

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA



**MODELO UNIVARIANTE PARA DESCRIBIR Y PREDECIR LA
EXTRACCIÓN MENSUAL DE ESTAÑO EN LA EMPRESA MINERA
SAN RAFAEL MINSUR S.A. DEL DISTRITO DE ANTAUTA- MELGAR,
PERÍODO 2002 - 2017**

TESIS

PRESENTADA POR:

Bach. SONIA PERCIVERANDA TAPARA PALOMINO

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ESTADÍSTICO E INFORMÁTICO

PUNO – PERÚ

2017

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMATICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMATICA

MODELO UNIVARIANTE PARA DESCRIBIR Y PREDECIR LA EXTRACCIÓN
MENSUAL DE ESTAÑO EN LA EMPRESA MINERA SAN RAFAEL MINSUR S.A.
DEL DISTRITO DE ANTAUTA- MELGAR, PERÍODO 2002 – 2017

TESIS PRESENTADA POR:

Bach. SONIA PERCIVERANDA TAPARA PALOMINO

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ESTADÍSTICO E INFORMATICO



APROBADO POR EL JURADO REVISOR CONFORMADO POR:

PRESIDENTE:


Mg. EMMA O. AZAÑERO DE AGUIRRE

PRIMER MIEMBRO:


M.C. SANTOS OCTAVIO MORILLOS VALDERRAMA

SEGUNDO MIEMBRO:


D.Sc. JOSE PANFILO TITO LIPA

DIRECTOR / ASESOR:


M. C. CONFESOR M. VARGAS VALVERDE

Área : Estadística, Ciencias de Estadística.
Tema : Modelos Predictivos Uni y Multivariantes.
Fecha de sustentación : 27-12-2017

DEDICATORIAS

A Dios, al ser supremo por darme

Las fuerzas de voluntad y espiritual

Para llegar a mí meta tan anhelada.

A mis Padres Clodoaldo y Martina quienes son el soporte y mi guía para seguir adelante, a pesar de los obstáculos en mi vida siempre están presente conmigo apoyándome.

Como olvidar a mi hija zahory Sofía

Por ser fuente de Inspiración, motor y

Motivo, la que me llena de energías positivas

Para seguir escalando un peldaño

Más en mi vida profesional.

Para mi hermano Percy por su apoyo

Económico y moral. Y a todos mis hermanos

Que siempre están ahí en cada momento

De mi vida aconsejándome.

Sonia Tapara

AGRADECIMIENTOS

Primero quiero agradecer a Dios por llenar mi vida de dichas y bendiciones, por estar conmigo en cada paso que doy, por fortalecer mi corazón e iluminar mi mente, por haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía durante todo el período de estudio.

A la Universidad Nacional del Altiplano Puno, a la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática. En especial a los docentes, que con su amabilidad y apoyo contribuyen con mi formación profesional impartiendo sus sabios conocimientos.

Al, Ing. Confesor Vargas Valverde docente de la Escuela Profesional de Ing. Estadística e Informática por colaborador durante todo este proceso, quien con su dirección, conocimiento, enseñanza y colaboración permitió el desarrollo de este trabajo de investigación. Gracias por guiarme.

Mi reconocimiento a mi Presidente. Mg. Azañero de Aguirre, Emma O., al primer miembro de Jurado M. C. Morillos Valderrama, Santos O. y el Segundo miembro de Jurado el M.Sc. Tito Lipa, José Pánfilo, por sus acertadas observaciones y las sugerencias para el desarrollo y culminación del estudio de Investigación.

A la Empresa Minera prestigiosa San Rafael Minsur S.A. – Antauta, Melgar, que permitió realizar el presente estudio y continuar con mi formación profesional.

Sonia Tapara

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN	14
ABSTRACT	15
CAPITULO I INTRODUCCIÓN	16
1.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	18
1.2. JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN	20
1.3. HIPÓTESIS DEL TRABAJO	21
1.4. OBJETIVO GENERAL.....	21
1.5. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	21
CAPITULO II REVISIÓN DE LITERATURA	22
2.1. ANTECEDENTES DEL TRABAJO.....	22
2.1.1. A Nivel Internacional.....	22
2.1.2. A Nivel Regional	24
2.1.3. A Nivel Nacional	26
1.2. MARCO TEÓRICO.....	26
1.2.1. Pronóstico.....	26
1.2.2. Modelo Univariante.....	28
1.2.3. Series de Tiempo.....	29

1.2.4.	Análisis de Series de Tiempo	30
1.2.5.	Estadístico de Box–Pierce y de Box–Pierce-Ljung	48
1.3.	DEFINICIÓN DE TÉRMINOS	53
1.4.	OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES	57
CAPITULO III MATERIALES Y MÉTODOS		58
3.1.	LOCALIZACIÓN DEL TRABAJO	58
1.5.	MATERIAL DE ANÁLISIS.....	59
1.6.	MÉTODO DE RECOLECCIÓN DE DATOS	59
1.7.	POBLACIÓN.....	60
1.8.	DISEÑO DE LA MUESTRA.....	60
1.9.	MÉTODO.....	60
1.10.	MÉTODO DE ANÁLISIS DE DATOS	60
CAPITULO IV RESULTADOS Y DISCUSIONES.....		63
4.1.	ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	64
4.1.1.	Fase de Identificación del Modelo	64
4.1.2.	Fase de Estimación del Modelo Identificado.....	71
4.1.3.	Fase de Verificación o Validación del Modelo de Pronóstico.....	72
4.1.4.	Fase de Predicción de la Extracción de Estaño.....	78



CAPITULO V CONCLUSIONES.....	80
CAPITULO VI RECOMENDACIONES	82
CAPITULO VII REFERENCIAS.....	84
ANEXOS	90

ÍNDICE DE GRÁFICOS

- Gráfico 1:** Evolución de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta Melgar, Período 2002-201765
- Gráfico 2:** Autocorrelaciones estimadas de la extracción mensual de Estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta Melgar, Período 2002-2017..... 66
- Gráfico 3:** Autocorrelaciones parciales estimadas de la extracción Mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017.67
- Gráfico 4:** Primera diferencia no estacional por primera diferencia Estacional de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta - Melgar, Período 2002-2017 68
- Gráfico 5:** Autocorrelaciones Estimadas para la primera diferencia no Estacional por primera diferencia estacional de la extracción De estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-201769
- Gráfico 6:** Autocorrelaciones parcial Estimadas para la primera Diferencia no estacional por primera diferencia estacional de La extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017. 70

- Gráfico 7:** Probabilidad Normal de la extracción mensual de estaño en La Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta-Melgar, Período 2002-2017.....76
- Gráfico 8:** Función de Autocorrelación Estimada de los residuales de la Extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-201777
- Gráfico 9:** Función de Autocorrelación Parcial Estimada de los Residuales De la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta - Melgar, Período 2002-2017...78
- Gráfico 10:** Función de pronóstico de la extracción mensual de estaño en La Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta - Melgar, Período 2002-2017.....79

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Identificación de variables correspondientes a la serie de la Extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael, Antauta -Melgar (en toneladas); en el período 2002-2017.....	57
Tabla 2: Extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael, Antauta-Melgar (en toneladas); en el período 2002-2017.	64
Tabla 3: Resultados para el modelo ARIMA (0, 1,1) (0, 1,1) de la Extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael	71
Tabla 4: Comparación de datos pronosticados con los datos Originales de La extracción mensual de estaño en La Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar Período 2002 – 2017 ..	75

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Representación del patrón más común de variaciones Exhibidas por las series de tiempo.....	28
Figura 2: Coeficientes de autocorrelación y de autocorrelación parcial De los modelos AR (1) Y AR (2).....	37
Figura 3: Coeficientes de autocorrelación y de autocorrelación parcial De los modelos MA (1) y MA (2).....	38
Figura 4: Coeficientes de autocorrelación y de autocorrelación parcial De un modelo mezclado ARMA (1,1)	39
Figura 5: Ubicación geográfica de la Empresa Minera San Rafael, Antauta .	59
Figura 6: Fases de elaboración de un modelo ARIMA.....	62

ANEXOS

Anexo 1: Residuales de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar.....	91
Anexo 2: Resumen de los Residuales de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar	92
Anexo 3: Pronóstico para la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar.....	93
Anexo 4: Matriz de Correlación para la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar	94
Anexo 5: Comparación de datos pronosticados de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar	94
Anexo 6: Resultados de la predicción para la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, para los años 2018 y 2019 según meses. Con el modelo ARIMA (0, 1, 1) (0, 1, 1)	95

ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

Cálculo de la Función Autocorrelación	FAC
Función de Autocorrelación Parcial	FACP
Modelos Media Móvil	MA
Modelos Autorregresivos Integrados de Medias Móviles	ARIMA
Nominales Independientes e Identificante Distribuidas	NIID
Estacionales Mixtos Integrados	SARIMA
Media Móviles Exponenciales	EWMA
Modelos Autorregresivos de Media Móvil	ARMA
Empresa Minera	EM
Variable Respuesta	Y_t
Coeficientes de Correlación	θ_q
Error en Periodos de Tiempo	ε_{t-q}
Termino de Error no Especificada por el Modelo	ε_t

RESUMEN

La Presente Investigación se realizó en la Empresa Minera Minsur S.A. San Rafael Antauta – Melgar Puno, orientada exclusivamente a la actividad minera, el objetivo fue determinar el mejor modelo univariante multiplicativo para describir y predecir el comportamiento de la serie histórica de la extracción de estaño. Esta empresa líder en producción de estaño a nivel mundial, no cuenta con una documentación que nos permita tomar referencias sobre pronósticos de los minerales que explotan, debido a que no se han realizado trabajos referentes al tema en mención. La metodología para el análisis fue la Metodología de Box–Jenkins que consiste en el uso de la representación gráfica de la serie histórica, estimación de la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial, proceso de identificación del modelo, proceso de estimación del modelo identificado, elección de la serie, proceso de verificación del modelo. Y el proceso de predicción. Finalmente llegamos a la conclusión de que el mejor modelo univariante para predecir fue el modelo univariante integrado ARIMA (0, 1,1) (0, 1,1). Cuya ecuación es:

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} - 0.56125\hat{\varepsilon}_{t-1} - 0.71034\hat{\varepsilon}_{t-12} + 0.39868\hat{\varepsilon}_{t-13}$$

Palabras Clave: Extracción, modelo univariante, parámetro, pronóstico.

ABSTRACT

The Present Research was carried out in the Mining Company Minsur S.A. San Rafael Antauta - Melgar Puno, oriented exclusively to mining activity, the objective was to determine the best multiplicative univariate model to describe and predict the behavior of the historical series of tin extraction. This company is a leader in tin production worldwide, does not have a documentation that allows us to take references on forecasts of the minerals that explode, because no work has been done on the subject in question. The methodology for the analysis was the Box-Jenkins Methodology that consists in the use of the graphic representation of the historical series, estimation of the autocorrelation function and the partial autocorrelation function, model identification process, model estimation process identified, choice of the series, verification process of the model. And the prediction process. Finally we conclude that the best univariate model to predict was the integrated univariate model ARIMA (0, 1, 1) (0, 1, 1). Whose equation is:

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} - 0.56125\hat{\varepsilon}_{t-1} - 0.71034\hat{\varepsilon}_{t-12} + 0.39868\hat{\varepsilon}_{t-13}$$

Keywords: Extraction, univariate model, parameter, prognosis.

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

San Rafael es la principal mina productora de estaño en Sudamérica y la cuarta a nivel mundial; situada en la región de Puno, en la cordillera oriental de los Andes a 4,500 metros sobre el nivel del mar y es subterránea; En el minado se aplica el método de explotación "Sub Level Stoping" con la variante Large Blast Hole (LBH) para este tipo de yacimiento de roca encajonante dura y competente. El estaño representa el 75% de las ventas de la Compañía Minera.

San Rafael es una mina de estaño, que en la actualidad produce el 12% de estaño del mundo. La cual este trabajo de investigación aporta a la empresa en la toma de decisiones futuras, de las condiciones de la industria, el desempeño de la compañía minera, sus resultados financieros, planes de inversión de capital, la dirección de operaciones futuras y los factores o las tendencias que afectan la condición financiera. Este tipo de investigación de

pronóstico de la extracción de estaño ayuda a la Empresa, de manera fundamental a la hora de tomar decisiones y proveer sus actividades. Ya sea en mercadotecnia, producción, finanzas; estos han sido muy necesarios para la Empresa Minera para que así puedan desarrollar nuevos proyectos para la mayor producción del mineral, porque este trabajo de investigación es de referencia para el futuro. Ya que no existen trabajos de investigación que describan su comportamiento en el futuro.

La presente tesis, es muy útil e importante para esta Empresa Minera ya que nos permite saber en forma aproximada la extracción del mineral (estaño) para los próximos años. Y el estudio de las series de tiempo, dentro de ellos los modelos univariantes constituye una necesidad imprescindible para efectuar predicciones aunque solo se trata de determinar la estructura probabilística del futuro. El comportamiento de la serie de tiempo es analizado con métodos estadísticos cuya variable de respuesta es una función de su misma variable de respuesta.

Se desarrolló con la metodología de Box Jenkins, tomando como base los datos la serie del histórica de la extracción de estaño en la Empresa minera Minsur S.A. San Rafael Antauta - Melgar. Período 2002-2017. (183 observaciones), Para el procesamiento de la información, se utilizó un paquete estadístico. La cual nos da a conocer el comportamiento o la tendencia de la investigación, y está desarrollada de acuerdo al formato establecido de la Universidad Nacional del Altiplano Puno.

El estaño es un elemento químico de símbolo Sn (del latín stannum) y número atómico 50. Está situado en el grupo 14 de la tabla periódica de los

elementos. Se conocen 10 isótopos estables. Es un metal plateado, maleable, que se oxida fácilmente, a temperatura ambiente, cambiando de color a un gris más opaco, y es resistente a la corrosión. Se encuentra en muchas aleaciones y se usa para recubrir otros metales protegiéndolos de la corrosión. Una de sus características más llamativas es que bajo determinadas condiciones sufre la peste del estaño. Al doblar una barra de este metal se produce un sonido característico llamado grito del estaño, producido por la fricción de los cristales que la componen. Por debajo de los -18°C empieza a descomponerse y a convertirse en un polvo gris; a este proceso se lo conoce como peste del estaño. El estaño puro tiene dos variantes alotrópicas: el estaño gris, polvo no metálico, semiconductor, de estructura cúbica y estable a temperaturas inferiores a $13,2^{\circ}\text{C}$, que es muy frágil y tiene un peso específico más bajo que el blanco. El estaño blanco, el normal, metálico, conductor eléctrico, de estructura tetragonal y estable a temperaturas por encima de $13,2^{\circ}\text{C}$.

1.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

San Rafael, es una Empresa dedicada a la ejecución de actividades mineras, desarrolla sus operaciones en el marco jurídico establecido en la Ley General de Minería, su elaboración está basada en las normas técnicas emitidas por el Ministerio de Energía y Minas, órgano competente en materia ambiental para este sector, así como las normas técnicas aplicables.

La Empresa minera líder en producción de estaño no cuenta con una documentación que nos permita tomar referencias sobre pronósticos de los minerales que explotan, debido a que no se han realizado trabajos referentes al tema en mención.

La realización de predicciones a futuro, conlleva a que la Empresa minera tome precauciones previendo los sucesos a futuro que vayan a ocurrir en el transcurso de los años, para luego obtener resultados muy confiables.

En vista de que no existen predicciones futuras que aplican proyecciones eficientes y fundamentales mediante modelos estadísticos acerca del comportamiento de la serie histórica de la extracción de estaño en la Empresa minera San Rafael, siendo esta limitante principal para poder prever a tomar decisiones futuras, que son necesarias para las actividades que conforman el sector minero.

En el transcurso de este trabajo de investigación se presentaron cuatro fases de elaboración de modelos ARIMA. Que nos permitieron hacer predicciones y ajustes de la tendencia de la extracción de estaño mediante la metodología de Box-Jenkins, apoyándonos en la aplicación de los paquetes estadísticos que brindaron resultados confiables y en menor tiempo posible con los que se podrá tomar decisiones satisfactorias para el futuro.

En la actualidad el pronóstico de series de tiempo ha adquirido gran atención dentro de las investigaciones empíricas, tanto que los estadísticos y economistas han empezado a dedicar mayores esfuerzos a este tipo de información. En este sentido haciendo uso de las herramientas estadísticas, en el análisis de series de tiempo, utilizando la metodología de Box - Jenkins, surge la necesidad de conocer con mayor precisión la variabilidad en el comportamiento de la extracción de estaño, lo cual nos permitirá tomar decisiones a futuro y realizar pronósticos acerca de dicha información.

Por todas estas razones formulamos la siguiente interrogante orientada a definir la problemática concerniente a dicho estudio.

¿Cuál es el modelo univariante que mejor se ajusta para describir y predecir el comportamiento de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta - Melgar, Período 2002-2017?

1.2. JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Los últimos años esta Empresa minera San Rafael ha venido adquiriendo mayor importancia por la exploración y extracción de yacimientos minerales principalmente estaño, por lo tanto toda institución ya sea la familia, las Empresas o el gobierno, tiene que preguntarse sobre los planes para el futuro si desea mantenerse o progresar. Hoy en día diversas instituciones requieren conocer el comportamiento futuro de ciertos fenómenos con el fin de planificar, prever o prevenir.

Además, no hay trabajos de investigación o modelos de predicción en la Empresa Minera San Rafael que les permite ver qué cantidad de mineral de estaño se va extraer en el futuro, ya sea a largo plazo, mediano plazo o corto plazo. Entonces se determinó un modelo de pronóstico con la metodología de Box-Jenkins para predecir la extracción de estaño.

El estudio es muy útil e importante para esta empresa minera, ya que nos permite saber en forma aproximada la extracción del mineral. De la misma manera para que esta empresa de gran prestigio y única en el Perú pueda tomar decisiones futuras en todo sus rubros .Así tomar medidas preventivas

frente a muchas situaciones que se presentaran en esta empresa de exploración y explotación de minerales.

1.3. HIPÓTESIS DEL TRABAJO

Los modelos univariantes integrados de Box –Jenkins proporcionan un mejor ajuste que los modelos univariantes no integrados de Box – Jenkins en las series de la extracción mensual de estaño en la Empresa minera Minsur S.A. San Rafael Antauta, Melgar. Período 2002-2017.

1.4. OBJETIVO GENERAL

Determinar el modelo de predicción mensual de ajuste para predecir la extracción de estaño en la Empresa Minera MINSUR S.A. San Rafael Antauta, Melgar. Período 2002-2017.

1.5. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estimar y validar el modelo identificado que se ajusta para predecir la extracción de estaño en la Empresa Minera MINSUR S.A. San Rafael Antauta - Melgar. Período 2002-2017.
- Obtener el pronóstico del modelo alcanzado de la extracción de estaño en la Empresa Minera MINSUR S.A. San Rafael Antauta - Melgar. Período 2002-2017.

CAPITULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. ANTECEDENTES DEL TRABAJO

2.1.1. A Nivel Internacional

CARVAJAL, P. (2014). *“Estudio del pronóstico de la demanda de Energía eléctrica utilizando modelos de series de tiempo”.*

Tesis de Postgrado: Maestría en investigación operativa y estadística Universidad tecnológica de Pereira, Cuyo objetivo general es: modelar los consumos de energía eléctrica aplicando los modelos ARIMA de series de tiempo, llegando a la siguiente conclusión: En posible modelar los consumos de energía eléctrica en los municipios de Colombia utilizando la metodología propuesta por Box y Jenkins, dado que el comportamiento de estas series no es completamente aleatorio y se pueden describir como series de tiempo con una alta probabilidad de éxito en la modelación a través de dicha metodología. El modelo ARIMA que mejor ajusta describe el

consumo de energía eléctrica a las 8 a.m., luego de analizar las auto correlaciones simples y parciales es ARIMA (1, 0,0) (2, 1,0).

RUIZ, J. & HERNÁNDEZ, G. & ZULUETA, R. (2012). “*Análisis de series de tiempo en el pronóstico de la Producción de caña de azúcar*”.

Facultad de Economía, Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales, Facultad de Ciencias Agrícolas. Universidad Veracruzana. Xalapa, Veracruz, México, Cuyo objetivo general es: generar un modelo de series de tiempo que sirviese para pronosticar la zafra aplicando los modelos ARIMA de series de tiempo, llegando a la siguiente conclusión: Que el modelo autoregresivo integrado de medias móviles (ARIMA) (1, 2, 0) propuesto, fue el apropiado en el pronóstico de la zafra 2006/2007 del ingenio Independencia de Martínez de la Torre, Veracruz, México, y este resulta de gran utilidad en la toma de decisiones. Además muestra la importancia de introducir los métodos de series de tiempo en el análisis de pronósticos productivos de la agroindustria azucarera, con el objetivo de contribuir a una mejora sustancial en la planeación productiva de los ingenios azucareros, optimizando los recursos existentes y evitando pérdidas futuras en el mercado.

ARANÍBAR, J. & HUMÉREZ J. (2012). ” *Modelos de series de tiempo para el pronóstico de precios de minerales*”.

Análisis económico de la Paz-Bolivia, Cuyo objetivo es: Obtener modelos ARIMA que se ajustan con mucha precisión a la serie de datos. Llegando a la conclusión, Que los modelos ARIMA encontrados muestran una performance relativamente adecuada a pesar de la incidencia negativa de factores como el tamaño de la muestra (pequeña), la frecuencia de las

observaciones, la gran volatilidad e incertidumbre de los mismos, que dificultan la identificación de los procesos estocásticos subyacentes y las tendencias a largo plazo. Por su parte, los resultados derivados del análisis multivariado (VAR), en general ratifican aquellos alcanzados con los modelos ARIMA. Por último, los resultados derivados con la utilización de ambos modelos (ARIMA y VAR) se cruzaron con las proyecciones del Banco Mundial llegando a la conclusión, que las tendencias pronosticadas son coincidentes.

2.1.2. A Nivel Regional

Estudios realizados en el cual se hace el uso el método de Box – Jenkins:

SONCCO, W. (2012). *“Modelos Univariantes para predecir el comportamiento de las temperaturas máximas (°c) y temperaturas mínimas (°c) de la estación climatológica ordinaria de Azángaro, Período 1993-2009”.*

Tesis de Pregrado: Escuela profesional de Ingeniería Estadística e Informática, Facultad de Ingeniería Estadística e Informática de la Universidad Nacional del Altiplano, Cuyo objetivo general es: Determinar los modelos univariantes que mejor se ajustan para describir y predecir el comportamiento de las series de consumo de energía eléctrica (Kw/día) y el número de usuarios del Distrito de Puno, Período 2000 – 2005, llegando a la siguiente conclusión: Los modelos univariantes que mejor se ajustan para describir y predecir el comportamiento de las series de consumo de energía eléctrica (Kw/día) es ARIMA (0,1,1) y para el número de usuarios de energía eléctrica Período 2000 -2005 es ARIMA (0,2,1)

DÍAZ, N. (2008). *“Pronóstico mediante modelos de series de tiempo para el consumo de agua potable de la Empresa Municipal de Saneamiento Básico de la ciudad de Puno ESA, Período (2000 - 2007)”*.

Tesis de Pregrado: Escuela profesional de Ingeniería Estadística e Informática, Facultad de Ingeniería Estadística e Informática de la Universidad Nacional del Altiplano. Cuyo objetivo general es: Determinar el mejor modelo de series de tiempo para el consumo de agua potable de la Empresa Municipal de Saneamiento Básico de la Ciudad de Puno ESA, Período (2000 – 2007), llegando a la siguiente conclusión: Que el modelo integrado ARMA (0, 1, 3), es confiable para efectuar los pronósticos del consumo de agua potable de la Empresa Municipal de Saneamiento Básico de la ciudad de Puno ESA, Período (2000 - 2007)”.

VALDEZ, Y. M. (2015), *“Modelo de predicción mensual del número de intervenciones quirúrgicas más frecuentes en el Hospital Regional Manuel Núñez Butrón - Puno 2000 - 2013”*.

Tesis de Pregrado: Escuela profesional de Ingeniería Estadística e Informática, Facultad de Ingeniería Estadística e Informática de la Universidad Nacional del Altiplano. Cuyo objetivo general es: Determinar el modelo de predicción mensual de ajuste para predecir el número de intervenciones quirúrgicas más frecuentes en el Hospital Regional Manuel Núñez Butrón - Puno en el período 2000 - 2013., llegando a la siguiente conclusión: El modelo que se ajusta para pronosticar las Intervenciones quirúrgicas; “aborto” en la Hospital Regional Manuel Núñez- Puno, es SARIMA (1, 1,1) (0, 1,1).

2.1.3. A Nivel Nacional

PERCCA, M. N. (2015). *“Estructura minera exportadora del Perú y el crecimiento económico, período 1995-2005”*;

Tesis de grado magister en economía con mención política económica de la Universidad Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Económicas, escuela de postgrado. Cuyo Objetivo general es: Analizar los problemas que presenta en la captación de divisas, la dependencia de una estructura minera primario exportador, llegando a la siguiente conclusión. Un punto importante es la falta de información básica que permita hacer conocer con mayor precisión el impacto real de la minería en el desarrollo nacional, lo que está dado con la articulación con el resto del aparato productivo del país. La metodología estándar para medir esta articulación es mediante el uso de matriz de insumo producto y analizar los coeficientes técnicos que se presentan en la matriz de compras intermedias. Este tipo de análisis no se ha realizado desde hace más de veinte años en el país, por lo tanto no se conoce la real contribución económica directa e indirecta de la minería a nivel nacional y regional.

1.2. MARCO TEÓRICO

1.2.1. Pronóstico

Según **(Hanke & Wichen, 2010)**. Es el proceso de estimación en situaciones de incertidumbre. El término predicción es similar, pero más general, y usualmente se refiere a la estimación de series temporales o datos instantáneos. El pronóstico ha evolucionado hacia la práctica del plan de

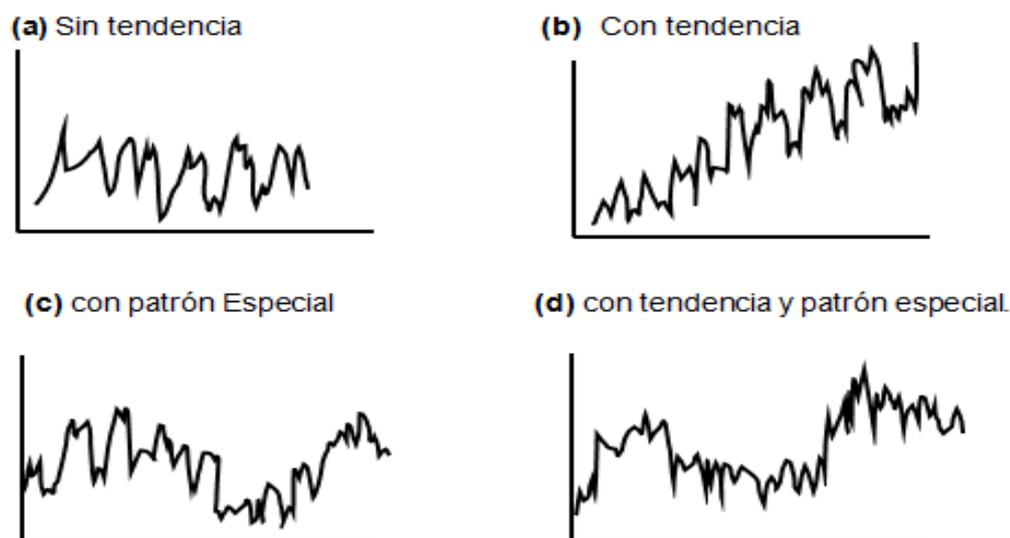
demanda en el pronóstico diario de los negocios. La práctica del plan de demanda también se refiere al pronóstico de la cadena de suministros.

Entonces tenemos que los pronósticos son procesos críticos y continuos que se necesitan para obtener buenos resultados durante la planificación, de un proyecto. Si los clasificamos respecto al tiempo que abarcan, se puede clasificar en:

- a) **Pronósticos a corto plazo:** En las empresas modernas, este tipo de pronóstico se efectúa cada mes o menos, y su tiempo de planeación tiene vigencia de un año. Se utiliza para programas de abastecimiento, producción, asignación de mano de obra a las plantillas de trabajadores, y planificación de los departamentos de fabricación.
- b) **Pronósticos a mediano plazo:** Abarca un lapso de seis meses a tres años. Este se utiliza para estimar planes de ventas, producción, flujos de efectivo y elaboración de presupuestos.
- c) **Pronósticos a largo plazo:** Este tipo de pronóstico se utiliza en la planificación de nuevas inversiones, lanzamiento de nuevos productos y tendencias tecnológicas de materiales, procesos y productos, así como en la preparación de proyectos. El tiempo de duración es de tres años o más.

Figura 1

Representación del patrón más común de variaciones exhibidas por las series de tiempo.



Fuente: (Hanke & Reitsh, 2006). Pronósticos en los negocios (Pg. 399)

1.2.2. Modelo Univariante

Según (Hanke & Wichen, 2010). Entre las técnicas univariantes existen algunas muy sencillas, tales como el modelo autorregresivo de primer orden, el modelo de tendencia lineal o exponencial, entre otros. Las técnicas más rigurosas para la predicción univariante son las denominadas técnicas de Box - Jenkins constituyen un conjunto más amplio, dentro del cual los modelos ARIMA univariantes son solo una parte.

En este enfoque no se necesita conocer ninguna relación de causalidad, explicativa del comportamiento de la variable endógena, ni en su defecto, ninguna información relativa al comportamiento de otra variable explicativa, ya que en este caso no existe este tipo de variables.

a) Modelo Univariante No Integrado

Los procesos Autorregresivos AR (p), de Medias Móviles MA (q) y procesos Mixtos ARMA (p, q) son considerados como los Modelos No Integrados debido a que no interviene el grado de diferenciación y la estacionalidad de la serie.

b) Modelo Univariante Integrado

Son aquellos modelos que se pueden obtener mediante suma o integración de un proceso estacionario. A estos modelos se les denomina también modelos no estacionarios homogéneos.

Los procesos Mixtos Integrados ARIMA (p, d, q), los procesos Estacionales Mixtos Integrados SARIMA (p, d, q)*(P, D, Q), procesos de Medias Móviles Integrado IMA, proceso de Media Móviles Exponenciales EWMA, y los procesos de Autoagregación, son modelos integrados.

1.2.3. Series de Tiempo

Según **(Andersson, 1989)**. Define como un conjunto de observaciones en el tiempo según una característica cuantitativa de un fenómeno individual en diferentes momentos del tiempo, en el cual las observaciones son realizadas que la serie temporal al modelo que se supone anda sobre las relaciones causales que afecta a las variables en estudio.

Según **(Aznar, 1994)**. Manifiesta que la serie de tiempo es una información básica de la evolución de las variables en el tiempo, los modelos

de Box-Jenkins constituyen un conjunto de procedimientos para el tratamiento de series de tiempo.

Según **(Pindyck, 2003)**. Define que la serie temporal al modelo que se supone anda sobre las relaciones causales que afecta a las variables en estudio. Consiste en examinar el comportamiento de la serie en el pasado, para luego inferir el comportamiento futuro

1.2.4. Análisis de Series de Tiempo

Según **(Anderson, 1985)**. El análisis de series de tiempo está dedicado al estudio de series, por lo general, los datos de dichas series son independientes pero que están correlacionados; se puede decir que existe una relación entre observaciones contiguas.

a) Procesos Estocásticos Estacionarios

Se denomina proceso estocástico a la sucesión infinita de variables aleatorias ordenadas.

$$Y_1, Y_2, \dots, Y_t,$$

Si se dispone de un conjunto finito de estas variables, Y_1, Y_2, \dots, Y_t , se dice que esta sucesión de observaciones (realizaciones) forma una serie temporal.

b) Ruido Blanco.

Una variable se denomina "ruido blanco" si cumple:

$$i) E(a_t) = 0 \quad \forall t$$

$$\text{ii) } V(a_t) = E(a_t^2) = \sigma^2 \quad \forall t$$

$$\text{iii) } COV(a_t, a_s) = E(a_t, a_s) = 0 \quad \forall t \neq s$$

Las 3 condiciones anteriores pueden sintetizarse en la siguiente expresión:

$$a_t \sim \text{Niid}(0, \sigma^2) \quad \forall t$$

c) Normales Independientes e Idénticamente Distribuidas.

La realización del proceso estocástico:

$$Y_t = a_t \quad ; \quad a_t \sim \text{Niid}(0, 1)$$

Es decir, Y_t es, en sí mismo, un ruido blanco normal, con varianza igual a 1. Proceso de ruido blanco:

$$a_t \sim \text{Niid}(0, 1)$$

d) Importancia de la Estacionariedad.

La identificación y estimación de modelos de series temporales han sido desarrolladas para procesos estacionarios. Estos modelos, pueden clasificarse en autoregresivos (**AR**), de medias móviles (**MA**) o procesos mixtos (**ARMA**).

e) Procesos Autorregresivos.

Modelo **AR** (p). Si el valor corriente de la variable Y , depende de sus valores pasados y de la innovación corriente, puede plantearse:

$$Y_t = C + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t$$

Donde $a_t \sim \text{Niid}(0, \sigma^2)$

La expresión anterior corresponde a la forma general del modelo autoregresivo de orden p , que se nota como AR (p).

Modelo AR (1)

El caso más sencillo corresponde a un modelo autorregresivo de 1er. orden, donde el parámetro C se supone igual a cero:

$$Y_t = \phi Y_{t-1} + a_t$$

$$|\phi| < 1$$

Modelos AR (2)

Presentamos un modelo AR (2):

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + a_t$$

f) Condiciones de Estacionariedad

Volviendo a escribir el modelo AR de orden p :

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t$$

Sintéticamente:

$$\phi(L)Y_t = a_t$$

La estacionariedad de la serie Y_t requiere, entre otras condiciones, una media univariante.

$$\phi_p = (L)Y_t = 0$$

g) Procesos de Medias Móviles

Los procesos de orden q de medias móviles, o abreviadamente MA (q), se definen de la siguiente forma:

$$Y_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Donde a_t es un ruido blanco con las propiedades ya definidas.

h) Propiedades del modelo MA (q)

Calculando los momentos del proceso, a partir de la última ecuación:

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= E(\mu + a_t - \theta_1 L a_t - \theta_2 L^2 a_t - \dots - \theta_q L^q a_t) \\ &= E(\mu) + E(\Theta_q(L) a_t) = \mu + \Theta_q(L) E(a_t) \end{aligned}$$

i) Procesos MA (1).

Un modelo **MA** (1). Viene definido por:

$$Y_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

Donde a_t es un ruido blanco con las propiedades, ya definidas.

j) Procesos ARMA

Presentación General:

La combinación de procesos AR y MA da lugar a los procesos mixtos ARMA. La formulación general de un proceso ARMA, ARMA (p, q), es:

$$Y_t = c\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

ARMA (1,1). Un proceso ARMA (1,1) (se excluye la constante por simplicidad):

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

Multiplicando ambos miembros tenemos:

$$\gamma_k = E [Y_t Y_{t-k}] = \phi_1 \gamma_{k-1} + E [a_t Y_{t-k}] - \phi_1 E [a_{t-1} Y_{t-k}]$$

Teniendo en cuenta que:

$$E [a_t Y_t] = \sigma^2$$

$$E [a_{t-1} Y_t] = E [a_{t-1} (\phi_1 Y_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1})] = (\phi_1 - \theta_1) \sigma^2$$

La expresión se reduce a las siguientes expresiones:

Para $k = 0$

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \sigma^2 - \theta_1 (\phi_1 - \theta_1) \sigma^2$$

Para $k = 1$

$$\gamma_1 = \phi_1 \gamma_0 - \theta_1 \sigma^2$$

Sustituyendo este valor en la expresión de la varianza γ_0 se tiene:

$$\gamma_0 = \Phi_1(\Phi_1\gamma_0 - \theta_1 \sigma^2) + \sigma^2 - \theta_1(\Phi_1 - \theta_1) \sigma^2 = \Rightarrow \gamma_0 = \frac{1-2\theta_1\Phi_1+\theta_1^2}{1-\Phi_1^2}\sigma^2$$

Que vuelve a sustituirse en la expresión de la covarianza de primer orden (γ_k).

$$\text{Para } k > 1 \quad \gamma_k = \Phi_1\gamma_{k-1}$$

De esta forma, los coeficientes de autocorrelación quedan como:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{(1-\Phi_1\theta_1)(\Phi_1-\theta_1)}{1-2\theta_1\Phi_1+\theta_1^2} & k = 1 \\ \Phi_1\rho_{k-1} & k > 1 \end{cases}$$

Según **(Hanke & Wichen, 2010)**. Es decir, los coeficientes de autocorrelación de un ARMA (1, q) se comportan como un AR (1) puro para $k > 1$. Recuérdese que los procesos MA tienen “memoria finita”.

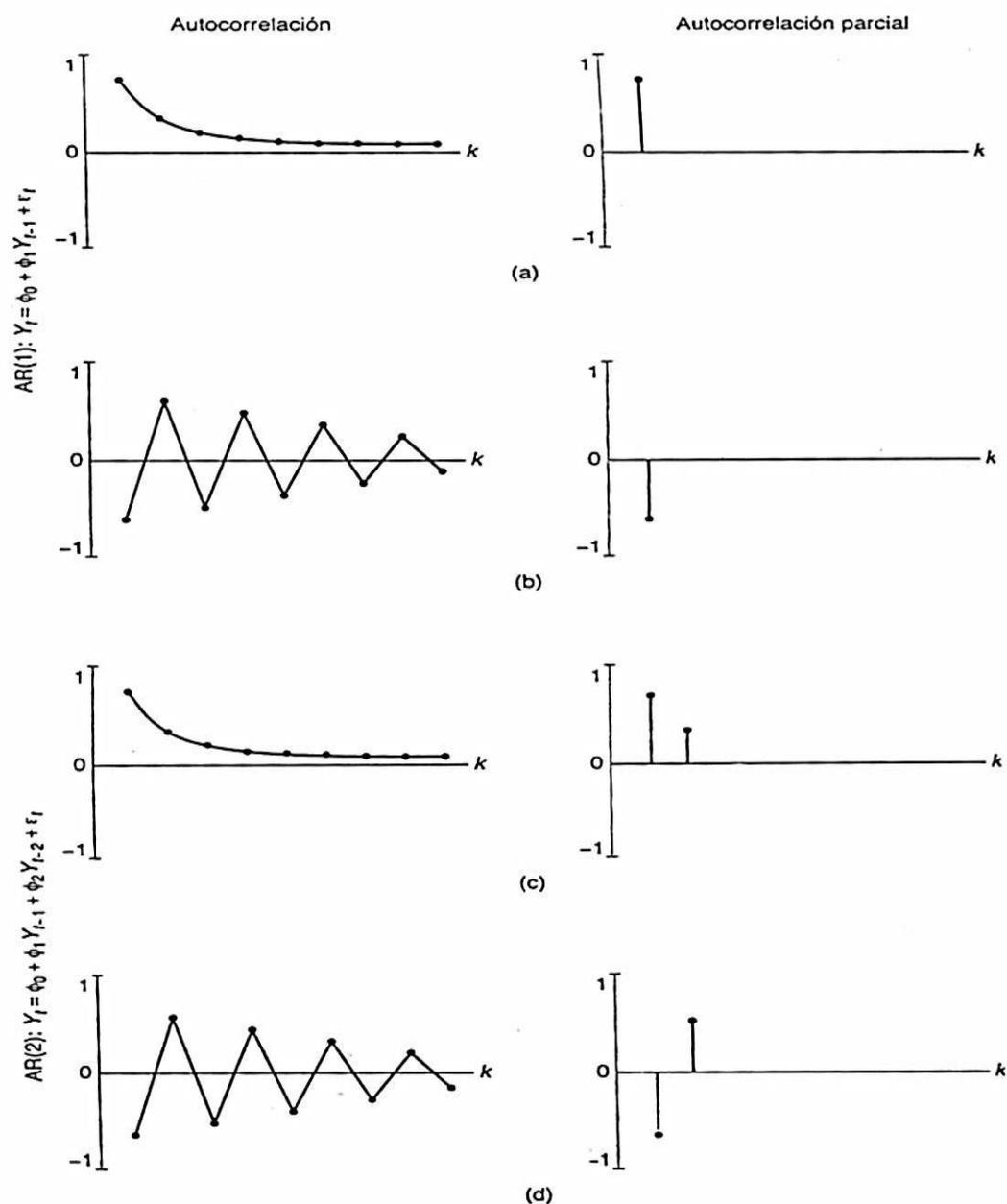
La selección inicial de un modelo ARMA se basa en el examen de una gráfica de la serie de tiempo, los coeficientes de autocorrelación teóricos para los modelos ARMA más comunes se muestran en las figuras 01, 02, y 03.

La figura N° 01 (a) y (b). Ilustra la conducta de las funciones autocorrelación teóricas y de una autocorrelación parcial de un modelo AR (1). Observe el comportamiento tan distinto de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial. Los coeficientes de autocorrelación se aproximan gradualmente al cero, a la vez que los coeficientes de autocorrelación parcial caen a cero después del primer retraso de tiempo. La figura N° 01 (c) y (d) muestra la autocorrelación para un modelo AR (2).

La figura N° 02. Muestra las ecuaciones de un modelo de promedio móvil de primer orden, MA (1), y las de un modelo de promedio móvil de segundo orden, MA (2). La figura N° 02 (a) y (b) también ilustra la conducta de los coeficientes de autocorrelación teórica y autocorrelación parcial para el modelo MA (1). Los coeficientes de autocorrelación en el modelo MA (1) caen a cero después del primer retraso de tiempo, mientras que los coeficientes de autocorrelación parcial también se aproximan al cero pero lo hacen gradualmente.

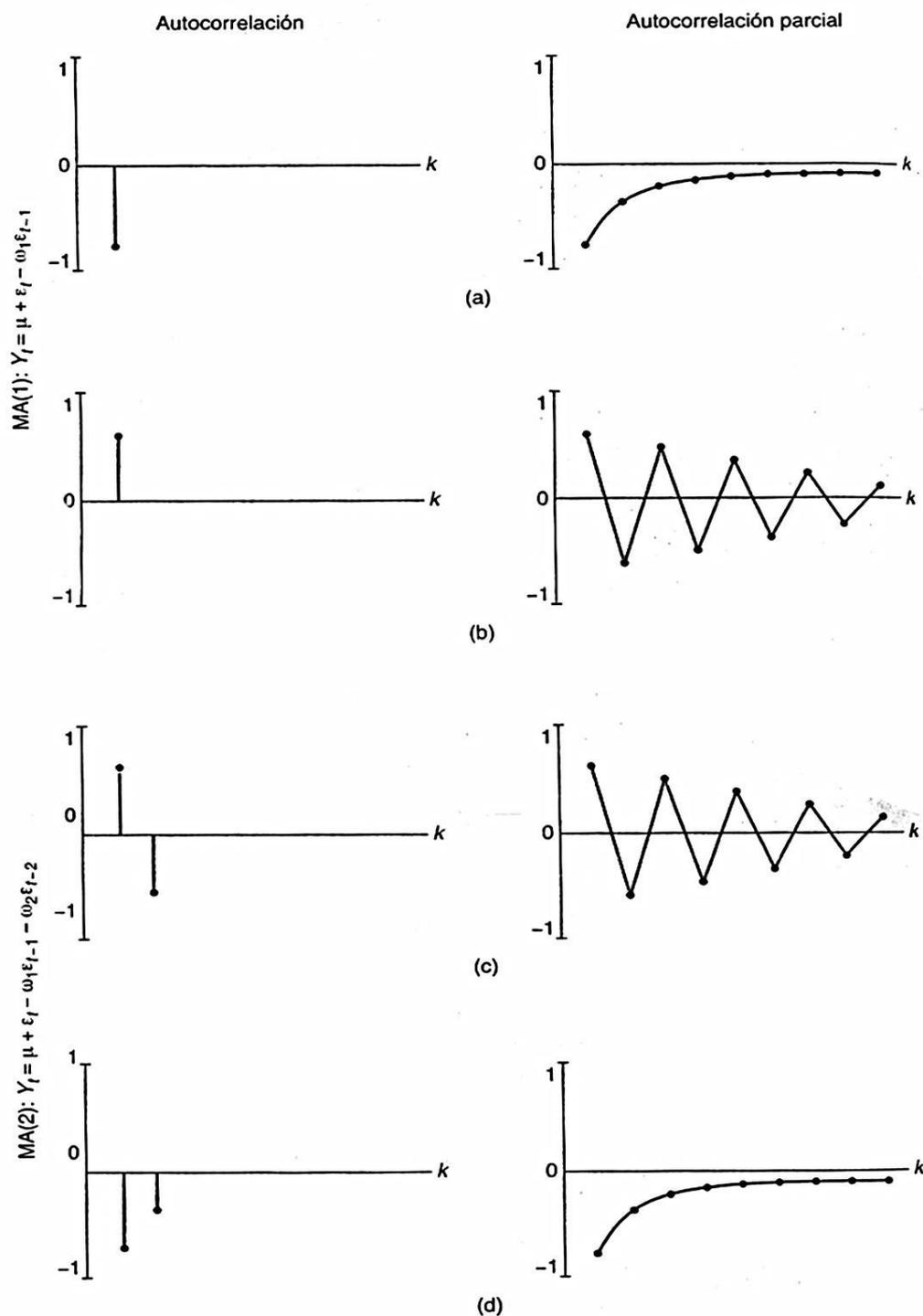
La figura N° 03. Muestra la ecuación de un modelo ARMA (1,1) y las conductas posibles de una autocorrelación teórica y una autocorrelación parcial en este caso, ambas autocorrelaciones se desvanecen, ninguna se corta.

Figura 2
Coeficientes de autocorrelación y de autocorrelación parcial de los modelos AR (1) Y AR (2).



Fuente: (Hanke & Reitsh, 2006). Pronósticos en los negocios (p. 433).

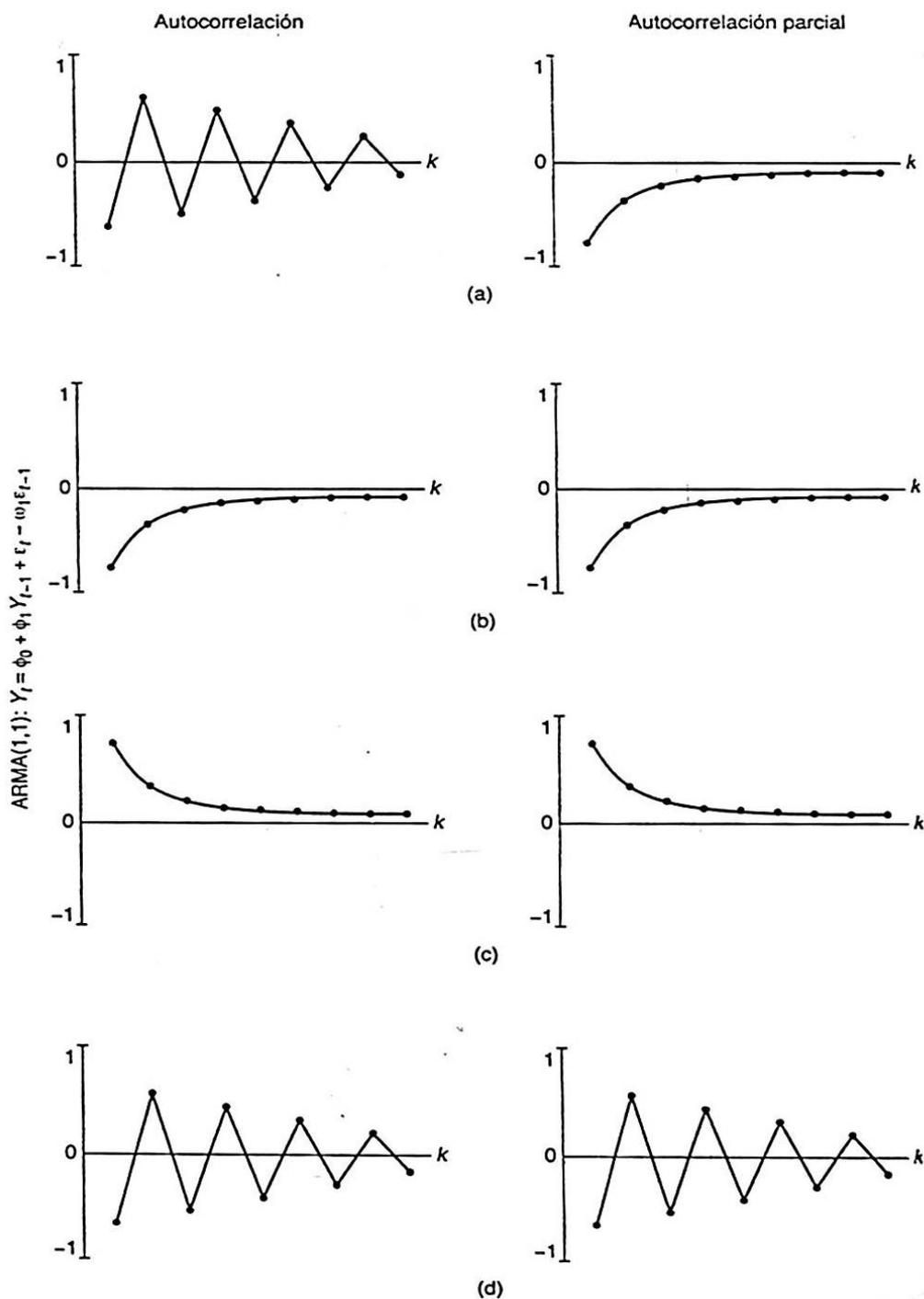
Figura 3
Coeficientes de autocorrelación y de autocorrelación parcial de los modelos MA (1) y MA (2).



Fuente: (Hanke & Reitsh, 2006). Pronósticos en los negocios (p. 434).

Figura 4

Coeficientes de autocorrelación y de autocorrelación parcial de un modelo mezclado ARMA (1,1).



Fuente: (Hanke & Reitsh, 2006). Pronósticos en los negocios (Pg. 435).

k) Procesos ARIMA - No Estacionarios

La mayor parte de las series económicas corresponden a procesos no estacionarios. En primer lugar, analizaremos el proceso de "caminata al azar".

l) Caminata al azar

El proceso de caminata al azar (o "random walk" en inglés) se define como:

$$Y_i = Y_{i-1} + a_i \quad (*)$$

Donde a_i es un ruido blanco con las propiedades ya definidas, una variante de la expresión anterior es:

$$Y_t = C + Y_{t-1} + a_t \quad (**)$$

m) Transformación Estacionaria

En el caso de una caminata al azar, tanto en el modelo (*) como (**), la transformación estacionaria resulta directa:

$$\begin{aligned} Z_t = \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} &= C + a_t && \text{para (**)} \quad \text{o} \\ Z_t = \Delta Y_t = a_t &&& \text{para (*)} \end{aligned}$$

En múltiples ocasiones la transformación estacionaria corresponde a la primera diferencia luego de tomar logaritmos, lo que comúnmente es denominado "deltalog".

$$Z_t = \Delta \log Y_t = \log Y_t - \log Y_{t-1}$$

n) Diferenciación Estacionaria

Supongamos el siguiente proceso:

$$Y_t = Y_{t-1} + \mu_t$$

Donde es un proceso estacionario, aunque no necesariamente ruido blanco.

o) Transformación BOX-COX

Esta transformación se define por:

$$Y_t^\lambda = \begin{cases} (Y_t^\lambda - 1) / \lambda & \lambda \neq 0 \\ \ln Y_t & \lambda = 0 \end{cases}$$

La transformación Box-Cox requiere definir el parámetro λ de la transformación.

Si $\lambda = 1$, la transformación de Box-Cox toma logaritmos.

Si $\lambda = 0$, se define por la segunda igualdad.

La primera igualdad vale también, en el límite, el logarítmico de la serie original.

p) Función de Autocorrelación

La función conformada por las correlaciones internas entre los términos de las series observadas está definido por:

$$r(k) = \frac{\text{cov}(y_t, y_{t-k})}{\Gamma(0)} = \frac{E(y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)}{\Gamma(0)}$$

Dónde:

$\Gamma(0)$: Autocovarianza cuando no existe desplazamiento alguno de la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

μ : Media del proceso a la que se ajusta la serie de la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

$Cov(y_t, y_{t-k})$: Covarianza de la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

q) Función de Autocorrelación Parcial

La matriz de Autocorrelaciones para una serie estacionaria de longitud N está dado por:

$$P_N = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{N-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{N-2} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ r_{N-1} & r_{N-2} & r_{N-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

El conjunto de autocorrelaciones parciales en varios desplazamientos de K , están definidos por:

$$\phi_{kk} = \frac{|Q_k|}{|P_k|}$$

Dónde:

$|P_k|$ = Determinante de la matriz de autocorrelaciones de orden $K \times K$.

$|Q_k|$ = Determinante de la matriz de autocorrelaciones.

$$\begin{vmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_k \end{vmatrix}$$

r_k = La k -ésima función de autocorrelación del proceso a la que se ajusta la serie de la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017. N = Tamaño de la serie.

r) Modelos no-Integrados

Media Móvil MA (q).

$$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Dónde:

Y_t = La serie de la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, Período 2002-2017.

Y_{t-p} = Errores que siguen el proceso puramente aleatorio desplazado en q períodos a la que se ajusta la serie de la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

θ_1 = Los parámetros a estimar.

Autorregresivos AR (p).

$$Y_t = \Phi_1 y_{t-1} - \Phi_2 Y_{t-2} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + a_t$$

Y_t = Serie de la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

Y_{t-p} = Serie de la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

Φ_p = Los parámetros a estimar.

Mixto ARMA (p, q).

$$Y_t = c\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

s) Coeficiente de Determinación

Es una medida de la bondad de ajuste de la regresión, R2 es determinado por la proporción de la suma de cuadrados de la regresión respecto a la suma de cuadrados del total:

$$R^2 = \frac{\sum [\hat{Y}_i - E(Y)]^2}{\sum [Y_i - E(Y)]^2}$$

Periodograma.- Expresado por:

$$I(r) = (2/N) \left\{ \left[\sum_{i=1}^N a_i \cos(2\pi) \left(\frac{r_i}{N} \right) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N a_i \sin(2\pi) \left(\frac{r_i}{N} \right) \right]^2 \right\}$$

r_i = I-ésima función de autocorrelación a la que se ajusten la serie de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

N = Tamaño de la serie de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

a_i = Serie de rezagos generado por el proceso puramente aleatorio de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

t) Modelos Integrados

Mixtos Integrados ARIMA (p, d, q).

$$\phi(L) = \Phi_p(L)(1-L)^d (Y_t - \mu) = \Theta_q(L)a_t$$

Dónde:

$\phi(L)$ = Es el operador autorregresivo generalizado.

$\phi_p(L)$ = Operador autorregresivo estacionario de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

d = Número de diferencias necesarias para alcanzar la estacionariedad de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael del Distrito de Antauta – Melgar, período 2002-2017.

Medias móviles integrado MA (Q) r, $Y_t = \theta(L)a_t$

Autorregresivos integrados AR (p) r, $\Phi(L)Y_t = a_t$

- **Identificación**

Según **(Mate, 2014)**. Como primer paso se requiere que la serie sea estacionaria. Deberá analizarse el número de veces que se aplicará el operador diferencia después de haber determinado si es necesaria alguna transformación para estabilizar la media y la varianza. Y si se tiene la presencia del componente estacional hay que examinar si la serie es o no estacionaria en el componente estacional. En caso que no lo sea, se toman diferencias de orden estacional. Para la mejor parte de las series, la experiencia muestra que la estacionariedad se logra después de una diferencia ($Y_t - Y_{t-1}$) en la parte no estacional y en la parte estacional o de una diferencia de logaritmos ($\log Y_t - \log Y_{t-1}$).

- **Estimación de los parámetros**

Una vez identificado a partir de las observaciones el modelo tentativo, es decir, una vez elegido las órdenes (p, d y q) se procede a estimar los parámetros autorregresivos y de medias móviles que intervienen a través de técnicas de estimación no lineales.

Para que dicho modelo represente apropiadamente a la serie considerada. Antes de usar el modelo para pronosticar, el analista debe verificar si es adecuado este paso se realiza revisando los términos del error para asegurarse que son aleatorios.

- **Validación del Modelo Estimado**

La finalidad de esta fase consiste en analizar la adecuación entre el modelo y los datos, o dicho de otra forma en que medida se cumple lo siguiente:

Los residuos del modelo estimado se aproximan al comportamiento de un ruido blanco.

- ✓ El modelo estimado es estacionario e invertible.
- ✓ Los coeficientes son estadísticamente significativos.
- ✓ El grado de ajuste es elevado en comparación al de otros modelos alternativos.

Una de la formas para detectar violaciones a los supuestos es a través del análisis de los residuales, que representan la parte de las observaciones que no es explicada por el modelo (uso del estadístico de Box Pierce).

- **Pronóstico con el Modelo Estimado (Predicción)**

Una vez identificado el modelo adecuado que genera la serie temporal de interés, estimados los parámetros del modelo correspondiente y después de haber pasado la etapa de verificación se utiliza el modelo estimado en la predicción de valores futuros del variable objeto de estudio.

1.2.5. Estadístico de Box–Pierce y de Box–Pierce-Ljung

El contraste de “Q” propuesto por Box-Pierce (1970) analiza la hipótesis nula de que:

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = 0$$

Cuya expresión es:

$$Q = T \sum_{i=1}^m \frac{r_i^2}{T-i}$$

La cual fue refinada a fin de disminuir el sesgo en pequeñas muestras, por Ljung y Box (1978) que propusieron el siguiente estadístico:

$$Q = T(T+2) \sum_{i=1}^m \frac{r_i^2}{T-i} \quad \text{Con distribución } \chi_m^2 :$$

Dónde:

m : Número máximo de rezagos a analizar.

T : Número total de observaciones.

r_i : Coeficiente de autocorrelación simple para el i -ésimo rezago.

En los contrastes de hipótesis generalmente se fija de antemano un nivel de significancia $\alpha = 5\%$. El siguiente procedimiento se puede seguir para la prueba del ruido blanco con un modelo determinado:

- **Planteamiento de la hipótesis.**

H_0 : Los a_t siguen el proceso ruido blanco.

H_1 : Los a_t no siguen el proceso ruido blanco.

- **Nivel de significancia**

$$\alpha = 0.05$$

- **Prueba estadística**

$$Q = T(T+2) \sum_{i=1}^m \frac{r_i^2}{T-i} \text{ Con distribución } \chi_m^2$$

Dónde:

m : Número máximo de rezagos a analizar.

T : Número total de observaciones.

r_i : Coeficiente de autocorrelación simple para el i -ésimo rezago.

- **Decisión**

✓ Si Q es menor que $\chi_{(m,\alpha)}^2$ se acepta y por tanto, los siguen el proceso ruido blanco a un nivel del 95% de confianza.

✓ Si Q es mayor que $\chi_{(m,\alpha)}^2$ se rechaza y por tanto, los no siguen el proceso ruido blanco.

- u) **Modelos ARIMA**

Según **(Mate, 2014)**. Los modelos ARIMA fueron popularizados en los años 70 por George Box y Gwilym Jenkins, y sus nombres se utilizan, frecuentemente, como sinónimos de la metodología ARIMA aplicada a análisis

y predicción de series. Esta familia de modelos ha sido utilizada ampliamente a partir de los 80, debido a los avances de recursos de cálculo y de optimización.

En estadística y econometría, en particular en series temporales, un modelo autorregresivo integrado de promedio móvil o ARIMA (acrónimo del inglés autoregressive integrated moving average) es un modelo estadístico que utiliza variaciones y regresiones de datos estadísticos con el fin de encontrar patrones para una predicción hacia el futuro. Se trata de un modelo dinámico de series temporales, es decir, las estimaciones futuras vienen explicadas por los datos del pasado y no por variables independientes.

v) **Expresión del Modelo ARIMA**

Según **(Mate, 2014)**. El modelo ARIMA necesita identificar los coeficientes y número de regresiones que se utilizarán. Este modelo es muy sensible a la precisión con que se determinen sus coeficientes.

Se suele expresar como ARIMA (p, d, q) donde los parámetros p, d y q son números enteros no negativos que indican el orden de las distintas componentes del modelo — respectivamente, las componentes autorregresiva, integrada y de media móvil. Cuando alguno de los tres parámetros es cero, es común omitir las letras correspondientes del acrónimo — AR para la componente autorregresiva, para la integrada y MA para la media móvil. Por ejemplo, ARIMA (0, 1, 0) se puede expresar como I (1) y ARIMA (0, 0, 1) como MA (1).

El modelo ARIMA puede generalizarse aún más para considerar el efecto de la estacionalidad. En ese caso, se habla de un modelo SARIMA (seasonal autoregressive integrated moving average).

El modelo ARIMA (p, d, q) se puede representar como:

$$Y_t = -(\Delta^d Y_t - Y_t) + \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta^d Y_{t-i} - \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

En donde d corresponde a las d diferencias que son necesarias para convertir la serie original en estacionaria, ϕ_1, \dots, ϕ_p son los parámetros pertenecientes a la parte "autorregresiva" del modelo, $\theta_1, \dots, \theta_q$ los parámetros pertenecientes a la parte "medias móviles" del modelo, ϕ_0 es una constante, ε_t es el término de error (llamado también innovación o perturbación estocástica esta última asociada más para modelos econométricos uniecuacionales o multiecuacionales).

Se debe tomar en cuenta que: $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$.

✓ **Ventaja**

Según (Mate, 2014). La principal ventaja de esta metodología es que proporciona predicciones óptimas en el plazo inmediato y en el corto plazo. Esto se debe a que la metodología Box-Jenkins (BJ en adelante) nos permite elegir entre un amplio rango de distintos modelos según represente mejor el comportamiento de los datos. El sentido de predicciones óptimas significa que ningún modelo univariante puede ofrecer mejores predicciones que un modelo ARIMA. Esto no se cumple si ampliamos el modelo ARIMA con regresión múltiple o utilizamos metodología multivariante.

✓ **Desventaja**

Según **(Mate, 2014)**. La principal desventaja de estos modelos es que la determinación del modelo que mejor se adecua a la serie de datos no es trivial y, por tanto, se requiere que la persona que realice predicciones tenga amplios conocimientos sobre esta metodología. Esto ha inhibido el uso de esta metodología para realizar predicciones en el mundo de la empresa, ya que el aumento de precisión de las mismas no compensaba el coste de implantación. No obstante, es posible manejar algoritmos automáticos, que permiten que la persona que utilice estas técnicas no tenga que tener conocimientos extensos sobre esta materia. Así se lograrán mejores modelos y, por tanto, mejores predicciones, sin necesidad de ese aumento del coste de implantación.

• **Primero, decidir si los datos son estacionarios. Es decir si los datos poseen media y varianza constante.**

- ✓ Examinar la gráfica de serie de tiempo para si es necesaria una transformación para tener varianza constante.
- ✓ Examinar la función de autocorrelación (ACF) para ver si las autocorrelaciones no decaen, indicando que se pueden requerir diferencias para dar una media constante.

Un patrón de estacionalidad que se repite cada k-ésimo intervalo de tiempo sugiere tomar una diferencia k-ésima para eliminar una porción del patrón. La mayoría de las series no requieren más de dos operaciones de diferencias u órdenes. Si los picos de la ACF decaen rápidamente, no hay necesidad de diferencias adicionales. Una indicación de sobre diferenciación

de una serie es que la primera autocorrelación es cercana a -0.5 y pequeños valores dondequiera.

- **Después, examinar las funciones ACF y PACF de los datos estacionarios de manera de identificar qué modelo autorregresivo o de promedio móvil se sugiere.**
- ✓ Una función ACF con picos altos iniciales que decaen a cero o una función PACF con picos altos en el primero y posiblemente en el segundo atraso indica un proceso autorregresivo.
- ✓ Una función ACF con pico alto inicial y posiblemente en el segundo retraso y una función PACF con picos altos en los primeros atrasos que decaen a cero indican un proceso de promedio móvil.
- ✓ Si las funciones ACF y PACF tienen picos altos que gradualmente caen a cero indican que los procesos de promedios móviles y autorregresivos están presentes.
- **Una vez que se ha identificado uno o más de los modelos a utilizar, continuar con el procedimiento de ARIMA.**
- ✓ Ajustar el modelo y examinar la significancia de los parámetros y seleccionar un modelo que tenga el mejor ajuste.
- ✓ Checar que las funciones ACF y PACF de residuos indiquen un proceso aleatorio, sin picos altos, usando las gráficas de ARIMA. Si hay picos altos, considerar cambiar el modelo.

1.3. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS

- **Parámetro:** Un parámetro es una característica de la población.

- **Correlograma:** Representa valores individuales de la función de auto correlación y parcial respecto a los rezagos.
- **Estacionalidad:** Repetición de un cierto período de comportamiento de forma periódica ejemplo 3 meses, 6 meses, etc.
- **Estacionario:** Suceso en los que sus valores oscilan entorno a un valor constante.
- **Modelo:** Es la representación matemática de las variables en estudio y los parámetros que son estimados, con fines de predicción del comportamiento futuro de las variables.
- **Modelo Matemático:** Es la representación numérica de un problema básico, en el cual el comportamiento del sistema está representado por un conjunto de ecuaciones acompañadas de relaciones lógicas.
- **Modelo de Predicción:** Se entiende por predicción, anunciar un suceso y/o fenómeno físico dentro de un período de tiempo. Se incluye el estudio de datos históricos, para describir sus patrones y tendencias fundamentales.
- **Normalidad:** Es el proceso estocástico generador, sigue un modelo normal de distribución de probabilidad.
- **Pronóstico:** Es una estimación cuantitativa o cualitativa de uno o varios factores (variables) que conforman un evento futuro, con base en información actual o del pasado.
- **Ruido Blanco:** Es un proceso puramente aleatorio distribuido normalmente con media cero y una varianza constante entre las observaciones.

- **Serie:** Es un conjunto de observaciones ordenadas en el tiempo o en alguna otra dimensión.
- **Serie Estacionaria:** Es aquella cuyo valor promedio no cambia a través del tiempo.
- **Serie Temporal:** Es un conjunto de observaciones sobre valores que toma una variable (cuantitativa) en diferentes momentos del tiempo.
- **Tendencia:** Es el movimiento a largo plazo a través del tiempo t puede ser ascendente o descendente.
- **Variable:** Es la característica común y observable de una población a estudiar.
- **Variable Independiente:** Es aquella propiedad de un fenómeno a la que se le va a evaluar su capacidad para influir, incidir o afectar a otras variables.
- **Variable Dependiente:** Son los cambios sufridos por los sujetos como consecuencia de la manipulación de la variable independiente por parte del experimentador.
- **Proceso:** Es cualquier fenómeno que sufre continuos cambios, particularmente con respecto al tiempo.
- **Estaño:** Elemento químico de número atómico 50, masa atómica 118,69 y símbolo Sn; es un metal de color blanco plateado, muy dúctil y maleable y de estructura cristalina, que se encuentra en la casiterita y se usa en forma de hojalata como capa protectora para recipientes de cobre, para fabricar latas y objetos similares, en aleaciones, en soldadura, en la industria aeroespacial y como ingrediente de algunos insecticidas.

- **Minería de Estaño:** La minería del estaño empezó en la Edad de Bronce, dado que bronce es una aleación cobre-estaño.
- **La Minería:** Es una actividad económica del sector primario representada por la explotación o extracción de los minerales que se han acumulado en el suelo y subsuelo en forma de yacimientos, También la minería es considerada como el conjunto de individuos que se dedican a esta actividad o el conjunto de minas de una nación o región.
- **El Mineral:** Es un elemento o compuesto químico que se encuentra en la naturaleza, de composición definida y estructura atómica determinada, formado mediante procesos naturales e inorgánicos.
- **Large Blast Hole:** Gran agujero de explosión.
- **Explotación Minera:** Conjunto de las actividades socioeconómicas que se llevan a cabo para obtener recursos de una mina (un yacimiento de minerales).
- **Sub level Stopping:** Método de Explotación Subterránea

1.4. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Tabla 1

Identificación de variables correspondientes a la serie de la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael, Antauta-Melgar (en toneladas); en el Período 2002-2017.

Variable	Indicador	Índice
Variable Dependiente		
La extracción de estaño en la Empresa Minera MINSUR S.A. San Rafael Antauta, Melgar. (meses)	Expresada en cifras mensuales	Toneladas métricas
Variable Independiente		
Es la misma variable dependiente desfasados en distintos Períodos de tiempo.	Período de registro de datos.	Meses

Fuente: Elaboración propia del ejecutor obtenida del análisis documentaria.

CAPITULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. LOCALIZACIÓN DEL TRABAJO

La Empresa Minera San Rafael se encuentra ubicada en el distrito de Antauta, es uno de los 9 distritos que conforma la provincia de Melgar, del departamento de Puno, a una altitud que varía entre los 4,500 y 5,200 msnm, en la cordillera oriental de los Andes del Perú.

Figura 5

Ubicación geográfica de la Empresa Minera San Rafael, Antauta-Melgar


Fuente: Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. - Antauta - Melgar.

1.5. MATERIAL DE ANÁLISIS

En el presente trabajo de investigación se tomó como material de análisis las series históricas registradas mensualmente de la extracción de estaño en la Empresa Minera MINSUR S.A. San Rafael Antauta, Melgar. Período 2002-2017.

1.6. MÉTODO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

La información y datos de la serie histórica fueron recopilados en forma directa de los archivos de la Empresa Minera San Rafael. Previa solicitud dirigida al Gerente de la Unidad minera todos los datos históricos correspondientes al período 2002-2017.

1.7. POBLACIÓN

La población en estudio está conformada desde que fue fundada la Empresa Minera MINSUR S.A. San Rafael, Antauta-Melgar hasta hoy en día (1977-2017).

1.8. DISEÑO DE LA MUESTRA

La muestra está conformada por los datos de la serie histórica de la extracción de estaño en la Empresa Minera MINSUR S.A. San Rafael Antauta, Melgar. Período 2002-2017. La elección de la muestra está basado en un muestreo no probabilístico a criterio de la investigadora.

En el criterio de selección de la muestra se consideró el tiempo más reciente y representativo en cuanto a la extracción de estaño que permita realizar un ajuste de los datos acorde al más cercano a la realidad.

1.9. MÉTODO

El método utilizado en el presente trabajo de investigación es descriptivo, aplicado y es de gran importancia, ya que está presente en todas las fases del desarrollo de los modelos.

1.10. MÉTODO DE ANÁLISIS DE DATOS

En el presente trabajo de investigación se utilizará la teoría de WIENER-KOLMOGOROV, más conocido como el enfoque de Box-Jenkins en las series de tiempo.

Los pasos a seguir en la obtención del modelo univariante por el método

Box-Jenkins es:

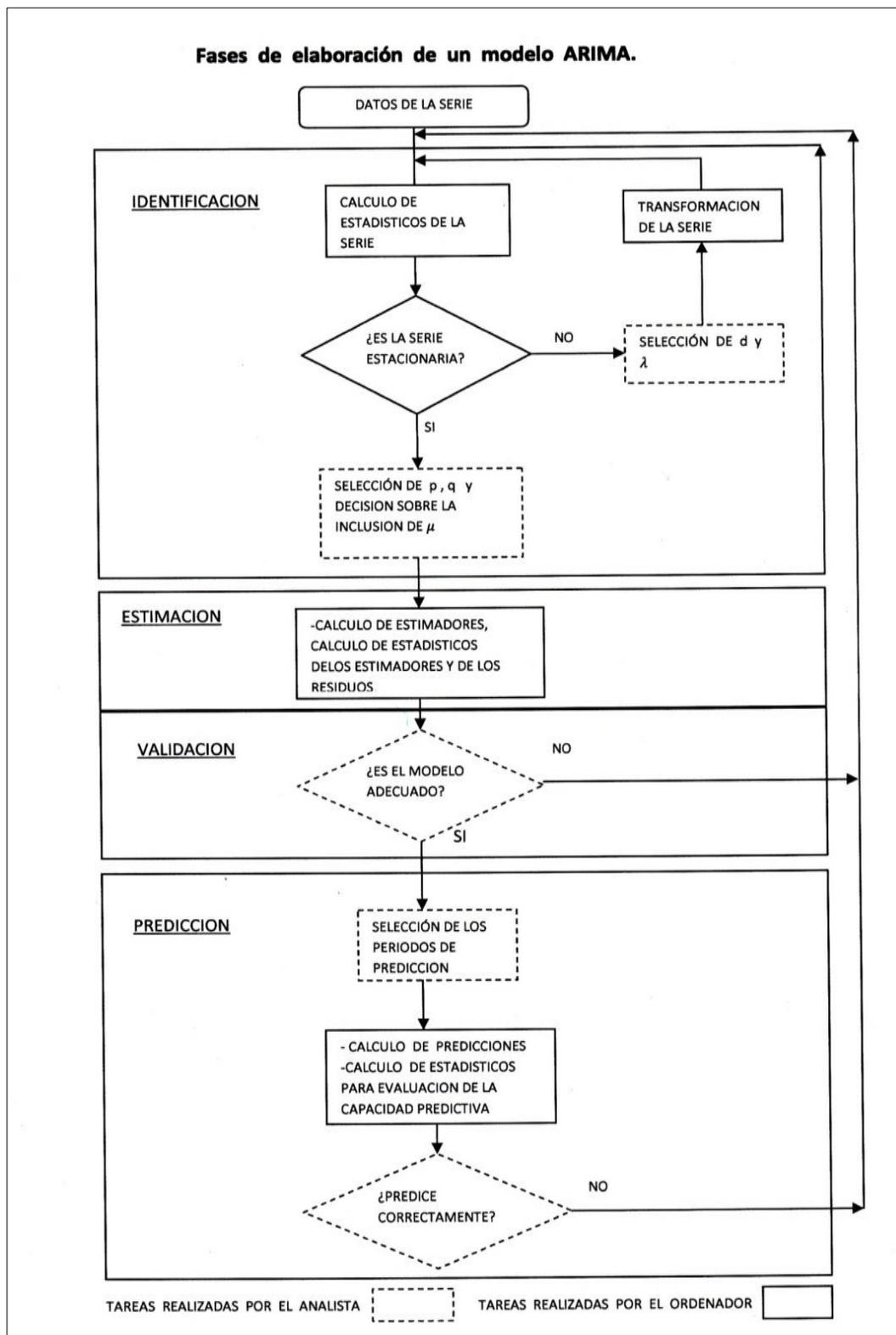
- ✓ Representación gráfica de las series
- ✓ Cálculo de la función autocorrelación (F.A.C.) y función de autocorrelación parcial (F.A.C.P.).
- ✓ Proceso de identificación.
- ✓ Estimación de parámetros.
- ✓ Proceso de verificación
- ✓ Proceso de predicción.
- **Método de Box-Jenkins (Teoría de Wiener-Kolmogorov).**

Metodología de Box-Jenkins (1976). No fue un único modelo de serie temporal, sino toda una familia de ellos que pudiesen ajustarse para explicar la evolución de una variable a lo largo del tiempo. Son los denominados modelos ARIMA. Partiendo de la definición de esta familia de modelos, la metodología Box-Jenkins sigue un proceso que consta de cuatro fases:

- ✓ **Identificación.-** Se trata de elegir uno o varios modelos ARIMA como posibles candidatos para explicar el comportamiento de la serie.
- ✓ **Estimación.-** Se realizara la estimación de los parámetros del modelo identificado.
- ✓ **Verificación o Validación.-** Se comprueba la adecuación del modelo estimado y se verifica que cumpla las propiedades respectivas.
- ✓ **Pronóstico y predicción.-** Si el modelo elegido es satisfactorio se realizan las predicciones de la serie histórica y también los intervalos confidenciales.

Figura 6

Fases de Elaboración de un Modelo ARIMA



Fuente: EZEQUIEL, (1985). Análisis de series temporales: Modelos ARIMA (Pg. 72).

CAPITULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIONES

Una vez procesada la información, presentamos los cuadros y gráficos para su respectivo análisis, discusión e interpretación de la serie histórica de la extracción de estaño en la Empresa Minera MINSUR S.A. San Rafael Antauta, Melgar. Período 2002-2017.

- **Análisis, discusión e interpretación de los resultados correspondientes de la extracción de estaño en la Empresa Minera Minsur S.A. San Rafael Antauta, Melgar. Período 2002-2017.**

A continuación se presenta la información correspondiente a la serie de la extracción de estaño en la Empresa Minera Minsur S.A. San Rafael Antauta, Melgar. Período 2002-2017.

Tabla 2

Extracción de estaño en la Empresa Minera san Rafael, Antauta-melgar

(en toneladas); en el Período 2002-2017

MESES/ ANOS	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Enero	3101	3176	3182	3351	3456	3303	3185	3135
Febrero	2599	3138	3326	3215	3231	3162	3056	2857
Marzo	3235	3348	3323	3595	3360	3169	3435	3023
Abril	3374	3063	3252	3319	3340	3273	3164	3201
Mayo	3392	3545	3384	3704	3316	3013	3399	3066
Junio	3321	3433	3471	3633	3362	3169	3280	3203
Julio	3374	3346	3521	3592	3472	3429	3322	3302
Agosto	3563	3556	3934	3722	2656	3303	3187	3271
Setiembre	3195	3292	3383	3317	2950	3369	3237	3111
Octubre	3256	3574	3602	3671	3050	3486	3353	3233
Noviembre	3227	3377	3641	3567	3090	2972	3262	2900
Diciembre	3178	3356	3597	3469	3187	3371	3156	3199
MESES/ ANOS	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Enero	3037	2274	2095	1590	2187	1780	1498	1310
Febrero	2919	2058	2219	1930	2456	1666	1465	1173
Marzo	3271	2456	2294	2001	2325	1330	1358	1093
Abril	3147	2345	1982	1641	1998	1702	1671	
Mayo	2909	2181	2170	1820	1845	1806	1400	
Junio	3111	2609	2575	2136	1777	1511	1889	
Julio	2929	2381	1890	1872	1813	1296	1720	
Agosto	2912	2662	2165	2228	1816	1454	1622	
Setiembre	2335	2707	2132	2276	1817	1380	1840	
Octubre	2417	2558	2547	2012	2023	2094	1680	
Noviembre	2449	2393	2082	2067	1997	2109	1756	
Diciembre	2413	2258	1954	2096	2170	2097	1587	

Fuente: Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. - Antauta, Melgar.

4.1. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

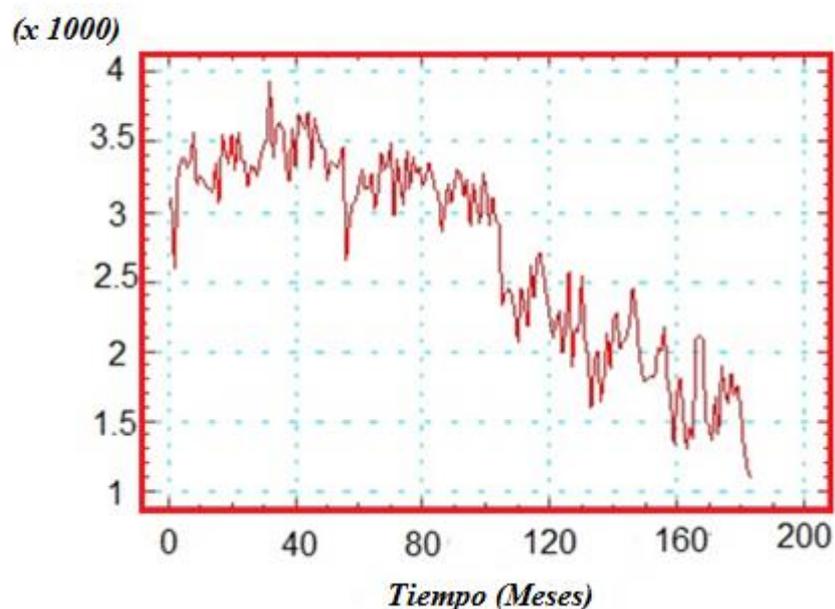
4.1.1. Fase de Identificación del Modelo

Siguiendo la metodología Box-Jenkins para la modelización de series univariantes se dispone de 183 datos mensuales de la serie histórica de la

extracción de estaño en la Empresa Minera Minsur s.a. San Rafael Antauta, Melgar. Período 2002-2017.

Grafico 1

Evolución de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017



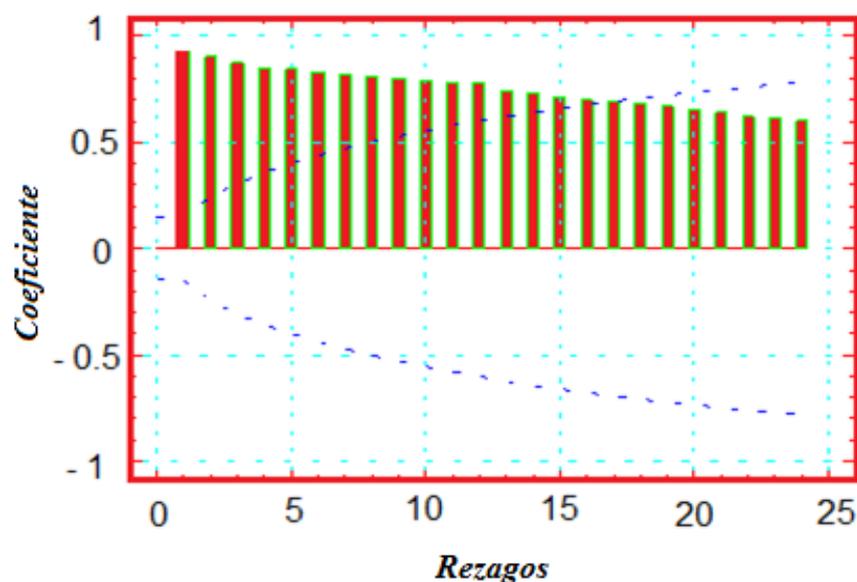
Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.

En el **Gráfico N° 01**. Observamos que la serie correspondiente a la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael, Antauta no es estacionaria ni en media ni en varianza, debido a que presenta una tendencia descendente y periodos estacionales cortos y largos. Por lo tanto dicha serie histórica debe ser diferenciada.

Seguidamente encontramos su función de autocorrelación estimada y función de autocorrelación parcial estimada:

Gráfico 2

Autocorrelaciones estimadas de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017.

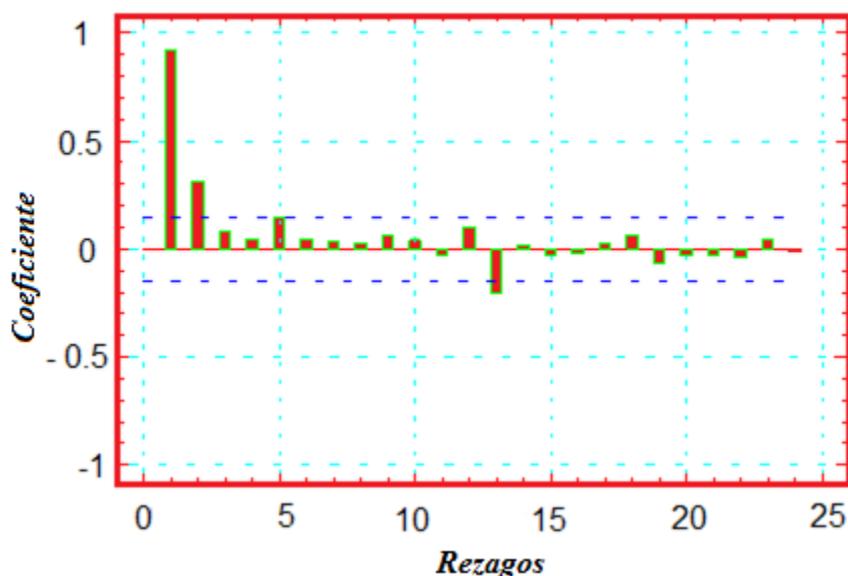


Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.

En el **Gráfico N° 02**. El primer paso en la identificación del modelo tentativo es observar los coeficientes de autocorrelación estimados de la serie histórica, los que indican que la serie es no estacionaria debido a que presentan coeficientes significativos (1, 2,3....16). A partir del coeficiente 17 tienden a ser cero es decir que se encuentran dentro de los límites de confianza, también se ve que la media tiene el valor cero.

Grafico 3

Autocorrelaciones parciales estimadas de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017



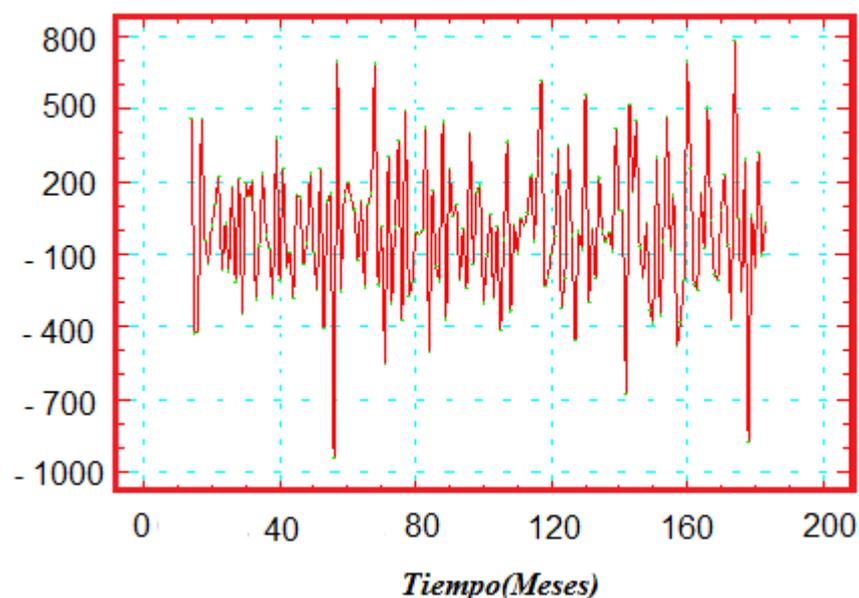
Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.

Gráfico N° 03. Observamos la función de autocorrelación parcial, donde se aprecia que los coeficientes 1,2 y 13 son significativos, hay una alternancia de coeficientes positivos y negativos alrededor de la media que es cero corroborando de esta manera que la serie no es estacionaria.

Por consiguiente creemos necesario hacer diferencias a la serie. Con la Primera diferencia analizaremos las **funciones** de autocorrelación y autocorrelación parcial estacional y no estacional.

Grafico 4

Primera diferencia no estacional por primera diferencia estacional de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017.

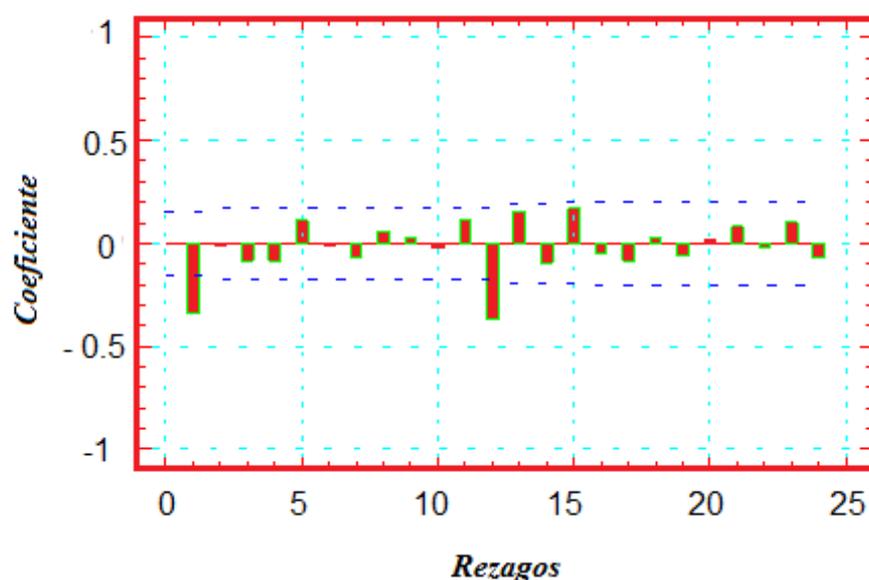


Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.

El **Gráfico N° 04**. Muestra la diferencia conjunta de la parte no estacional y la parte estacional debido a que en la serie original se nota claramente periodos largos y cortos **indicándonos** que debemos diferenciarlo conjuntamente para identificar el modelo que se ajustara a la serie de datos históricos. En el grafico se observa que se pierde 12 valores esto es debido a la parte estacional de 12 periodos. Esto nos indica que la serie es estacionaria para lo cual obtendremos funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial.

Gráfico 5

Autocorrelaciones Estimadas para la primera diferencia no estacional por primera diferencia estacional de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017.

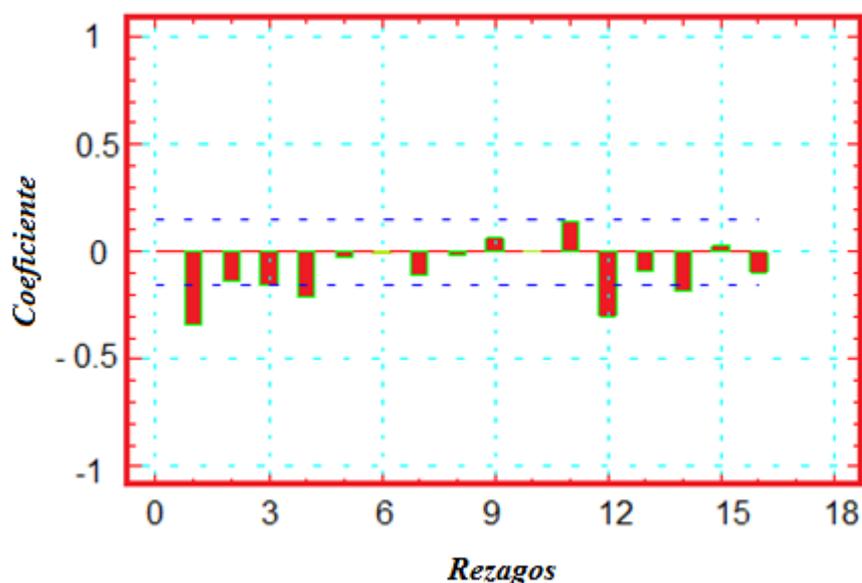


Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.

En el **Gráfico Nº 05**. Muestra a la autocorrelación estimada que indica que los coeficientes 1 y 12 son significativos negativos. Donde se observa claramente el periodo de 12 meses. Dándonos la idea de una media móvil estacional y no estacional a partir del coeficiente 13 la serie tiende a ser cero.

Grafico 6

Autocorrelaciones parcial Estimadas para la primera diferencia no estacional por primera diferencia estacional de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, período 2002-2017.



Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.

Gráfico N° 06. Corresponde a la función de Autocorrelaciones parcial estimada que nos indica la existencia de coeficientes significativos (1, 4, 12). Y también en un periodo de 12 meses lo que corrobora **con** el análisis del grafico 5. Se observa también una caída exponencial en los coeficientes negativos bajo la media o bajo el promedio, esto nos confirma que es un modelo multiplicativo de medias móviles.

De todo este análisis realizado llegamos a la conclusión de que el modelo identificado para la serie histórica es un ARIMA (0, 1,1) (0, 1,1), que en forma de ecuación es la siguiente:

4.1.2. Fase de Estimación del Modelo Identificado

Continuando con la metodología de Box-Jenkins el paso a seguir es la especificación del modelo identificado para la serie histórica de la extracción de estaño en la Empresa Minera San Rafael – Antauta.

Tabla 3

Resultados para el modelo ARIMA (0, 1,1) (0, 1,1) de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017

Resumen del modelo ajustado para: SERIES. Extracción_estaño				
Parameter	Estimate	Stnd.error	T-value	P-value
MA (1)	.56125	.06506	8.62674	.00000
SMA(12)	.71034	.05774	12.30161	.00000
Modelo ajustado a las diferencias de orden 1				
Modelo ajustado a las diferencias estacionales de orden 1 con longitud estacional = 12				
Varianza estimada de ruido blanco = 52398.2 con 168 grados de Libertad.				
Desviación estándar del ruido blanco estimado (std err) = 228.907				
Estadística de prueba Chi-cuadrado en las primeras 20 autocorrelaciones residuales = 13.884				
Probabilidad de un valor mayor con ruido blanco = 0,736624				
Backforecasting: no Número de iteraciones realizadas: 3				
Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.				

Siendo la ecuación estimada y de pronóstico la siguiente:

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} + \hat{\theta}_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \hat{\theta}_{12} \hat{\varepsilon}_{t-12} + \hat{\theta}_{13} \hat{\varepsilon}_{t-13}$$

$$\hat{\theta}_{13} = \theta_1 * \theta_{12} = (0.56125)(0.71034) = 0.39868$$

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} - 0.56125 \hat{\varepsilon}_{t-1} - 0.71034 \hat{\varepsilon}_{t-12} + 0.39868 \hat{\varepsilon}_{t-13}$$

Comprobando manualmente para:

$$\hat{Y}_{184} = Y_{183} + Y_{172} - Y_{171} - 0.56125_{(-141.567)} - 0.71034_{(255.691)} + 0.39868_{(-210.615)} = 1219.858946$$

4.1.3. Fase de Verificación o Validación del Modelo de Pronóstico

En esta fase se validó el modelo estimado, para representar el comportamiento de la serie de la **extracción** mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar.

Mediante el proceso de Box Pierce se prueba si los procesos son puramente aleatorios.

- ✓ Los valores de los parámetros son menores a 1 por lo tanto cumplen la condición de invertibilidad, como ven en el cuadro número 03 observamos el coeficiente del modelo estimado es decir:

$$(\hat{\theta}_1 = 0.56125) < 1 \text{ y } (\hat{\theta}_2 = 0.71034) < 1$$

- ✓ De acuerdo al ANVA podemos observar también que todos los coeficientes son significativos con MA (1) Y SMA (12) q tiene un valor de p = 0.0000 que es menor que 0.05 y eso quiere decir que es un modelo

bueno. Los parámetros fueron significativos y se incluyeron en el modelo.

- ✓ Las figuras de autocorrelación estimada de los residuales y de la autocorrelación parcial estimada de los residuales nos muestra que ningún coeficiente es significativo, es decir, no están fuera de los límites de probabilidad al 95%, por lo que podemos concluir que la serie correspondiente a la extracción de estaño en la Empresa Minera es completamente estacionaria o aleatoria ya que se aproxima a un ruido blanco. Según Gráficos 08 Y 09.

- **Contraste Global de Box y Pierce**

Planteamiento de la Hipótesis para el modelo ARIMA (0, 1, 1) (0, 1, 1)

H0: Los residuales siguen un proceso ruido blanco es decir son independientes: $\rho_k = 0$

H1: Los residuales no siguen un proceso ruido blanco es decir son dependientes: $\rho_k \neq 0$

- ✓ **Nivel de Significancia.**

$$\alpha = 0.05 = 5\%$$

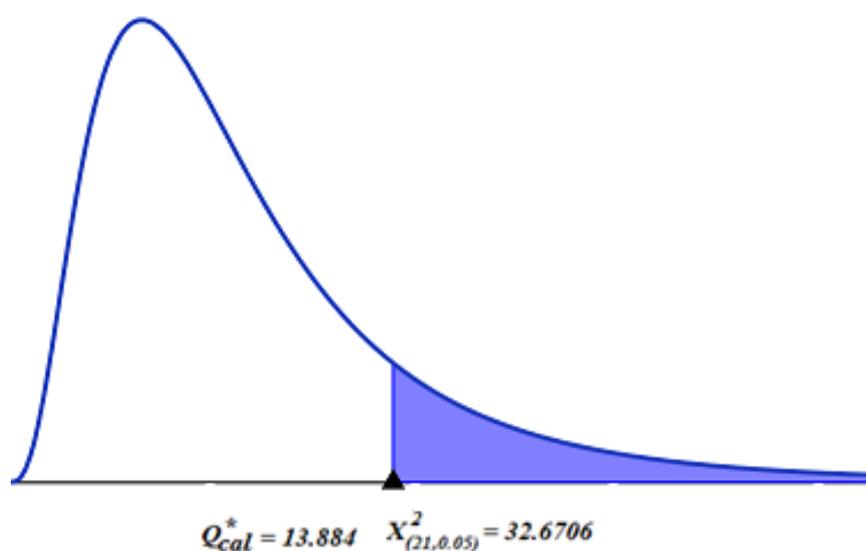
- **Prueba Estadística.**

$$Q^*_{cal} = (N - d) \sum_{i=1}^k \gamma_i^2(a_t)$$

$$Q^*_{cal} = 13.884$$

$$X^2_{(k-p-q, 0.05)} = 32.6706$$

$$X^2_{(21,0.05)} = 32.6706$$



Por lo tanto $Q^*_{cal} = 13.884 < X^2_{(21,0.05)} = 32.6706$, Entonces aceptamos H_0 y rechazamos H_1 es decir los residuos siguen un proceso ruido blanco o lo mismo decir que son independientes. $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_{24} = 0$, también decimos que la serie histórica es estacionaria.

Y luego validamos también de esta forma:

Tabla 4

Comparación de datos pronosticados con los datos originales de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar Período 2002 – 2017.

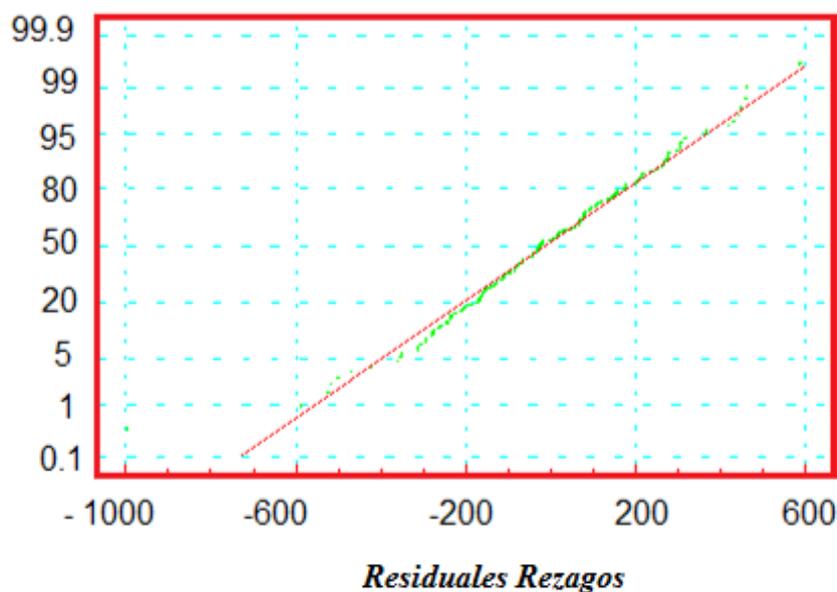
Datos originales	Pronóstico con el modelo
1297	1219.86
1203	1157.56
1417	1324.05
1199	1147.5
1268	1215.76
1289	1238.32

Fuente: Elaboración propia del Ejecutor.

En la **Tabla N° 04**. Observando se ve que los datos pronosticados se aproxima a los datos originales y decimos que el modelo es bueno para el pronóstico de la Extracción de Estaño.

Grafico 7

Comparación de datos pronosticados con los datos originales de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar Período 2002 – 2017.



Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.

La probabilidad normal de los residuales del **Gráfico Nº 07** es satisfactoria, ya que revela una dispersión sensiblemente menor en los residuales debido a que se distribuyen alrededor de la línea recta sin mostrar signo de tendencia.

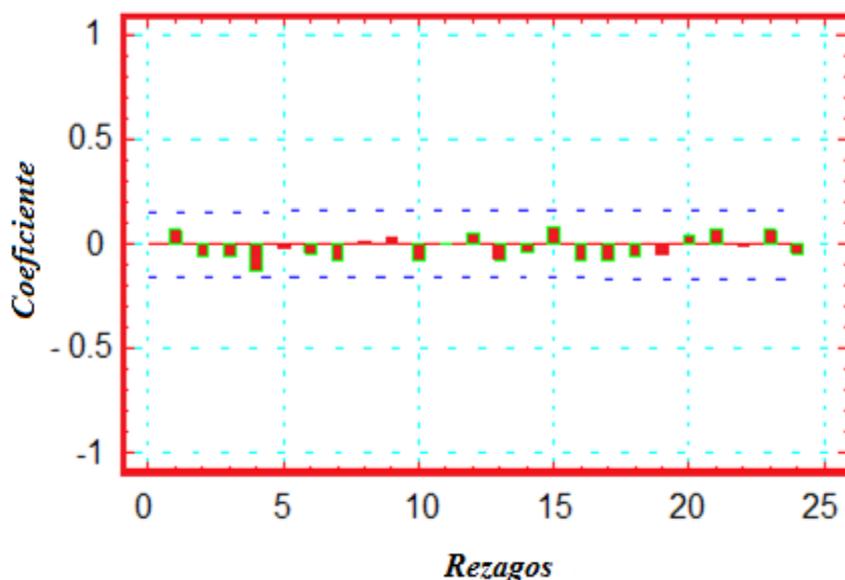
Es decir que los valores de los residuales de la serie giran en torno a su valor medio y confirmamos que el modelo ARIMA (0.1.1) (0.1.1), con ecuación:

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} - 0.56125\hat{\varepsilon}_{t-1} - 0.71034\hat{\varepsilon}_{t-12} + 0.39868\hat{\varepsilon}_{t-13}$$

Es adecuado para realizar pronósticos.

Gráfico 8

Función de Autocorrelación Estimada de los residuales de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017.

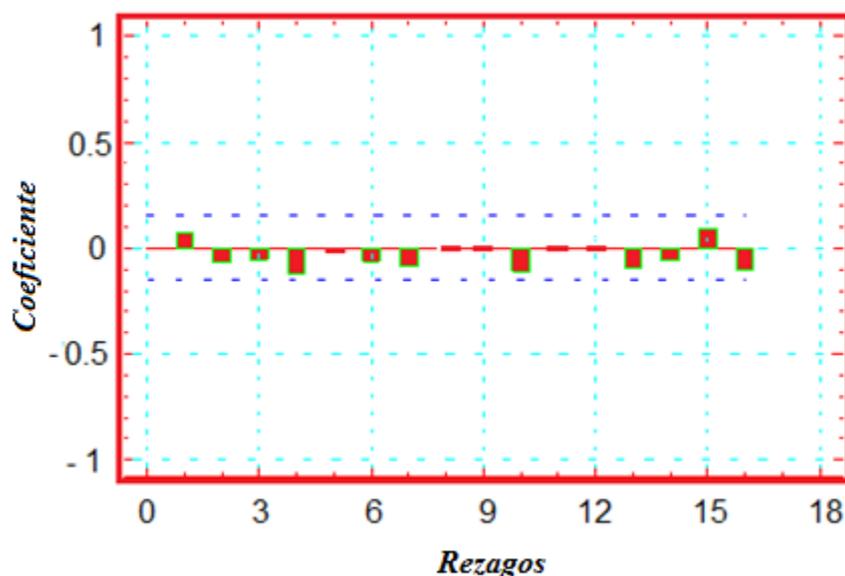


Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.

El **Gráfico N° 8**. Indica que ningún coeficiente de autocorrelación es significativo, es decir esta fuera de los límites de probabilidad al 95%, por lo que las serie de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. es completamente aleatoria (ruido blanco).

Grafico 9

Función de Autocorrelación Parcial Estimada de los residuales de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017

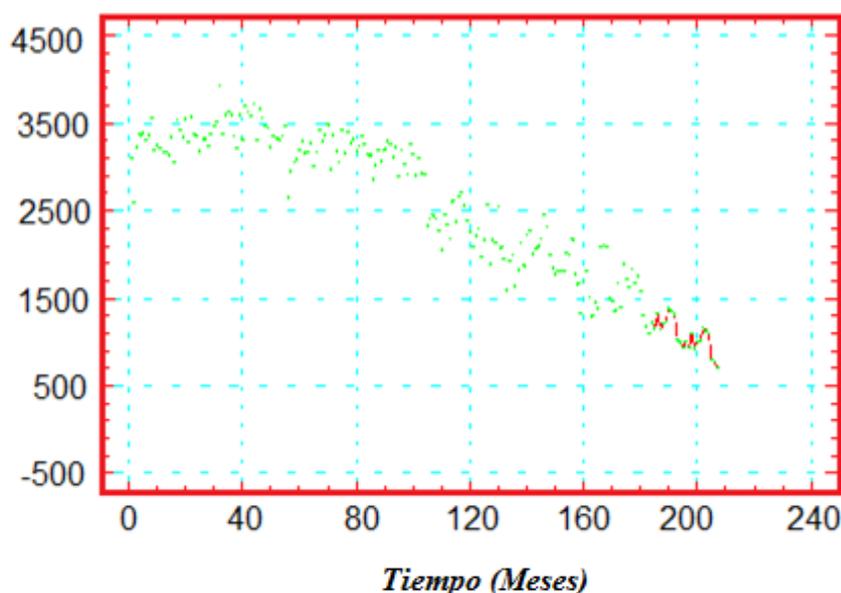


Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.

Podemos observar en el **Gráfico Nº 9**. De las Autocorrelaciones parciales estimadas ningún coeficiente es significativo, es decir ninguno está fuera de los límites de probabilidad.

4.1.4. Fase de Predicción de la Extracción de Estaño

Los pronósticos con estos modelos se realizan generalmente para períodos largos. Y una vez conseguido el modelo adecuado, calculamos los valores del pronóstico, para el comportamiento de las series de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017.

Grafico 10**Función de pronóstico de la extracción mensual de estaño en la Empresa
Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período
2002-2017**

Fuente: Elaboración Propia en base a datos de la Empresa Minera - San Rafael.

El **Gráfico Nº 10**. Muestra las proyecciones y los intervalos de confianza que el paquete estadístico nos da por defecto y es para 24 periodos de tiempo, donde se observa que después de periodos 183 la serie de pronóstico se estandariza y los intervalos no muestran mucha amplitud lo que nos confirma que el modelo conseguido es bueno para nuestros propósitos planteados.

CAPITULO V

CONCLUSIONES

- Llegamos a la conclusión de que el modelo univariante integrado multiplicativo ARIMA (0, 1, 1) (0, 1, 1) tuvo mejor ajuste, respecto a la serie de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar.

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} + \hat{\theta}_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \hat{\theta}_{12} \hat{\varepsilon}_{t-12} + \hat{\theta}_{13} \hat{\varepsilon}_{t-13}$$

- Se llegó a estimar el modelo multiplicativo identificado:

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-12} - Y_{t-13} - 0.55384 \hat{\varepsilon}_{t-1} - 0.76508 \hat{\varepsilon}_{t-12} + 0.4237319072 \hat{\varepsilon}_{t-13}$$

Así mismo cumple con las siguientes propiedades de validación:

- ✓ Los coeficientes del modelo estimado $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$, son menores que 1.
- ✓ Los coeficientes MA (1) Y SMA (12) son significativos, ya que el P – Estadístico es menor que 0.05.

- ✓ Las FACP y FAC de los residuales están dentro de los límites es decir tienden a cero. Por lo tanto podemos concluir que la serie de la extracción de estaño es completamente estacionaria o aleatoria.
- ✓ La Estadística de prueba Chi – Cuadrado de los residuales indica que los coeficientes de autocorrelación son independientes
- Con los modelos estimados se obtuvieron los pronósticos para los meses faltantes del 2017. Para todo el año 2018, hasta el mes de marzo del 2019 de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, Período 2002-2017. Se observa en el ANEXO 06.

CAPITULO VI

RECOMENDACIONES

- Se recomienda a la Empresa Minera San Rafael Minsur, Antauta Melgar facilitar los datos sin ningún tipo de restricción para estos tipos de trabajos de investigación. Y así se puede realizar estudios de otras variables como: venta, precio, etc. Luego tener conocimiento más cabal sobre la extracción de estaño en el sector minero, Y así prever recursos humanos, presupuesto, infraestructura, equipamiento tecnológico, financiero y otros variables de estudio.
- Se recomienda realizar este tipo de trabajos de investigación en el área de series de tiempo empleando las redes neuronales y usando el lenguaje R, ya que es libre y más utilizado en la investigación por la comunidad estadística, siendo además muy popular en el campo de la minería de datos, la investigación biomédica, la bioinformática y las matemáticas financieras. A esto contribuye la posibilidad de cargar

diferentes bibliotecas o paquetes con funcionalidades de cálculo y gráficas.

- Al final se recomienda a la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática. Que siendo profesionales en el área de informática implementar un software estadístico libre para realizar estos tipos de trabajo de investigación. Ya que hoy en día no puedes acceder fácilmente a estos paquetes estadísticos, a fin de mejorar y obtener resultados más eficientes y confiables que permitan encontrar el mejor nivel de precisión y una mejor visión de la población objeto de estudio.

CAPITULO VII

REFERENCIAS

TEXTOS

Andersson, O. (1989). *"Time Serie Analisis and Forecasting"*. Madrid: 1ra EDICION EDITORIAL.

Aznar, A. (1994). *"Ejecicio de econometria I"*. MADRID: PIRAMIDE S.A.

Aznar, A., & Trivez, F. (1993). *"Métodos de predicción en Economía II. Analisis de series de temporales"*. Barcelona: Ariel Economía.

Espaza, A., & Cancelo, J. (1993). *"Metodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura Economica"*. Madrid: Alianza.

Fernandez, C., & Baptista, L. (2014). *"Metodologia de Investigacion"*. MEXICO: INTERAMERICANA EDITORES S. A.

- Guerrero, V. M. (2003).** *"Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas"*. Mexico: Thomson Editores.
- Hanke, J. E., & Reitsch, A. G. (2006).** *"Pronosticos en los negocios"*. Mexico: Atlacomulco.
- Hanke, J., & Wichén, D. (2010).** *"Pronostico en los Negocios"*. MEXICO: EDITORIAL PRENTICE HALL HISPANOAMERICANO S.A.
- Mate, C. (2014).** *"Modelos Arima"*. Madrid: Editorial Mellin Word.
- Newbold, P. (1998).** *"Estadística para los negocios y la economía"*. MADRID: EDITORIAL PRENTICE HALL INC.
- O'Connell, R. T., Bowerman, B. L., & koehler, A. B. (2007).** *"Pronósticos, Series de Teimpo y Regresión"*. Mexico: Thomson Editores.
- Peña, D. (2000).** *"Modelos lineales y series temporales"*. CARTAGENA: ALIANZA EDITORIAL.
- Pindyck, S., & Rubinfeld, L. (2003).** *"Econometría, Modelos y Pronosticos"*. Madrid: McGraw-Hill.
- Pindyck, R. (2003).** *"Microeconomía"*. Estados Unidos: Publicaciones Adventure.
- Uriel Jimenez, E. (1985).** *"Análisis de Series Temporales - Modelos Arima"*. Paraninfo.
- Uriel, E. (1995).** *"Análisis de series temporales, Modelos ARIMA"*. MADRID: EDITORIAL PARANINFO S. A.

TESIS

- Carvajal, P. (2013).** *“Estudio del pronóstico de la demanda de energía eléctrica utilizando modelos de series de tiempo”*, Tesis de Postgrado: Maestría en investigación operativa y estadística Universidad tecnológica de Pereira.
- Diaz, N. (2010).** *“Pronostico mediante modelos de series de tiempo para el consumo de agua potable de la Empresa Municipal de Saneamiento Básico de la ciudad de Puno EMSA, período (2000 - 2007)”*. Tesis de Pregrado en Ingeniero Estadístico e Informático, Universidad Nacional del Altiplano, Puno.
- Valdez, Y. (2015).** *“Modelo de predicción mensual del número de intervenciones quirúrgicas más frecuentes en el Hospital Regional Manuel Núñez Butrón - Puno 2000 - 2013”*. Tesis de Pregrado: Escuela profesional de Ingeniería Estadística e Informática, Facultad de Ingeniería Estadística e Informática de la Universidad Nacional del Altiplano.
- Flores, S. (2011)** *“Modelo Univariante para el pronóstico de la evolución de los ratios de morosidad de créditos vencidos para la Caja Municipal de Ahorro y Crédito Arequipa período 2002 – 2010”*. Tesis de Pregrado: Escuela profesional de Ingeniería Estadística e Informática, Facultad de Ingeniería Estadística e Informática de la Universidad Nacional del Altiplano.

Ramírez, R.; Hernández, J. (2010). *“Análisis de series de tiempo en el pronóstico de la producción de caña de azúcar”*. Tesis de Pregrado: Facultad de Economía, Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales, Facultad de Ciencias Agrícolas. Universidad Veracruzana. Xalapa, Veracruz, México.

Soncco, W. (2013). *"Modelos univariantes para predecir el comportamiento de las temperaturas máximas (°c) y temperaturas mínimas (°c) de la estación climatológica ordinaria de Azángaro, período 1993-2009"*. (Tesis pregrado). Universidad Nacional del Altiplano. Puno-Perú.

WEBGRAFIA

http://inei.inei.gob.pe/inei/metodo/documentos/Series_tiempo.pdf/ [Consulta: 1 de junio de 2017]

<http://www.ccee.edu.uy/ensenian/catmetec/material/Tecnicas%20Econometricas%20-%20Series%20de%20Tiempo.pdf/> [Consulta: 1 de junio 2017]

<http://econometriaii.files.wordpress.com/2010/01/series-de-tiempo.pdf/>
[Consulta: 1 de junio 2017]

http://www.uam.es/personal_pdi/economicas/anadelsur/pdf/BoxJenkins.PDF/
[Consulta: 1 de junio 2017]

http://augusta.uao.edu.co/moodle/file.php/3796/introduccion_Box_Jenkins.pdf/
[Consulta: 1 de junio 2017]

<http://www.minsur.com> [Consulta: 5 de junio de 2017]

<http://www.einsteinnet.com/econometria/seriestemp/acseriestemp.htm/>

[Consulta: 17 de junio 2017]

<https://www.lokad.com/es/que-es-el-pronostico-de-series-de-tiempo/> [Consulta:

19 de junio 2017]

[http://www.udape.gob.bo/portales_html/AnalisisEconomico/analisis/vol14/art02.](http://www.udape.gob.bo/portales_html/AnalisisEconomico/analisis/vol14/art02.pdf)

[pdf](http://www.udape.gob.bo/portales_html/AnalisisEconomico/analisis/vol14/art02.pdf) [Consulta: 23 de junio 2017]

http://www.seduca2.uaemex.mx/ckfinder/uploads/files/u3tema_3_series_de_t.p

[df/](http://www.seduca2.uaemex.mx/ckfinder/uploads/files/u3tema_3_series_de_t.p) [Consulta: 23 de junio 2017]

[https://metodologiaecs.wordpress.com/2016/01/31/libro-metodologia-de-la-](https://metodologiaecs.wordpress.com/2016/01/31/libro-metodologia-de-la-investigacion-6ta-edicion-sampieri-pdf/)

[investigacion-6ta-edicion-sampieri-pdf/](https://metodologiaecs.wordpress.com/2016/01/31/libro-metodologia-de-la-investigacion-6ta-edicion-sampieri-pdf/) [Consulta: 23 de noviembre 2017]

[https://www.freelibros.org/economia/pronosticos-en-los-negocios-9na-edicion-](https://www.freelibros.org/economia/pronosticos-en-los-negocios-9na-edicion-john-e-hanke.html/)

[john-e-hanke.html/](https://www.freelibros.org/economia/pronosticos-en-los-negocios-9na-edicion-john-e-hanke.html/) [Consulta: 23 de noviembre 2017]

http://modelosdepronosticos.info/conceptos_basicos_de_pronosticos.html/

[Consulta: 23 de noviembre 2017]

[https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/12492/04-](https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/12492/04-09gon.pdf;jsessionid=A717E5DDFA11060560F841B94780A883?sequence=1/)

[09gon.pdf;jsessionid=A717E5DDFA11060560F841B94780A883?sequence=1/](https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/12492/04-09gon.pdf;jsessionid=A717E5DDFA11060560F841B94780A883?sequence=1/) [Consulta: 23 de noviembre 2017]



ANEXOS

Anexo 1

Residuales de la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San

Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar.

Variable: **WORKAREA.RESIDS** (length = 183)

(1)	(47) 23.2184	(93) -26.9919	(139) 3 0.962
(2)	(48) -43.1783	(94) -40.9523	(140) 268.352
(3)	(49) 70.8351	(95) -207.744	(141) 318.379
(4)	(50) 10.001	(96) 137.648	(142) -237.145
(5)	(51) -233.489	(97) -28.4822	(143) 158.184
(6)	(52) -64.654	(98) 66.761	(144) 145.459
(7)	(53) -275.868	(99) 155.268	(145) 363.075
(8)	(54) -64.3473	(100) -23.7847	(146) 443.705
(9)	(55) 69.1932	(101) -274.991	(147) -72.3129
(10)	(56) -998.235	(102) 16.212	(148) -166.684
(11)	(57) 134.915	(103) -260.836	(149) -294.423
(12)	(58) -34.962	(104) -79.7858	(150) -499.645
(13)	(59) 81.6655	(105) -523.754	(151) 2.82368
(14) 464	(60) 200.907	(106) -352.284	(152) -173.139
(15) -165.581	(61) 309.289	(107) 36.0401	(153) -25.0027
(16) -516.932	(62) 236.452	(108) -134.175	(154) 160.586
(17) 173.874	(63) -159.135	(109) -127.413	(155) 216.035
(18) 56.586	(64) 81.8458	(110) -110.733	(156) 305.51
(19) -108.241	(65) -360.247	(111) 67.5286	(157) -109.619
(20) -39.7501	(66) -27.9145	(112) -27.8963	(158) -274.092
(21) 81.6904	(67) 209.137	(113) -127.51	(159) -587.093
(22) 266.848	(68) 70.7106	(114) 275.583	(160) 279.923
(23) -18.2321	(69) 305.491	(115) -83.0741	(161) 271.419
(24) 17.7673	(70) 109.834	(116) 298.689	(162) -312.204
(25) -162.028	(71) -420.408	(117) 449.406	(163) -225.022
(26) 420.658	(72) 176.201	(118) -20.2057	(164) -95.4053
(27) -279.51	(73) -63.5052	(119) -42.2935	(165) -77.2804
(28) -244.056	(74) 21.0125	(120) -232.414	(166) 588.664
(29) -157.38	(75) 176.487	(121) -191.456	(167) 460.822
(30) 81.5471	(76) -154.366	(122) 204.685	(168) 204.522
(31) 83.3211	(77) 119.837	(123) -116.007	(169) -293.878
(32) 264.681	(78) -83.9499	(124) -312.846	(170) -234.933
(33) -64.5739	(79) -105.43	(125) 96.9624	(171) -210.615
(34) 57.7422	(80) -101.322	(126) 278.011	(172) 255.691
(35) 149.071	(81) 115.944	(127) -469.845	(173) -150.294
(36) 80.5552	(82) 20.3011	(128) -24.4107	(174) 369.671
(37) -148.966	(83) 91.9755	(129) 108.449	(175) 218.103
(38) -0.202483	(84) -160.612	(130) 431.348	(176) -111.65
(39) 16.6355	(85) -40.4995	(131) -79.8945	(177) 212.477
(40) -257.592	(86) -131.486	(132) -186.071	(178) -305.789
(41) 93.9333	(87) -169.809	(133) -348.773	(179) -17.9696
(42) 15.3889	(88) 173.683	(134) 241.976	(180) -205.524
(43) -55.6878	(89) -125.855	(135) -32.1982	(181) -83.6389
(44) -159.46	(90) 77.956	(136) -242.048	(182) -200.662
(45) -94.887	(91) 59.3302	(137) 48.7507	(183) -141.567
(46) 148.505	(92) 107.359	(138) 97.1859	

Anexo 2

**Resumen de los Residuales de la extracción mensual de estaño en la
Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar**

Resumen del modelo ajustado para: SERIES. Extracción_estaño

Parameter	Estimate	Stnd.error	T-value	P-value
MA (1)	.56125	.06506	8.62674	.00000
SMA(12)	.71034	.05774	12.30161	.00000

Modelo ajustado a las diferencias de orden 1

Modelo ajustado a las diferencias estacionales de orden 1 con
longitud estacional = 12

Varianza estimada de ruido blanco = 52398.2 con 168 grados de
Libertad.

Desviación estándar del ruido blanco estimado (std err) = 228.907

Estadística de prueba Chi-cuadrado en las primeras 20
autocorrelaciones residuales = 13.884

Probabilidad de un valor mayor con ruido blanco = 0,736624

Backforecasting: no Número de iteraciones realizadas: 3

Anexo 3

Pronóstico para la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera

San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar

Variable: WORKAREA.FORECASTS (length = 24 3)			
(1,1) 1219.86	(7,1) 1380.24	(13,1) 1000.57	(19,1) 1160.95
(1,2) 767.857	(7,2) 716.698	(13,2) 137.24	(19,2) 94.2589
(1,3) 1671.87	(7,3) 2043.78	(13,3) 1863.91	(19,3) 2227.65
(2,1) 1157.56	(8,1) 1347.1	(14,1) 938.269	(20,1) 1127.81
(2,2) 663.96	(8,2) 654.55	(14,2) 37.8472	(20,2) 30.8792
(2,3) 1651.15	(8,3) 2039.64	(14,3) 1838.69	(20,3) 2224.74
(3,1) 1324.05	(9,1) 1316.92	(15,1) 1104.76	(21,1) 798.109
(3,2) 792.101	(9,2) 596.541	(15,2) 168.718	(21,2) -28.717
(3,3) 1856	(9,3) 2037.3	(15,3) 2040.8	(21,3) 2223.98
(4,1) 1147.5	(10,1) 1017.4	(16,1) 928.212	(22,1) 798.109
(4,2) 579.787	(10,2) 270.216	(16,2) -42.1433	(22,2) -356.916
(4,3) 1715.21	(10,3) 1764.58	(16,3) 1898.57	(22,3) 1953.13
(5,1) 1215.76	(11,1) 989.59	(17,1) 996.473	(23,1) 770.302
(5,2) 614.405	(11,2) 216.538	(17,2) -7.02357	(23,2) -412.702
(5,3) 1817.12	(11,3) 1762.64	(17,3) 1999.97	(23,3) 1953.31
(6,1) 1238.32	(12,1) 930.151	(18,1) 1019.03	(24,1) 710.863
(6,2) 605.106	(12,2) 132.066	(18,2) -16.5465	(24,2) -499.473
(6,3) 1871.53	(12,3) 1728.24	(18,3) 2054.61	(24,3) 1921.2

Anexo 4

**Matriz de Correlación para la extracción mensual de estaño en la
Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar**

Variable: WORKAREA.CORRELS (length = 3 3)

(1,1) 0	(1,2) 1	(1,3) 2
(2,1) 1	(2,2) 1	(2,3) -0.0182652
(3,1) 2	(3,2) -0.0182652	(3,3) 1

Anexo 5

**Comparación de datos pronosticados de la extracción mensual de estaño
en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta-
Melgar**

Modelo: ARIMA (0, 1, 1)(0, 1, 1)

Año 2017	Datos originales	Pronóstico con el modelo	Límite inferior	Límite superior
Abril	1297	1219.86	767.857	1671.87
Mayo	1203	1157.56	663.96	1651.15
Junio	1417	1324.05	792.101	1856
Julio	1199	1147.5	579.787	1715.21
Agosto	1268	1215.76	614.405	1817.12
Septiembre	1289	1238.32	605.106	1871.53

Anexo 6

Resultados de la predicción para la extracción mensual de estaño en la Empresa Minera San Rafael Minsur S.A. del Distrito de Antauta- Melgar, para los años 2018 y 2019 según meses.

Con el modelo ARIMA (0, 1, 1) (0, 1, 1)

	Período	Pronóstico	Límite inferior	Límite Superior	
2017	ABR	1219.86	767.857	1671.87	
	MAY	1157.56	663.96	1651.15	
	JUN	1324.05	792.101	1856	
	JUL	1147.5	579.787	1715.21	
	AGO	1215.76	614.405	1817.12	
	SET	1238.32	605.106	1871.53	
	OCT	1380.24	716.698	2043.78	
	NOV	1347.1	654.55	2039.64	
	DIC	1316.92	596.541	2037.3	
	2018	ENE	1017.4	270.216	1764.58
		FEB	989.59	216.538	1762.64
		MAR	930.151	132.066	1728.24
ABR		1000.57	137.24	1863.91	
MAY		938.269	37.8472	1838.69	
JUN		1104.76	168.718	2040.8	
JUL		928.212	-42.1433	1898.57	
AGO		996.473	-7.02357	1999.97	
SET		1019.03	-16.5465	2054.61	
OCT		1160.95	94.2589	2227.65	
NOV		127.81	30.8792	2224.74	
DIC		1097.63	-28.717	2223.98	
2019	ENE	798.109	-356.916	1953.13	
	FEB	770.302	-412.702	1953.31	
	MAR	710.863	-499.473	1921.2	