UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

NIVEL DE CONOCIMIENTO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA EN LOS ESTUDIANTES DE LA IES A-28-PERÚ BIRF DE AZÁNGARO Y EN LOS ESTUDIANTES DE LA IES PRIVADA SAN IGNACIO DE LOYOLA DE PUNO AL FINALIZAR EL AÑO ESCOLAR 2016

TESIS

PRESENTADO POR:

HENRY ROLANDO ZAMATA QUISPE

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

LICENCIADO EN EDUCACIÓN, CON MENCIÓN EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA

PROMOCIÓN: 2015-II

PUNO-PERÚ

2017

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

NIVEL DE CONOCIMIENTO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA EN LOS ESTUDIANTES DE LA IES A-28-PERÚ BIRF DE AZÁNGARO Y EN LOS ESTUDIANTES DE LA IES PRIVADA SAN IGNACIO DE LOYOLA DE PUNO AL FINALIZAR EL AÑO ESCOLAR 2016

TESIS PRESENTADO POR:

HENRY ROLANDO ZAMATA QUISPE

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA, CON MENCIÓN EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

PRESIDENTE : --
Dr. Julio Adalberto Tumi Quispe

PRIMER MIEMBRO : --
D.Sc. Julio Cesar Laura Huanca

SEGUNDO MIEMBRO : --
M.Sc.Roberto Anacleto Aguilar Velasquez

DIRECTOR / ASESOR : --
Dr. Felipe Gutierrez Osco

Área: Teoria y métodos de investigación de la didáctica de la matemática

Tema: La caracterización de significados institucionales y personales de los objetos matemáticos.

Fecha de sustentación: 10 / Jul / 2017

DEDICATORIA

A Dios que es principio de la sabiduría, por haberme permitido llegar hasta este punto, por su infinita bondad

A mi querida madre, Norma Julia, por ser mi soporte y brindarme su apoyo constante e incondicional, consejera acuciosa, sustento necesario para afrontar los obstáculos con determinación en esa noble y perseverante tarea cotidiana con reconocimiento imperecedero

A mi padre, Rolando, por inculcarme principios y valores, por el ejemplo de perseverancia y constancia que lo caracterizaron y que me ha infundado, pero sobre todo por su amor y paciencia.

AGRADECIMIENTO

A la Facultad de Ciencias de la Educación, por abrir sus puertas a todos los estudiantes, quienes con vocación quieren desempeñar esta admirable profesión, que es la de ser docentes, formadores de futuras generaciones.

Al Dr. Felipe Gutierrez Osco, por la paciencia durante las correcciones y revisiones del informe de investigación

Al Dr. Jorge A. Ortiz Del Carpio, por las revisiones y correcciones durante la elaboración del borrador de tesis, pero sobre todo por la paciencia

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

RESUMEN

Se realizó un estudio comparativo, descriptivo en estudiantes del 5to grado de la Institución Educativa Secundaria Pública A-28 Perú Birf Azángaro y de la Institución Educativa Secundaria Particular San Ignacio de Loyola al finalizar el año 2016, sobre el nivel de conocimiento de geometría analítica. El objetivo de la investigación fue determinar las diferencias en cuanto al nivel de conocimiento de geometría analítica en los estudiantes. Para recoger los datos se aplicó la técnica del examen, siendo su instrumento la prueba escrita. Con el estudio se logró conocer el nivel de conocimiento de geometría analítica en las instituciones mencionadas con vistas a determinar las diferencias y similitudes. Lo que servirá como diagnostico situacional para que las autoridades tomen las decisiones que sean pertinentes para contrarrestar las dificultades y problemas que se encontraron. En las cuatro dimensiones investigadas: ecuación de la recta, circunferencia, parábola y elipse; los resultados más relevantes fueron: los estudiantes de la IES San Ignacio lograron alcanzar el nivel 4 que es aplicación de los aprendido, los estudiantes de la IES A-28 Peru Birf, lograron en su mayoría alcanzar el nivel 1, 2, y 3, y en un pequeño porcentaje el nivel 4. En lo referente a los niveles 5 y 6 fue mínimos el número de estudiantes de ambas instituciones que lograron alcanzar dichos niveles (entre el 1% al 3%). Cabe mencionar que el nivel esperado es 6.

Palabras claves: Circunferencia, Conocimiento, Geometría Analítica Elipse, Parábola, Recta.

.

ABSTRAC

A comparative, descriptive study was conducted on students in the 5th grade of the Public Secondary Education Institution A-28 Peru Birf Azángaro and of the Particular Secondary Educational Institution San Ignacio de Loyola at the end of 2016, on the level of knowledge of analytical geometry. The objective of the research was to determine the differences in the level of knowledge of analytical geometry in the students. To collect the data, the exam technique was applied, with the instrument being the written test. With the study it was possible to know the level of knowledge of analytical geometry in the aforementioned institutions in order to determine the differences and similarities. What will serve as a situational diagnosis for the authorities to make the decisions that are relevant to counteract the difficulties and problems that were found. In the four investigated dimensions: equation of the line, circumference, parabola and ellipse; the most relevant results were: the students of the IES San Ignacio managed to reach the level 4 that is the application of the learned ones, the students of the IES A-28 Peru Birf, they achieved in their majority to reach the level 1, 2, and 3, and in a small percentage level 4. With regard to levels 5 and 6, the number of students from both institutions that reached these levels (between 1% and 3%) was minimal. It is worth mentioning that the expected level is 6.

Keywords: Circumference, Knowledge, Ellipse Analytic Geometry, Parabola, Straight

.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1. EL PROBLEMA DE LA INVESTIGACIÓN

La geometría analítica ha tenido gran importancia en el desarrollo de las matemáticas porque ha unificado los conceptos de análisis relaciones numéricas y relaciones espaciales Las principales pretensiones de la geometría analítica consisten en obtener la ecuación de los sistemas de coordenadas a partir del lugar geográfico que disponen y una vez dada la ecuación en el sistema de coordenadas, determinar el lugar geométrico de los puntos que permiten verificar la ecuación dada. La geometría Analítica está presente en la vida diaria, por ello es importante averiguar cuánto conocen los estudiantes de las Instituciones mencionadas de geometría analítica, establecer las diferencias.

Por mencionar un ejemplo, en los diferentes concursos de Matemática que son organizados por la DREP o por el mismo Ministerio de Educación, al observar los resultados encontramos que los que ocupan los primeros puestos son en su mayoría de instituciones educativas Privadas; ahora bien al momento de los Procesos de Admisión a las Universidades, nuevamente se refleja los mismos resultados. Con la investigación se busca despertar el interés de toda la comunidad educativa de las IES Públicas para contrarrestar lo mencionado

1.2. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Se realizó las indagaciones respectivas sobre investigaciones anteriores referidas a Nivel de conocimiento de Geometría Analítica en los estudiantes y luego a partir de ellas el rumbo y aportaciones que tomará la investigación; se pudo encontrar los siguientes trabajos de investigación, como antecedentes: Como antecedente internacional: **“Análisis de los conocimientos geométricos preuniversitarios y su influencia en la formación de los alumnos de las escuelas técnicas de Luis Méndez Valentín”** . Cuyo objetivo principal fue: Determinar y analizar el nivel de los conocimientos geométricos con que los alumnos de nuevo ingreso en la U.P.M. La conclusión principal a la que arribó fue Las deficiencias observadas en los conocimientos geométricos de los alumnos al ingresar en la U.P.M. obedecen en su totalidad, prácticamente, no a la calidad intelectual ni a las características intrínsecas de dichos alumnos, sino a las propias del Sistema Educativo de la Ley General de Educación de 1.970, en el que se han desarrollado sus estudios preuniversitarios.

Antecedente nacional se encontró**: “Lugares geométricos: su rol en el aprendizaje de la demostración en geometría”**, artículo científico, de Verónica Molfino Vigo y Javier Lezama. Cuyo objetivo planteado fue: analizar si el abordaje de este tipo de problemas permite el fortalecimiento en los estudiantes en la práctica de la demostración en matemática y en geometría, en particular. La conclusión a la que arribo fue: Resolver problemas de lugares geométricos o de construcción sistematiza y sintetiza conceptos previamente trabajados, vinculando propiedades de diferentes figuras. Crea condiciones para la discusión acerca de la necesidad de precisión en el lenguaje, el lenguaje simbólico entre ellos.

Como antecedente local Yaneth Olaguivel Iturry investigó: “**Nivel de aprendizaje alcanzado en el componente número y relaciones en el área de matemática de los niños y niñas de 4 años de la IEI N° 745 Yajacircatuyo – Pilcuyo”.** El objetivo general fue identificar el nivel de aprendizaje logrado en el componente Número y Relaciones del área de matemática. La conclusión principal a la que arribo es que los niños obtuvieron un nivel deficiente, escala C

Los antecedentes mencionados con anterioridad coinciden en el papel fundamental que desempeña el aprendizaje de Geometría Analítica. A partir de ello con la presente investigación se pretende determinar las diferencias en cuanto al nivel de conocimiento de geometría analítica en los estudiantes de la IES "A-28 Perú Birf" de Azángaro y la IES Privada "San Ignacio de Loyola" de Puno al finalizar el año 2016, para servir de soporte a futuras investigaciones relacionadas al tema de investigación.

1.3.FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.3.1. PROBLEMA GENERAL

- ¿Cuáles son las diferencias en cuanto al nivel de conocimiento de geometría analítica en los estudiantes de la IES "A-28 Perú Birf" de Azángaro y la IES Privada "San Ignacio de Loyola" de Puno al finalizar el año 2016?

1.3.2. PROBLEMAS ESPECÍFICOS

- ¿Cuál es el nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la recta en los estudiantes de las dos Instituciones?
- ¿Cuál es el nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la circunferencia en los estudiantes de las dos Instituciones?
- ¿Cuál es el nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la parábola en los estudiantes de las dos Instituciones?
- ¿Cuál es el nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la elipse en los estudiantes de las dos Instituciones?

1.4. IMPORTANCIA Y UTILIDAD DEL ESTUDIO

La geometría Analítica tiene utilidades importantes en el campo de la Ciencia y la Tecnología porque mediante ella se pueden hacer creaciones de nuevas tecnologías y máquinas (innovaciones tecnológicas). Por ello es importante ver la situación en la que se encuentran los estudiantes en cuanto al nivel de conocimiento de geometría analítica.

Con la investigación se pretende, una vez recogido los datos y comprobada la hipótesis de estudio, que las autoridades pertinentes tomen las medidas necesarias para contrarrestar las diferencias significativas, en cuanto al nivel de conocimiento de geometría analítica, entre las IES Estatales y Privadas

1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.

1.5.1. OBJETIVO GENERAL

- Determinar las diferencias en cuanto al nivel de conocimiento de geometría analítica en los estudiantes de la IES "A-28 Perú Birf" de Azángaro y la IES Privada "San Ignacio de Loyola" de Puno al finalizar el año 2016

1.5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar el nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la recta en los estudiantes de las dos Instituciones
- Identificar el nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la circunferencia en los estudiantes de las dos Instituciones
- Identificar el nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la parábola en los estudiantes de las dos Instituciones
- Identificar el nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la elipse en los estudiantes de las dos Instituciones

1.6. CARACTERÍSTICAS DEL ÁREA DE INVESTIGACIÓN

Las poblaciones de estudio se encuentran en el Departamento de Puno que está ubicado en la parte sureste del territorio peruano entre los 13° 00' y 17° 08' latitud Sur y en los 71° 08' y 68° 50' longitud Oeste del meridiano de Greenwich, en un territorio de aproximadamente 72,000 km², representa el 5.6% del territorio peruano, con una población de 1'200,000 habitantes, de los cuales el 60% es rural y el 40% es urbano. El 70% del territorio está situado en la meseta del Collao y el 30% ocupa la región amazónica. La IES Pública Perú Birf se encuentra ubicada en la dirección Jr. Vilcapaza 550. La IES Privada San Ignacio de Loyola está ubicada en Jr. Razuri 112. El nivel socioeconómico es un atributo del hogar que caracteriza su inserción social y económica. Está basado en el nivel de educación, el nivel de ocupación y el patrimonio. Este nivel está dividido en varios segmentos: alto, medio y bajo.

Al realizar el diagnóstico respectivo se arriba a la conclusión de que la IES Perú Birf de Azángaro pertenece a un nivel socioeconómico medio. La IES Privada San Ignacio de Loyola pertenece a un nivel socioeconómico alto.

CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. MARCO TEÓRICO

2.1.1. GEOMETRÍA ANALÍTICA

La geometría es el área dentro de las matemáticas responsable del análisis de las propiedades y las medidas que ostentan las figuras, ya sea en el espacio o en el plano, mientras tanto, dentro de la geometría nos encontramos con diferentes clases: geometría descriptiva, geometría plana, geometría del espacio, geometría proyectiva y geometría analítica. (Microsof Encarta, 2017)

Geometría analítica estudia las figuras geométricas mediante técnicas básicas del análisis matemático y del álgebra en un determinado sistema de coordenadas. (Ruiz, 2014)

2.1.2. HISTORIA

Los antecedentes históricos de la geometría analítica se remontan al siglo XVII, cuando Pierre de Fermat y René Descartes definieron su idea fundamental. Su invención seguía la modernización del álgebra y de la notación algebraica de François Viète. Este campo tiene sus bases en la Antigua Grecia, especialmente en los trabajos de Apolonio y Euclides, quienes tuvieron una gran influencia en esta área de las matemáticas.

La idea esencial detrás de la geometría analítica es que una relación entre dos variables, de manera que una es una función de la otra, define una curva. Esta idea fue desarrollada por primera vez por Pierre de Fermat. Gracias a este marco esencial, Isaac Newton y Gottfried Leibniz pudieron desarrollar el cálculo.

El filósofo francés Descartes también descubrió un acercamiento algebraico a la geometría, aparentemente por su cuenta. El trabajo de Descartes sobre la geometría aparece en su famoso libro Discurso del método. En este libro se señala que el compás y las construcciones geométricas de bordes rectos involucran la suma, la resta, la multiplicación y las raíces cuadradas.

La geometría analítica representa la unión de dos importantes tradiciones en las matemáticas: la geometría como el estudio de la forma, y la aritmética y álgebra, que tienen que ver con la cantidad o los números. Por lo tanto, la geometría analítica es el estudio del campo de la geometría utilizando sistemas de coordenadas.

2.1.3. ANTECEDENTES DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

La relación entre la geometría y el álgebra ha evolucionado a lo largo de la historia de las matemáticas, aunque la geometría alcanzó un grado de madurez más temprano. Por ejemplo, el matemático griego Euclides fue capaz de organizar muchos resultados en su libro clásico “Los elementos”. Pero fue el antiguo griego Apolonio de Perga quien pronosticó el desarrollo de la geometría analítica en su libro Cónicas. Él definió una cónica como la intersección entre un cono y un plano.

Utilizando los resultados de Euclides en triángulos similares y secantes de círculos, encontró una relación dada por las distancias de cualquier punto “P” de una cónica a dos líneas perpendiculares, el eje mayor de una cónica y la tangente en un punto final del eje. Apolonio utilizó esta relación para deducir propiedades fundamentales de las cónicas. El desarrollo subsecuente de sistemas de coordenadas en matemáticas emergió solo después de que el álgebra había madurado gracias a los matemáticos islámicos e indios.

Hasta el Renacimiento la geometría era utilizada para justificar las soluciones para problemas algebraicos, pero no existía mucho que el álgebra pudiera aportar a la geometría. Esta situación cambiaría con la adopción de una notación conveniente para las relaciones algebraicas y el desarrollo del concepto de una función matemática, que ahora era posible.

Al final del siglo XVI el matemático francés François Viète introdujo la primera notación algebraica sistemática, utilizando letras para representar cantidades numéricas, tanto conocidas como desconocidas. También desarrolló poderosos métodos generales para trabajar expresiones algebraicas y resolver ecuaciones algebraicas. Gracias a esto, los matemáticos no eran completamente dependientes de las figuras geométricas y de la intuición geométrica para resolver problemas.

Incluso algunos matemáticos comenzaron a abandonar la manera geométrica estándar de pensar, según la cual las variables lineales de longitudes y cuadrados corresponden a áreas, mientras que los cúbicos corresponden a los volúmenes. Los primeros en tomar este paso fueron el filósofo y matemático René Descartes, y el abogado y matemático Pierre de Fermat.

2.1.4. FUNDACIÓN DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

Descartes y Fermat fundaron independientemente la geometría analítica durante la década de 1630, al adoptar el álgebra de Viéte para el estudio del lugar geométrico. Estos matemáticos se dieron cuenta que el álgebra era una herramienta de gran poder en la geometría e inventaron lo que hoy en día se conoce como geometría analítica. Un avance que lograron fue superar a Viéte al usar letras para representar distancias que son variables en vez de fijas.

Descartes utilizó ecuaciones para estudiar las curvas definidas geométricamente, y resaltó la necesidad de considerar las curvas generales algebraicas-gráficas de ecuaciones polinómicas en los grados “x” y “y”. Por su lado, Fermat enfatizó que cualquier relación entre las coordinadas “x” y “y” determina una curva. Utilizando estas ideas, reestructuró las declaraciones de Apolonio sobre los términos algebraicos y restauró algunos de sus trabajos que se encontraban perdidos.

Fermat indicó que cualquier ecuación cuadrática en “x” y “y” puede ser colocada en la forma estándar de una de las secciones cónicas. A pesar de esto, Fermat nunca publicó sus trabajos realizados sobre el tema. Gracias a sus avances, lo que Arquímedes solo podía resolver con gran dificultad y para casos aislados, Fermat y Descartes lo podían resolver rápidamente y para una gran cantidad de curvas (conocidas ahora como curvas algebraicas). Pero sus ideas solo ganaron la aceptación general a través de los esfuerzos de otros matemáticos en la última mitad del siglo XVII.

Los matemáticos Frans van Schooten, Florimond de Beaune y Johan de Witt ayudaron a expandir el trabajo de Descartes y añadieron material adicional importante.

2.1.5. ECUACIÓN DE LA RECTA

Demostración

Sea $P(x, y)$ un punto cualquiera de la recta y $P_1(x_1, y_1)$ un punto de paso por la definición de pendiente de una recta se debe cumplir.

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} = tg\beta$$

De aquí despejamos y obtenemos la ecuación de la recta la cual se obtiene dado la.

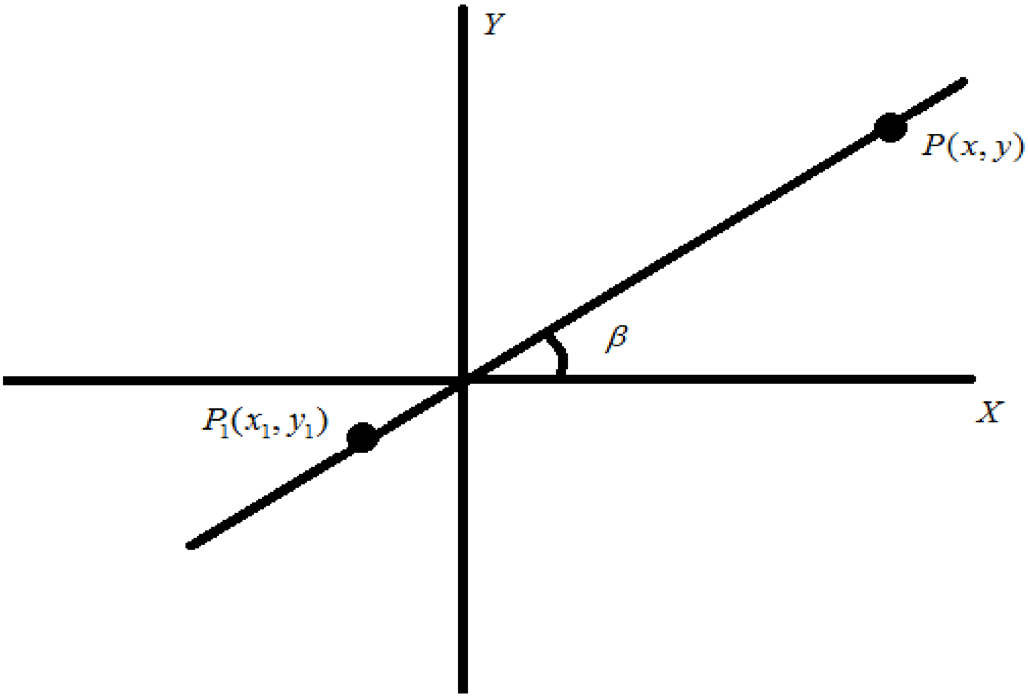
- Pendiente “m”

- Punto de paso "$P_1(x_1, y_1)$"

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

Figura Nº 1

Demostración de la ecuación de la recta



2.1.5.1. Recta

La recta es una línea formada por una serie continua de puntos en una misma dirección que no tiene curvas ni ángulos y cubre la menor distancia posible entre dos puntos. (Riquenez, 2007)

2.1.5.2. Elementos de la recta

a. Pendiente de la recta

La pendiente de la recta determina el grado de inclinación que tendrá una recta en el plano cartesiano. Podemos representar la pendiente de la siguiente manera.

Sabemos que por dos puntos distintos pasa una única recta y a partir de cualquier par de puntos pertenecientes a una recta se logra establecer el valor de la pendiente.

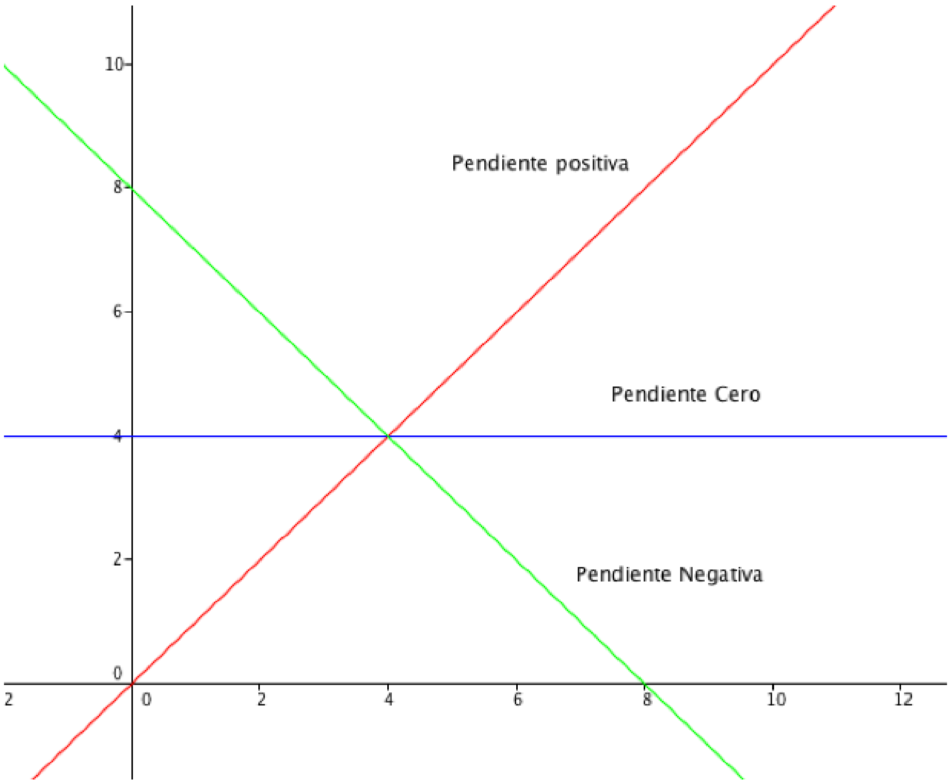
Sean $A=(x_1,y_1)$ y $B=(x_2,y_2)$ puntos de una recta, la pendiente de esa recta será:

$$m=\frac{(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)} \quad \text{Donde} \quad x_1 \neq x_2$$

La inclinación de la pendiente dependerá del valor de ésta: Si el valor de la pendiente es positiva, el grado de inclinación de la recta estará entre 0º a 90º. Si el valor de la pendiente es cero, el grado de inclinación de la recta será cero. Si el valor de la pendiente es negativa, el grado de inclinación de la recta estará entre 90º a 180º.

Figura Nº 2

Pendiente de una recta



Elaboración: Investigador mediante software Geogebra

2.1.5.3. Ecuación de la Recta

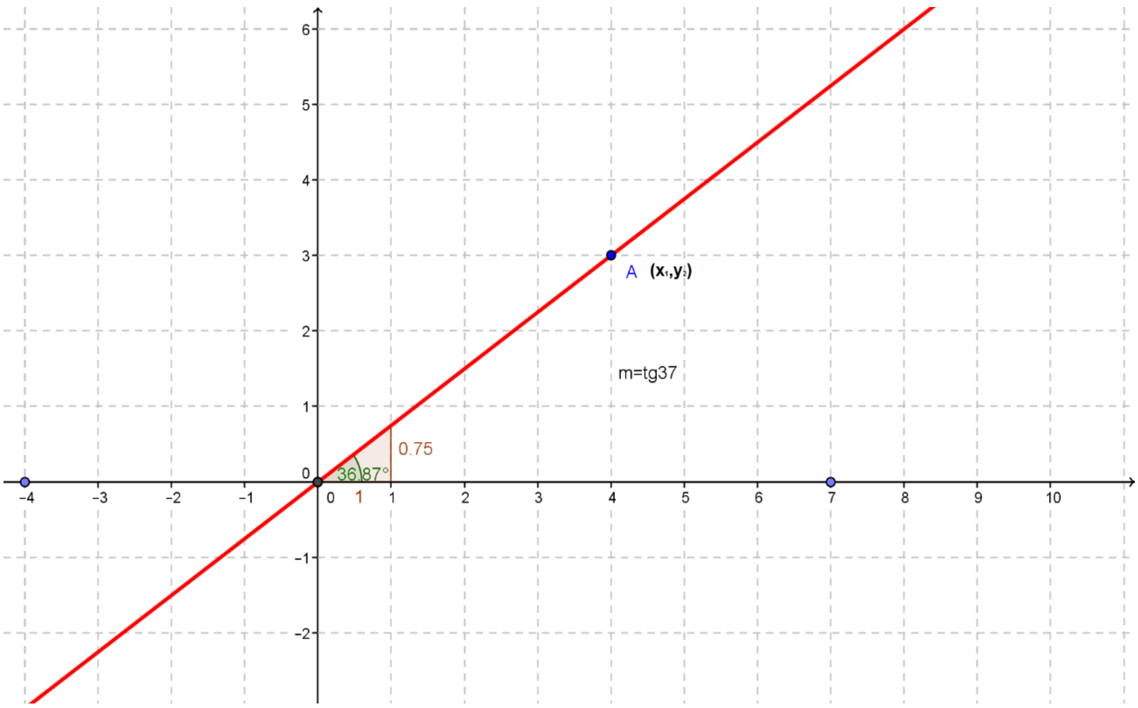
a. Ecuación de la recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada. Geométricamente, una recta queda perfectamente determinada por uno de sus puntos y su dirección. Analíticamente, la ecuación de una recta puede estar perfectamente determinada si se conocen las coordenadas de uno de sus puntos y su ángulo de inclinación (y por ende, su pendiente).

Teorema 1. La recta que pasa por el punto dado $P_1(x_1, x_2)$ y tiene la pendiente dada "m", tiene por ecuación:

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

Figura Nº 3

Ecuación de la recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada.



Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

b. Ecuación de la recta dada su pendiente y su ordenada en el origen

Consideremos una recta l (figura 3) cuya pendiente es “m” y cuya ordenada en el origen, es decir, su intercepci6n con el eje “Y”, es “b”. Como se conoce “b”, el punto cuyas coordenadas son (0, b) está sobre la recta. Por tanto, el problema se reduce a hallar la ecuaci6n de la recta que pasa por un punto (0, b) y tiene una pendiente dada. Según el Teorema 1 la ecuaci6n buscada es

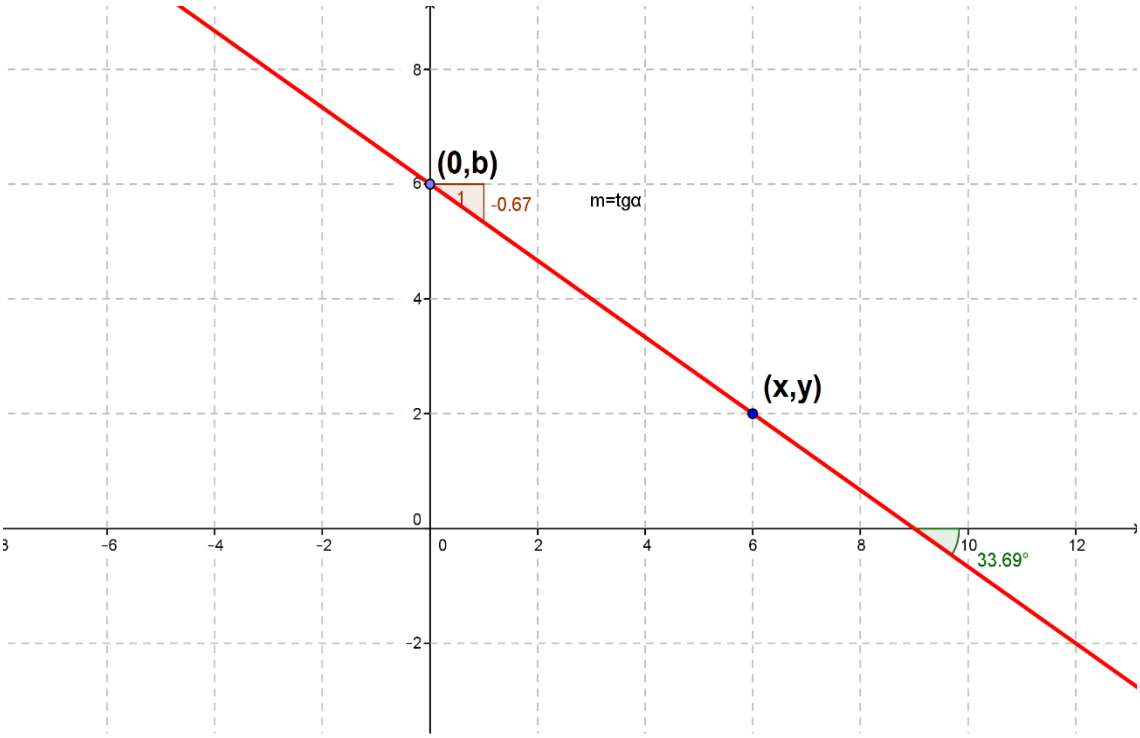
$$y - b = m(x - 0)$$

Teorema 2. La recta cuya pendiente es “m” y cuya ordenada en el origen es “b” tiene por ecuación:

$$y = mx + b$$

Figura Nº 4

Ecuación de la recta dada su pendiente y su ordenada en el origen



Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

c. Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.

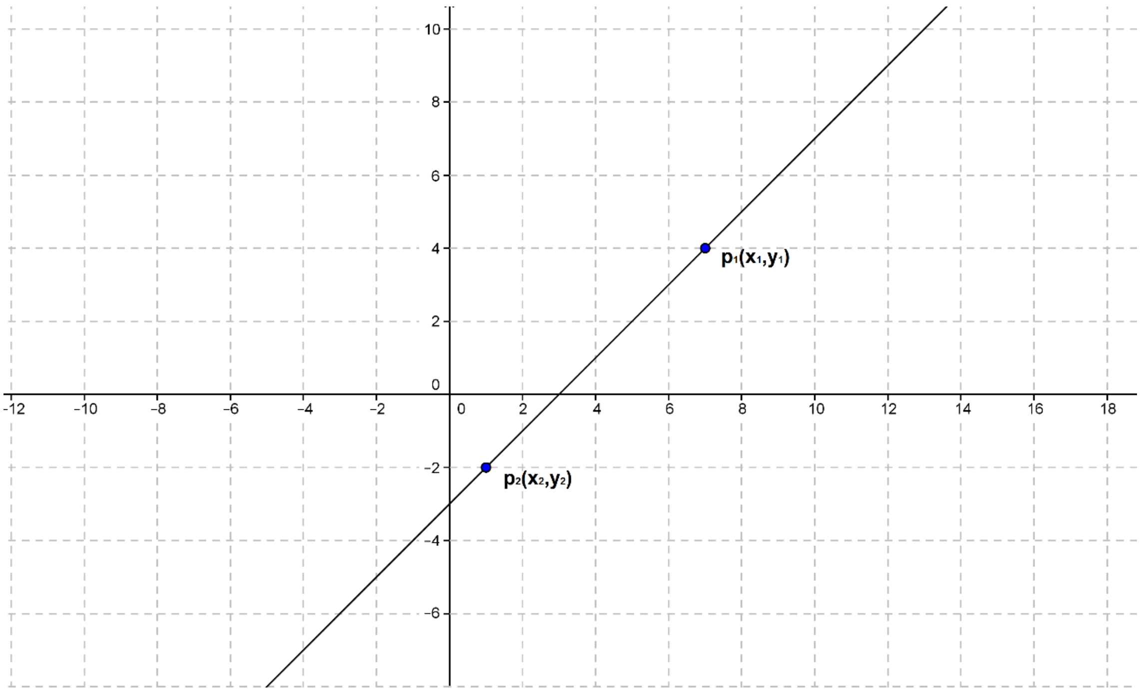
Geométricamente, una recta queda perfectamente determinada por dos cualesquiera de sus puntos. Analíticamente, la ecuaci6n de una recta también queda perfectamente determinada conociendo las coordenadas de dos cualesquiera de sus puntos

Teorema 3. La recta que pasa por dos puntos dados $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ tiene por ecuación

$$y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_1) \quad \text{donde} \quad x_1 \neq x_2$$

Figura Nº 5

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos



Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

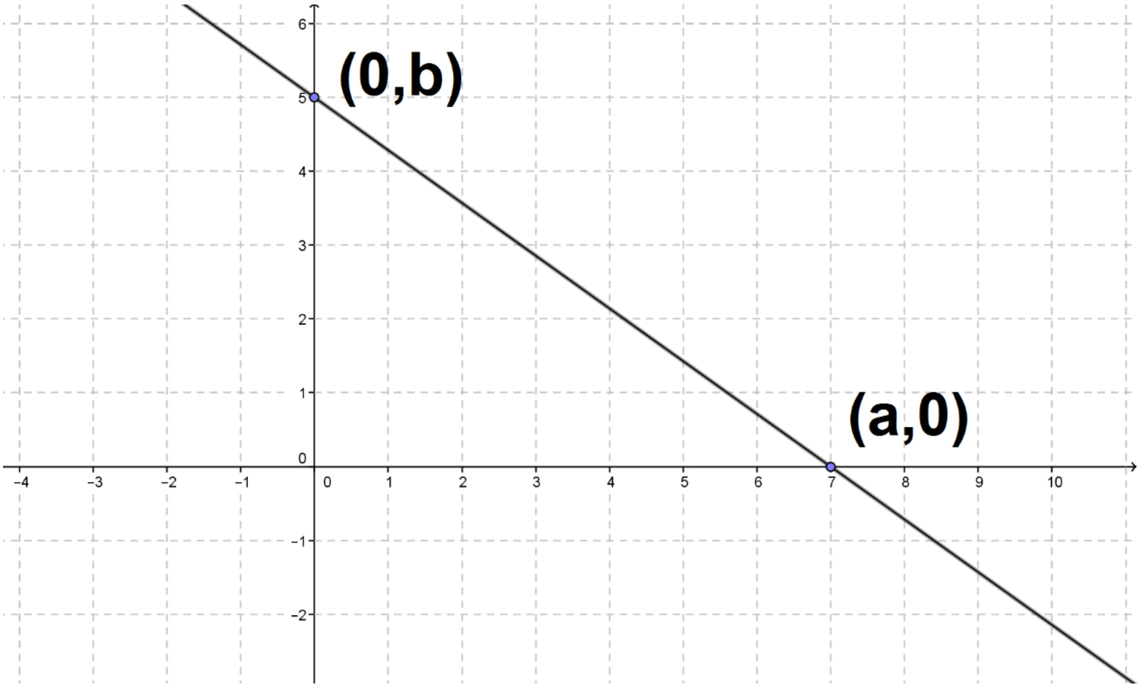
d. Ecuación simétrica de la recta

Sean $a \neq 0$ y $b \neq 0$ los segmentos que una recta determina sobre los ejes X y Y (figura 5), es decir, sus intercepciones. Entonces $(a, 0)$ y $(0, b)$ son dos puntos de la recta. Por tanto, el problema de obtener la ecuaci6n de una recta cuando se conocen los segmentos que determina sobre los ejes se reduce a hallar la ecuaci6n de la recta que pasa por dos puntos, y tenemos, por el Teorema 3

$y-0=\dfrac{0-b}{a-0}(x-a)$ de donde: $ay=-bx+ab$

Figura Nº 6:

Ecuación simétrica de la recta



Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

Teorema 4. La recta cuyas intercepciones con los ejes X y Y son a $\neq$ 0 y b $\neq$ 0, respectivamente, tiene por ecuación.

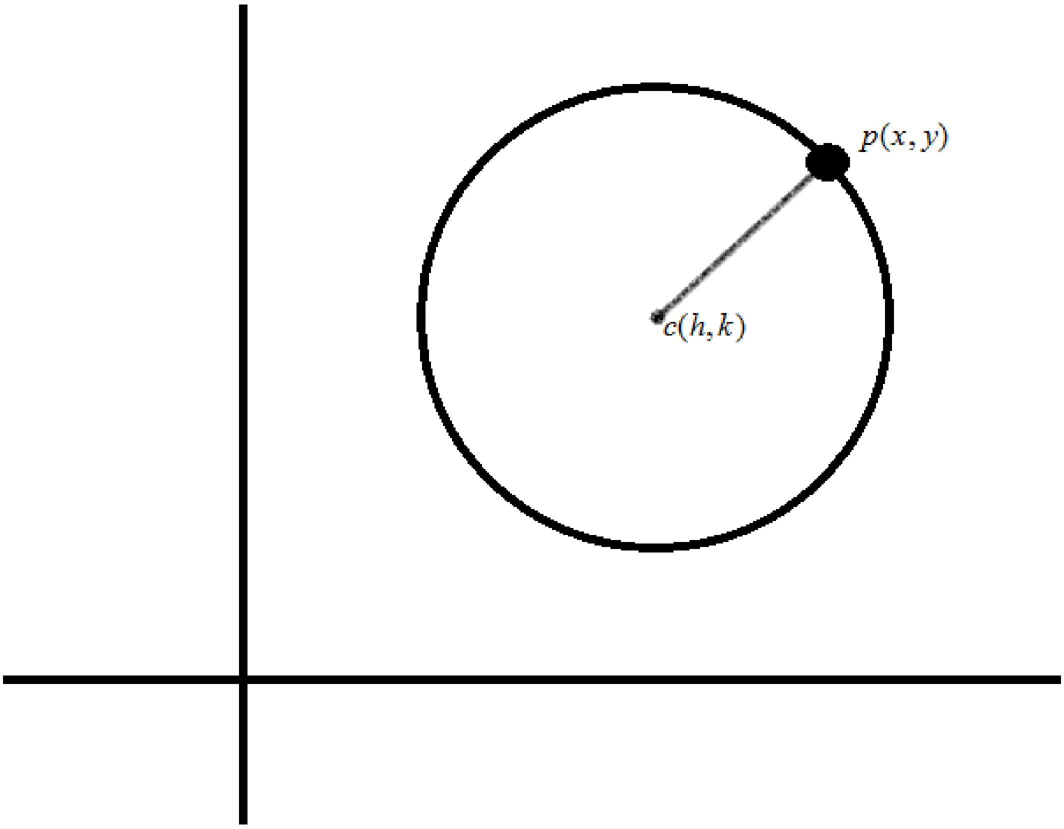
$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

2.1.6. ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

Demostración: sea $p(x,y)$ un punto cualquiera de la circunferencia de centro $c(h,k)$ y radio "r". entonces, por definición de circunferencia, el punto p debe satisfacer la condición geométrica $|\overline{cp}| = r$

Figura Nº 7

Demostración de la ecuación de la circunferencia



Elaboración: Investigador mediante software Geogebra

El cual por teorema de distancia entre dos puntos es $\sqrt{(x-h)^2+(y-k)^2} = r$

De aquí despejamos la raíz y se obtiene la ecuación de la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

2.1.6.1. Circunferencia

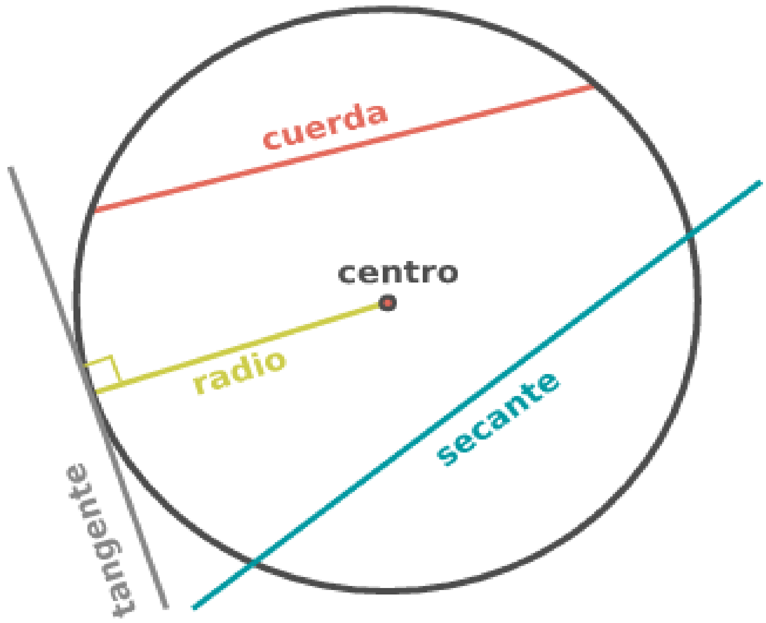
La circunferencia es una línea curva, cerrada y plana, cuyos puntos están todos a la misma distancia de otro punto, llamado centro. De manera formal, una circunferencia se define como el lugar geométrico de los puntos del plano equidistantes de otro, llamado centro de la circunferencia. (Rojas, 2015). No debemos nunca confundir el concepto de círculo con el concepto de circunferencia, que en realidad una circunferencia es la curva que encierra a un círculo (la circunferencia es una curva, el círculo una superficie). (Barnett, 1991)

Para definir a la circunferencia, podemos comenzar prestando atención al sentido etimológico de la palabra, que en latín quiere decir 'llevar alrededor de'. La circunferencia puede ser normalmente confundida con el círculo, pero si hablamos correctamente, deberemos decir que éste es la superficie interna de una circunferencia, mientras esta es su perímetro.

2.1.6.2. Elementos de la Circunferencia

Figura Nº 8

Elementos básicos de la circunferencia



Elaboración: Investigador mediante software Geogebra

En la imagen expuesta se pueden ver todos los elementos que vamos a nombrar a continuación:

Centro: punto central que está a la misma distancia de todos los puntos pertenecientes a la circunferencia.

Radio: pedazo de recta que une el centro con cualquier punto perteneciente a la circunferencia.

Cuerda: pedazo de recta que une dos puntos cualesquiera de una circunferencia.

Diámetro: mayor cuerda que une dos puntos de una circunferencia. Hay infinitos diámetros y todos pasan por el centro de la circunferencia.

Recta secante: recta que corta dos puntos cualesquiera de una circunferencia.

Recta tangente: recta que toca a la circunferencia en un solo punto y es perpendicular a un radio.

2.1.6.3. Ecuaciones de la Circunferencia

a. Ecuación Ordinaria de la Circunferencia

Dados las coordenadas del centro de la circunferencia C(h;k) y el radio "r" de la misma, podemos utilizar la siguiente ecuación para determinar el valor de "y" correspondiente a un valor de "x".

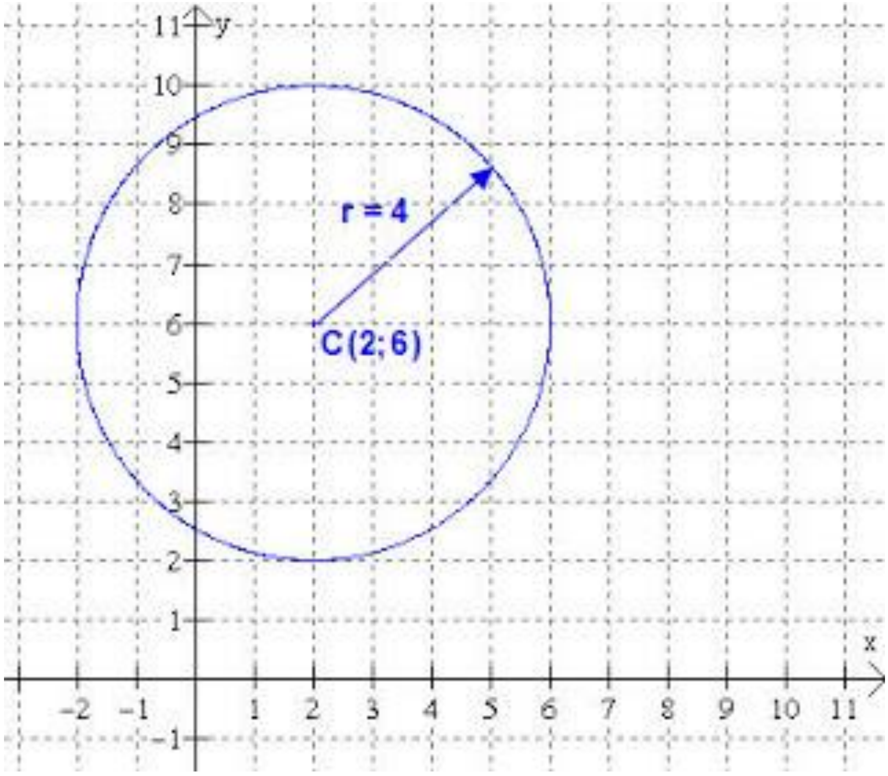
$$(\mathrm{x}-\mathrm{h})^2+(\mathrm{y}-\mathrm{k})^2=r^2$$

Ejemplo 1: Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es C (2;6) y con radio r = 4

$$(\mathrm{x}-2)^2+(\mathrm{y}-6)^2=4^2$$

Figura Nº 9:

Gráfica del ejemplo 1



Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

b. Ecuación Canónica de la Circunferencia

Sean ahora las coordenadas del centro de la circunferencia C(0;0) y el radio "r", podemos utilizar la siguiente ecuación para determinar el valor de "y" correspondiente a un valor de "x".

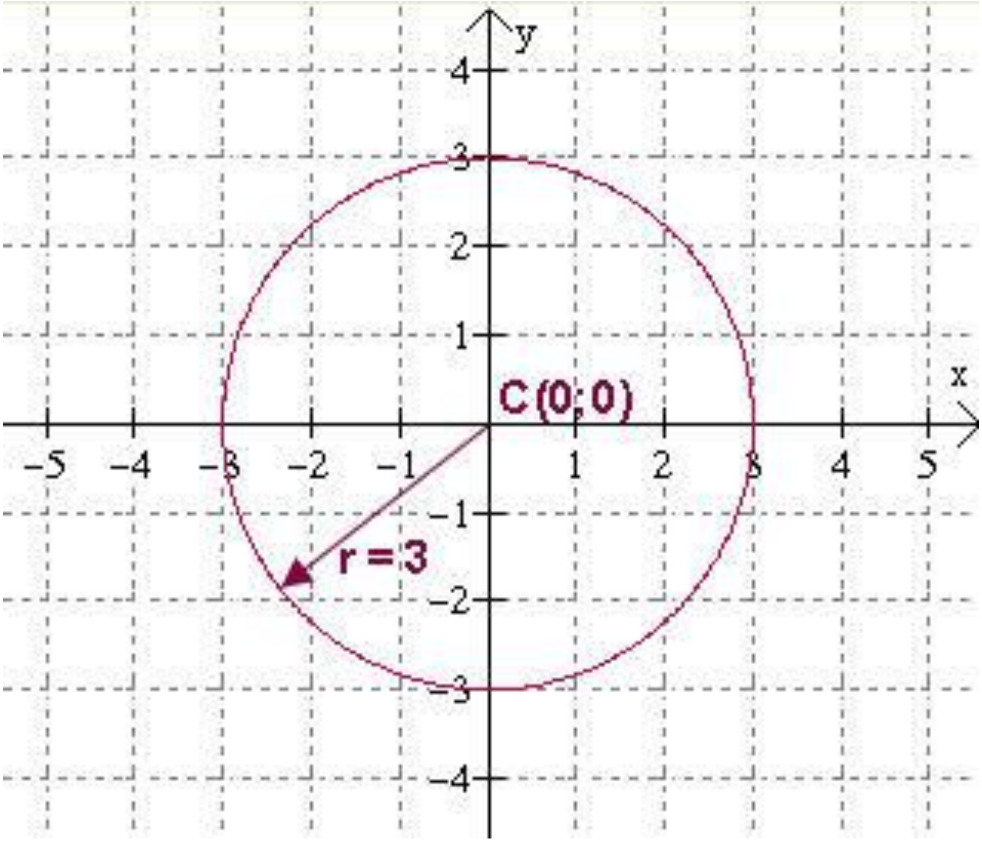
$$x^2 + y^2 = r^2$$

Ejemplo 2: Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el origen y con radio r = 3

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

Figura Nº 10

Gráfica del ejemplo 2



Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

c. Ecuación General de la Circunferencia

Si conocemos el centro y el radio de una circunferencia, podemos construir su ecuación ordinaria, y si operamos los cuadrados, obtenemos la forma general de la ecuación de la circunferencia, así:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Prueba:

$x^2 - 2xh + h^2 + y^2 - 2yk + k^2 = r^2$ ***Desarrollando***

$x^2 + y^2 - 2xh - 2yk + h^2 + k^2 - r^2 = 0$ ***Ordenando***

$x^2 + y^2 + (-2h)\,x + (-2k)\,y + (h^2 + k^2 - r^2) = 0$ ***Agrupando***

Donde:

-2h=D

-2K=E

$h^2 + k^2 - r^2$ ***=F***

De donde se obtiene: $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

Ejemplo:

Hallar la ecuación general de la circunferencia con centro C(2;6) y radio r = 4

Observaciones: Dada la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ se cumple que:

Centro es: $C = \left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$

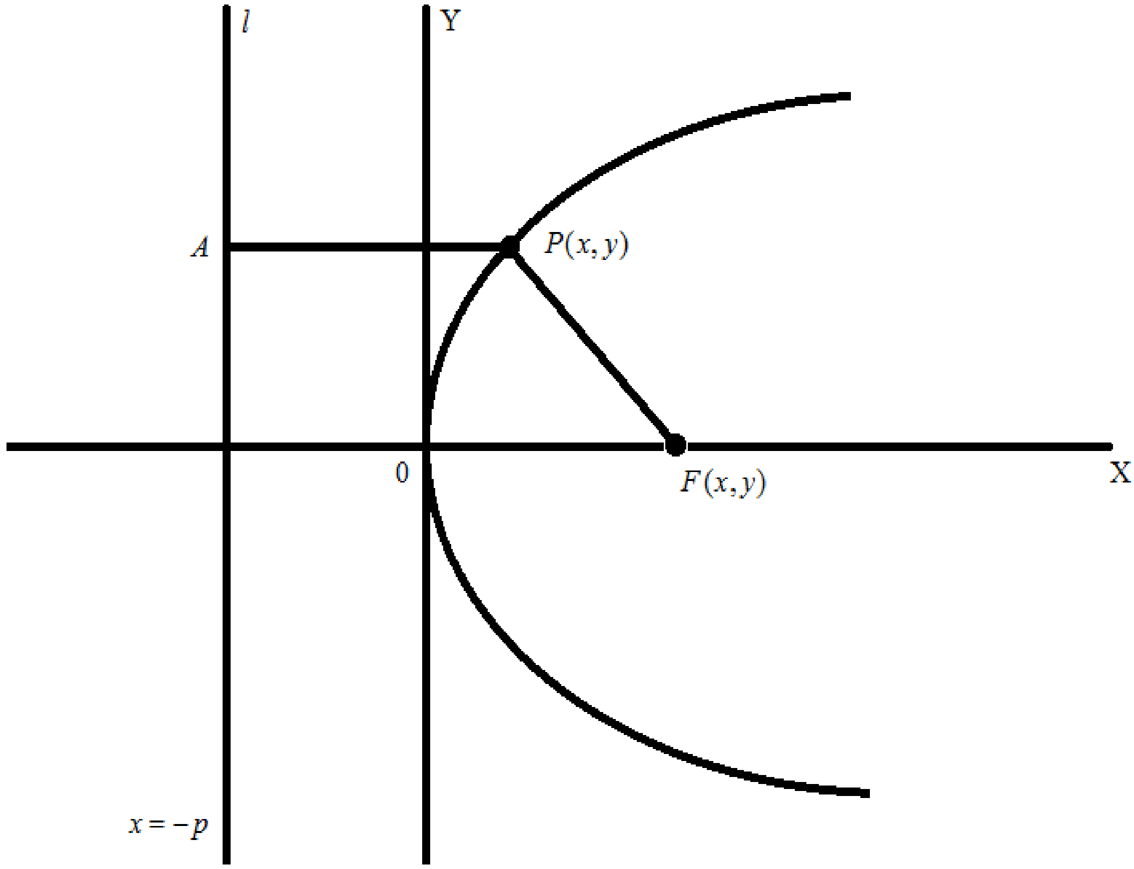
Radio es: $r = \sqrt{\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F^2}$

2.1.7. ECUACIÓN DE LA PARÁBOLA

Demostración: veremos que la parábola toma su forma más simple cuando su vértice está en el origen y su eje coincide con uno de los ejes coordenados. De acuerdo con esto, consideremos la parábola cuyo vértice está en el origen y el eje coincida con el eje “X”, entonces el foco está en el eje “X” por tanto

Figura Nº 11

Demostración de la Ecuación de la Parábola



Elaboración: Investigador, mediante software Geogebra

Por definición de parábola, la ecuación de la directriz l es $x=-p$. Sea $P(x,y)$ un punto cualquiera de la parábola. Por P trazamos el segmento PA perpendicular a l .entonces por definición de parábola el punto P debe satisfacer la condición geométrica $|FP|=|PA|$

Por el teorema de distancia entre dos puntos: $|FP|=\sqrt{(x-p)^2+y^2}$

Por suma de segmentos notamos

$$|PA| = |x + p|$$

Por tanto, la condición geométrica esta expresado analíticamente por la expresión

$$\sqrt{(x-p)^2 + y^2} = |x + p|$$

Si elevamos al cuadrado ambos miembros de esta ecuación y simplificamos obtenemos la ecuación de la parábola

$$y^2 = 4px$$

2.1.7.1. Parábola

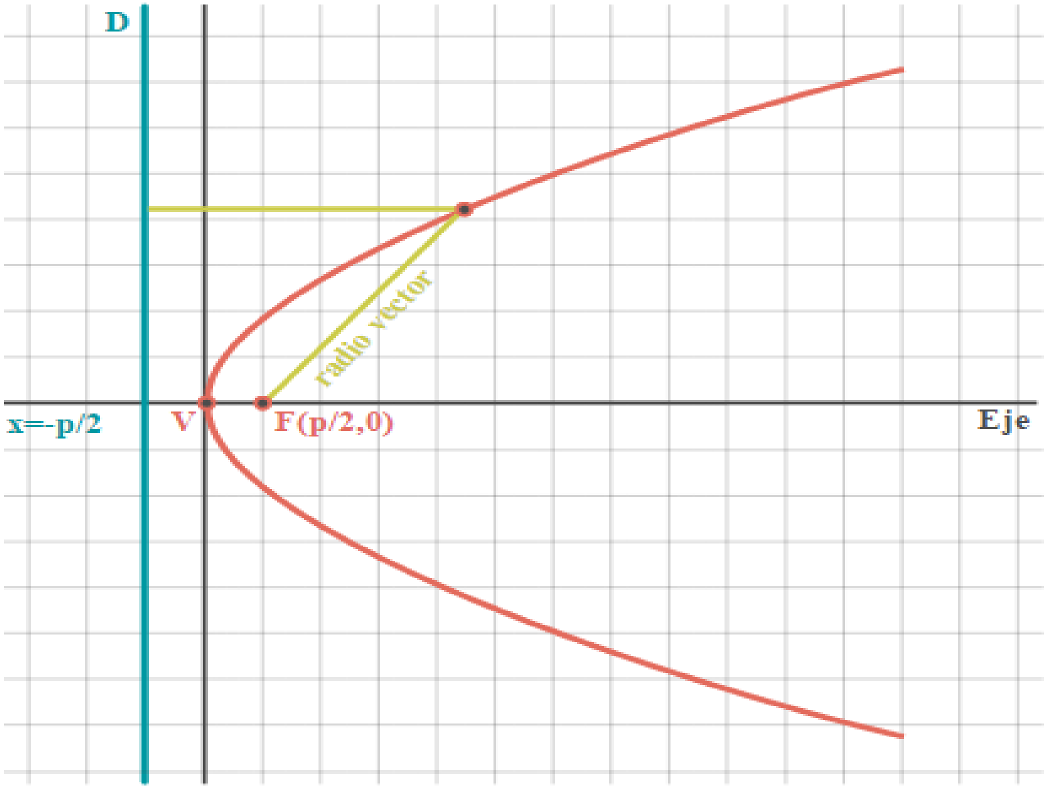
Parábola es un término que proviene del latín parábola y que tiene su origen más remoto en un vocablo griego. En el ámbito de la matemática, la parábola es el espacio geométrico de los puntos de un plano que tienen equidistancia respecto a un punto fijo y una recta. Este lugar se crea a partir de la acción de un plano que es paralelo a la generatriz y que disecciona un cono circular. (Microsof Encarta, 2017)

La parábola aparece en muchas ramas de las ciencias aplicadas debido a que su forma se corresponde con las gráficas de las ecuaciones cuadráticas. Por ejemplo, son parábolas las trayectorias ideales de los cuerpos que se mueven bajo la influencia exclusiva de la gravedad (ver movimiento parabólico y trayectoria balística).

2.1.7.2. **Elementos de la Parábola**

Figura Nº 12

Elementos de la Parábola



Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

a. Foco: Es el punto fijo

b. Directriz: Es la recta fija

c. Parámetro: A la distancia entre el foco y la directriz de una parábola se le llama parámetro.

d. Eje: La recta perpendicular a la directriz y que pasa por el foco recibe el nombre de eje. Es el eje de simetría de la parábola.

e. Vértice: Es el punto medio entre el foco y la directriz. También se puede ver como el punto de intersección del eje con la parábola.

f. Radio vector: Es el segmento que une un punto cualquiera de la parábola con el foco.

2.1.7.3. Posiciones de la Parábola

a. Ecuaciones de la parábola con vértice en el origen

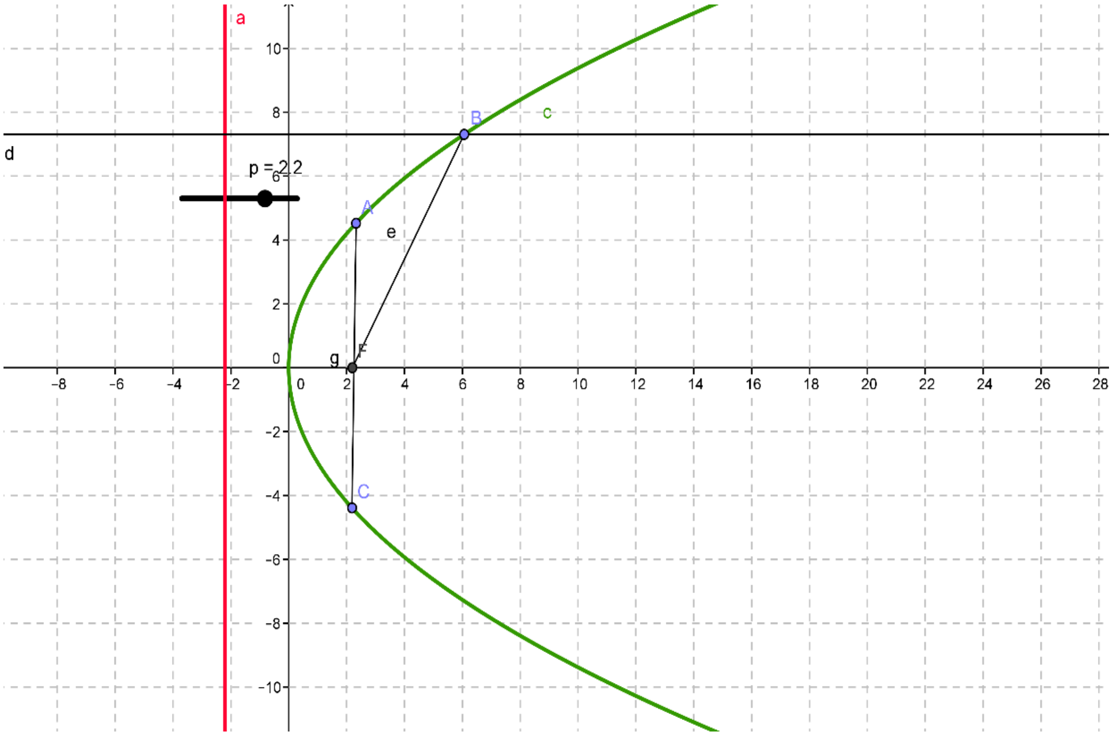
Son cuatro las posibilidades

Ecuación de la parábola: $y^2 = 4px$

Ecuación de la directriz: $x + p = 0$

Figura Nº 13

Ecuación de la Parábola con eje en la ordenada abierta hacia la derecha



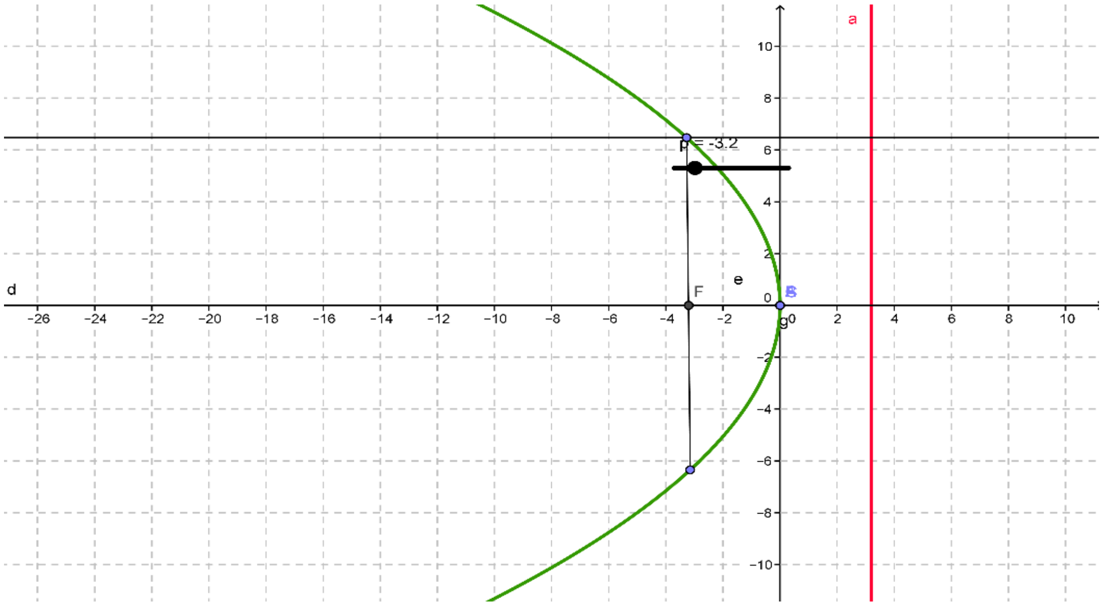
Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

Ecuación de la parábola: $y^2 = 4px$

Ecuación de la directriz: $x - p = 0$

Figura Nº 14

Ecuación de la Parábola con eje en la ordenada y abierta hacia la izquierda

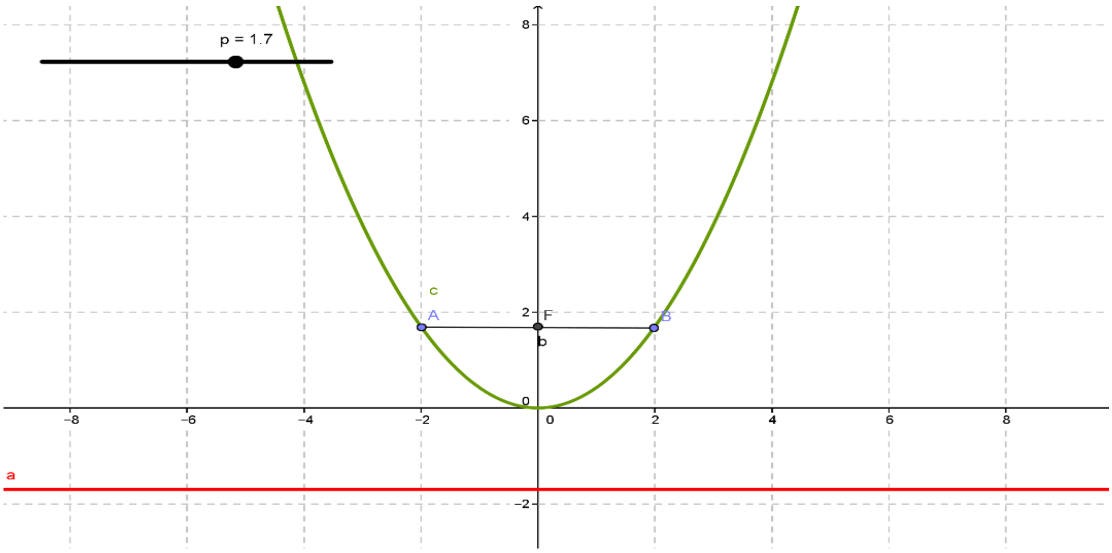


Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

Ecuación de la parábola: $x^2 = 4py$ Ecuación de la directriz: $y + p = 0$

Figura Nº 15

Ecuación de la Parábola con eje en la abscisa y abierta hacia arriba



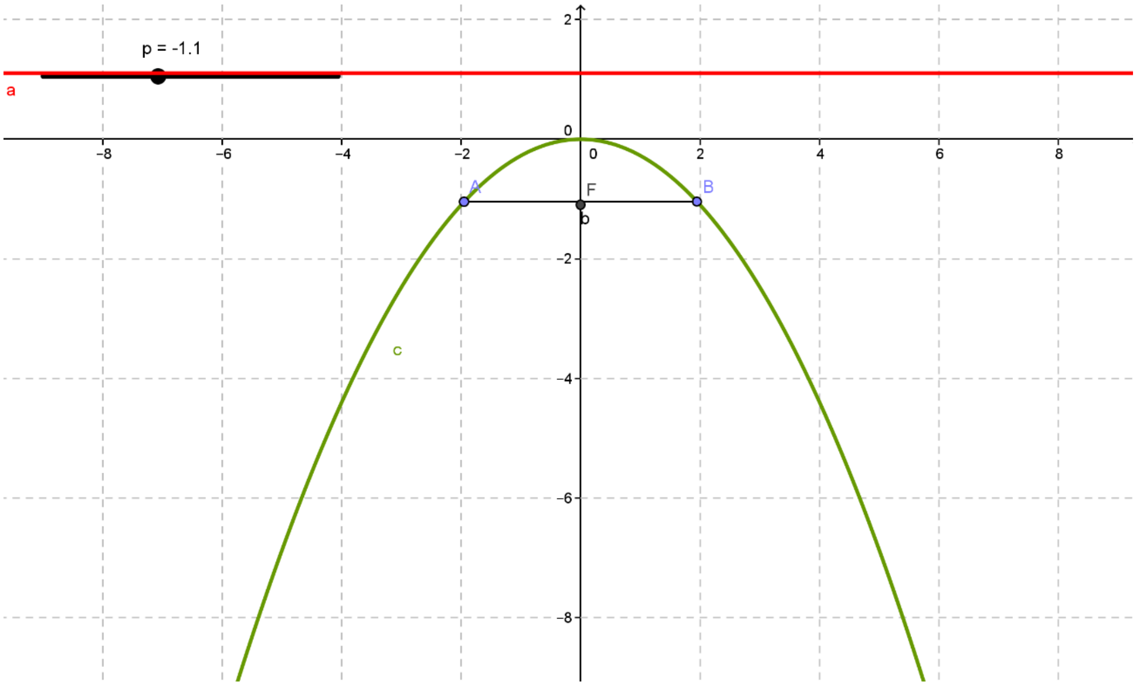
Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

Ecuación de la parábola: $x^2 = 4py$

Ecuación de la directriz: $y - p = 0$

Figura Nº 16:

Ecuación de la Parábola con eje en la abscisa y abierta hacia abajo



Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

2.1.8. ECUACIÓN DE LA ELIPSE

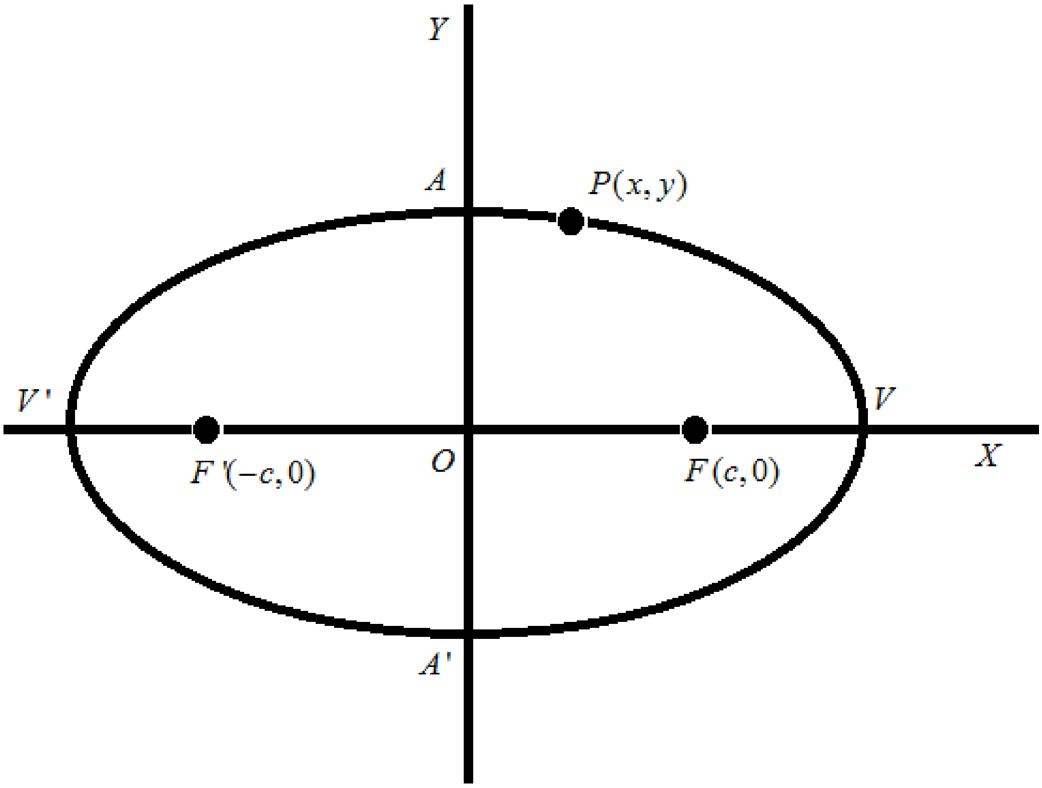
Demostración: consideremos la elipse de centro en el origen y cuyo eje focal coincide con el eje X. Los focos F y F' están sobre el eje X.

Como el centro O es el punto medio del segmento FF', las coordenadas de F y F' serán, por ejemplo, $(c,0)$ y $(-c,0)$, respectivamente, siendo c una constante positiva,

Sea $P(x, y)$ un punto cualquiera de la elipse.

Figura Nº 17

Demostración de la ecuación de la elipse



Elaboración: Investigador mediante software Geogebra

Por la definición de la curva, el punto P debe satisfacer la condición geométrica

$$\left|\overline{FP}\right| + \left|\overline{F'P}\right| = 2a\,,$$

en donde ***a*** es una constante positiva ***mayor*** que ***c.***

Por el teorema de distancia ente dos puntos

$$\left|\overline{FP}\right| = \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \quad , \qquad \left|\overline{F'P}\right| = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}\,,$$

de manera que la condición geométrica esta expresada analíticamente

por la ecuación

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a$$

Para simplificar la ecuación, pasamos el segundo radical al segundo miembro, elevamos al cuadrado, simplificamos y agrupamos los términos semejantes. Esto nos da.

$$cx + a^2 = a\sqrt{(x+c)^2 + y^2}$$

Elevando al cuadrado nuevamente, obtenernos

$$c^2x^2 + 2a^2cx + a^4 = a^2x^2 + 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2,$$

de donde,

$$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2).$$

Como $2a > 2c$ es $a^2 > c^2$ y $a^2 - c^2$ es un numero positivo que puede ser reemplazado por el numero positivo b^2, es decir,

$$b^2 = a^2 - c^2.$$

Si reemplazamos $a^2 - c^2$ por b^2, obtenemos

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2,$$

y dividiendo por a^2b^2, se obtiene finalmente, la ecuación de la elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

2.1.8.1. Elipse

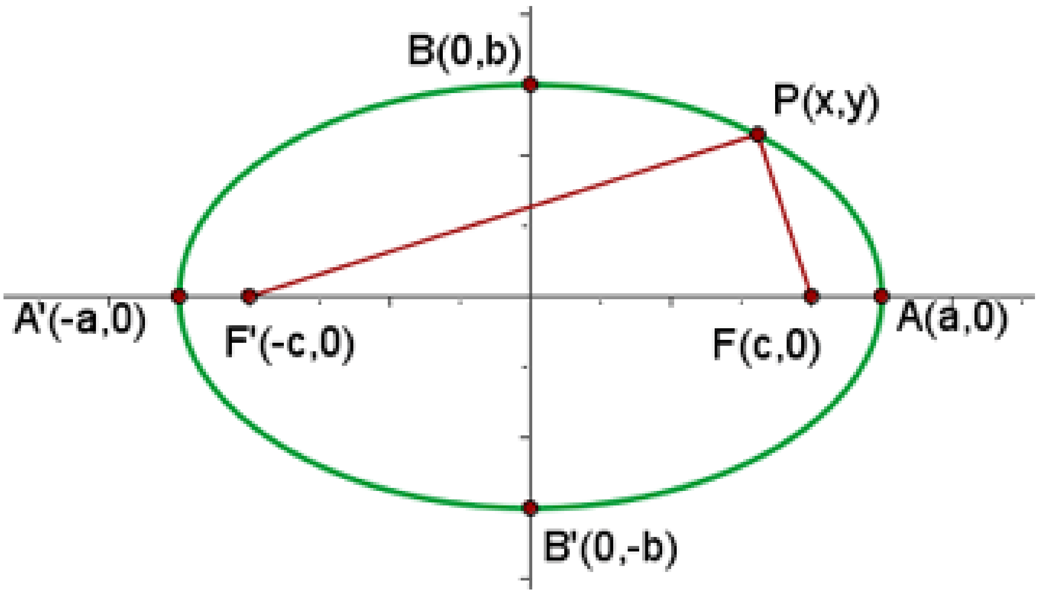
La elipse es una línea curva, cerrada y plana cuya definición más usual es:La elipse es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, tales que la suma de las distancias a otros dos puntos fijos llamados focos es constante. (Barnett, 1991)

Una elipse es la curva simétrica cerrada que resulta al cortar la superficie de un cono por un plano oblicuo al eje de simetría –con ángulo mayor que el de la generatriz respecto del eje de revolución. Una elipse que gira alrededor de su eje menor genera un esferoide achatado, mientras que una elipse que gira alrededor de su eje principal genera un esferoide alargado (Ruiz, 2014)

2.1.8.2. Elementos de la Elipse

Figura Nº 18

Elementos de la Elipse



Elaboración: Investigador mediante software GeoGebra

a. Focos: Son los puntos fijos F y F'.

b. Eje focal: Es la recta que pasa por los focos.

c. Eje secundario: Es la mediatriz del segmento FF'.

d. Centro: Es el punto de intersección de los ejes.

e. Radios vectores: Son los segmentos que van desde un punto de la elipse a los focos: PF y PF'.

f. Distancia focal: Es el segmento de longitud 2c, c es el valor de la semidistancia focal.

g. Vértices: Son los puntos de intersección de la elipse con los ejes: A, A', B y B'.

h. Eje mayor: Es el segmento de longitud 2a, a es el valor del semieje mayor.

i. Eje menor: Es el segmento de longitud 2b, b es el valor del semieje menor.

j. Ejes de simetría: Son las rectas que contienen al eje mayor o al eje menor.

k. Centro de simetría: Coincide con el centro de la elipse, que es el punto de intersección de los ejes de simetría.

2.1.9. NIVEL DE CONOCIMIENTO TOMANDO COMO REFERENCIA LA NUEVA TAXONOMÍA DE KENDALL Y MARZANO

2.1.9.1. La Nueva Taxonomía de los Objetivos Educativos

Para fines de esta investigación, para poder medir el nivel de conocimiento de geometría analítica en sus cuatro dimensiones: ecuación de la recta, circunferencia, parábola y elipse se tomará como referencia la Taxonomía que proponen Robert Marzano y John Kendall la cual se fundamenta en la propuesta presentada por Benjamín

Bloom en 1956. La cual servirá como base teórica para la elaboración de los instrumentos.

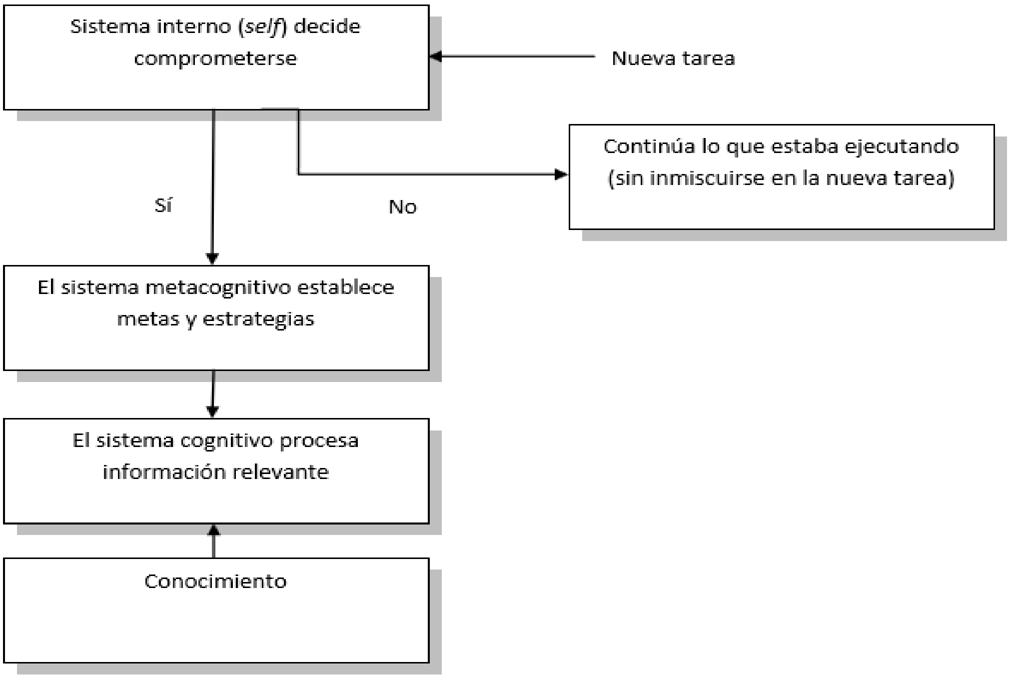
Aunque la Taxonomía de Bloom sigue vigente en muchas prácticas educativas en la actualidad, se sabe que estudios científicos en el área de psicología de los últimos treinta años han clarificado aún más cómo se lleva a cabo el proceso de aprendizaje y por lo tanto cómo se estructura.

Uno de los principios que fundamentan las variaciones que existen entre la Taxonomía de Bloom con la Nueva de Marzano y Kendall es lo que se entiende por dificultad para ejecutar un proceso mental. Se sabe que dicha dificultad "es una función que se centra en dos factores: la complejidad inherente del proceso en términos de los pasos o fases que involucra y el nivel de familiaridad que uno tiene con respecto al proceso" (Kendall & Marzano, 2007)

La complejidad de un proceso mental es invariable, el número de pasos para su ejecución no cambia. Sin embargo, la familiaridad sí cambia con el tiempo. Cuanto más familiar sea más rápido se ejecutará el proceso, es decir, cuanto más familiar sea un aprendizaje en menos tiempo se ejecutará el proceso mental. Por esta razón se descarta que se pueda hablar de jerarquías en términos de dificultad (constructo manejado en la Taxonomía de Bloom). Lo que sí puede ser ordenado es hablar del proceso mental en términos de control, lo cual es esencial en la propuesta de la Nueva Taxonomía. Algunos procesos ejercen control sobre la operación de otros procesos. El modelo que sostiene la Nueva Taxonomía se presenta en la Figura 19.

Figura Nº 19

Modelo de conducta ante el aprendizaje



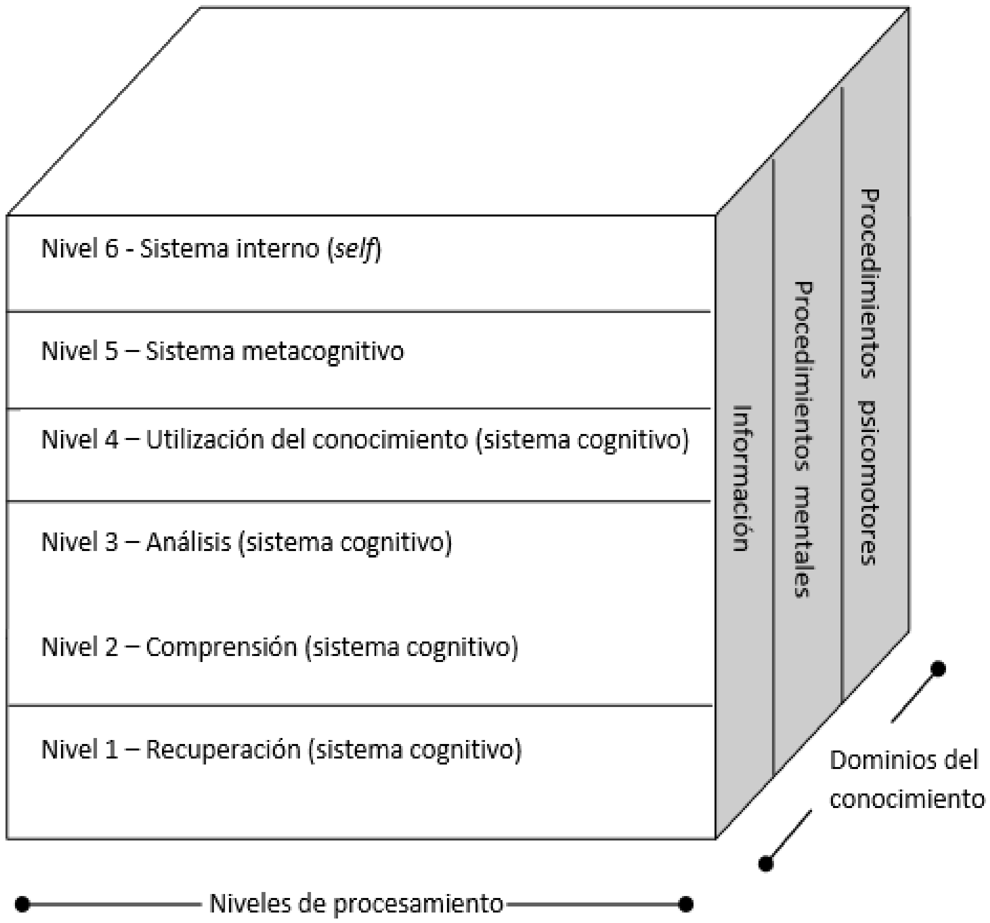
Fuente: Libro "La Nueva Taxonomía de Kendall y Marzano"

2.1.9.2. Bases teóricas: Dominios de conocimiento y sistemas de pensamiento

La Nueva Taxonomía está conformada por dos dimensiones: niveles de procesamiento (sistemas de pensamiento) y dominios del conocimiento Con respecto a los niveles de procesamiento, estos niveles los conforman los tres sistemas mencionados anteriormente (interno o self, metacognitivo y cognitivo). En cuanto a los dominios de conocimiento que se declaran en la Nueva Taxonomía, éstos se pueden clasificar en tres: información, procedimientos mentales y procedimientos psicomotores. A partir de la definición de sus dos dimensiones, la Nueva Taxonomía puede representarse gráficamente de la manera en que se presenta en la Figura 2.

Figura Nº 20

La Nueva Taxonomía



Fuente: Libro "La Nueva Taxonomía de Kendall y Marzano"

En la Figura 20 se aprecia que en las líneas horizontales se encuentran los tres sistemas de pensamiento: interno o self, metacognitivo y cognitivo. Del último tipo de sistema (cognitivo) se despliegan los cuatro subtipos correspondientes: recuperación, comprensión, análisis y utilización del conocimiento.

Con esta clasificación de dos dimensiones es más sencillo poder ubicar los objetivos de aprendizaje, así como generarlos por el nivel de especificidad que se maneja en esta propuesta.

En conclusión, la Nueva Taxonomía mejora en algunos puntos a la propuesta presentada por Benjamín Bloom hace más de cinco décadas. De abajo hacia arriba, En primer lugar, es un modelo que en su esencia es una teoría sobre el pensamiento humano, a diferencia de la propuesta de Bloom que se limita a ofrecer un marco de referencia que describe seis niveles de procesamiento de información. En segundo lugar, la meta cognición se presenta como un tipo de procesamiento que es aplicado al contenido de la disciplina que se estudia o se pretende estudiar. En tercer lugar, se encuentra el hecho de haber enunciado la existencia del sistema interno (self) ubicado en primer espacio de la jerarquía, que tiene la facultad de controlar si el aprendiz se involucra o no en el proceso de aprendizaje al que se le está invitando.

2.1.9.3. Explicación de los dominios de conocimiento

Antes de iniciar con el estudio de cada uno de los dominios del conocimiento, es importante remarcar otra característica de la Nueva Taxonomía. Si bien es cierto la clasificación de los dominios del conocimiento es sin duda muy valiosa, la hace aún más el hecho de que no sólo se explicita a detalle las características del conocimiento sino del proceso de pensamiento que subyace al aprendizaje. Es así que al hablar de los dominios del conocimiento también se hará alusión al proceso de pensamiento que permite su aprendizaje. Es muy importante, por lo tanto, vincular estos “cómos” (procedimientos) y los “qués” (contenidos) que convergen en el aprendizaje humano.

a. El dominio del conocimiento denominado: Información

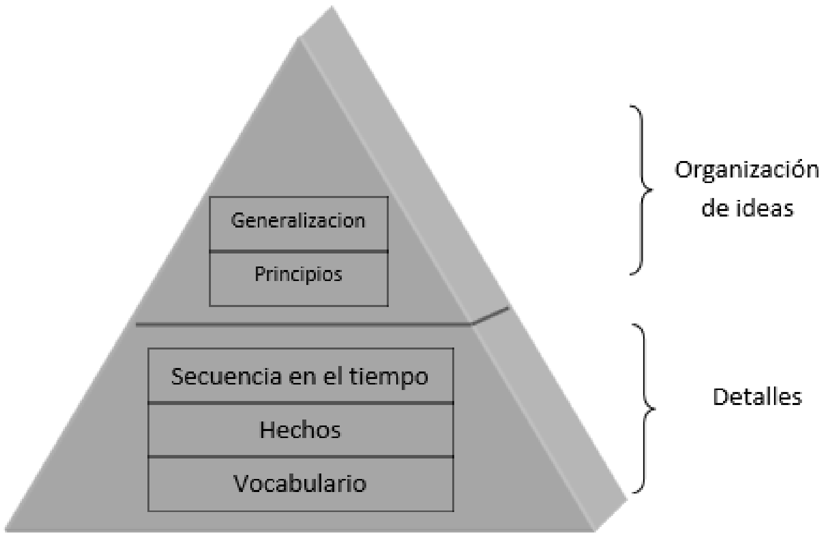
En este nivel se guardan los contenidos declarativos, el “qué”, en forma de proposiciones. En el nivel de conocimiento declarativo se almacenan primero el vocabulario, los hechos y las generalizaciones. Por ejemplo, en el vocabulario, los conceptos son específicos para cada rama científica. Tiene dos subniveles:

- Detalles: vocabulario de la disciplina de estudio, los hechos y la secuencia temporal

- La organización de ideas, compuesta de las generalizaciones (características de clases o categorías, abstracciones) y los principios (tipos específicos de generalizaciones, que tienen que ver con las relaciones entre elementos, que pueden ser de causa-efecto, de correlación o de secuencias temporales. En la taxonomía de Marzano, los conceptos son sinónimos de generalizaciones o principios

Figura Nº 21:

Componentes del Dominio de conocimiento correspondiente a Información



Fuente: Libro "La Nueva Taxonomía de Kendall y MArzano"

b. El dominio del conocimiento denominado: Procedimientos Mentales

Los procedimientos indican el cómo se aplica el conocimiento, mientras que los contenidos constituyen el "qué" se conoce. (Gallardo, 2009)

El aprendizaje que implica llevar a cabo los procedimientos mentales comprende tres fases:

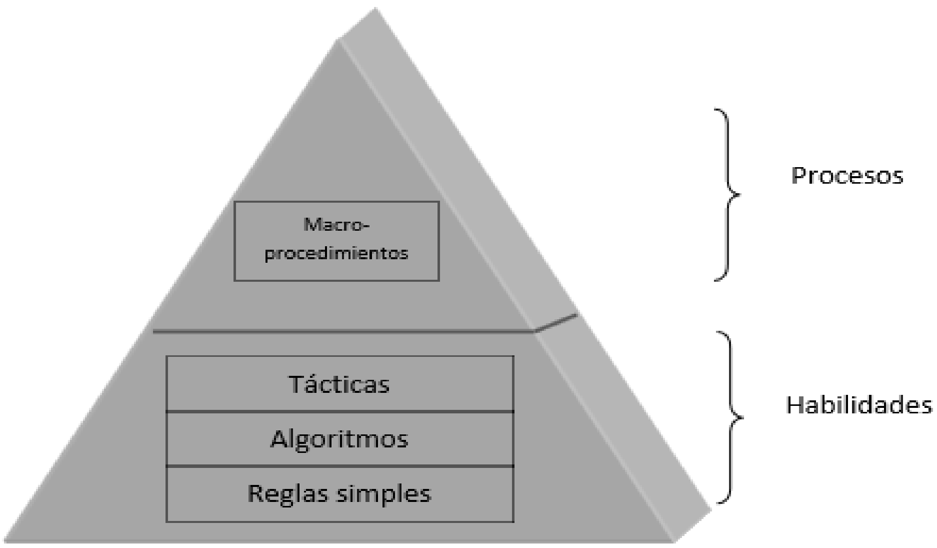
1. La etapa cognitiva en la cual el estudiante puede verbalizar el proceso; en otras palabras, puede describir sus pasos y puede realizar un primer acercamiento a su ejecución.

2. La etapa de asociación que es la etapa donde se van detectando los errores y eliminándolos de la ejecución con ayuda de ensayos y refuerzos orales.

3. La etapa autónoma, donde finalmente la ejecución del proceso se afina y perfecciona. Es en esta etapa donde se automatizan los procesos. Una vez ocurrida la automatización el estudiante puede recuperar lo aprendido y ejecutarlo automáticamente lo cual ocupa un espacio muy reducido en su memoria de trabajo.

Figura Nº 22

Componentes del Dominio de conocimiento correspondiente a Procedimientos Mentales



Fuente: Libro "La Nueva Taxonomía de Kendall y Marzano"

c. El dominio del conocimiento denominado: Procedimientos Psicomotores

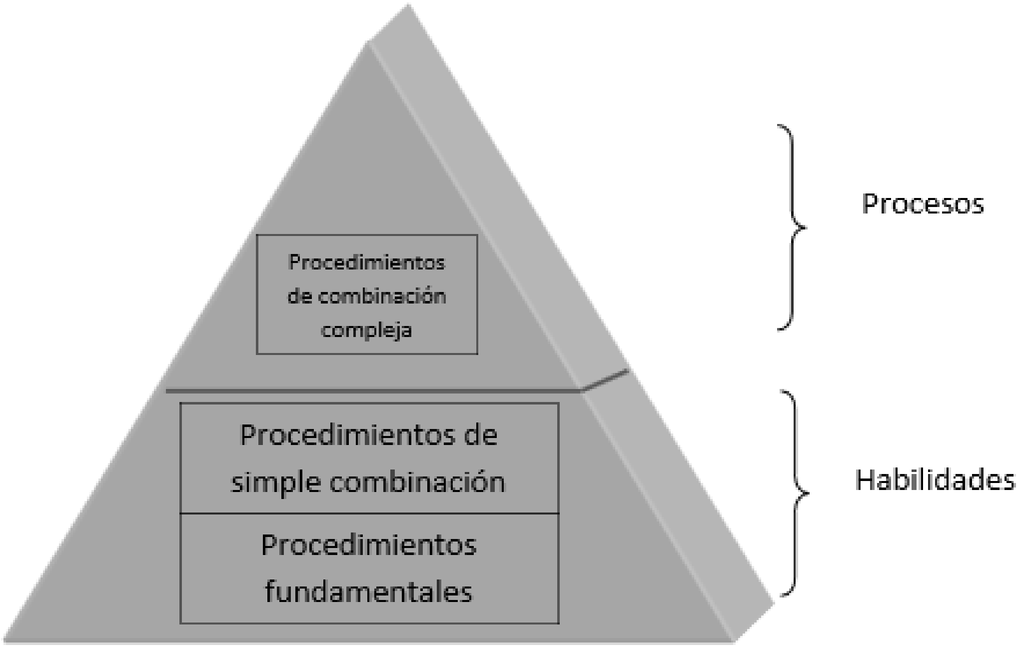
Los procedimientos psicomotores son considerados un tipo de conocimiento por dos principales razones:

1. Se almacenan en la memoria como cualquier otro tipo de procedimiento mental, con base en la relación si-entonces.

2. El proceso para su aprendizaje es muy similar al de los procedimientos mentales: primero como información en un primer acercamiento, y luego, a través de la práctica, se hacen de manera automática o semi-automática.

Figura Nº 23

Componentes del Dominio de conocimiento correspondiente a Procedimientos Psicomotores



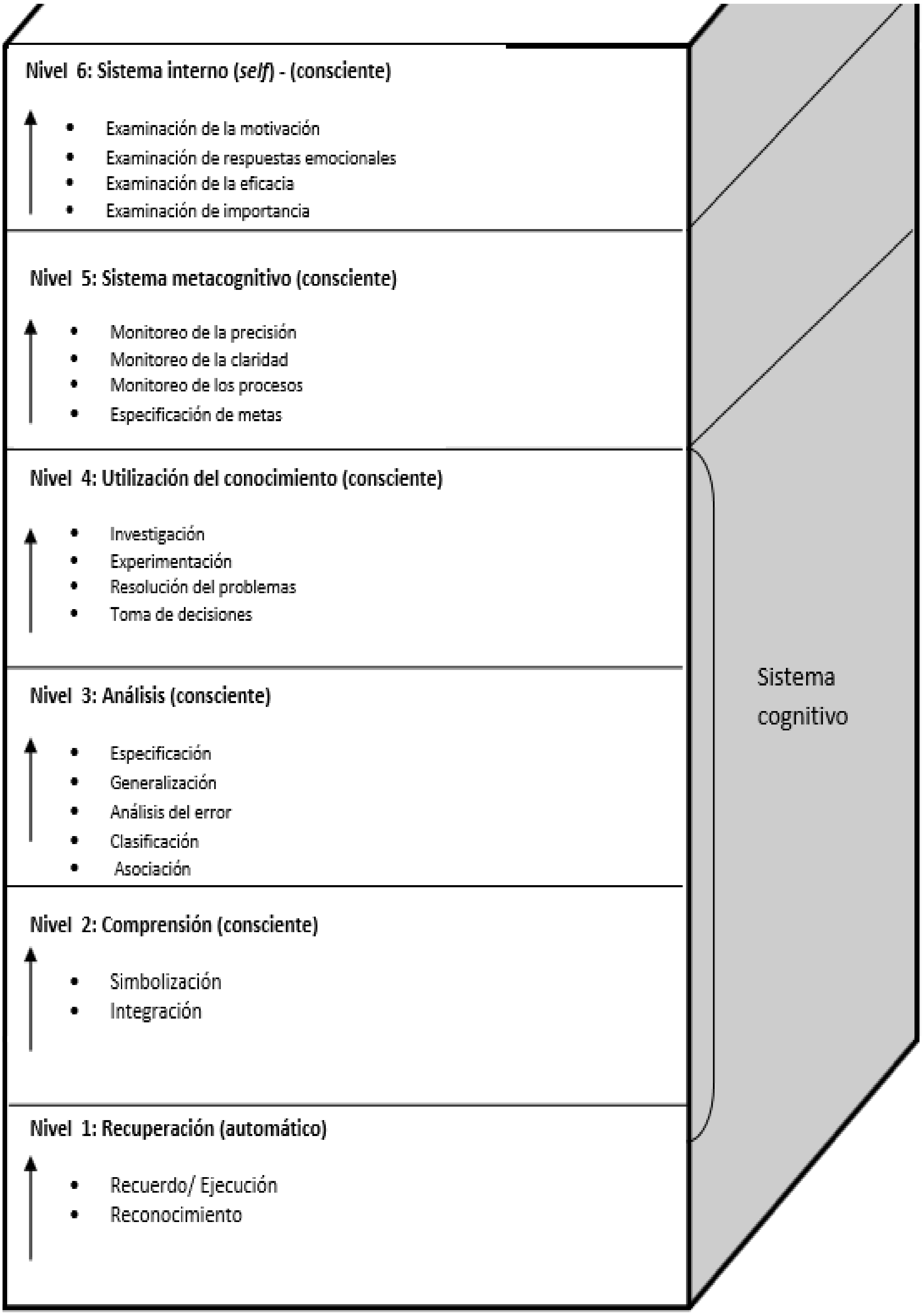
Fuente: Libro "La Nueva Taxonomía de Kendall y Marzano"

2.1.9.4. Explicación detallada de los sistemas de pensamiento

Para iniciar se presenta a continuación la Figura 24 que tiene por finalidad tener una visión holística de la jerarquía establecida para los sistemas de pensamiento. En ella se encuentran los 3 sistemas (cognitivo, metacognitivo y sistema interno (self)) con las subdivisiones correspondientes al cognitivo.

Figura Nº 24

Jerarquía de los sistemas de pensamiento



Fuente: Libro "La Nueva Taxonomía de Kendall y Marzano"

2.1.9.4.1. Sistema cognitivo

Tabla Nº 1

Tabla para el sistema cognitivo

Recuperación	Comprensión	Análisis	Utilización del conocimiento
2. Recuerdo/ Ejecución	4. Simbolización	9. Especificación	13. Investigación
1. Reconocimiento	3. Integración	8. Generalización	12. Experimentación
		7. Análisis del error	11. Resolución del problemas
		6. Clasificación	10. Toma de decisiones
		5. Asociación	

Fuente: Libro "La Nueva Taxonomía de Kendall y Marzano"

a. Nivel 1: Recuperación

Se puede describir el proceso de recuperación como la activación y transferencia del conocimiento de la memoria permanente a la memoria de trabajo, donde puede ser conscientemente procesada

b. Nivel 2: Comprensión

El proceso de comprensión en el sistema cognitivo es el encargado de traducir el conocimiento en las formas adecuadas para que su almacenaje en la memoria permanente se produzca, es decir, que tome la estructura y el formato que se requiere para que la información clave se preserve.

c. Nivel 3: Análisis

El análisis en la Nueva Taxonomía corresponde a la extensión razonada del conocimiento. En este estadio las personas elaboran a partir del conocimiento que comprenden. Por lo tanto, se puede afirmar que el análisis va más allá de la identificación de lo esencial versus lo no esencial que son funciones propias de la comprensión.

d. Nivel 4: Utilización del conocimiento

La utilización del conocimiento se presenta cuando la persona se ve en la necesidad de cumplir con determinadas tareas. Dichas tareas podrían considerarse las avenidas por donde corre el conocimiento que se presenta como un elemento útil para satisfacer las necesidades de la persona. En la Nueva Taxonomía, el nivel utilización de conocimiento está conformado por cuatro categorías: toma de decisiones, resolución de problemas, experimentación e investigación.

2.1.9.4.2. Sistema metacognitivo

El nivel de metacognición ha sido descrito por estudiosos e investigadores como el responsable del monitoreo, evaluación y regulación de todos los tipos de pensamiento. También se ha calificado a la metacognición como responsable del control de ejecución. En la Nueva Taxonomía el nivel de metacognición sostiene cuatro funciones: especificar las metas, monitoreo de los procesos, monitoreo de la claridad y monitoreo de la precisión. Se presenta a continuación la Tabla 2 que tiene por objetivo consolidar la definición y condiciones que presentan cada una de las funciones mencionadas.

Tabla Nº 2

Funciones que intervienen en el Sistema Metacognitivo

Funciones	Condiciones
Especificación de metas Definición: determinar de manera clara y puntual cuáles son los fines que se persiguen (en este caso a partir de una invitación a aprender algo nuevo relativo a algún dominio del conocimiento).	Para que la especificación de la meta sea completa se requiere: • Identificar de manera clara cómo será el estado final de haber alcanzado esa meta. • Contemplar las posibles dificultades que se le presentarán en el camino • Tener nociones del tiempo y recursos que le demandará alcanzar las metas trazadas
Monitoreo de procesos Definición: dar un seguimiento puntual a la efectividad de los procesos que se utilizan para el cumplimiento de una tarea.	Para que el monitoreo de procesos sea efectivo se requiere: • Identificar si se trata de una meta a corto, mediano o largo plazo para darle una justa dimensión al monitoreo • Detectar las carencias de información o práctica para llegar al cumplimiento efectivo de la meta en el tiempo estimado
Monitoreo de claridad y precisión Definición: indicar qué tan dispuesta está la persona ante el reto del aprendizaje de un nuevo conocimiento (disposición es un concepto utilizado para determinar qué tanto el aprendiz, de manera consciente, ha precisado lo que quiere aprender).	Para que el monitoreo de claridad y precisión sea efectivo se requiere: • Identificar las dificultades que se están suscitando en el proceso de aprendizaje para realizar ajustes en dicho proceso

Fuente: (Kendall & Marzano, 2007)

2.1.9.4.3. Sistema interno

Este es el último nivel de los sistemas de pensamiento que se reportan en la Nueva Taxonomía. El sistema interno de pensamiento (denominado en inglés self-system thinking) contiene una interrelación entre diversos elementos que intervienen en el proceso de aprendizaje como son: las actitudes, las creencias y las emociones. Es la interrelación entre estos elementos lo que determina finalmente la motivación y la atención.

Asimismo, este es el sistema que permite a los aprendices tomar posturas ante la opción de aprender o no aprender algo. Por esta razón, una vez que el sistema interno ha dado "luz verde" hacia el proceso de aprendizaje se pueden entonces activar los demás elementos del sistema de pensamiento. Para tal cometido, existen cuatro tipos de pensamiento que conforman el sistema interno (self): examinación de la importancia, examinación de la eficacia, examinación de las respuestas emocionales y examinación de la motivación. A continuación, Figura 15 con un resumen

Figura Nº 25

Sistema Interno

Fuente: Libro "La Nueva Taxonomía de Kendall y Marzano"

Se presenta a continuación la Tabla 3 que contiene los cuatro tipos de pensamiento enunciados.

Tabla Nº 3

Tipos de pensamiento que intervienen en el sistema interno (self)

Tipos de pensamiento	Condiciones
Examinación de la importancia Definición: valoración de la utilidad del nuevo conocimiento en las actividades del individuo.	Para que la importancia esté presente, se deben presentar dos factores: Percepción del nuevo aprendizaje con un valor: • Instrumental (utilidad) • De satisfacción de alguna necesidad básica o muy relacionado con una meta personal
Examinación de la eficacia Definición: valoración por parte del individuo de tener los recursos, la habilidad y el poder para desarrollar competencias en algún área en específico.	• Si es que el aprendiz no sostiene cree o percibe sostener un alto nivel de eficacia en la tarea que está por emprender, esto sin duda merma las posibilidades de éxito en el transcurso del aprendizaje. • La eficacia se encuentra estrechamente relacionada con el nivel de motivación que experimenta el aprendiz
Examinación de las respuestas emocionales Definición: las emociones están presentes en la mayoría de los aspectos de la vida de los seres humanos. Se afirma que tienen control sobre los pensamientos y que los seres humanos tienen poco control sobre ellos. Una vez sucedida la emoción, ésta desata las reacciones que se encaminan en conductas en respuesta a determinadas situaciones.	Presentar los retos del aprendizaje pensando en que las respuestas emocionales se muestren positivas y así se presten las condiciones para que las emociones impulsen las conductas favorables.
Examinación de la motivación Definición: la motivación es una conjunción de la importancia, sentido de eficacia y respuestas emocionales. Esta combinación desata, sin duda, niveles a los que la motivación puede llegar.	Para que la motivación sea alta, se requiere que el aprendiz: • Considere el componente de conocimiento importante • Crea que cuenta con los recursos, la habilidad y el poder para incrementar sus competencias relativas al conocimiento • Sostiene emociones positivas que ayudan a dar como respuesta conductas que orientan hacia el logro del aprendizaje

Fuente: Libro “La Nueva Taxonomía de Kendall y Marzano”

2.2. MARCO CONCEPTUAL

a. Geometría Analítica. - Estudia las figuras geométricas mediante técnicas básicas del análisis matemático y del álgebra en un determinado sistema de coordenadas.

b. Ecuación de la recta. - Es una expresión de la forma Ax+By+C=0, donde A, B y C son números reales. Es muy frecuente encontrar fórmulas para hallar la ecuación de la recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada, o para hallar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos.

c. Ecuación de la circunferencia. - Es el lugar geométrico de los puntos del plano cuyas distancias a un punto dado C, son iguales. Al punto C se lo llama centro de la circunferencia, y a la distancia constante r, radio de la misma. Siendo el centro de la cfa un punto de coordenadas C(α, β), y las de un punto geométrico sobre la misma de coordenadas P(x,y) , el radio de r, es la distancia entre estos dos puntos

d. Ecuación de la parábola. - Se llama parábola al lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo, llamado foco, y de una recta fija llamada directriz.

e. Ecuación de la elipse. - La elipse es una línea curva, cerrada y plana cuya definición más usual es: La elipse es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, tales que la suma de las distancias a otros dos puntos fijos llamados focos es constante.

f. Nueva Taxonomía de Kendall y Marzano. - es un modelo que en su esencia es una teoría sobre el pensamiento humano, a diferencia de la propuesta de Bloom que se limita a ofrecer un marco de referencia que describe seis niveles de procesamiento de información

2.3. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN

2.3.1. HIPÓTESIS GENERAL

- Las diferencias en cuanto al nivel de conocimiento de geometría analítica en los estudiantes de la IES "A-28 Perú Birf" de Azángaro y la IES Privada "San Ignacio de Loyola" de Puno al finalizar el año 2016 son relativamente significativas

2.3.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

- El nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la recta en los estudiantes de las dos Instituciones se encuentra en el nivel 4.
- El nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la circunferencia en los estudiantes de las dos Instituciones se encuentra en el nivel 3
- El nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la parábola en los estudiantes de las dos Instituciones se encuentra en el nivel 2
- Identificar el nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la elipse en los estudiantes de las dos Instituciones se encuentra en el nivel 1 (nivel básico)

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

3.1.1. TIPO

El tipo de investigación según el propósito, es básico; en tanto que según la estrategia de investigación es una investigación descriptiva (no experimental).

La investigación descriptiva según (Sampieri, Collado , & Baptista, 2010) el propósito es describir situaciones y eventos. Decir como es y cómo se manifiesta determinado fenómeno. Buscan especificar las propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis. Se selecciona una serie de cuestiones y se mide cada una de ellas independientemente, para así describir lo que se investiga. Miden los conceptos o variables a los que se refieren. Se centran en medir con la mayor precisión posible. La investigación descriptiva requiere considerable conocimiento del área que se investiga para formular las preguntas específicas que busca responder. Pueden ofrecer la posibilidad de predicciones, aunque sean rudimentarias

Las investigaciones descriptivas pueden partir de hecho, de hipótesis afirmativas cuyos resultados, a su vez pudiesen dar pie a elaborar hipótesis de relación causa-efecto entre variables; esto es posible en tanto que de "estas se han demostrado sus relaciones a través de la indagación descriptiva" (Bavaresco, 2000).

En opinión de (Aries, 2003), los estudios descriptivos permiten medir de forma independiente las variables, aun cuando no se formule hipótesis alguna, pues éstas aparecen enunciadas en los objetivos de la investigación, de allí que el tipo de investigación esté referido a escudriñar con cuanta profundidad se abordará el objeto, sujeto o fenómeno a estudiar.

3.1.2. DISEÑO

Corresponde a una investigación comparativa, Según (Aries, 2003). Consiste en efectuar una comparación lo más exhaustiva posible entre dos o más términos para analizar y sintetizar sus diferencias y similitudes.

3.2. POBLACIÓN Y MUESTRA

3.2.1. POBLACIÓN

Todos los estudiantes de secundaria de la IES.” A-28 Perú Birf” de Azángaro y de la IES Privada “San Ignacio de Loyola” de Puno.

Tabla Nº 4
Número total de la población de estudio

IES / SECCIÓN	GRADO	A	B	C	D	E	F	TOTAL
A-28 PERÚ BIRF	5º	25	27	26	24	23	25	150
	4º	23	22	24	25	27	23	144
	3º	30	29	28	26	28	29	170
	2º	23	24	26	25	25	24	147
	1º	25	24	25	23	24	24	145
Sub total								**756**
SAN IGNACIO DE LOYOLA	5º	23	22					45
	4º	21	22					43
	3	22	21					43
	2º	23	23					46
	1º	22	21					43
Sub total								**220**
TOTAL								**976**

Fuente: Nómina de Matrícula del año 2016
Elaboración: Investigador

3.2.2. MUESTRA

Se tomará como muestra a todos los estudiantes de 5to de secundaria como se visualiza en la siguiente tabla

Tabla Nº 5

Número total de la muestra de estudio

IES / SECCIÓN	GRADO	A	B	C	D	E	F	TOTAL
A-28 PERÚ BIRF	5º	25	27	26	24	23	25	**150**
SAN IGNACIO DE LOYOLA	5º	23	22					**45**
TOTAL								**195**

Fuente: Nómina de Matrícula
Elaboración: Investigador

3.2.2.1. Tipo de muestra

Se empleó el muestreo no probabilístico por conveniencia que es una técnica de muestreo donde las muestras que se recogen generalmente son seleccionados en función de su accesibilidad o a criterio personal e intencional del investigador.

3.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

VARIABLE	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
NIVEL DE CO NOCIMIENTO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA	-Examen	**-** Prueba Escrita

Es un instrumento por dimensión de estudio, es decir cuatro instrumentos. Cada Instrumento contiene 6 ítems los cuales representan a los indicadores medibles de cada dimensión. A continuación la Matriz de los 4 instrumentos (pruebas escritas).

Tabla Nº 6:
Matriz de las 4 Pruebas escritas

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS	NÚMERO DE PREGUNTAS	PUNTAJE POR PREGUNTA	ESCALA	
NIVEL DE CONOCIMIENTO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA	**Ecuación de la Recta**	**Recuperación:** El estudiante identifica la recta, la pendiente	1	1	2	Nivel 1	02
		Comprensión: El estudiante representa gráficamente la ecuación de la recta	2	1	2	Nivel 2	04
		Análisis: El estudiante halla similitudes y diferencias entre las posiciones relativas de dos rectas en el plano	3	1	4	Nivel 3	08
		Aplicación de lo aprendido: El estudiante es capaz de decidir, ante un problema geométrico, cuál estrategia utilizar para la resolución del problema planteado.	4	1	4	Nivel 4	12
		Metacognición: El estudiante se traza metas relacionadas con el uso de la ecuación de la recta en la vida cotidiana e identifica cómo puede lograrlo.	5	1	4	Nivel 5	16
		Sistema interno: El estudiante es capaz de proponer cómo mejorar sus competencias al resolver ejercicios de ecuación de la recta y analiza las razones por las cuales así lo propone	6	1	4	Nivel 6	20
		TOTAL		6	20		
	Ecuación	**Recuperación:** El estudiante identifica la circunferencia, radio, centro.	1	1	2	Nivel 1	02
		Comprensión: El estudiante representa gráficamente la ecuación de la circunferencia	2	1	2	Nivel 2	04
		Análisis: El estudiante halla similitudes y	3	1	4	Nivel 3	08

	de la Circunferencia	diferencias entre la recta tangente a una circunferencia y posiciones relativas de dos circunferencias no concéntricas.					
		Aplicación de lo aprendido: El estudiante es capaz de decidir, ante un problema geométrico, cuál estrategia utilizar para la resolución del problema planteado.	4	1	4	Nivel 4	12
		Metacognición: El estudiante se traza metas relacionadas con el uso de la ecuación de la circunferencia en la vida cotidiana e identifica cómo pueden lograrlo.	5	1	4	Nivel 5	16
		Sistema interno: El estudiante es capaz de proponer cómo mejorar sus competencias al realizar ejercicios de ecuación de la circunferencia y analiza las razones por las cuales así lo propone	6	1	4	Nivel 6	20
		TOTAL		6	20		
	Ecuación de la Parábola	**Recuperación:** El estudiante identifica la parábola, su directriz, foco, parámetro, eje, vértice, radio vector	1	1	2	Nivel 1	02
		Comprensión: El estudiante representa gráficamente la ecuación de la parábola	2	1	2	Nivel 2	04
		Análisis: El estudiante halla similitudes y diferencias entre las posiciones de la parábola	3	1	4	Nivel 3	08
		Aplicación de lo aprendido: El estudiante es capaz de decidir, ante un problema geométrico, cuál estrategia utilizar para la resolución del problema planteado.	4	1	4	Nivel 4	12
		Metacognición: El estudiante se traza metas relacionadas con el uso de un de la ecuación de la parábola en la vida cotidiana e identifica	5	1	4	Nivel 5	16

		cómo pueden lograrlo.					
		Sistema interno: El estudiante es capaz de proponer cómo mejorar sus competencias al realizar ejercicios de ecuación de la parábola y analiza las razones por las cuales así lo propone	6	1	4	Nivel 6	20
		TOTAL		6	20		
	Ecuación de la Elipse	**Recuperación:** El estudiante identifica la elipse, foco, eje focal, vértice, centro, eje normal, eje mayor, eje menor, cuerda focal, lado recto, diámetro, directrices, radio focal, eje de simetría,.	1	1	2	Nivel 1	02
		Comprensión: El estudiante representa gráficamente la ecuación de la elipse	2	1	2	Nivel 2	04
		Análisis: El estudiante halla similitudes y diferencias entre las posiciones de la elipse	3	1	4	Nivel 3	08
		Aplicación de lo aprendido: El estudiante es capaz de decidir, ante un problema geométrico, cuál estrategia utilizar para la resolución del problema planteado.	4	1	4	Nivel 4	12
		Metacognición: El estudiante se traza metas relacionadas con el uso de la ecuación de la elipse en la vida cotidiana e identifica cómo pueden lograrlo.	5	1	4	Nivel 5	16
		Sistema interno: El estudiante es capaz de proponer cómo mejorar sus competencias al realizar ejercicios de ecuación de la elipse y analiza las razones por las cuales así lo propone	6	1	4	Nivel 6	20
		TOTAL		6	20		

Fuente: Libro "La Nueva Taxonomía de Kendall y Marzano"
Elaboración: Investigador

3.4. PROCEDIMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS

Se realizó las siguientes acciones:

- ✓ Se representó los datos y cuadros estadísticos
- ✓ Se utilizó las medias de tendencia central
- ✓ Se analizó los resultados obtenidos
- ✓ Se establecieron las conclusiones respectivas

3.5. PROCESAMIENTO Y. ANÁLISIS DE DATOS

Para la Investigación

En el caso de la presente investigación la hipótesis no es de tipo inferencial, por lo que la comprobación de la verdad de la hipótesis se realizará mediante los estadígrafos de tendencia central como la media aritmética, la mediana y la moda. Solo en las hipótesis que relacionan variables como en los correlaciónales, explicativos o experimentales, se exige la prueba de hipótesis de tipo inferencial.

En cuanto a la validez de los instrumentos empleados

Son cuatro instrumentos de 6 ítems , según (Bojórquez, López, Eusebio, & Jimenez, 2013) que toma como referencia a Cronbach afirma para poder validar un instrumento es necesario aplicar como mínimo a una cantidad de individuos a 5 veces al número de Ítems a efectos de evitar obtener correlaciones ítem-total espuriamente altas, que pueden aparecer cuando el número de Ítems y el de individuos que responden la prueba son semejantes

En el caso de la investigación. Cada instrumento tiene seis ítems como se puede observar en la tabla 6, entonces la población en la que se aplicó para validar el instrumento fue 30, en cada caso

Los Ítems (Preguntas) cuyos coeficientes de correlación ítem-total arrojan valores menores a 0.35 deben ser desechados o reformulados, dado que una baja correlación entre el Ítem y el puntaje total puede deberse a diversas causas, ya sea de mala redacción del Ítem o no sirve para medir lo que se desea medir. Correlaciones a partir de 0.35 son estadísticamente significativos más allá del nivel del 1% (Cohen & Manion, 1990). La ventaja de éste coeficiente reside en que requiere de una sola administración del instrumento de medición. Puede tomar valores entre 0 y1, donde 0 significa nula confiabilidad y 1 representa la confiabilidad total. El coeficiente Alfa de Cronbach puede ser calculado sobre la base de: a) Varianza de los Ítemes (Validación de cada Ítem) b) Matriz de correlación de los Ítemes (Validación general de todos los Ítemes)

.

CAPÍTULO IV.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Una vez aplicado los instrumentos de recolección de la información, se procedió a realizar el tratamiento correspondiente para el análisis de los mismos, por cuanto la información que arrojará será la que indique las conclusiones a las cuales llega la investigación,

Tabla Nº 7

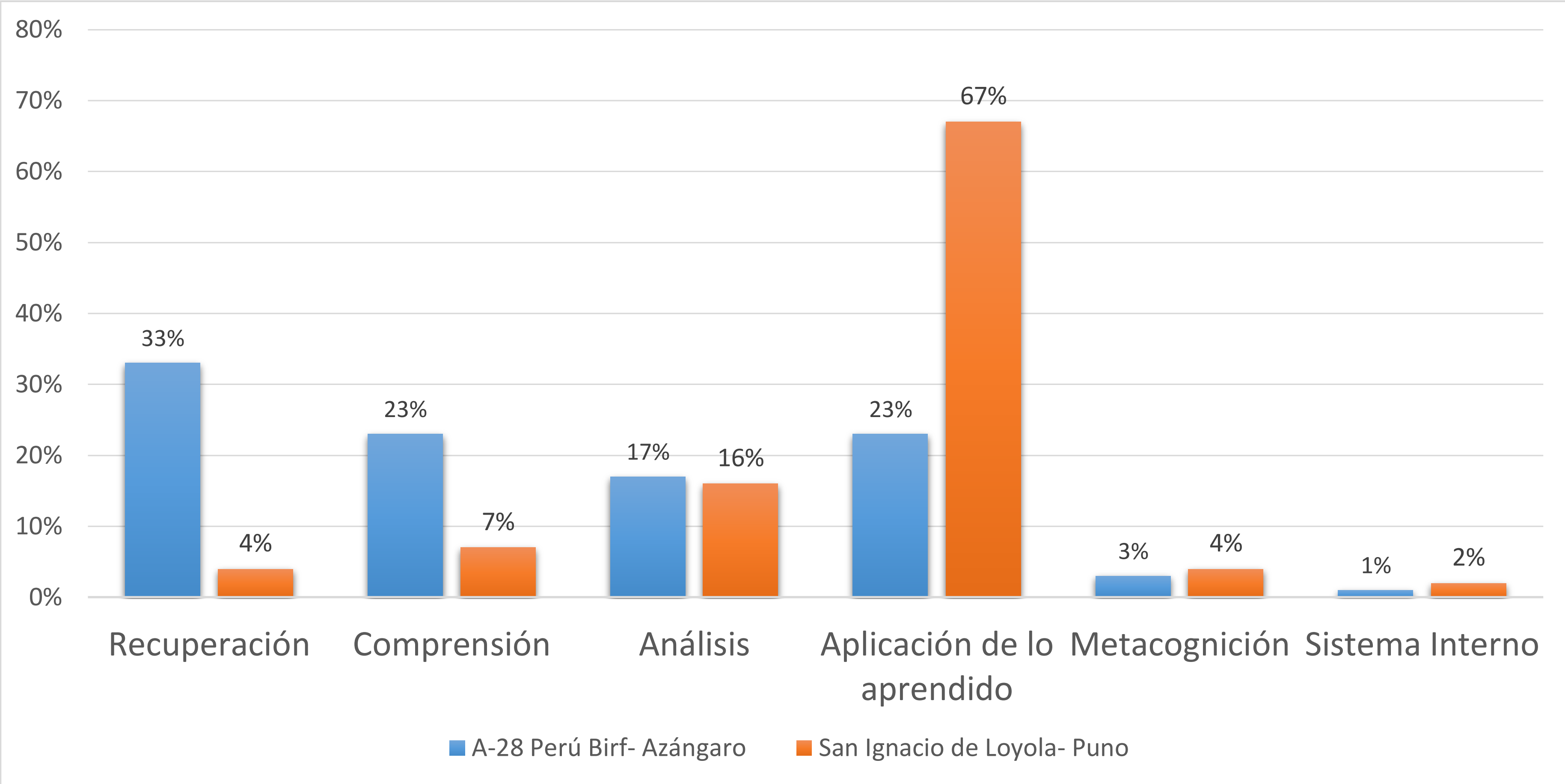
Resultados del Nivel de Conocimiento de Ecuación de la Recta

	Recuperación	Comprensión	Análisis	Aplicación de lo aprendido	Metacognición	Sistema Interno	TOTAL
A-28 Perú Birf-Azángaro	33%	23%	17%	23%	3%	1%	100%
San Ignacio de Loyola-Puno	4%	7%	16%	67%	4%	2%	100%
A-28 Perú Birf-Azángaro	50	34	26	34	4	2	150
San Ignacio de Loyola-Puno	2	3	7	30	2	1	45

Fuente: Prueba escrita de Ecuación de la Recta
Elaboración: Investigador

Figura Nº 26

Resultados del Nivel de Conocimiento de Ecuación de la Recta



Fuente: Prueba escrita de Ecuación de la Recta
Elaboración: Investigador

Discusión

Existe 6 niveles: Nivel 1: Recuperación; nivel 2: comprensión; nivel 3: análisis; nivel 4: aplicación de lo aprendido; nivel 5: meta cognición; nivel 6: sistema interno**.** Comparando los resultados de la IES 4-28 Perú Birf Azángaro y la IES San Ignacio de Loyola. Se observa que el 67% del total de los estudiantes de San Ignacio lograron llegar al nivel 4, en cambio solo el 23% de los estudiantes de Perú Birf logró legar al Nivel 4. En esta dimensión no se evidencian diferencias significativas entre una y otra institución, ya que la diferencia entre un nivel y otro es mínimo. En cuanto al Nivel 5 y 6 se observa una mínima cantidad de estudiantes de ambas Instituciones lograr dichos niveles, lo cual evidencia que se debe de tomar las medidas correspondientes para contrarrestar situación encontrada

Tabla Nº 8:

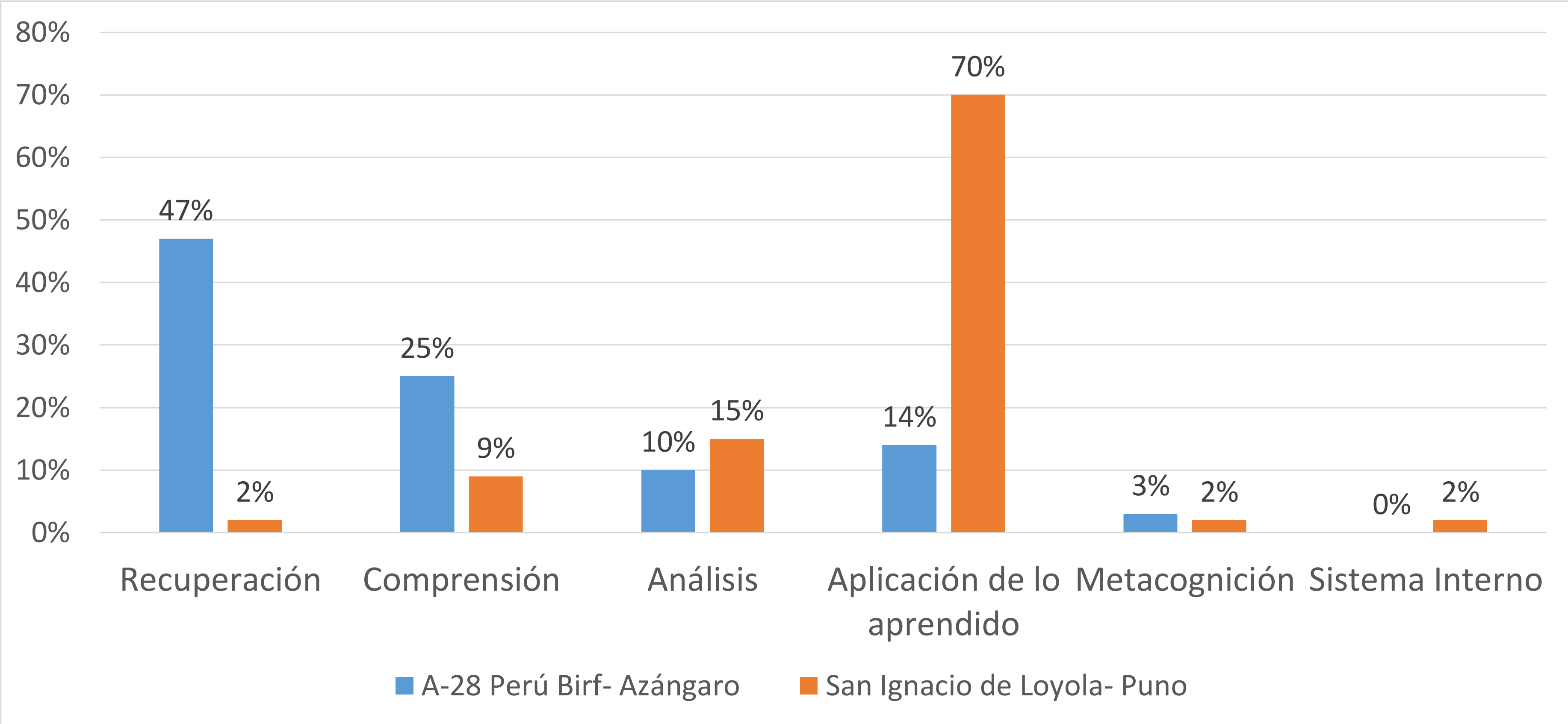
Resultados del Nivel de Conocimiento de Ecuación de la Circunferencia

	Recuperación	Comprensión	Análisis	Aplicación de lo aprendido	Metacognición	Sistema Interno	TOTAL
A-28 Perú Birf-Azángaro	47%	25%	10%	14%	3%	0%	99%
San Ignacio de Loyola- Puno	2%	9%	15%	70%	2%	2%	100%
A-28 Perú Birf-Azángaro	71	38	15	21	5	0	150
San Ignacio de Loyola- Puno	1	4	6	32	5	1	45

Fuente: Prueba escrita de Ecuación de la Circunferencia
Elaboración: Investigador

Figura Nº 27

Resultados del Nivel de Conocimiento de Ecuación de la Circunferencia



Fuente: Prueba escrita de Ecuación de la Circunferencia
Elaboración: Investigad

Discusión

En lo referido a Ecuación de la circunferencia, se muestra que el 70% de los estudiantes de la IES San Ignacio de Loyola llegó al nivel 4; mientras que solo el 14% de los estudiantes de la IES Perú Birf llegó al nivel 4, ello se debe a que por motivos de tiempo en las IES Públicas no llegan a desarrollar por completo los contenidos de geometría. También resalta que una mínima cantidad de estudiantes de ambas Instituciones lograron alcanzar el Nivel 5 y 6. Los dos últimos niveles son fundamentales e importantes y el hecho de que pocos estudiantes lo hayan logrado genera preocupación, ya que el Nivel 5, metacognición, es responsable del monitoreo, evaluación y regulación de todos los tipos de pensamiento, y es mediante el cual el estudiante se puede trazar metas. El nivel 6, sistema interno, es importante porque a través de este el estudiantes puede calificar su propio desempeño y por ende mejorar

Tabla Nº 9

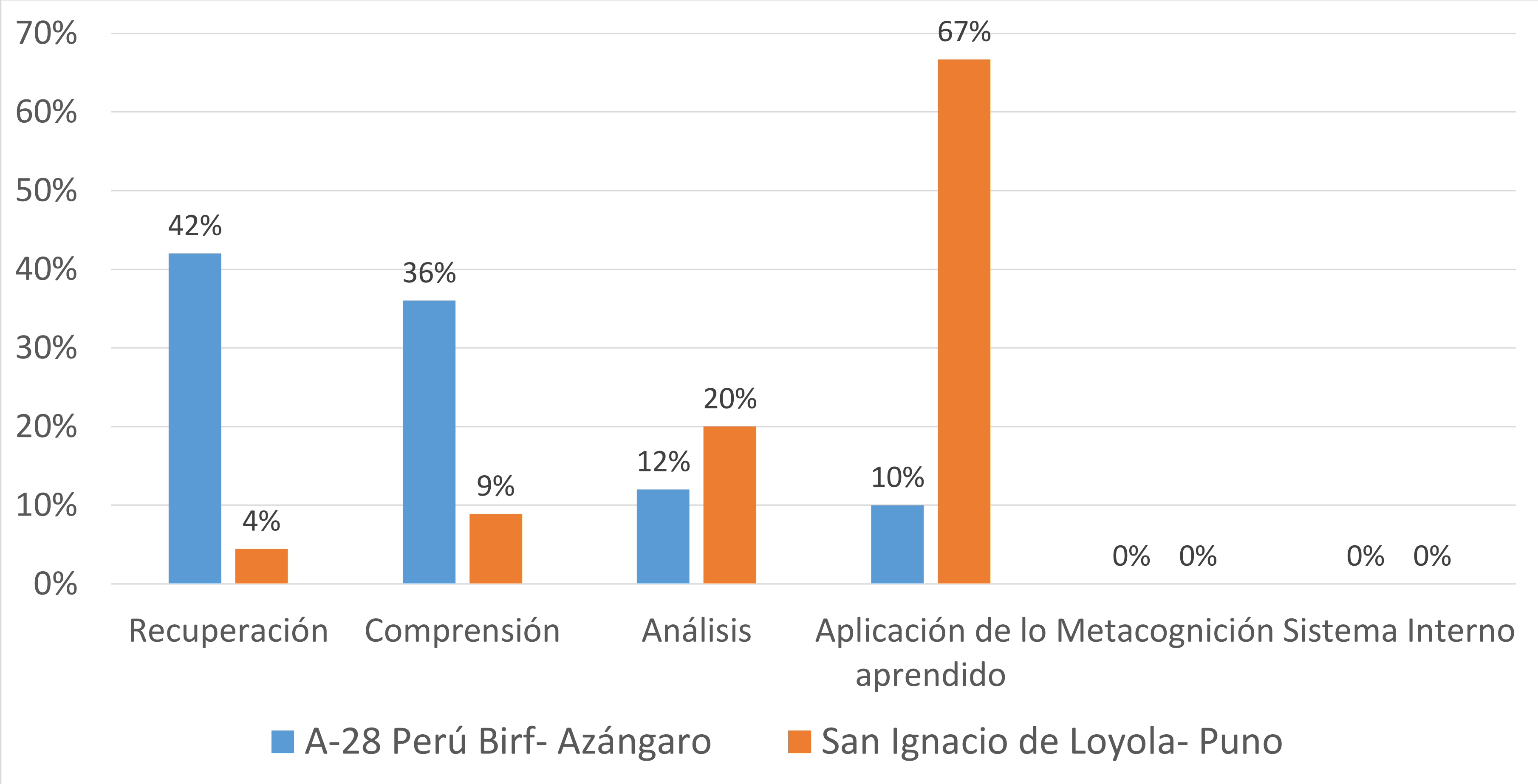
Resultados del Nivel de Conocimiento de la Ecuación de la Parábola

	Recuperación	Comprensión	Análisis	Aplicación de lo aprendido	Metacognición	Sistema Interno	TOTAL
A-28 Perú Birf- Azángaro	42%	36%	12%	10%	0%	0%	100%
San Ignacio de Loyola- Puno	4%	9%	20%	67%	0%	0%	100%
A-28 Perú Birf- Azángaro	63	54	18	15	0	0	150
San Ignacio de Loyola- Puno	2	4	9	30	0	0	45

Fuente: Prueba escrita de Ecuación de la Parábola
Elaboración: Investigador

Figura Nº 28

Resultados del Nivel de Conocimiento de Ecuación de la Parábola



Fuente: Prueba escrita de Ecuación de la Parábola
Elaboración: Investigador

Discusión

En lo referido a Ecuación de la Parábola, en este punto, ya se empiezan a notar diferencias significativas entre ambas instituciones, porque el 67% de los estudiantes de la IES San Ignacio de Loyola lograron alcanzar el nivel 4; en cambio solo el 10% de los estudiantes IES A-28 Perú BIrf lograron alcanzar el nivel 4. Se observa que el 78% de los estudiantes de la IES A-28 Perú Birf logrío alcanzar el Nivel 1 y 2 . Ningun estudiantes de ninguna de las IES mencionadas logro alcanzar el nivel 5 y 6

Tabla Nº 10

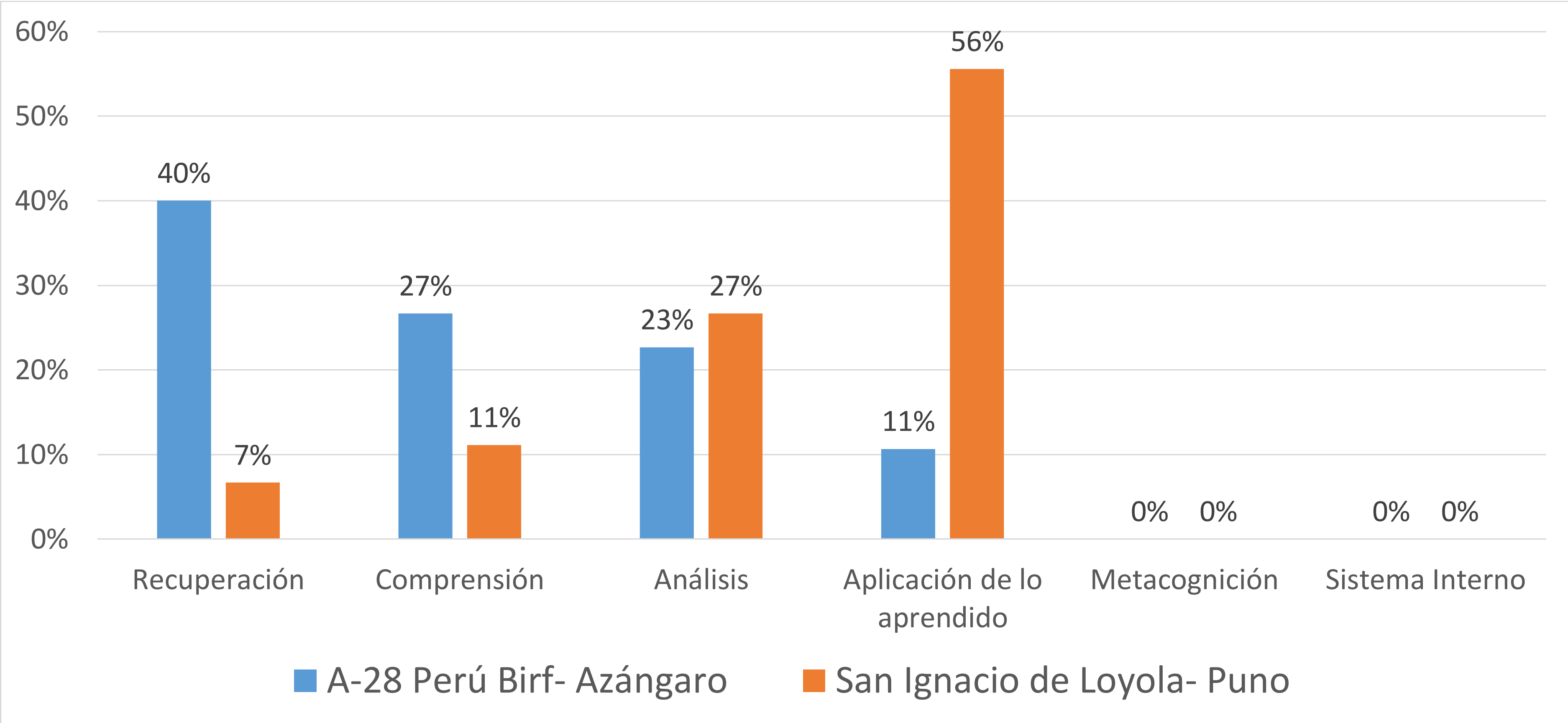
Resultados del Nivel de Conocimiento de la Ecuación de la Elipse

	Recuperación	Comprensión	Análisis	Aplicación de lo aprendido	Metacognición	Sistema Interno	TOTAL
A-28 Perú Birf-Azángaro	40%	27%	23%	11%	0%	0%	100%
San Ignacio de Loyola- Puno	7%	11%	27%	56%	0%	0%	100%
A-28 Perú Birf-Azángaro	60	40	34	16	0	0	150
San Ignacio de Loyola- Puno	3	5	12	25	0	0	45

Fuente: Prueba escrita de Ecuación de la Elipse
Elaboración: Investigador

Figura Nº 29

Resultados del Nivel de Conocimiento de la Ecuación de la Elipse



Fuente: Prueba escrita de Ecuación de la Elipse
Elaboración: Investigador

Discusión

Se observa una disminución de porcentaje en cuanto al Nivel 4 por parte de los estudiantes de la IES San Ignacio de Loyola de 70% a 56%.. En cuanto a los estudiantes de la IES A- 28 Perú Birf los porcentajes más representativos se encuentran en el Nivel 1 y 2. Ello es preocupante porque como se mencionó anteriormente por motivos de tiempo en una IES Pública no se llega a desarrollar por completo los contenidos de geometría

CONCLUSIONES

Primera: Las diferencias en cuanto al nivel de conocimiento de geometría analítica en los estudiantes de la IES "A-28 Perú Birf" de Azángaro y la IES Privada "San Ignacio de Loyola" de Puno al finalizar el año 2016, fueron relativamente significativas, porque la gran mayoría de los estudiantes de la IES Privada llegaron al Nivel 4. Y los estudiantes de la IES Pública llegaron en mayor porcentaje al nivel 1,2 y en un porcentaje mínimo al nivel 3 y 4. Es relativamente significativa porque los primeros 4 niveles representan a un solo nivel general, al sistema cognitivo, es decir, todo lo referido al conocimiento. También porque solo un porcentaje mínimo de estudiantes de ambas instituciones llegaron al nivel 5 y 6, nivel que busca que los estudiantes propongas a los docentes estrategias y métodos mediante los cuales aprenden con mayor facilidad.

Segunda: En lo referente al nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la recta en los estudiantes de las dos Instituciones se observó que las diferencias no son significativas. Ya que el 67% del total de estudiantes de la IES San Ignacio de Loyola alcanzó el nivel 4; mientras que solo el 23% del total de estudiantes de la IES A-28 Perú Birf alcanzó el referido nivel. Además en cuanto al nivel 5 y 6, nivel superior y esperado, solo lo lograron entre un 1% a 3%. del total de estudiantes de ambas instituciones

Tercera: En lo referente al nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la circunferencia en los estudiantes de las dos Instituciones. En este punto ya se empezó a visualizar diferencias significativas ya que el 70% del total de estudiantes de la IES San Ignacio de Loyola alcanzaron el nivel 4 y en la IES Pública A-28 Perú Birf solo alcanzaron el 14%. El motivo aparentemente es la carga horaria, ya que los estudiantes IES Privada llevan 16 horas semanales y los de la IES Pública solo 6 horas semanales.

Cuarta: En lo referente al nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la parábola en los estudiantes de las dos Instituciones. Las diferencias fueron significativas, porque en la IES San Ignacio de Loyola del total de estudiantes, el 67% alcanzó el nivel 4; en cambio en la IES A-28 Perú Birf solo lo lograron el 10% del total de estudiantes, En cuanto a los niveles 5 y 6, ningún estudiante de ninguna de las Instituciones logró alcanzar dichos niveles.

Quinta: En lo referente al nivel de conocimiento de geometría analítica en cuanto a la ecuación de la elipse en los estudiantes de las dos Instituciones. Las diferencias fueron significativas porque en la IES San Ignacio de Loyola del total de estudiantes, el 56% alcanzó el nivel 4; en cambio del total de los estudiantes de la IES A-28 Perú Birf solo lo lograron el 11%. En cuanto a los niveles 5 y 6. Ningún estudiante de ninguna de las Instituciones lograron alcanzar dichos niveles.

RECOMENDACIONES

Primera: Se recomienda a los docentes de ambas Instituciones que revisen las diferentes taxonomías existentes referentes al aprendizaje, el proceso de aprendizaje, de tal manera que al momento de plantear objetivos de aprendizaje, éstos reflejen el avance de nuestros estudiantes.

Segunda: Se sugiere al director de la IES A-28 Perú Birf de Azángaro dirigir las reuniones de inicio de año escolar del área de matemática de tal manera que los contenidos de geometría analítica puedan ser desarrollados en su totalidad y ello no afecte a los estudiantes.

Tercera: Se recomienda a los estudiantes de ambas Instituciones que averigüen más acerca de la aplicación y el uso de la ecuación de la resta, circunferencia, parábola, elipse en la vida cotidiana, por ejemplo, su presencia en el transporte, en los juegos mecánicos (montaña rusa), etc

Cuarta: Se sugiere a los docentes de ambas instituciones la implementación de curso de capacitación que incluya no solo la taxonomía de Kendall y Marzano, sino la de muchos pedagogos más; dicha herramienta será útil tanto para el docente como para el estudiante

Quinta: Se sugiere las autoridades competentes directores o por iniciativa propia de docentes o los mismos estudiantes se forman círculos escolares que permitan un refuerzo y retroalimentación de los contenidos que por premuras del tiempo como es el caso de geometría analítica puedan ser desarrollados en horas extracurriculares.

REFERENCIAS

Aries, F. (2003). Introducción a la Metodología de la Investigación.

Barnett, R. (1991). *Geometría.* McGraw-Hill Interamericana.

Bavaresco, A. (2000). Técnicas de Investigación. 29.

Bojórquez, J., López, L., Eusebio, J., & Jimenez, E. (2013). *Utilización del alfa de Cronbach para validar la confiabilidad de.* México: Innovation in Engineering, Technology and Education for Competitiveness and Prosperity.

Cohen, L., & Manion, L. (1990). *Métods de Investigación Educativa.* Madrid: La Muralla.

Gallardo, K. (2009). *La nueva Taxonomía de Marzano y Kendall: una alternativa para enriquecer el trabajo educativo desde su planeación.* México: Escuela de Graduados en Educación del Tecnológico de Monterrey.

Kendall, J., & Marzano, R. (2007). *The new taxonomy of educational objectives.* California: EEUU: Corwnin Press.

Microsof Encarta. (2017). *Geometría Analítica.* Reservados todos los derechos.: Microsoft Corporation.

Riquenez, M. (2007). *Compendio de Geometría.* Editorial Universitaria.

Rojas, C. (2015). *Introducción a la Geometría.* Universidad del Norte.

Ruiz, J. (2014). *Geometría Analítica.* México: Larousse - Grupo Editorial Patria.

Sampieri, R. H., Collado , C., & Baptista, M. (2010). Metodología de la Investigación.

1

ANEXOS

ANEXO A

DIRECCIÓN REGIONAL DE EDUCACIÓN DE PUNO

Prueba Escrita de Ecuación de la Recta

DATOS INFORMATIVOS:

INSTITUCIÓN EDUCATIVA:……………………..……………………………………………………

GRADO DE ESTUDIOS…...…Quinto……… SECCIÓN: …..…………… FECHA: …………………..

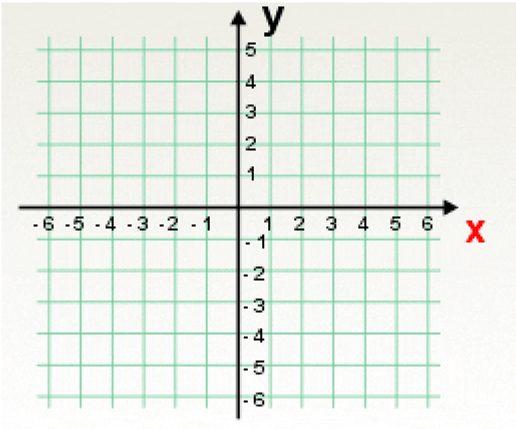
APELLIDOS Y NOMBRES: ………...……………………..…..………………………………………

***INSTRUCCIONES:* Joven y/o señorita Estudiante, este instrumento tiene la finalidad de conocer tu nivel de conocimiento respecto a la ecuación de la recta, lo cual servirá para reorientar el trabajo en la Institución Educativa, por lo que se te pide que leas detenidamente cada ítems (pregunta)**

1. **Identifica las afirmaciones verdaderas y falsas de la ecuación de la recta. (Nivel 1: Recuperación) 2 puntos**
   - **a)** Tres puntos son colineales si pertenecen a la misma recta ( ).
   - **b)** La pendiente de una recta es la tangente del Angulo de inclinación ( )
2. **Representa gráficamente la ecuación de la recta. (Nivel 2: Comprensión) 2 puntos**

a) $y = -2x + 6$

b) $y = 3x - 4$



3. **Relaciona según corresponda. Luego establece si son paralelas o perpendiculares entre cada una de las ecuaciones. (Nivel 3: Análisis) 4 puntos**

a) $2y-3x=5$ y $6x-4y-2=0$ ( )

b) $2y-3x=7$ y $2x-3y=9$; ( )

4. **Elige la estrategia adecuada y resuelve el siguiente ejercicio. (Nivel 4: Aplicación de lo aprendido) 4 puntos**

a) **Punto de intersección de y=5x+8; y=4x+10**

A)no se cortan
B) (18,2)
C) (2,18)
D) (2,0)

b) **Halla la ecuación de la recta que pasa por P(5,8) y tiene 1 de pendiente.**

A) y=x-13
B) y=x+3
C) y=x-5
D) y=-x+3

5. **Ejemplifica un uso de la ecuación de la recta en la vida cotidiana e identifica cómo puedes lograrlo.(Nivel 5: Metacognición)**

6. **Propón cómo mejorar tus competencias al resolver ejercicios de ecuación de la recta y explica las razones por las cuales así lo propones**

ANEXO B

DIRECCIÓN REGIONAL DE EDUCACIÓN DE PUNO

Prueba Escrita de Ecuación de la Circunferencia

DATOS INFORMATIVOS:

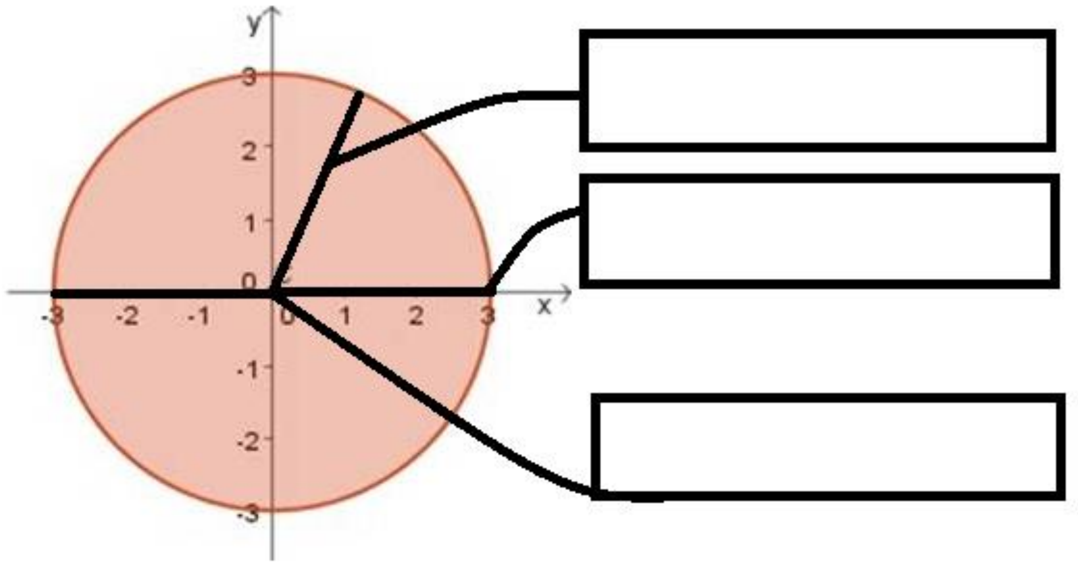
INSTITUCIÓN EDUCATIVA:……………………..………………………………………………………

GRADO DE ESTUDIOS…..…Quinto……… SECCIÓN: …..…………… FECHA: …………………..

APELLIDOS Y NOMBRES: ………..……………………..…..………………………………………

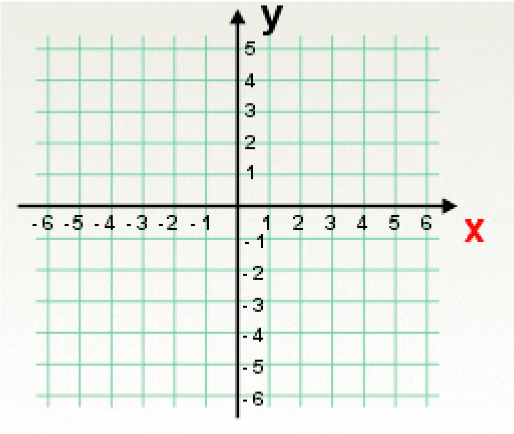
INSTRUCCIONES: ***Joven y/o señorita Estudiante, este instrumento tiene la finalidad de conocer tu nivel de conocimiento respecto a la ecuación de la circunferencia, lo cual servirá para reorientar el trabajo en la Institución Educativa, por lo que se te pide que leas detenidamente cada ítems (pregunta)***

1. **Identifica las partes de la circunferencia. (Nivel 1: Recuperación) 2 puntos**

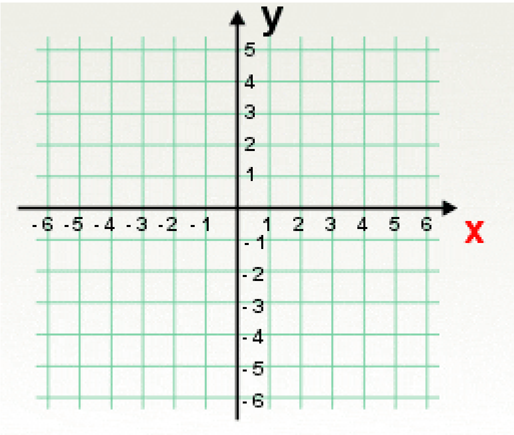


2. **Representa gráficamente la ecuación de la circunferencia. (Nivel 2: Comprensión) 2 puntos**

a) $x^2 + y^2 - 4 = 0$



b) $((\mathrm{x} - 3))^2 + (y + 5)^2 = 9$



3. **Escribe la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el origen y cuyo radio mide: 6 cm (Nivel 3: Análisis) 4 puntos**

4. **Elige la estrategia adecuada y resuelve el siguiente ejercicio. (Nivel 4: Aplicación de lo aprendido) 4 puntos**

   El radio de la circunferencia que tiene de centro el punto (6, -1) y es tangente a la recta 3X - 4Y+13 =0 es

   A) Radio = Raiz de 40
   B) Radio = -7
   C) Radio = 7
   D) Radio = Raiz de 30

5. **Ejemplifica un uso de la ecuación de la circunferencia en la vida cotidiana e identifica cómo puedes lograrlo.(Nivel 5: Metacognición)**

6. **Propón cómo mejorar tus competencias al resolver ejercicios de ecuación de la circunferencia y explica las razones por las cuales así lo propones**

ANEXO C

DIRECCIÓN REGIONAL DE EDUCACIÓN DE PUNO

Prueba Escrita de Ecuación de la Parábola

DATOS INFORMATIVOS:

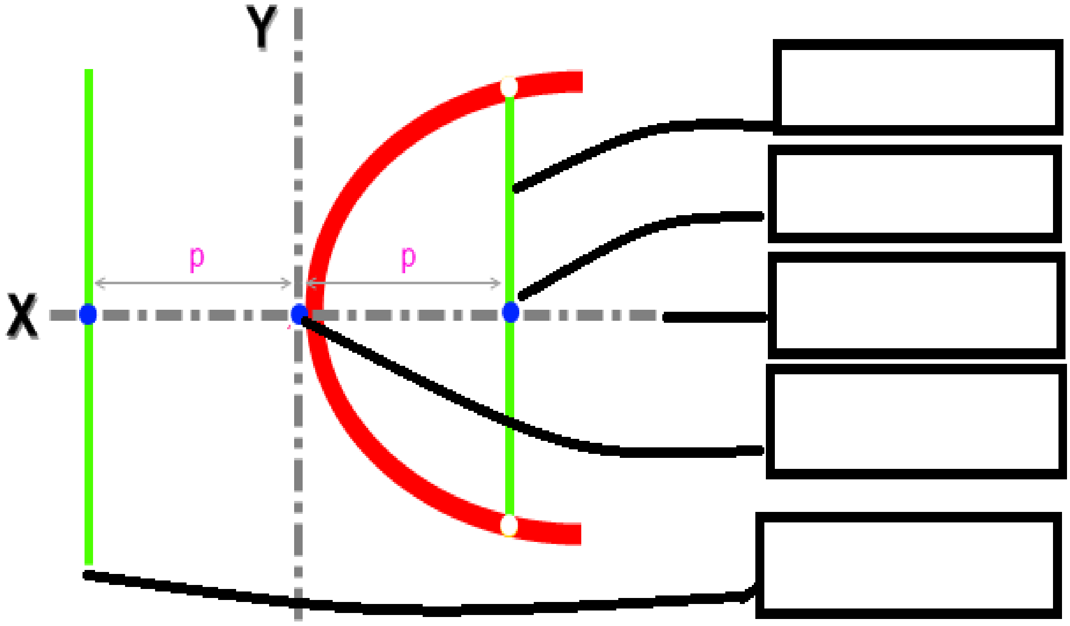
INSTITUCIÓN EDUCATIVA:……………………..…………………………………………………

GRADO DE ESTUDIOS…..…Quinto……… SECCIÓN: …..…………… FECHA: …………………..

APELLIDOS Y NOMBRES: ………...…………………….…...………………………………………

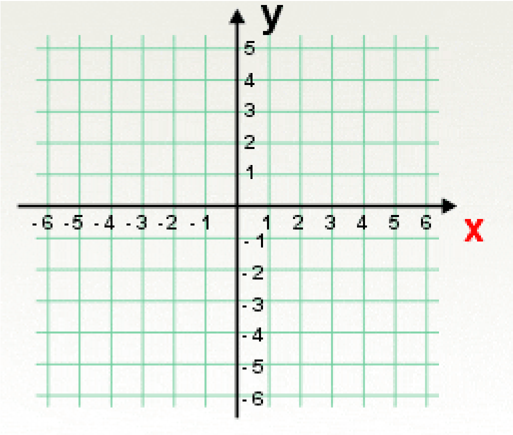
***INSTRUCCIONES*: Joven y/o señorita Estudiante, este instrumento tiene la finalidad de conocer tu nivel de conocimiento respecto a la ecuación de la parábola, lo cual servirá para reorientar el trabajo en la Institución Educativa, por lo que se te pide que leas detenidamente cada ítems (pregunta)**

1. **Identifica las partes de la parabola. (Nivel 1: Recuperación) 2 puntos**



2. **Representa gráficamente la ecuación de la parábola. (Nivel 2: Comprensión) 2 puntos**

   $x^2 - 4x + 6y - 8 = 0$



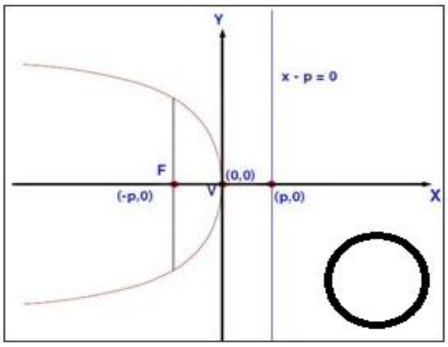
3. **Relaciona según corresponda. Luego establece si son paralelas y perpendiculares entre cada una de las ecuaciones. (Nivel 3: Análisis) 4 puntos**

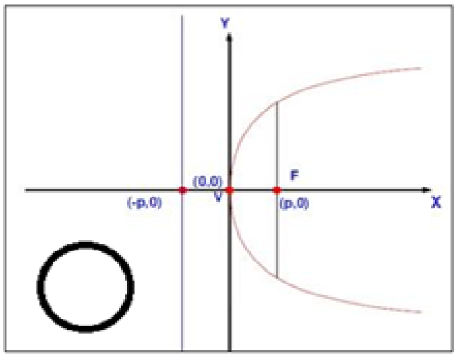
   a) **Ecuación de la parábola $y^2 = 4px$,Ecuación de la directriz $x + p = 0$**

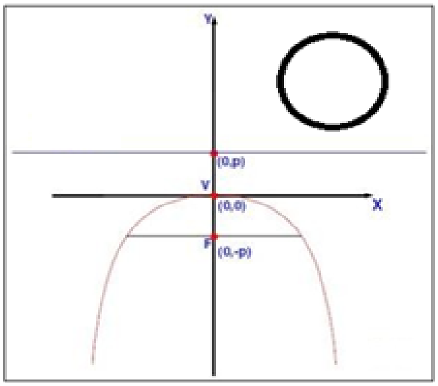
   b) **Ecuación de la parábola $y^2 = 4px$,Ecuación de la directriz $x - p = 0$**

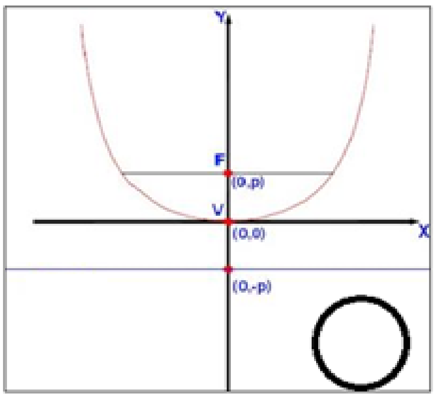
   c) **Ecuación de la parábola $x^2 = 4py$;Ecuación de la directriz $y + p = 0$**

   d) **Ecuación de la parábola $x^2 = 4py$;Ecuación de la directriz $y - p$**









4. **Elige la estrategia adecuada y halla las ecuaciones de la parábola el siguiente ejercicio. (Nivel 4: Aplicación de lo aprendido) 4 puntos**

   a) Foco F(0, 3), Directriz : y + 3 = 0.

   b) Foco F(0, 6), Directriz el eje X

5. **Ejemplifica un uso de la ecuación de la parábola en la vida cotidiana e identifica cómo puedes lograrlo.(Nivel 5: Metacognición)**

6. **Propón cómo mejorar tus competencias al resolver ejercicios de ecuación de la parábola y explica las razones por las cuales así lo propones**

ANEXO D

DIRECCIÓN REGIONAL DE EDUCACIÓN DE PUNO

Prueba Escrita de Ecuación de la Elipse

DATOS INFORMATIVOS:

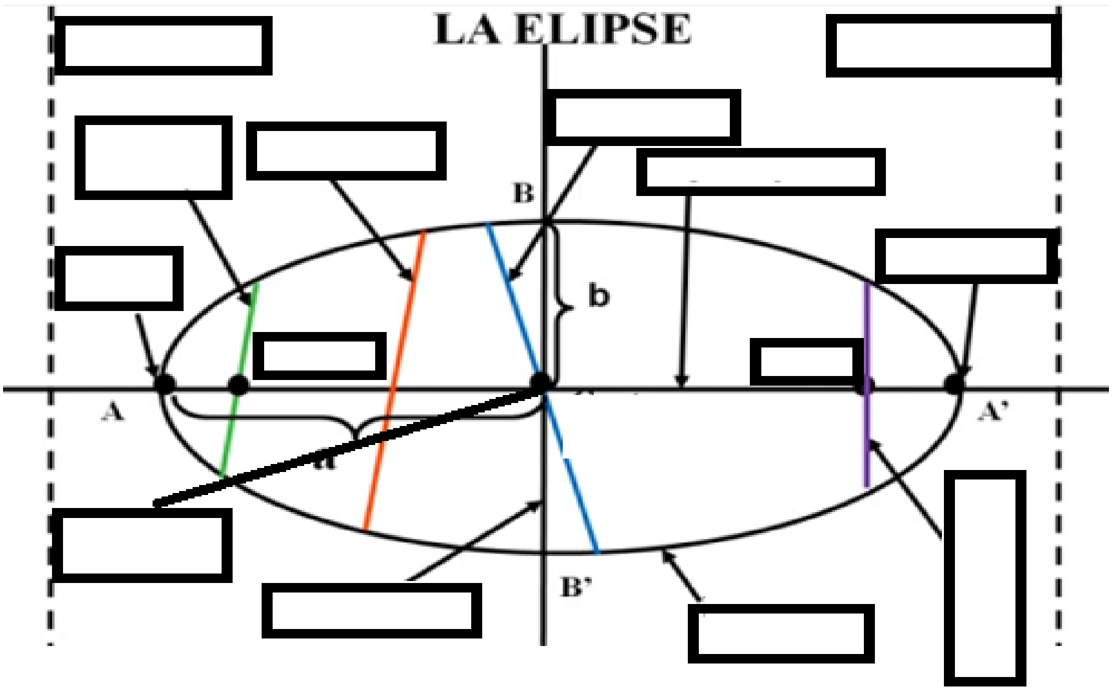
INSTITUCIÓN EDUCATIVA:……………………..…………………………………………………….

GRADO DE ESTUDIOS…...…Quinto……… SECCIÓN: …..…………… FECHA: …………………..

APELLIDOS Y NOMBRES: ………..……………………..…...………………………………………

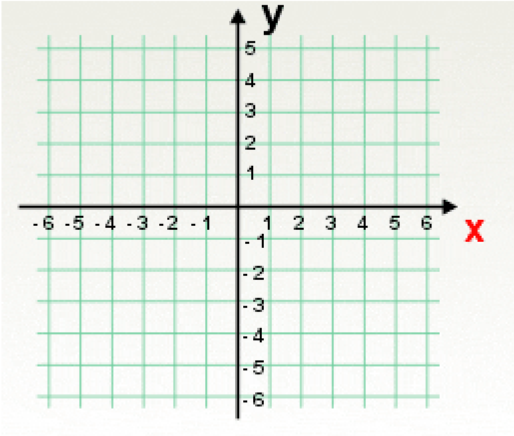
INSTRUCCIONES: *Joven y/o señorita Estudiante, este instrumento tiene la finalidad de conocer tu nivel de conocimiento respecto a la ecuación de la elipse, lo cual servirá para reorientar el trabajo en la Institución Educativa, por lo que se te pide que leas detenidamente cada ítems (pregunta)*

1. **Identifica las partes de la elipse. (Nivel 1: Recuperación) 2 puntos**

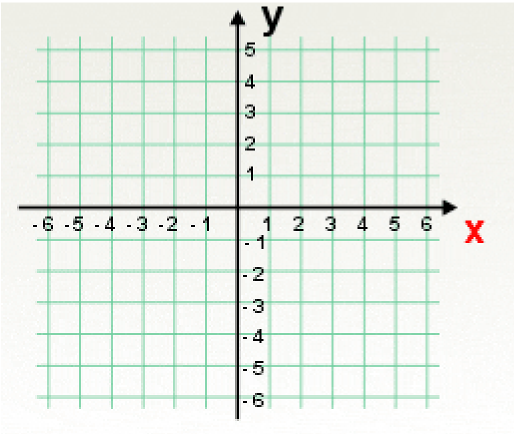


2. **Representa gráficamente la ecuación de la elipse. (Nivel 2: Comprensión) 2 puntos**

a) $x^2 + 4y^2 = 16$



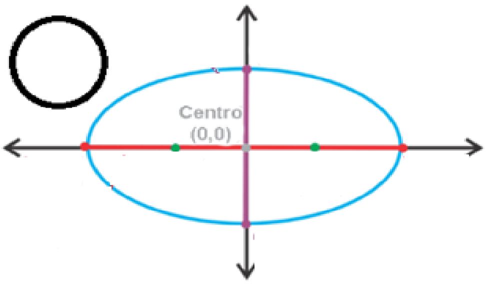
b) $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{25} = 1$

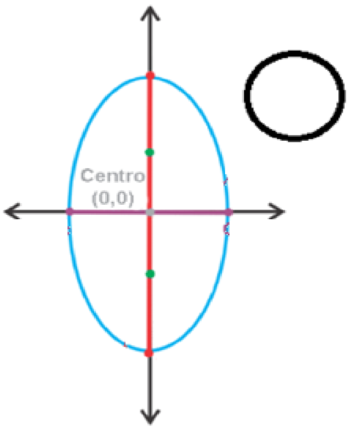


3. **Relaciona según corresponda. cada una de las ecuaciones. (Nivel 3: Análisis) 4 puntos**

a) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

b) $\dfrac{x^2}{b^2} + \dfrac{y^2}{a^2} = 1$





4. **Elige la estrategia adecuada y halla la ecuación de la elipse el siguiente ejercicio. (Nivel 4: Aplicación de lo aprendido) 4 puntos**

   a) Focos (3, 0) y (–3, 0), vértices (4, 0) y (–4, 0).

   b) Focos (0, 6) y (0, –6), longitud eje menor igual a 16.

5. **Ejemplifica un uso de la ecuación de la elipse en la vida cotidiana e identifica cómo puedes lograrlo.(Nivel 5: Metacognición)**

6. **Propón cómo mejorar tus competencias al resolver ejercicios de ecuación de la elipse y explica las razones por las cuales así lo propones**

ANEXO E

HORARIO DEL ESTUDIANTE: 5º DE SECUNDARIA IES SAN IGNACIO DE LOYOLA PUNO

HORA	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVE	VIERNE
7:30-8:15	Geometría	Aritmética	Educ Física	Tutoría	RV
8;15-9:00	Geometría	Aritmética	Educ Física	CTA	RV
9:00-9:45	FCC	Historia	FCC	CTA	Historia
9:45-10:15	RECREO				
11:00-11:45	Álgebra	PFRH	Arte	RM	Física
11:45-12:30	Álgebra	PFRH	Arte	RM	Física
12:30-1:30	ALMUERZO				
1:302:15	Conamat	Conamat	Conamat	Conamat	Conamat
2:15-3:00	Conamat	Conamat	Conamat	Conamat	Conamat
3:00-3:45	Círculo	Circulo	Circulo	Circulo	Circulo
3:45-5:00	Circulo	Circulo	Circulo	Circulo	Circulo

HORARIO DEL ESTUDIANTE: 5º DE SECUNDARIA IES PERÚ BIRF AZÁNGAROAZANGARO

HORA	**LUNES**	**MARTES**	**MIÉRCOLES**	**JUEVE**	**VIERNE**
7:30-8:10	HGE	Matemática	Educ Física	CTA	Matemática
8;10-8:50	HGE	Matemática	Educ Física	CTA	Matemática
8:50-9:30	FCC	CTA	EPT	Comunicación	HGE
9:30-10:10	FCC	CTA	EPT	Comunicación	HGE
10:10-10:30	RECREO				
10:30-11:10	Matemática	PFRH	Arte	Matemática	Física
11:10-11:50	Matemática	Comunicación	Arte	Matemática	Comunicación
11:50-13:30	Tutoría	Comunicación	PFRH	ETP	Comunicación