *Uso de la didáctica del plegado de papel como herramienta de apoyo en la enseñanza de los contenidos de la geometría para estudiantes del 10° año de educación general básica de la unidad educativa Best del Cantón Vinces.* Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito.

Caballero, L. U. (2001). *Geometría: Colección curso básico.* Lima: San Marcos.

Coveñas, M. (2010). *Matemática: Segundo grado de educación secundaria* (1.a ed.). Lima: Coveñas.

Evangelista, Y. (2004). *Implementación de asistente para el diseño de material didáctico en una herramienta generadora de sistemas tutores.* Tesis de Maestria, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos.

Hoffer, A. (1983). *Van Hiele – Based Research: Aquisition of matematics Concepts and Processes* (2.ª ed.). New York: Academic Press.

Ixcaquic, I. M. (2015). *Modelo de Van Hiele y geometría plana.* Tesis de grado, Universisdad Rafael Landívar, Quetzaltenango.

Klausmeier, H. J. (1977). *Psicología educativa: Habilidades humanas y aprendizaje* (1.ª ed.). México: Harla.

Klausmeier, H. J. (1997). *Enciclopedia de la psicologia educativa: Aprendizaje, habilidades humanas y coducta* (3.ª ed.). México: Harla.

Matos, J. M. (1992). *Cognitive Models in Geometry Learning: Mathematical Problem Solving and New Information Technologies.* Nueva York: Academic Press.

Van Hiele, P. M. (1957). *El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la Geometría).* (1. Traducción al español para el proyecto de investigación Gutiérrez y otros, Trad.) Holanda.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education.* Orlando: Academic Press.

ANEXOS

ANEXO 1: EL MODELO DE KLAUSMEIER SOBRE ENSEÑANZA DE CONCEPTOS

Al enseñar los conceptos de triángulo y paralelogramo, el profesor precisa en primer lugar la identificación del nivel en que el alumno puede formar tales conceptos, es muy importante que el profesor sepa también que el aprendiz ya sabe en relación a estas dos figuras en términos de sus ejemplos y contraejemplos y de los atributos definidores. Podemos también verificar si el estudiante consigue identificar una taxonomía a que el concepto pertenece y la manera de identificar las relaciones supra ordenadas y sub ordinadas.

Las relaciones supraordenadas se refiere a la comprensión de conceptos partiendo de los casos particulares para los casos más generales. Por ejemplo: si mostramos a los estudiantes varios tipos de cuadriláteros donde la suma de sus ángulos internos es siempre 360º y de ello esperar que el estudiante a través de la inducción concluya que para todo los cuadriláteros la sima de sus ángulos internos será siempre 360º. El profesor también puede verificar la existencia de relaciones supraordendas- subordinadas que se refieren a la comprensión del concepto más general para el más específico. Por ejemplo: polígonos cuadriláteros, paralelogramos, rectángulos, cuadrados, cada concepto sucesivo es menos inclusivo que el precedente. El profesor puede también, en esta parte de investigación respecto al concepto proporcionar algunos problemas cuya solución envuelva el uso del mismo en el presente caso el concepto de triángulo y paralelogramo, verificando a si los estudiantes poseen los nombres de los Atributos Definidores de triángulos y paralelogramos, recordando que esta actividad preliminar en la enseñanza de conceptos es de gran importancia para el aprendizaje posterior y consecuente retención de ese concepto.

Después de esa primera investigación al respecto de ello que el estudiante ya sabe sobre el concepto a ser estudiado Klausmeier (1977) enuncia algunos aspectos sobre el procedimiento que debe realizar el profesor en la enseñanza de conceptos generales.

1) Identificar el nivel en que el alumno puede formar conceptos: esto implica en verificar si el alumno es capaz de formar el concepto en el nivel concreto, identidad, clasificación o formal. En el caso de las figuras geométricas los alumnos van a la escuela con algunas nociones por ejemplo sobre triangulo y cuadrado en términos visuales y muchas veces en términos de nomenclatura de esas figuras, esto es son capaces de denominarlas. En la escuela se pretende que el concepto sea enseñado en el nivel de clasificación y formal (Klausmeier, 1977,52)

   "conceptos adquiridos en los niveles de clasificación y formal más maduros pueden ser usados en la identificación de instancias recientemente encontrados tales como ejemplos y contraejemplos de conceptos".

2) Enseñar una estrategia para formar conceptos: los alumnos precisan ser enseñados a apercibir las características que distinguen ejemplos de contraejemplos. A medida que los estudiantes sean mayores, deben ser enseñados a procurar no solo propiedades perceptibles que diferencian propiedades de unos a otros sino que también los atributos que definen.

3) Programar una secuencia adecuada de conjuntos de ejemplos y contraejemplos para la enseñanza y evaluación del concepto: este aspecto tiene como objetivo evitar errores de subgeneralización, supergeneralización y más concepción. La sub

generalización ocurre cuando son usados ejemplos que son excesivamente parecidos o son usados pocos ejemplos del concepto, el alumno puede no identificar un triángulo obtusángulo como puede ser también perteneciente al conjunto de los triángulos. La supergeneralización ocurre cuando son presentados contraejemplos muy parecidos y/o en poca cantidad, por ejemplo si los prismas o pirámides no son dados como contraejemplos de polígonos, el estudiante puede supergeneralizar que esos dos sólidos son polígonos.

La mala concepción ocurre cuando algunos ejemplos del concepto son identificados como contraejemplos y contraejemplos son identificados como ejemplos según Klausmeier (1977) la mala concepción ocurre cuando un atributo irrelevante de un contraejemplo es considerado como atributo definidor, por ejemplo, cuando está presente en un cuadrado pintado de rojo y el sujeto asume el color como un atributo definidor de cuadrado, un trapecio rojo puede ser llamado cuadrado y un cuadrado verde puede no ser identificado como cuadrado.

En síntesis, estos ejemplos muestran que el profesor debe estar siempre atento para estos tipos de errores que muchas veces llevan a los alumnos a formar conceptos erróneos.

4) Formular de forma clara los atributos definidores: los alumnos deben ser incentivados en el sentido de verificar siempre los atributos definidores de conceptos y no aceptarlos pronto en forma final y acabada. En el caso de triangulo y paralelogramo, los alumnos deberán prestar atención a las características de esas dos figuras y numerarlas

5) Establecer la terminología correcta para el concepto y sus atributos: la definición de un concepto debe ser formulado por los alumnos en un nivel apropiado de
6) , en este aspecto el nombre del concepto y de sus atributos definidores facilitan el aprendizaje de los conceptos.
7) Elaborar la retroinformación: la retroinformación deberá estar presente después de cada respuesta dada por los alumnos, mas debe aparecer principal, ente después de respuestas erradas, porque permite al alumno realizar los pasos recorridos y reorganizar adecuadamente la estructura cognitivo.
8) Propiciar el uso del concepto: el aprendizaje de conceptos debe estar direccionada para la solución de problemas, pues no tendríamos resultados satisfactorios de aprendizaje si formulamos solamente las definiciones de conceptos a ser estudiados.
9) Apoyar y orientar el aprendizaje y la autoevaluación del alumno: el profesor debe apoyar a los alumnos a descubrir caminos para la solución de problemas y sus resultados deberán ser valorados. Klausmeier (1977, 341 – 342) afirma que:

"Los libros de texto y materiales de enseñanza, apoyan al estudiante a descubrir generalizaciones de conceptos"

Esto no quiere decir que los alumnos tendrán que descubrir solos todos los elementos pertenecientes al concepto más al contrario con la dirección del profesor debe lograr el aprendizaje más significativo.

ANEXO 2: ACTIVIDADES PARA LA ENSEÑANZA DE CONCEPTOS DE TRIANGULOS Y PARALELOGRAMOS

OBJETIVO:

Las actividades que serán aprendidas tienen como objetivo llevar al alumno a formar significativamente el concepto de triángulo y paralelogramo, tomando en consideración tres aspectos: atributos definidores, ejemplos y contraejemplos.

MATERIALES:

Figuras de papel de color en forma de triángulo (equilátero, isósceles, escaleno y rectángulo), paralelogramos (cuadrado, rectángulo, rombo y otros tipos de paralelogramos), esas figuras deberán ser variadas y hechas con diferentes tipos de papel de diferentes colores y tamaños.

Las actividades podrán ser introducidas en la sala de aula que el profesor podrá adaptar dichos ejercicios de acuerdo con el nivel conceptual de los alumnos también es muy importante que el profesor utilice su creatividad para elaborar nuevas actividades.

En el caso de los paralelogramos, dependiendo del nivel conceptual de los alumnos podrán ser propuestos problemas como los siguientes:

- Probar que las diagonales de un paralelogramo son congruentes y se interceptan en el medio.
- Probar que la suma de los ángulos internos de un paralelogramo es 360º, a través de pequeñas demostraciones, los alumnos podrán utilizar las propiedades de las figuras ya estudiadas (Nivel 3 de Van Hiele – Deducción),
-

ANEXO 3: PRUEBA DE ENTRADA

NOMBRES Y APELLIDOS: ………………………………………………
Grado: ……………………………………… Sección: ……………………
INSTRUCCIONES: lea bien las preguntas y contesta lo más completo posible sobre lo que sabe de triángulos y paralelogramos:

1) ¿Qué es un triángulo?
2) Identifique las propiedades de los triángulos
3) Clasifica los triángulos.
4) ¿Qué es un paralelogramo?
5) Identifique las propiedades de los triángulos
6) Clasifica los paralelogramos.

PROTOCOLO DE RESPUESTAS

NOMBRES Y APELLIDOS: ………………………………………………
Grado: ……………………………………… Sección: ……………………

ITÉM	PROTOCOLO
1) ¿Qué es un triángulo?	( ) Figura que tiene 3 lados, segmentos, rectas o partes. ( ) Figura que tiene 3 ángulos ( ) Figura cerrada ( ) figura plana ( ) figura formada por tres segmentos de recta ( ) Es un equilátero ( ) No sé ( ) Otras respuestas
2) ¿Identifica las propiedades de triángulos?	( ) Todo triangulo tiene tres lados. ( ) Los ángulos internos de un triángulo suman 180 grados ( ) Un triángulo puede tener un ángulo recto ( ) Figura cerrada ( ) Respuesta errada ( ) No sé ( ) Otras respuestas
3) Clasifica los triángulos	( ) Dibujó un triángulo equilátero ( ) Dibujó un triángulo escaleno ( ) Dibujó un triángulo isósceles ( ) Dibujó un triángulo rectángulo ( ) Dibujó triángulos con diferentes ángulos ( ) Otro dibujo
4) ¿Qué es un paralelogramo?	( ) Figura que tiene 4 lados, segmentos, rectas o partes. ( ) Figura que tiene lados opuestos paralelos ( ) Figura de ángulos opuestos congruentes

	( ) figura plana ( ) figura cerrada ( ) respuesta errada ( ) No sé ( ) Otras respuestas
5) ¿Identifica las propiedades de paralelogramos?	( ) Todo paralelogramo tiene cuatro lados. ( ) Los lados opuestos del paralelogramos son iguales ( ) Un rectángulo es un paralelogramo (Un cuadrado es un paralelogramo ( ) figura cerrada ( ) respuesta errada ( ) No sé ( ) Otras respuestas
6) Clasifica los paralelogramos	( ) Dibujó un triángulo ( ) Dibujó un cuadrado ( ) Dibujó un rombo ( ) Dibujó un paralelogramo ( ) Dibujó un paralelogramo con diferentes ángulo ( ) Dibujó un paralelogramo con diferentes lados ( ) Otro dibujo

ANEXO 4: TEST DE ATRIBUTOS DEFINIDORES

NOMBRES Y APELLIDOS: ……………………………………………………

Grado: ……………………………………… Sección: …………………….

INSTRUCCIONES: lea bien los ítems sobre lo que sabe de triángulos y paralelogramos y contesta marcando (V) o (F) según corresponda:

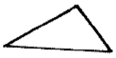
1)	Si una figura que posee tres lados, entonces es un triángulo	( ) V	( ) F
2)	Todo triángulo posee un ángulo de 90º	( ) V	( ) F
3)	La figura que posee 3 ángulos de los cuales 2 son iguales es un triángulo	( ) V	( ) F
4)	Todo triángulo es una figura que posee dos lados iguales	( ) V	( ) F
5)	Hay triángulos que tienen lados paralelos	( ) V	( ) F
6)	El triángulo es una figura que posee tres lados	( ) V	( ) F
7)	Todo triángulo es una figura formada por 3 segmentos de recta	( ) V	( ) F
8)	El triángulo es una figura cerrada	( ) V	( ) F
9)	Paralelogramo es un cuadrilátero	( ) V	( ) F
10)	Paralelogramo es una figura que posee solo 2 lados iguales	( ) V	( ) F
11)	Paralelogramo es una figura que posee los lados opuestos paralelos	( ) V	( ) F
12)	Los lados opuestos de un paralelogramo tienen la misma medida	( ) V	( ) F
13)	Una paralelogramo puede tener los cuatro ángulos iguales	( ) V	( ) F
14)	Un paralelogramo es una figura de seis lados	( ) V	( ) F
15)	El cuadrado es un paralelogramo	( ) V	( ) F
16)	El rombo no es un paralelogramo	( ) V	( ) F
17)	El paralelogramo es una figura cerrada	( ) V	( ) F
18)	El paralelogramo está formado solamente por segmentos de recta	( ) V	( ) F
19)	Todo paralelogramo posee dos lados inclinados	( ) V	( ) F
20)	Un rectángulo es un paralelogramo	( ) V	( ) F

ANEXO 5: TEST DE EJEMPLOS Y CONTRAEJEMPLOS DE TRIÁNGULO

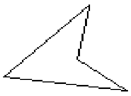
NOMBRES Y APELLIDOS: ……………………………………………………

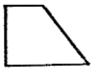
Grado: ……………………………………… **Sección:** …………………….

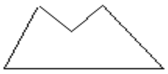
INSTRUCCIONES: lea bien los ítems y marca X en ( ) V si es triángulo, caso contrario marca X en ( ) F:

1)  ( ) V ( ) F

2)  ( ) V ( ) F

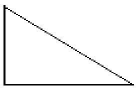
3)  ( ) V ( ) F

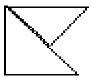
4)  ( ) V ( ) F

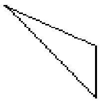
5)  ( ) V ( ) F

6)  ( ) V ( ) F

7)  ( ) V ( ) F

8)  ( ) V ( ) F

9)  ( ) V ( ) F

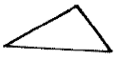
10)  ( ) V ( ) F

ANEXO 6: TEST DE EJEMPLOS Y CONTRAEJEMPLOS DE PARALELOGRAMO

NOMBRES Y APELLIDOS: ……………………………………………………

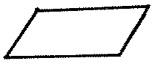
Grado: ……………………………………… Sección: ……………………….

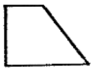
INSTRUCCIONES: lea bien los ítems y marca X en ( ) V si es paralelogramo, caso contrario marca X en ( ) F:

1)  ( ) V ( ) F

2)  ( ) V ( ) F

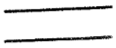
3)  ( ) V ( ) F

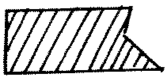
4)  ( ) V ( ) F

5)  ( ) V ( ) F

6)  ( ) V ( ) F

7)  ( ) V ( ) F

8)  ( ) V ( ) F

9)  ( ) V ( ) F

10)  ( ) V ( ) F

ANEXO 7: SESIONES DE APRENDIZAJE

PRIMERA SESIÓN DE APRENDIZAJE

COMPRENDAMOS ALGUNOS ATRIBUTOS DE FIGURAS SIMPLES Y COMPLEJAS
PROPÓSITO:
El propósito de la presente sesión de aprendizaje es que los estudiantes diferencien y comprendan las características de una figura cerrada y de una figura abierta
ANTES DE LA SESION

El profesor elabora un instrumento para presentar a los estudiantes con preguntas de tipo:

¿Qué es una figura simple? Diseñe tres ejemplos diferentes

¿Qué es una figura compleja? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás

MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

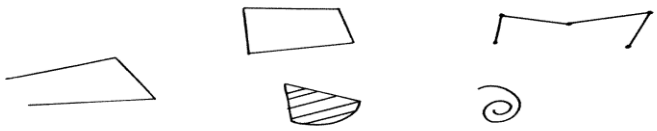
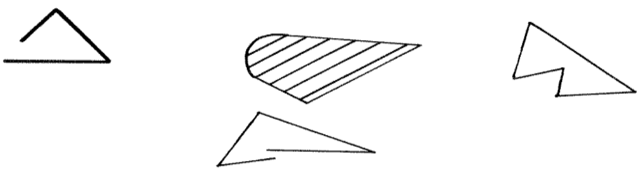
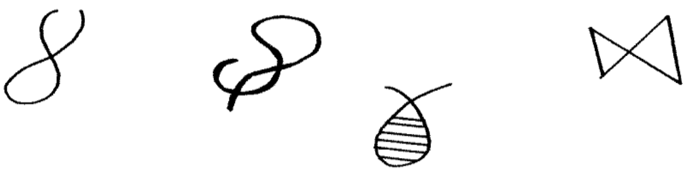
Cuadernos, Hojas, Regla, Compas, lápiz de color

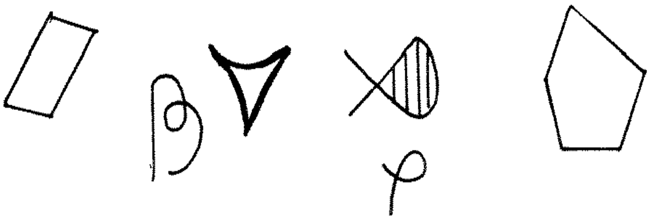
COMPETENCIAS CAPACIDADES E INDICADORES A TRABAJAR EN LA SESIÓN

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de figuras simples y complejas a través de ejemplos y contraejemplos	Comprende el significado de figuras simples y complejas a través de actividades concretas	- Dibuja figuras simples. - Dibuja figuras complejas a partir de trazado de líneas

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
20 minutos	➢ El profesor con la finalidad de recoger los saberes previos, aplica el instrumento elaborado con preguntas de tipo: ¿Qué es una figura simple? Diseñe tres ejemplos diferentes ¿Qué es una figura compleja Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás ➢ Registra las respuestas en la pizarra luego lee y comenta y corrige de manera adecuada.	Reflexionan sobre el significado y utilidad de figuras simples y complejas

	➢ Comunica el propósito de la sesión para ello comenta la utilidad de la formación de conceptos de todo objeto matemático en especial el de figuras simples y cerradas dentro de la geometría plana.	en la vida cotidiana
	DESARROLLO	
90 minutos	Organiza a los alumnos en grupos de trabajo y proporciona los materiales de trabajo y realizan actividades de trazado de figuras geométricas abiertas y cerradas como por ejemplo:  Puede ser diseñado un conjunto de figuras y a partir de ellas los alumnos deben identificar cuáles son figuras cerradas y cuales son abiertas, tomando en consideración si existe o no en mención sus atributos relevantes e irrelevantes.  **Figuras simples y complejas** Este tipo de atributo no siempre es resaltado por el profesor, se puede dar algunos ejemplos y contra ejemplos para que el propio alumno identifique en figuras simples y complejas Ejemplos de figuras simples:  Ejemplos de figuras complejas:  ¿Cuáles son figuras simples?	

<table>
<tr><td></td><td>
Esta actividad utiliza elementos de la teoría de Gagné (1975) que define un concepto como “disposición de los requisitos para la discriminación”, o sea es un proceso que permite clasificar objetos o propiedades. Para Gagné un concepto concreto es aquello que debe ser enseñado no con enunciados verbales, sino con ejemplos concretos a través de los cuales el alumno observará el objeto e identificar sus características relevantes, es por ello que en esta actividad se ha considerado ejemplos simples y complejos.
Después de la identificación de los atributos criteriales de los conceptos, podemos pasar al concepto definido (definición) que utiliza el lenguaje verbal para describir el concepto a través de ese tipo de concepto el individuo se convierte en capaz de demostrar el significado de alguna clase de objetos, eventos o relaciones. Esa demostración consiste en identificar aquello a que se refieren las palabras mostrando sus relaciones estableciendo distinciones. En caso de actividades de simple a complejo, el alumno tiene identificado los atributos criteriales que diferencian esos dos conceptos, el profesor pasa al concepto definido de figuras simples y complejos.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">CIERRE</td></tr>
<tr><td colspan="3">Reflexión sobre el trazado de figuras simples y complejas: (argumenta)
• El docente les formula las siguientes preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que hicieron.
¿Qué hemos aprendido?
¿Cómo se trazan las figuras simples?
¿Cómo se trazan las figuras complejas?
• Como extensión se deja nombrar cinco ejemplos reales de figuras simples y complejas.</td></tr>
</table>

SEGUNDA SESIÓN DE APRENDIZAJE

COMPRENDAMOS ALGUNOS ATRIBUTOS DE FIGURAS PLANAS Y NO PLANAS

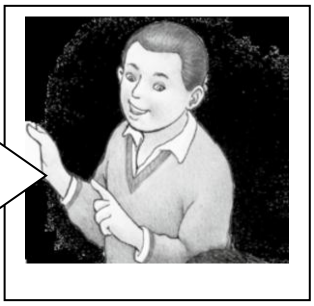
PROPÓSITO:

El propósito de la presente sesión de aprendizaje es que los estudiantes diferencien y comprendan las características de una figura plana y no plana.

ANTES DE LA SESION

El profesor elabora un instrumento para presentar a los estudiantes con preguntas de tipo:

1) ¿Qué es una figura plana? Diseñe tres ejemplos diferentes
2) ¿Qué es una figura no plana? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás



MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

- Cuadernos, Hojas, Regla, Compas, lápiz de color

COMPETENCIAS CAPACIDADES E INDICADORES A TRABAJAR EN LA SESIÓN

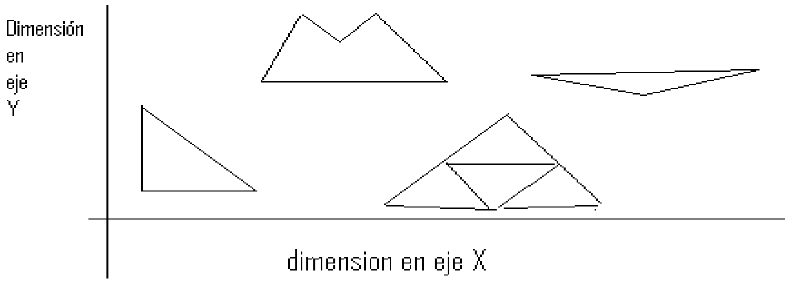
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de figuras planas y no planas a través de ejemplos y contraejemplos	Comprende el significado de figura plana y no plana a través de actividades concretas	- Dibuja figuras planas de diferentes tipos - Dibuja figuras no planas.

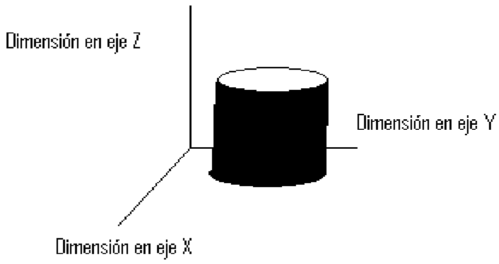
MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
90 minutos	➢ El profesor con la finalidad de recoger los saberes previos, aplica el instrumento elaborado con preguntas de tipo: ¿Qué son figuras planas? Diseñe tres ejemplos diferentes ¿Qué son figuras no planas? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás ➢ Registra las respuestas en la pizarra luego lee y comenta y corrige de manera adecuada. ➢ Comunica el propósito de la sesión para ello comenta la utilidad de la	Reflexionan sobre el significado y utilidad de las figuras planas y no planas en la vida cotidiana

<table>
<tr><td></td><td>formación de conceptos de todo objeto matemático en especial el de figuras planas y no planas dentro de la geometría plana.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">DESARROLLO</td></tr>
<tr><td>180 minutos</td><td>FIGURAS PLANAS Y NO PLANAS

Es necesario analizar algunas actividades para la comprensión del concepto de plano y no plano0 y ellas pueden consistir en mostrar a los alumnos varias figuras planas y varios sólidos geométricos, para llegar a la conclusión de que las figuras planas poseen dos dimensiones y que los sólidos geométricos poseen tres dimensiones, a través de esas tareas el alumno deberá comprender por ejemplo que no es posible colocar una pirámide (tridimensional) en un plano (bidimensional)





</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">CIERRE</td></tr>
<tr><td colspan="3">Reflexión sobre el proceso de resolución: (argumenta)
• El docente les formula las siguientes preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que hicieron.
¿Qué hemos aprendido?
¿Cómo se diseñan las figuras planas?
¿Cómo se diseñan las figuras no planas?
¿Lo que hemos aprendido lo podemos aplicar en otras situaciones de aprendizaje?

• Como extensión se deja algunos atributos de figuras planas en donde los estudiantes deben identificar si corresponde o no a dichas figuras.</td></tr>
</table>

TERCERA SESIÓN DE APRENDIZAJE

COMPRENDAMOS ALGUNOS ATRIBUTOS DE RECTAS PARALELAS

PROPÓSITO:

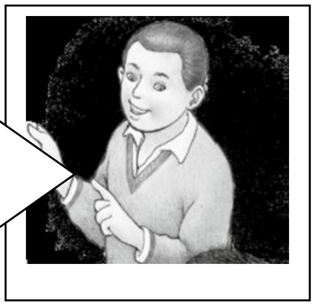
El propósito de la presente sesión de aprendizaje es que los estudiantes diferencien y comprendan las características de una recta paralela y otra no paralela

ANTES DE LA SESION

El profesor elabora un instrumento para presentar a los estudiantes con preguntas de tipo:

¿Qué son rectas paralelas? Diseñe tres ejemplos diferentes

¿Qué son rectas no paralelas? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás



MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

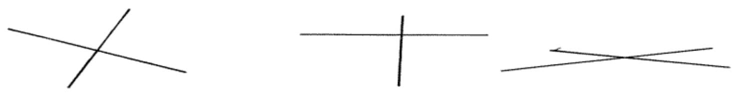
Juego de reglas, compas, papelotes, entre otros.
Cuadernos, Hojas, Regla, Compas, lápiz de color

COMPETENCIAS CAPACIDADES E INDICADORES A TRABAJAR EN LA SESIÓN

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de rectas paralelas y no paralelas a través de ejemplos y contraejemplos	Comprende el significado de recta paralela y no paralela a través de actividades concretas	- Dibuja rectas paralelas. - Dibuja rectas no paralelas.

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
90 minutos	➢ El profesor con la finalidad de recoger los saberes previos, aplica el instrumento elaborado con preguntas de tipo:	Reflexionan sobre el

	1) ¿Qué son rectas paralelas? Diseñe tres ejemplos diferentes 2) ¿Qué son rectas no paralelas? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás ➢ Registra las respuestas en la pizarra luego lee y comenta y corrige de manera adecuada. ➢ Comunica el propósito de la sesión para ello comenta la utilidad de la formación de conceptos de todo objeto matemático en especial el de rectas paralelas y no paralelas dentro de la geometría plana.	significado y utilidad de rectas paralelas y no paralelas en la vida cotidiana
DESARROLLO		
180 minutos	**RECTAS PARALELAS** Es importante realizar actividades de trazado de rectas paralelas para poder diseñar paralelogramos:  Estas no son rectas paralelas  A partir de estas características de ejemplos y contraejemplos el profesor puede preguntar qué características tienen las rectas paralelas.	
CIERRE		
Reflexión sobre el proceso de resolución: (argumenta) • El docente les formula las siguientes preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que hicieron. ¿Qué hemos aprendido? ¿Cómo se trazan las rectas paralelas? ¿Cómo se trazan las rectas no paralelas? *Como extensión se deja algunos atributos de rectas paralelas en donde los estudiantes deben identificar si corresponde a rectas paralelas o no.		

CUARTA SESIÓN DE APRENDIZAJE

COMPRENDAMOS ALGUNOS ATRIBUTOS DE ÁNGULOS

PROPÓSITO:

El propósito de la presente sesión de aprendizaje es que los estudiantes diferencien y comprendan las características de clasificación de ángulos

ANTES DE LA SESION

El profesor elabora un instrumento para presentar a los estudiantes con preguntas de tipo:

¿Qué es un ángulo? Diseñe tres ejemplos diferentes

¿Cómo se clasifican los ángulos? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás

MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

- Cuadernos, Hojas, Regla, Compas, lápiz de color

COMPETENCIAS CAPACIDADES E INDICADORES A TRABAJAR EN LA SESIÓN

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de ángulo a través de ejemplos y contraejemplos	Comprende el significado de ángulo a través de actividades concretas	- Dibuja ángulos de diferentes tipos

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
90 minutos	➢ El profesor con la finalidad de recoger los saberes previos, aplica el instrumento elaborado con preguntas de tipo: 3) ¿Qué es un ángulo? Diseñe tres ejemplos diferentes 4) ¿Cómo se clasifican los ángulos? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás	Reflexionan sobre el significado y utilidad de los ángulos en la

	➢ Registra las respuestas en la pizarra luego lee y comenta y corrige de manera adecuada. ➢ Comunica el propósito de la sesión para ello comenta la utilidad de la formación de conceptos de todo objeto matemático en especial el de ángulo dentro de la geometría plana.	vida cotidiana
DESARROLLO		
180 minutos	**ÁNGULOS Y CLASIFICACIÓN** **ÁNGULO RECTO ACUTÁNGULO Y OBTUSÁNGULO** El mismo tipo de actividades de ejemplos y contra ejemplos de figuras simples y complejas pueden ser utilizadas para llegar al concepto de ángulos, es importante que el alumno sepa construir con regla y compas el ángulo recto y algunos otros ángulos con el objetivo de identificar sus características. **FIGURAS CONVEXAS Y NO CONVEXAS** A partir de los ejemplos y contraejemplos de figuras convexas y no convexas pueden ser identificados los atributos definidores de esas dos clases de figuras.	
CIERRE		
Reflexión sobre el proceso de resolución: (argumenta) • El docente les formula las siguientes preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que hicieron. ¿Qué hemos aprendido? ¿Qué es un ángulo? ¿Cómo se clasifican los ángulos? *Desarrollan una práctica calificada en la que trazan ángulos de diferentes tipos. *Como extensión se deja algunos atributos de ángulos en donde los estudiantes deben identificar si corresponde a un tipo de ángulo o no		

QUINTA SESIÓN DE APRENDIZAJE

COMPRENDAMOS ALGUNOS ATRIBUTOS DE TRIÁNGULOS

PROPÓSITO:

El propósito de la presente sesión de aprendizaje es que los estudiantes diferencien y comprendan las características de un triángulo.

ANTES DE LA SESION

El profesor elabora un instrumento para presentar a los estudiantes con preguntas de tipo:

¿Qué es un triángulo? Diseñe tres ejemplos diferentes

¿Cómo se clasifican los triángulos? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás

MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

- Cuadernos, Hojas, Regla, Compas, lápiz de color

COMPETENCIAS CAPACIDADES E INDICADORES A TRABAJAR EN LA SESIÓN

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de triángulo a través de ejemplos y contraejemplos	Comprende el significado de triángulo a través de actividades concretas	- Dibuja triángulos de diferentes tipos que se diferencian según sus lados y ángulos.

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
90 minutos	➢ El profesor con la finalidad de recoger los saberes previos, aplica el instrumento elaborado con preguntas de tipo: ¿Qué es un triángulo? Diseñe tres ejemplos diferentes ¿Cómo se clasifican los triángulos? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás ➢ Registra las respuestas en la pizarra luego lee y comenta y corrige de manera adecuada. ➢ Comunica el propósito de la sesión para ello comenta la utilidad de la formación de conceptos de todo objeto matemático en especial el de triángulo dentro de la geometría plana.	Reflexionan sobre el significado y utilidad de los triángulos en la vida cotidiana
DESARROLLO		
180 minutos	**CONCEPTO DE TRIÁNGULO**	

Después de aplicar las dos actividades anteriores pasamos a enseñar la formación de conceptos de triangulo y paralelogramo.

En primer lugar los alumnos son divididos en grupos de trabajo según los tipos de triángulos de varias formas y colores

La primera fase de la actividad consiste en una tarea libre, o sea que los alumnos podrán manipular los triángulos y formar figuras con ellos, después de esa etapa, cada figura es analizada. ^por ejemplo: suponiendo que la primera figura a ser analizada sea un triángulo verde cono el de la figura:

El profesor pregunta a los alumnos las características de la figura formando un atabla siguiente:

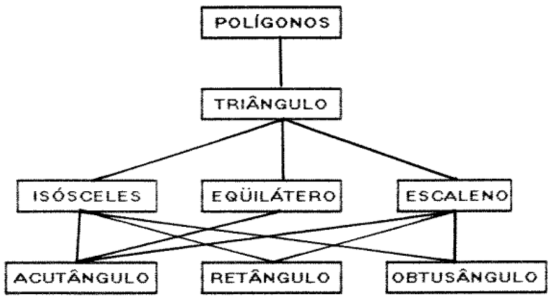
Figura	Atributos generales	Atributos relevantes	Atributos irrelevantes
			

Los alumnos deberán enumerar todos los atributos generales de las figuras y si algún atributo no fue mencionado el profesor podrá interrogarlos para obtener informaciones sobre el conocimiento que los alumnos presentan sobre aquel concepto

Supongamos que los alumnos tengan enumerado: tres vértices, tres lados tres ángulos del triángulo de color verde de material cartulina, el profesor podrá preguntar, ¿es una figura plana?, ¿es una figura simple?, ¿es una figura cerrada?, ¿es una figura convexa?.

Para saber si el color verde es un atributo relevante o irrelevante podrán ser mostrados triángulos con el mismo formato dela figura analizada con colores diferentes, es importante destacar que si fuera modificado un atributo irrelevante, la forma de la figura permanece la misma y si aumentamos el número de lados la figura quedará completamente modificada. Luego lado es un atributo relevante. si el tipo de papel usado fuera cartulina y mostramos la figura en papel lustre, verificaremos que la forma no se ha modificado, luego el tipo de papel es un atributo irrelevante así como el color.

Varios otros tipos de triángulo pueden ser analizados (equiláteros, acutángulos, obtusángulos, escalenos, isósceles, rectángulos). El objetivo de esta actividad es mostrar varios tipos de triángulos y observar que las características plana cerrada simples tres segmentos de recta aparecen todos los tipos analizados, con esas características podemos decir que las figuras que poseen esos atributos son llamados triángulo el que aparece modificado de una figura para otra puede ser el lado o ángulo de acuerdo con los lados hay una nomenclatura : equilátero, isósceles, escaleno y de acuerdo con los ángulos hay también otra nomenclatura acutángulo, obtusángulo y rectángulo con el uso dela tabla el alumno puede llegar a la conclusión de que un triángulo escaleno puede ser rectángulo acutángulo u obtusángulo y un triángulo acutángulo puede ser equilátero o isósceles. Este tipo de relación es muy importante y debe ser alcanzada pues ángulos y lados deben estar siempre relacionados para así tener una visión general de la figura a partir de ese

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
momento un conjunto de figuras pueden ser presentadas a los alumnos para que las identifiquen o no como triángulos.
Por otro lado no se `puede dejar de lado la construcción de triángulos con regla y compás pues es a través de esa construcción los alumnos comienzan a percibir cuales de lso atributos que son utilizados en la construcción. Por ejemplo los alumnos pueden ser solicitados a trazar un triángulo equilátero. Construyendo esa figura, el alumno percibe que deberá trazar los tres lados iguales, teniendo la oportunidad de medir sus ángulos internos y llegar a la conclusión de que cada ángulo interno de un triángulo equilátero es siempre 60º
Puede ser mostrada también que el triángulo pertenece a una clase mayor llamada polígono (taxonomía)


Para la taxonomía podemos analizar las relaciones existentes entre los diversos tipos de triángulos Por ejemplo un triángulo que es isósceles puede ser acutángulo rectángulo u obtusángulo más, si un triángulo es rectángulo, podemos percibir por el gráfico que el podrá ser apenas isósceles o escaleno.
Se debe también mostrar a los alumnos que una pirámide cuadrangular es formada por cuatro triángulos y que un prisma triangular es formado por dos.
Actividades de este tipo ¿Cuál es mi forma? Puede ser también exploradas en la sala de aula, en esta actividad el profesor dice varias características de la figura a ser descubierta " es una figura plana", " posee los lados con la misma medida" " es una figura simple y cerrada", " es una figura convexa" " es una figura formada por tres segmentos de recta"
Es importante enfatizar que en esta actividad, los alumnos pueden construir la figura descrita con regla y compás.
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">CIERRE</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">
Reflexión sobre el proceso de resolución: (argumenta)
• El docente les formula las siguientes preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que hicieron.
¿Qué hemos aprendido?
¿Cómo se clasifican los triángulos?
¿Qué son los triángulos?
• Aplicación de test de ejemplos y contraejemplos (anexo Nº 05)
*Desarrollan una práctica calificada en la que justifiquen el uso de triángulos.
*Como extensión se deja algunos atributos de figuras triángulos en donde los estudiantes deben identificar si corresponde a un tipo de triángulo.
</td>
</tr>
</table>

SEXTA SESIÓN DE APRENDIZAJE

COMPRENDAMOS ALGUNOS ATRIBUTOS DE PARALELOGRAMO

PROPÓSITO:

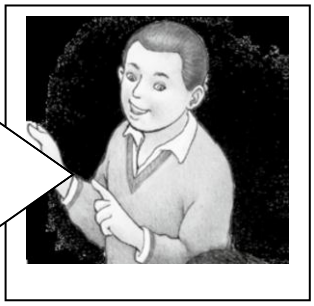
El propósito de la presente sesión de aprendizaje es que los estudiantes diferencien y comprendan las características de un paralelogramo.

ANTES DE LA SESION

El profesor elabora un instrumento para presentar a los estudiantes con preguntas de tipo:

¿Qué es un paralelogramo? Diseñe tres ejemplos diferentes

¿Qué figuras forman un paralelogramo? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás



MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

- Cuadernos, Hojas, Regla, Compas, lápiz de color

COMPETENCIAS CAPACIDADES E INDICADORES A TRABAJAR EN LA SESIÓN

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de paralelogramo a través de ejemplos y contraejemplos	Comprende el significado de paralelogramo a través de actividades concretas	- Dibuja paralelogramos de diferentes tipos que se diferencian según sus lados y ángulos. - Dibuja paralelogramos a partir de trazado de rectas paralelas

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
90 minutos	➢ El profesor con la finalidad de recoger los saberes previos, aplica el instrumento elaborado con preguntas de tipo: ¿Qué es un paralelogramo? Diseñe tres ejemplos diferentes ¿Qué figuras representan un paralelogramo? Diseñe tres ejemplos diferentes con regla y compás ➢ Registra las respuestas en la pizarra luego lee y comenta y corrige de manera adecuada. ➢ Comunica el propósito de la sesión para ello comenta la utilidad de la	Reflexionan sobre el significado y utilidad de los paralelogramos en la vida cotidiana

<table>
<tr><td></td><td>formación de conceptos de todo objeto matemático en especial el de paralelogramo dentro de la geometría plana.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">DESARROLLO</td></tr>
<tr><td>180 minutos</td><td>

ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE PARALELOGRAMO

Varias figuras de cuadriláteros de colores y formas diferenciadas (cuadrados, rectángulos, rombos, cuadriláteros no convexos, etc.) son presentados a los alumnos para que ellos en un primer momento realicen la tarea libre y en esa actividad los alumnos podrán hacer figuras observando sus características.

Seguidamente los alumnos son solicitados previamente distribuidos en grupos de trabajo que separen las figuras en dos grupos, por algún criterio ellos podrán separar por ejemplo el grupo de figuras convexas, del grupo de figuras no convexas grupo de las figuras que poseen ángulo recto de aquellas que no poseen ángulo recto y así por delante.
Cada grupo verbaliza en voz alta para los otros grupos, el criterio que utilizó para delimitar la clase de cuadriláteros. Con esa actividad los alumnos podrán observar que existen cuadriláteros con ángulos rectos, convexos, no convexos, con lados iguales, con lados desiguales, así sucesivamente, después de esa socialización de informaciones de los atributos criteriales cada figura son analizados por toda la clase y en seguida los atributos relevantes irrelevantes son identificados, después los alumnos juntamente con el profesor construyen una tabla que muestra los atributos criteriales.

<table>
<tr><th>figura</th><th>Atributos generales</th><th>Atributos relevantes</th><th>Atributos irrelevantes</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Las características generales son enumeradas por los alumnos con el objetivo de analizar características comunes entre las figuras.
Observando los atributos de la figuras puede ser notado que el cuadrado el rombo y el rectángulo poseen lados opuestos paralelos con la misma medida siendo figuras planas cerradas y simples las figuras con esas características reciben el nombre de paralelogramo y el paralelogramo no precisa tener necesariamente todos los lados iguales. El rectángulo es un paralelogramo más no precisa tener todos los lados iguales, el que diferencia los paralelogramos son los lados y los ángulos. Si la figura presenta lados iguales con ángulo recto esa es llamada cuadrado o rombo en cuanto para lados iguales sin la presencia de ángulo recto, tenemos el rombo.
Los paralelogramos deben ser construidos con regla y compás para que sea percibida la relación entre atributos criteriales de cada ejemplo de paralelogramo.
Después de la identificación de las características generales de los paralelogramos un conjunto de figuras deben ser cambiadas para que el alumno efectúe la clasificación entre ejemplos y contraejemplos.
La actividad ¿cuál es mi forma? También es muy interesante para los paralelogramos.
Ejemplo:

- Es una figura de de cuatro lados (el profesor interroga a los alumnos en el sentido de saber si es posible ´solo con esta afirmación determinar la

</td><td></td></tr>
</table>

	figura que el alumno debe discriminar) - Sus lados opuestos son paralelos e iguales. - Es una figura plana cerrada, simple, formada por segmentos de recta (en ese momento el profesor puede pedir que los alumnos diseñen la posibles figuras con base en las informaciones dadas) - Sus lados son iguales. - Posee cuatro ángulos rectos. Con estas informaciones adicionales se concluye que la figura es un c cuadrado. Esta actividad puede ser realizada con regla y compas, cada grupo también puede realizar esta actividad para que otros grupos descubran cual es la forma de la figura d escrita `por ellas. Las actividades que presentamos sirven de base para que el profesor cree otras actividades de acuerdo al nivel conceptual de sus alumnos. En la enseñanza aprendizaje de conceptos de geometría el profesor no es el único participante y los alumnos deben ser constantemente cuestionados y conducidos a nuevas actividades de descubrimiento, para llegar a un nivel mas elevado de formación de conceptos como los planteados en el presente trabajo caso contrario los alumnos terminan el grado de estudios sin tener conceptos de paralelogramo, los cuales influyen en su posterior formación de conceptos de geometría.	
CIERRE		
Reflexión sobre el proceso de resolución: (argumenta) • El docente les formula las siguientes preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que hicieron. ¿Qué hemos aprendido? ¿Qué figuras representan un paralelogramo? ¿Qué es un paralelogramo? • Aplicación de test de ejemplos y contraejemplos (anexo Nº 06) *Desarrollan una práctica calificada en la que justifiquen el uso de paralelogramos. *Como extensión se deja algunos atributos de paralelogramos en donde los estudiantes deben identificar si corresponde a triángulos o paralelogramos.		

ANEXO 8: PRUEBA DE SALIDA

NOMBRES Y APELLIDOS: ………………………………………………….
Grado: ……………………………………. Sección: …………………….

INSTRUCCIONES: lea bien las preguntas y contesta lo más completo posible sobre lo que sabe de triángulos y paralelogramos:

1) ¿Qué es un triángulo?
2) Identifique las propiedades de los triángulos
3) Clasifica los triángulos.
4) ¿Qué es un paralelogramo?
5) Identifique las propiedades de los triángulos
6) Clasifica los paralelogramos.

PROTOCOLO DE RESPUESTAS

ITÉM	PROTOCOLO
1) 1) ¿Qué es un triángulo?	( ) Figura que tiene 3 lados, segmentos, rectas o partes. ( ) Figura que tiene 3 ángulos ( ) Figura cerrada ( ) figura plana ( ) figura formada por tres segmentos de recta ( ) Es un equilátero ( ) No sé ( ) Otras respuestas
2) ¿Identifica las propiedades de triángulos?	( ) Todo triangulo tiene tres lados. ( ) Los ángulos internos de un triángulo suman 180 grados ( ) Un triángulo puede tener un ángulo recto ( ) Figura cerrada ( ) Respuesta errada ( ) No sé ( ) Otras respuestas
3) Clasifica los triángulos	( ) Dibujó un triángulo equilátero ( ) Dibujó un triángulo escaleno ( ) Dibujó un triángulo isósceles ( ) Dibujó un triángulo rectángulo ( ) Dibujó triángulos con diferentes ángulos ( ) Otro dibujo
4) ¿Qué es un paralelogramo?	( ) Figura que tiene 4 lados, segmentos, rectas o partes. ( ) Figura que tiene lados opuestos paralelos ( ) Figura de ángulos opuestos congruentes ( ) figura plana ( ) figura cerrada

	( ) respuesta errada ( ) No sé ( ) Otras respuestas
5) ¿Identifica las propiedades de paralelogramos?	( ) Todo paralelogramo tiene cuatro lados. ( ) Los lados opuestos del paralelogramos son iguales ( ) Un rectángulo es un paralelogramo (Un cuadrado es un paralelogramo ( ) figura cerrada ( ) respuesta errada ( ) No sé ( ) Otras respuestas
6) Clasifica los paralelogramos	( ) Dibujó un triángulo ( ) Dibujó un cuadrado ( ) Dibujó un rombo ( ) Dibujó un paralelogramo ( ) Dibujó un paralelogramo con diferentes ángulo ( ) Dibujó un paralelogramo con diferentes lados ( ) Otro dibujo