

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA TOPOGRÁFICA Y
AGRIMENSURA**



**“MODELO GEOIDAL CON RECEPTORES GNSS EN MÉTODO
CINEMÁTICO Y NIVELACIÓN GEOMÉTRICA PARA LA ESTIMACIÓN DE
ALTURAS ORTOMÉTRICAS EN LA CIUDAD UNIVERSITARIA UNA -
PUNO”**

TESIS

PRESENTADA POR:

LUIS ACERO VELO

JUAN CARLOS SERRUTO FLORES

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO TOPÓGRAFO Y AGRIMENSOR

PROMOCION: 2010-II, 2011-II

PUNO – PERÚ

2018

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA TOPOGRÁFICA Y
AGRIMENSURA**

**“MODELO GEOIDAL CON RECEPTORES GNSS EN MÉTODO CINEMÁTICO Y
NIVELACIÓN GEOMÉTRICA PARA LA ESTIMACIÓN DE ALTURAS
ORTOMÉTRICAS EN LA CIUDAD UNIVERSITARIA UNA - PUNO”**

TESIS

PRESENTADA POR:

LUIS ACERO VELO

JUAN CARLOS SERRUTO FLORES



PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO TOPÓGRAFO Y AGRIMENSOR

FECHA DE SUSTENTACION: 28 DE JUNIO DE 2018

APROBADA POR EL JURADO REVISOR CONFORMADO POR:

PRESIDENTE

:

Ing° ARTURO JOELS VENTURA MAMANI

PRIMER MIEMBRO

:

Ing° VICTOR RAUL BANEGAS LAYME

SEGUNDO MIEMBRO

:

Ing° RAUL CORNEJO CALVO

DIRECTOR / ASESOR

:

Ing° M.Sc. VALERIANO CONDORI APAZA

PUNO – PERÚ

2018

Área : Ciencias Naturales.

Tema : Topografía geodesia, cartografía y catastro.

DEDICATORIA

A mis padres Aquiles y Antonia,
hermanas Georgina, Melania y Gladis,
primos y familiares, amigos Jasmani,
Heber, Esau, y a Carmen por ser una
gran persona, que siempre estuvieron en
un apoyo constante e incondicional en el
desarrollo académico y profesional.

Juan Carlos.

A mis padres Aquilino Acero Candía y
Elvira Velo De Acero por darme la vida la
fuerza y la educación para ser un hombre
digno, al amor de mi vida Roxana por
brindarme su soporte y comprensión, a mis
hermanos y hermanas por su cariño y
apoyo incondicional.

Luis.

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Nacional del Altiplano – Puno, Facultad de Ciencias Agrarias, Escuela Profesional de Ingeniería Topográfica y Agrimensura, por darnos la oportunidad de formarnos académicamente.

A los docentes de la Escuela Profesional de Ingeniería Topográfica y Agrimensura, por sus eficientes enseñanzas académicas, para nuestra eficaz formación profesional.

A nuestro director/asesor de tesis, Ing^o M.Sc. Valeriano Condori Apaza, por sus sabios consejos y valiosas recomendaciones en el presente Proyecto de investigación.

ÍNDICE GENERAL

	Pág
ÍNDICE DE FIGURAS	
ÍNDICE DE TABLAS	
ÍNDICE DE ACRÓNIMOS	
RESUMEN	12
ABSTRACT.....	13
I. INTRODUCCIÓN	14
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	15
1.1.1 Problema general.	15
1.1.2 Problema específico.....	15
1.2 JUSTIFICACIÓN	16
1.3 HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN.	16
1.3.1 Hipótesis general.	16
1.3.2 Hipótesis específicos.	17
1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACION	17
1.4.1 Objetivo general.	17
1.4.2 Objetivo específico.	17
II. REVISIÓN DE LITERATURA	18
2.1 REFERENCIA GEODÉSICA	18
2.1.1 Geodesia.	18
2.1.1.1 Geodesia física.	18
2.1.1.2 Geodésica astronomía.	19
2.1.1.3 Geodesia espacial.	19
2.1.1.4 Microgeodesia.	20
2.1.2 Geodesia geométrica.....	20
2.1.2.1 Nivelación.	20
2.1.2.2 Métodos para determinar diferencias de elevación.	21
2.1.2.2.1 Nivelación trigonométrica.	21
2.1.2.2.2 Nivelación geométrica.....	22
2.1.3 Especificaciones técnicas para el posicionamiento geodésico estático relativo.....	23
2.1.3.1 Clasificación de los puntos geodésicos.	23
2.1.3.1.1 Punto geodésico orden “0”.	24
2.1.3.1.2 Punto geodésico orden “A”.	24
2.1.3.1.3 Punto geodésico orden “B”.	24
2.1.3.1.4 Punto geodésico orden “C”.	24
2.1.3.1.5 Puntos de apoyo (PFCH).	25
2.2 SUPERFICIES DE REFERENCIA	25
2.2.1 Superficie topográfica.....	26
2.2.2 Superficie física o geoide.	26

2.2.3 Superficie Matemática o Elipsoide de revolución.....	27
2.2.3.1 Calculo De Posicionamiento Geodésico.....	29
2.2.4 Datum.....	31
2.2.4.1 Datum (WGS-84).....	32
2.3 SISTEMA DE REFERENCIA VERTICAL (ALTURAS EN GEODESIA)	33
2.3.1 Alturas geométricas (altura nivelada).....	34
2.3.2 Alturas elipsoidales.....	35
2.3.3 Alturas ortométricas.....	36
2.3.4 Ondulación geoidal.....	36
2.3.4.1 Interpolación de un modelo geoidal.....	37
2.4 MODELOS GEOIDALES	38
2.4.1 EGM 96.....	38
2.4.2 EGM 2008.....	39
2.5 SISTEMA DE COORDENADAS	40
2.5.1 Coordenadas geodésicas.....	40
2.5.1.1 Latitud (ϕ).....	40
2.5.1.2 Longitud (λ).....	41
2.5.2 Coordenadas topográficas locales.....	41
2.5.3 Las coordenadas topográficas se clasifican en:	41
2.5.3.1 Coordenadas parciales.....	41
2.5.3.2 Coordenadas Totales.....	42
2.5.3.3 Coordenadas absolutas.....	43
2.6 SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GNSS Y APLICACIONES	44
2.6.1 Posicionamiento satelital.....	44
2.6.1.1 Sistema de navegación por satélite (GPS).....	44
2.6.1.2 Sistema de navegación por satélite (GLONAS).....	47
2.6.1.3 Sistema de navegación por satélite (GALILEO).....	47
2.6.1.4 Sistema de navegación por satélite (COMPAS).....	49
2.6.2 Observaciones GNSS.....	49
2.6.2.1 Posicionamiento absoluto.....	49
2.6.2.2 Posicionamiento diferencial.....	49
2.6.2.2.1 Observación método estático.....	49
2.6.2.2.2 Observación método cinemático.....	51
2.7 AJUSTE DE OBSERVACIONES	52
2.7.1 Modelo lineal.....	52
2.7.2 Ecuación matemática del modelo lineal.....	52
2.7.3 Matriz varianza covarianza.....	56
2.7.4 Teoría de probabilidades.....	57
2.7.4.1 Observación de igual precisión.....	57
2.7.4.1.1 Media.....	57
2.7.4.1.2 Desviación V_n	57
2.7.4.1.3 Error medio cuadrático o desviación estándar.....	58
2.7.4.1.4 Ecuación general del índice de precisión.....	59
2.7.4.1.5 Error de la media.....	60

2.7.4.1.6 Valor Más Probable (V.M.P.)	60
2.8 ECUACIÓN DE REGRESIÓN.....	60
2.8.1 Regresión simple.	60
2.8.1.1 Propiedades del Modelo.	61
2.8.1.2 Estimación de la Ecuación de Regresión.	61
2.8.2 Regresión múltiple.....	63
2.8.2.1 Estimación de parámetros.	63
2.8.2.2 Estadística y Análisis de Varianza.	65
2.8.2.3 Correlación.	66
2.8.2.3.1 Coeficiente de correlación de Pearson.	66
2.8.2.3.2 Coeficiente de determinación.	67
2.8.2.4 Intervalo de confiabilidad y predicción de la regresión múltiple.....	67
2.8.2.4.1 Intervalo de confiabilidad para parámetros.	67
2.8.2.4.2 Estimación del intervalo para respuesta media.	68
2.8.2.4.3 Predicción de nuevas observaciones u observaciones futuras.....	68
III. MATERIALES Y MÉTODOS	70
3.1 MATERIALES Y EQUIPOS	70
3.1.1 Materiales.	70
3.1.2 Herramientas.....	70
3.1.3 Equipos.	70
3.1.4 Programas informáticos para post proceso.	72
3.2 METODOLOGIA DE RECOLECCIÓN Y PROCESAMIENTO DE DATOS.	72
3.2.1 Selección del área de estudio.....	72
3.2.2 Metodología para objetivo 1.....	73
3.2.2.1 Método de radiación GNSS en puntos de control.	73
3.2.2.1.1 Modo estático.	73
3.2.2.1.2 Post Proceso estático.	74
3.2.2.1.3 Modo cinemático.	76
3.2.2.1.4 Post proceso cinemático RTK.	78
3.2.2.2 Nivelación geométrica.	82
3.2.2.3 Corrección de la red de nivelación.....	84
3.2.3 Metodología para objetivo 2.....	89
3.2.3.1 Método de estimación de variables dependientes.	89
3.2.3.2 Método de estimación de variables independientes.	89
3.2.3.3 Método de la estimación de la ecuación de regresión múltiple. .	92
3.2.4 Metodología Para objetivo 3.....	93
3.3 METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN ESTADÍSTICA	94
3.3.1 Tipo de investigación.....	94
3.3.2 Nivel de investigación.	94
3.3.3 Método de investigación.....	94
3.3.4 Población y muestra.....	95

3.3.5 Prueba estadística para ecuación de regresión múltiple.	95
3.3.5.1 Análisis de varianza.	96
3.3.5.1.1 Correlación.	96
3.3.5.2 Prueba de hipótesis.	97
3.3.5.2.1 Prueba F-Snedecor.	97
3.3.5.2.2 Prueba t-Student parámetros de regresión múltiple.	98
3.3.5.3 Intervalo de Confidencialidad.	99
3.3.6 Prueba estadística para la comparación de modelos geoidales.	101
3.3.6.1 Probabilidades en los modelos Geoidales.	101
3.3.6.1.1 Medias de los Modelos Geoidales.	102
3.3.6.1.2 Error medio cuadrático o desviación estándar.	102
3.3.6.2 Prueba de hipótesis.	102
IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	105
4.1 RESULTADOS Y DISCUSION DE OBJETIVOS.	105
4.1.1 Para objetivo principal.	105
4.1.2 Para objetivo específico.	107
CONCLUSIONES	112
RECOMENDACIONES	114
REFERENCIAS.....	115
ANEXOS.....	117

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
<i>Figura 1</i> Procedimientos de Nivelación.	20
<i>Figura 2</i> Nivelación Trigonométrica.	21
<i>Figura 3</i> Nivelación Geométrica.	23
<i>Figura 4</i> Relación entre las Superficies de Referencias.	25
<i>Figura 5</i> Tridimensional del Geoide de la Tierra.	27
<i>Figura 6</i> Comparaciones entre el Elipsoide, Geoide y la Superficie terrestre.	30
<i>Figura 7</i> Datum.	32
<i>Figura 8</i> Datum PSAD 56 - WGS 84.	33
<i>Figura 9</i> Red Nacional de nivelación de alta precisión (NAP).	35
<i>Figura 10</i> Comparación de elipsoide y Geoide.	37
<i>Figura 11</i> Función matemática de las ondulaciones geoidales	37
<i>Figura 12</i> Ondulaciones del geoide Modelo Geopotencial de la Tierra, EGM96.	39
<i>Figura 13</i> Modelo mundial EGM2008.	40
<i>Figura 14</i> Sistema de coordenadas cartesianas y topográficas.	41
<i>Figura 15</i> Diagrama de cálculos de coordenadas.	42
<i>Figura 16</i> Croquis de la poligonal considerando las coordenadas totales.	43
<i>Figura 17</i> Croquis de poligonal desliza de las coordenadas absolutas.	43
<i>Figura 18</i> Movimiento de la constelación de satélites GPS en y rotación de la tierra. ...	45
<i>Figura 19</i> Constelación de Satélites de GALILEO, sobre la Tierra.	48
<i>Figura 20</i> Posicionamiento de receptores GNSS.	50
<i>Figura 21</i> Campana de GAUSS Desviación Estándar.	58
<i>Figura 22</i> Receptor GNSS R8-3 Master y Rover.	71
<i>Figura 23</i> Nivel de ingeniero Automático NL-32.	71
<i>Figura 24</i> Ubicación del proyecto de investigación.	72
<i>Figura 25</i> Ubicación del proyecto de investigación.	73
<i>Figura 26</i> Instalación de base en punto de orden C.	74
<i>Figura 27</i> Placa certificada por IGN de orden C.	74
<i>Figura 28</i> Línea base Trimble Business Center.	75
<i>Figura 29</i> Procesamiento Línea Base Trimble Business Center.	75
<i>Figura 30</i> Vista cronológica Trimble Business Center.	75
<i>Figura 31</i> Monumentación de puntos de control para establecer modo RTK.	77
<i>Figura 32</i> Obtención de puntos en modo RTK.	77
<i>Figura 33</i> Línea de Densificación de Modo RTK.	78
<i>Figura 34</i> Tabla de distribución normal.	79
<i>Figura 35</i> Área bajo la curva normal tipificada.	80
<i>Figura 36</i> Tabla de distribución Normal.	81
<i>Figura 37</i> Nivelación de los puntos de control.	83
<i>Figura 38</i> Red de Nivelación Geométrica.	84
<i>Figura 39</i> Tabla de distribución F-Snedecor.	97
<i>Figura 40</i> Región de Aceptación y Rechazo.	98
<i>Figura 41</i> Modelo Geoidal Local Tridimensional.	105
<i>Figura 42</i> Modelo geoidal local Plano.	106

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1 Parámetros del Elipsoide de Referencia	30
Tabla 2 Cuadro de análisis de varianza	65
Tabla 3 Resumen de precisiones de la Línea de Procesamiento.....	75
Tabla 4 Resumen de Aceptación	75
Tabla 5 Resumen de Propiedades de Procesamiento.....	76
Tabla 6 Resumen de Coordenadas Geográficas	76
Tabla 7 Resumen de Coordenadas Universal Transversal Mercator UTM	76
Tabla 8 Resumen de datos sin tratamiento para descartar observaciones	79
Tabla 9 Resumen de datos con tratamiento	81
Tabla 10 Resumen de coordenadas 3D del modo Cinemático RTK	82
Tabla 11 Desniveles y distancias de los Tramos	84
Tabla 12 Matriz A para compensar Nivelación	85
Tabla 13 Matriz X Parámetros Calculados de Nivelación.....	86
Tabla 14 Resumen de Corrección de Desniveles.....	87
Tabla 15 Resumen de Cota corregida	88
Tabla 16 Resumen de coordenadas y ondulación geoidal	89
Tabla 17 Promedio de coordenadas	89
Tabla 18 Valores de los Parámetros X Y.....	90
Tabla 19 Valores para cada parámetro variable independiente unidades de medida en metros	91
Tabla 20 Parámetros calculados de la regresión múltiple del Polinomio	92
Tabla 21 Ondulaciones Geoidales Estimados y Residuos	92
Tabla 22 Error de comparación de los modelos Geoidales con la Nivelación	93
Tabla 23 Ondulaciones Geoidales	94
Tabla 24 Análisis de Varianza ANOVA.....	96
Tabla 25 Análisis de varianza.....	96
Tabla 26 Estadísticas de Decisión	99
Tabla 27 Intervalo de Confidencialidad de los Parámetros	100
Tabla 28 Intervalos de Confidencialidad de respuesta media y predicción nueva	100
Tabla 29 Probabilidad de errores Modelo Geoidal local	101
Tabla 30 Probabilidad de errores modelo geoidal EGM 2008	101
Tabla 31 Coordenadas y Ondulaciones Geoidales GNSS/Nivelación.....	107
Tabla 32 Parámetros estimados para la ecuación de Regresión Múltiple.....	108
Tabla 33 Nivel de confianza a 95 % de probabilidad de los parámetros.....	108

ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

GNSS:	Global Navigation Satellite System (Sistema Satelital de Navegación Global)
NAVSTAR:	Navigation System with Time and Ranking (Sistema de navegación en tiempo y distancia)
RMS:	Root mean square (Error medio cuadrático).
ERP:	Estaciones de rastreo permanente.
REGPMOC:	Red Geodésica Peruana de Monitoreo Continuo.
REGGEN:	Red Geodésica Geocéntrica Nacional.
SIRGAS:	Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas.
MCF:	Marcas de Cota Fija.
EGM 2008:	Earth Gravitational Model 2008 (Modelo gravitacional de la Tierra 2008)
WGS-84:	Sistema Geodésico Mundial de 1984.
BM:	Bench Mark (banco de nivel).
IGN:	Instituto geográfico Nacional.
INEI:	Instituto Nacional de Estadística e Informática.

RESUMEN

Cuando se requiere conocer las alturas ortométrica en los BM'S Y BM'S auxiliares de las redes de nivelación del proyecto requieren equipos, personal calificado y tiempo el cual eleva los costos de operación, desarrollado en un periodo comprendido en los meses de enero a mayo del 2018, tiene como **objetivos**: Establecer un modelo geoidal con nivel de ingeniero y GNSS que facilite la determinación de alturas ortométricas en la ciudad universitaria UNA-PUNO, Desarrollar una metodología para estimar la ondulación geoidal en la ciudad universitaria UNA-PUNO para Obtener la ecuación de regresión múltiple para el modelo geoidal local en la ciudad universitaria UNA-PUNO y Comprobar la precisión de la ondulación geoidal del modelo EGM 2008 disponible para la región con el modelo geoidad local. **La metodología** empleada para generar la ondulación geoidal es atreves de la **ecuación de regresión múltiple** de polinomios que requiere de los datos obtenido con la nivelación geométrica (altura ortométrica) y receptores GNSS (altura elipsoidal). **La investigación** se ha determinado con el análisis estadístico de Mínimos Cuadrados los parámetros de la Ecuación de Regresión Múltiple, los resultados del modelo geoidal local predecido están en los intervalos de 45.56 a 45.92 metros, **la metodología utilizada** facilita la obtención de una ondulación geoidal de los puntos de control, la ecuación de regresión múltiple polinomial de grado 5 es el más óptimo para el modelo geoidal local, los intervalos de confianza de los parámetros 0.108 a 0.00077 a una probabilidad del 95% y con residuos dentro lo establecidos por el IGN que es de 10.00 mm, de la comparación de los modelos geoidales EGM 2008 y local se determina que el modelo local es más óptimo para la determinación de alturas ortométrica en la ciudad universitaria.

Palabras Clave: Regresión, ecuación, ondulación, Geoidal, ortométrica.

ABSTRACT

When it is required to know the orthometric heights in the BM'S and BM'S auxiliary of the project's leveling networks, they require equipment, qualified personnel and time which increases the operating costs, developed in a period comprised in the months of January to May 2018, has as **objectives**: Establish a geoid model with engineer and GNSS level that facilitates the determination of orthometric heights in the university city UNA-PUNO, Develop a methodology to estimate the geoid undulation in the university city UNA-PUNO to obtain the regression equation Multiple for the local geoid model in the university city UNA-PUNO and Check the accuracy of the geoid undulation of the EGM 2008 model available for the region with the local geoid model. The methodology used to generate the geoid undulation is through the multiple regression equation of polynomials that requires the data obtained with geometric leveling (orthometric height) and GNSS receivers (ellipsoidal height). The investigation has been determined with the statistical analysis of Least Squares the parameters of the Multiple Regression Equation, the results of the predicted local geoid model are in the intervals of 45.56 to 45.92 meters, the methodology used facilitates the obtaining of a geoid undulation of the control points, the polynomial multiple regression equation of grade 5 is the most optimal for the local geoid model, the confidence intervals of the parameters 0.108 to 0.00077 at a 95% probability and with residues within what is established by the IGN which is of 10.00 mm, from the comparison of EGM 2008 and local geoid models, it is determined that the local model is more optimal for the determination of orthometric heights in the university city.

Keywords: Regression, equation, undulation, Geoidal, orthometric.

I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas satelital de navegación global están siendo cada vez más usados para las diferentes aplicaciones tanto prácticas como científicas. El receptor GNSS permite calcular las coordenadas latitud, longitud y altura sobre el elipsoide de referencia, pero para ciertos fines es necesario conocer una altura de carácter físico, como la altura ortométrica. Para poder transformar la altura elipsoidal a ortométrica es necesario conocer la ondulación geoidal de un punto. La búsqueda del geoide sigue siendo una tarea fundamental de muchos países del mundo, y en especial es una necesidad para nuestro país en vista que no se dispone de este geoide con una buena precisión para poder calcular las ondulaciones geoidales.

Para la determinación del geoide existen varios métodos que han sido aplicados como son métodos Geopotenciales, Gravimétricos y los Geométricos. En nuestro país, al no existir un modelo geoidal con buena precisión es muy utilizado el EGM96 o EGM 2008 para calcular las ondulaciones geoidales con cobertura mundial. Pero estos modelos, en el área del Ecuador pueden llegar a tener errores hasta 4 metros (Tierra, 2009), lo que para muchos trabajos no es aplicable. Actualmente, no se dispone de datos gravimétricos suficientes como para poder desarrollar un modelo gravimétrico que mejore la precisión, en el área de estudio, que las obtenidas con los modelos geopotenciales. El método geométrico conocido como método GNSS/Nivelación geométrica fue utilizado en este trabajo con la finalidad de calcular las ondulaciones geoidales en la ciudad universitaria de la UNAP. Para la aplicación del método se obtuvo valores de altura nivelada realizada mediante nivelación geométrica, y en los mismos puntos se realizó posicionamiento GNSS de precisión. La cantidad de puntos obtenidos a lo largo del AREA DE TRABAJO indica que tienen una distribución

dispersa, irregular y poca densa, lo que motivo para que se pueda utilizar la metodología de mínimos cuadrados colocación (LSC).

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los proyectos de ingeniería que se ejecutan se requieren conocer las alturas ortométricas en los BM'S de las redes de nivelación del proyecto. La forma tradicional de obtener nuevos BM'S auxiliares es a través de la nivelación geométrica este proceso requiere de equipos, personal calificado, tiempo y técnicas de procesamiento de datos, todo este procesos tienen un costo elevado por que a menudo que los BMS se encuentran en zonas de difícil acceso y requiere de mayor tiempo determinar la altura ortométrica.

Actual mente la ciudad universitaria de la UNAP – PUNO, no cuenta con un modelo geoidal local propio lo que dificulta la determinación de alturas ortométrica precisas, ya que solo se cuenta con modelos geoidales globales como el EGM 2008, EGM 96 etc. Estos modelos globales nos proporcionan las alturas ortométrica, sin las precisiones requeridas para proyectos de ingeniería.

1.1.1 Problema general.

¿Es optimo el modelo geoidal establecido con nivel de ingeniero y GNSS que facilite la determinación de alturas ortométricas en la ciudad universitaria UNA-PUNO?

1.1.2 Problema específico.

- ¿Cómo Desarrollar una metodología para estimar la ondulación geoidal en la ciudad universitaria UNA-PUNO?
- ¿Cómo Obtener la ecuación de regresión múltiple para el modelo geoidal local en la ciudad universitaria UNA-PUNO?

- ¿Cuál es la precisión de la ondulación geoidal del modelo EGM 2008 disponible para la región con el modelo geoid local?

1.2 JUSTIFICACIÓN

El propósito de esta investigación es Establecer un modelo geoidal local con nivel de ingeniero y receptores GNSS que facilite la determinación de alturas ortométrica en la ciudad universitaria UNA-PUNO, y se justifica por el uso de nuevas tecnologías, como el receptor GNSS que facilita la obtención de alturas elipsoidales y a través de un modelo geoidal local poder establecer las alturas ortométricas, para ejecutar proyectos de ingeniería en la ciudad universitaria.

Las ventajas que se pueden apreciar con el uso de estas nuevas tecnologías y modelos geoidales es la determinación de alturas ortométrica de los BMS con una gran precisión en un corto tiempo y con un bajo costo.

La funcionalidad es aplicada en cualquier parte del mundo y es más importante en zonas donde carece de redes de nivelación de alta precisión y difícil acceso para la obtención de las alturas ortométrica referidas a un datum., siendo necesario utilizar modelos geoidales regionales o globales, que proporcionan alturas ortométrica sin la precisión requeridas para trabajos de ingeniería, en este caso de un modelo geoidal local obtenida a través de nivelación/GNSS.

1.3 HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN.

1.3.1 Hipótesis general.

Es óptimo utilizar el modelo geoidal establecido con nivel de ingeniero y GNSS que facilite la determinación de alturas ortométricas en la ciudad universitaria UNA-PUNO.

1.3.2 Hipótesis específicos.

- La metodología para estimar la ondulación geoidal en la ciudad universitaria UNA-PUNO es óptima.
- la ecuación de regresión múltiple para el modelo geoidal local en la ciudad universitaria UNA-PUNO es óptima.
- Son confiables las ondulaciones geoidales del modelo geoidal EGM 2008.

1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACION

1.4.1 Objetivo general.

Establecer un modelo geoidal con nivel de ingeniero y GNSS que facilite la determinación de alturas ortométricas en la ciudad universitaria UNA-PUNO.

1.4.2 Objetivo específico.

- Desarrollar una metodología para estimar la ondulación geoidal en la ciudad universitaria UNA-PUNO.
- Obtener la ecuación de regresión múltiple para el modelo geoidal local en la ciudad universitaria UNA-PUNO.
- Comprobar la precisión de la ondulación geoidal del modelo EGM 2008 disponible para la región con el Modelo Geoidal Local.

II. REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 REFERENCIA GEODÉSICA

2.1.1 Geodesia.

La Geodesia es la ciencia que estudia la forma y dimensiones de la Tierra. Esto incluye la determinación del campo gravitatorio externo de la tierra y la superficie del fondo oceánico. Dentro de esta definición, se incluye también la orientación y posición de la tierra en el espacio. Una parte fundamental de la geodesia es la determinación de la posición de puntos sobre la superficie terrestre mediante coordenadas (latitud, longitud, altura). La materialización de estos puntos sobre el terreno constituye la Red Geodésica Geocéntrica Nacional (REGGEN) como la Red Geodésica Horizontal Oficial (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Los fundamentos físicos y matemáticos necesarios para su obtención, sitúan a la geodesia como una ciencia básica para otras disciplinas, como la topografía, fotogrametría, cartografía, ingeniería civil, navegación, sistemas de información geográfica, sin olvidar otros tipos de fines como los militares. Desde el punto de vista del objetivo de estudio, se puede establecer una división de la geodesia en diferentes especialidades, aunque cualquier trabajo geodésico requiere la intervención de varias de estas (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

2.1.1.1 Geodesia física.

“Estudio del campo gravitatorio de la Tierra y sus variaciones, mareas (oceánicas y terrestres) y su relación con el concepto de altitud” (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Estudia el campo gravitatorio de la Tierra partiendo de mediciones del mismo (mediante estaciones gravimétricas). Estudia los problemas de reducción y desviación de la vertical.

Aplica los conocimientos de Geodesia geométrica y de la física, en la solución del problema del conocimiento de la forma de la Tierra y de los componentes de la desviación de la vertical, utilizando para ello la determinación del campo de la aceleración de la gravedad terrestre. Describe los modelos terrestres de comparación para el establecimiento de la figura de la Tierra, calcula y utiliza fundamentalmente las anomalías gravimétricas (Ticona Kapquequi, 2012).

2.1.1.2 Geodésica astronomía.

“Determinación de coordenadas en la superficie terrestre a partir de mediciones a los astro” (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Es aquella parte de la Geodesia que con métodos y observaciones astronómicas trata fundamentalmente de obtener la dirección de la vertical; determina coordenadas astronómicas, latitud φ_a , longitud λ_a (o el tiempo t) y azimuts astronómicos (Ticona Kapquequi, 2012).

2.1.1.3 Geodesia espacial.

Tiene como concepto “determinación de coordenadas a partir de mediciones efectuadas a satélites artificiales u otros objetos naturales o artificiales exteriores a la Tierra (GNSS, VLBI, SLR, DORIS) y relación con la definición de sistemas de referencia” (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Esta nueva rama de la Geodesia, trata principalmente con satélites artificiales cuya observación resulta más cómoda y precisa que la tradicional. Aplica técnicas

tridimensionales y resuelve todos los problemas de la Geodesia tanto geométricos como dinámicos. En los cálculos emplea frecuentemente técnicas de colocación por mínimos cuadrados (Ticona Kapquequi, 2012).

2.1.1.4 Microgeodesia.

“Medida de deformaciones en estructuras de obra civil o pequeñas extensiones de terreno mediante técnicas geodésicas de alta precisión” (Instituto Nacional Geográfico de España IGN, 2016).

2.1.2 Geodesia geométrica.

2.1.2.1 Nivelación.

La nivelación es el proceso a través de métodos u operaciones de medición de elevaciones o altitudes de los diversos puntos del terreno referidos sobre una superficie de la tierra considerada como referencia considerada como cero y corresponde al nivel medio del mar. En varios puntos del territorio se establecen puntos de elevación referidas a dicha superficie con aproximación hasta el milímetro, y la determinación y localización de cada una de las elevaciones están a cargo del Instituto Geográfico Nacional (IGN) (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).



Figura 1 Procedimientos de Nivelación.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

2.1.2.2 Métodos para determinar diferencias de elevación.

La determinación de las diferencias de nivel se las puede realizar por tres métodos diferentes, dando origen respectivamente a tres tipos de nivelación:

Método trigonométrico o indirecto → Nivelación Trigonométrica

Método geométrico o directo → Nivelación Geométrica o Diferencial

Método barométrico → Nivelación Barométrica

(Ticona Kapquequi, 2012).

2.1.2.2.1 Nivelación trigonométrica.

Se define a la nivelación trigonométrica como el método alimétrico que permite obtener desniveles entre puntos, con observaciones de distancias cenitales de cualquier inclinación supongamos estacionado el instrumento en el punto A, y que se sitúa el prisma para la medición en el punto B. El modelo teórico de medida queda reflejado en el siguiente gráfico (Ticona Kapquequi, 2012).

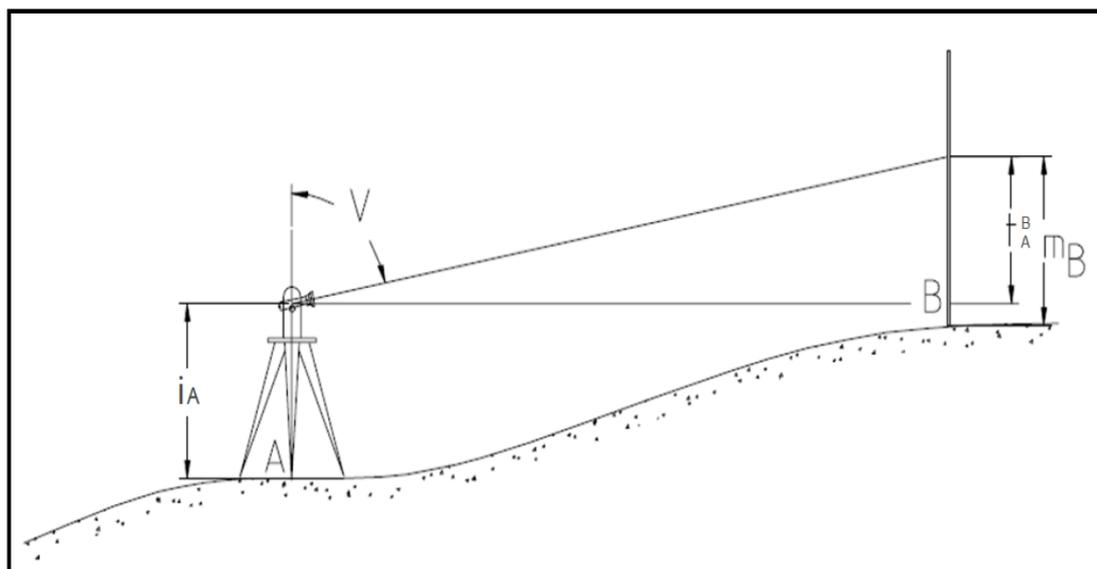


Figura 2 Nivelación Trigonométrica.

Fuente: (Ticona Kapquequi, 2012)

Del gráfico se puede deducir fácilmente la expresión por la que se podrá obtener el desnivel, y que será igual a:

$$\Delta H_A^B = t_A^B + iA - mB$$

2.1.2.2.2 Nivelación geométrica.

El procedimiento de nivelación geométrica es bien conocido por los topógrafos, consiste en medir la diferencia de altura entre dos puntos A y B, como los representados en la figura, mediante la observación de la diferencia de lecturas sobre dos miras verticales situadas en los puntos considerados. La diferencia de altura entre los dos puntos resulta ser entonces, la diferencia de las lecturas I1 y I2, observadas con el nivel (instrumento de nivelación), es decir (Ticona Kapquequi, 2012).

$$\delta H_{AB} = L1 - L2 = A\bar{A} - B\bar{B}$$

Siendo δH_{AB} la diferencia de altura geométrica entre los puntos A y B.

Cuando este procedimiento se repite una y otra vez, siguiendo un circuito de nivelación, es decir, una línea de nivelación cerrada, la suma algebraica de los incrementos de nivelación o diferencias de altitud medidas, no es exactamente cero, como cabría esperar si realizamos estas medidas con gran precisión. Este error, que se conoce como error de cierre de un circuito de nivelación, nos indica que el procedimiento de nivelación exacto, es algo más complicado que la simple determinación de las diferencias de altura (Ticona Kapquequi, 2012).

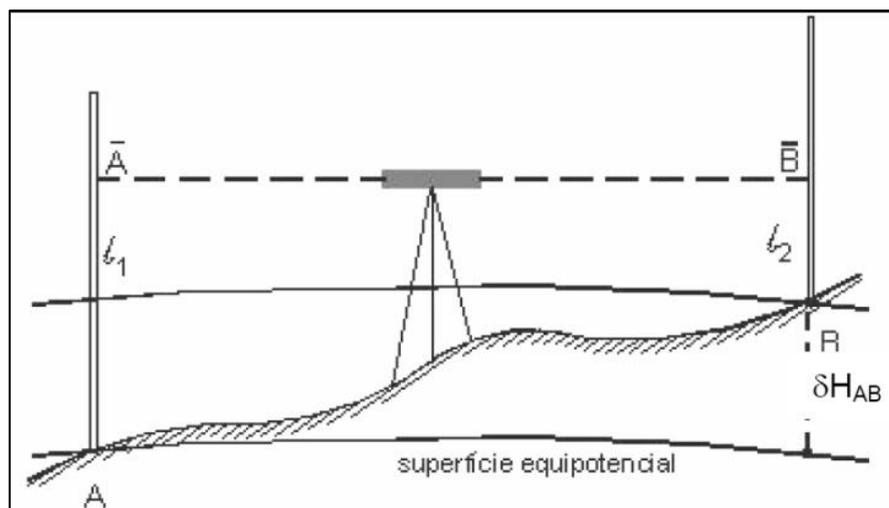


Figura 3 Nivelación Geométrica.

Fuente: (Ticona Kapquequi, 2012)

2.1.3 Especificaciones técnicas para el posicionamiento geodésico estático relativo.

El acelerado desarrollo de la tecnología de la información permite en la actualidad la administración digital de datos, entre los que se destaca la información espacial, cuyo almacenamiento, consulta, administración y presentación son una parte esencial de la revolución informática que se adelanta en el ámbito global (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Hoy por hoy, los diferentes proyectos en la planeación y desarrollo de las actividades humanas requieren de su ubicación espacial, la cual está dada por la localización geográfica. Dicha localización se expresa mediante coordenadas geográficas (latitud, longitud) o planas (Norte, Este), las cuales son la base de todos los sistemas de información geográfica (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

2.1.3.1 Clasificación de los puntos geodésicos.

Con el objeto de unificar un marco de referencia geodésico, todos los trabajos de georreferenciación estarán referidos a la Red Geodésica Geocéntrica Nacional

(REGGEN). Los puntos geodésicos en el territorio nacional se clasifican de la siguiente manera (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

2.1.3.1.1 Punto geodésico orden "0".

Este orden es considerado a nivel continental, y están destinados para estudios sobre deformación regional y global de la corteza terrestre, de sus efectos geodinámicos y trabajos en los que se requiera una precisión a un nivel máximo de 4.00 mm; estos puntos servirán para la densificación de la Red Geodésica Nacional (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

2.1.3.1.2 Punto geodésico orden "A".

Este orden debe aplicarse para aquellos trabajos encaminados a establecer el sistema geodésico de referencia continental básico, a levantamientos sobre estudios de deformación local de la corteza terrestre y trabajos que se requiera una precisión a un nivel máximo de 6.00 mm (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

2.1.3.1.3 Punto geodésico orden "B".

Este orden se destina a levantamientos de densificación del sistema geodésico de referencia nacional, conectados necesariamente a la red básica; trabajos de ingeniería de alta precisión, así como de geodinámica y trabajos que se requiera una precisión a un nivel máximo de 8.00 mm. Los trabajos que se hagan dentro de esta clasificación deben integrarse a la red geodésica básica nacional y ajustarse junto con ella (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

2.1.3.1.4 Punto geodésico orden "C".

Este orden debe destinarse al establecimiento de control suplementario en áreas urbanas y rurales, al apoyo para el desarrollo de proyectos básicos de ingeniería y de

desarrollo urbano-rural, así como a trabajos que se requiera una precisión a un nivel máximo de 10.00 mm (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

2.1.3.1.5 Puntos de apoyo (PFCH).

Estos son puntos geodésicos característicos de los puntos geodésicos de orden “C”, no son monumentados y se destinarán a los puntos de fotocontrol de trabajos básicos de ingeniería en áreas urbanas, rurales y de desarrollo urbano – rural, el nivel de precisión de estos puntos no serán mayores a 10.00 mm (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

2.2 SUPERFICIES DE REFERENCIA

Las superficies de referencia se pueden describir de la siguiente manera:

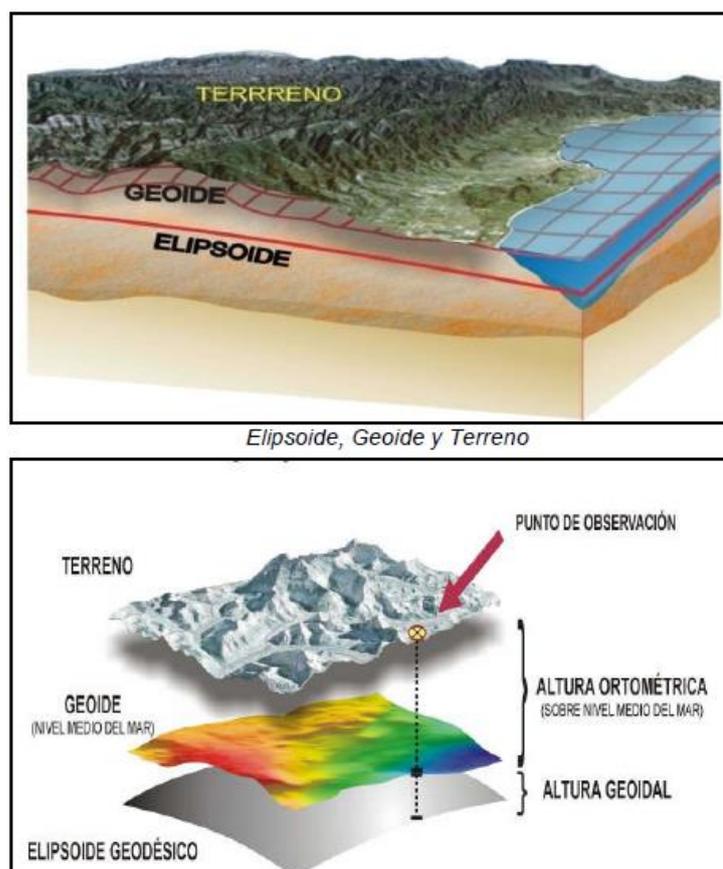


Figura 4 Relación entre las Superficies de Referencias.

Fuente: (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015)

2.2.1 Superficie topográfica.

Es la constituida materialmente por el terreno, es el piso que se pisa. La forma topográfica es sumamente irregular y además es variable con el tiempo, por acciones naturales y artificiales. Durante muchos años, todas las observaciones y mediciones fueron realizadas sobre la misma: pero a medida que los conocimientos tecnológicos fueron evolucionando esta superficie se dejó de lado para encarar otras formas que más se ajustan a nuestras necesidades (Osco Poma, 2011).

2.2.2 Superficie física o geoide.

La superficie física se la conoce como el Geoide.

Es una superficie ideal íntimamente ligado al campo de gravedad de la Tierra, el geoide es una de las infinitas superficies equipotenciales del campo de gravedad terrestre. Se entiende por superficie equipotencial al lugar geométrico en donde el desplazamiento del vector gravedad no genera trabajo (Osco Poma, 2011).

Se define al geoide como la superficie teórica de la tierra que une todos los puntos que presenten igual potencial de gravedad. La forma así creada supone la continuación por debajo de la superficie de los continentes, de la superficie de los océanos en calma y mares suponiendo la ausencia de mareas, además de la ausencia de perturbaciones exteriores (atracción de la luna y las interacciones de todo el sistema solar), siendo así coincidente con el Nivel medio del mar (NMM). Lejos de lo que se podría imaginar, esta superficie no es uniforme, sino que presenta una serie de irregularidades, causadas por la distinta composición mineral del interior de la tierra y de sus distintas densidades, lo que implica que para cada punto de la superficie terrestre exista una distancia distinta desde el centro de la tierra al punto del geoide (Fernandez Coppel , 2001).

Es la superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que mejor se ajusta al nivel medio del mar sin perturbaciones y que es perpendicular en todos sus puntos a la dirección de la gravedad y que se extiende de manera continua por debajo de los continentes (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

En resumen “es la superficie de nivel, equipotencial en el campo de la gravedad, que adopta la forma de esferoide irregular tridimensional” (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

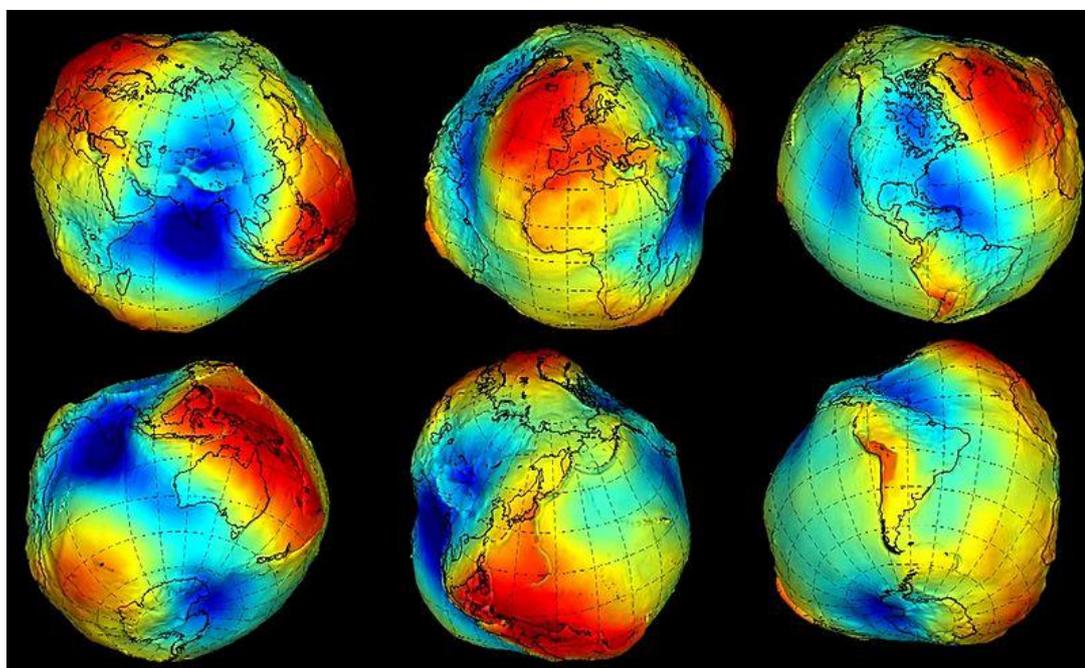


Figura 5 Tridimensional del Geoide de la Tierra.

Fuente: (Administración Nacional de la Aeronáutica y del Espacio NASA, 2016)

2.2.3 Superficie Matemática o Elipsoide de revolución.

Es la superficie formada por la revolución de una elipse alrededor de su eje menor y usado como dato de comparación en levantamientos geodésicos del globo terrestre. Es la figura matemática que más se aproxima al Geoide, siendo sencilla de definir matemáticamente (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Como se sabe la tierra no es redonda, y su figura se asemeja a una esfera achatada en los polos, no existiendo una figura geométrica que la represente a cabalidad, debido fundamentalmente a las irregularidades existentes. Estas irregularidades de la tierra son detectables y no extrapolables a todos los puntos simétricos de la tierra, ya que no existe un único modelo matemático que represente toda la superficie terrestre, debido a que cada continente, nación o país, emplea un modelo matemático distinto de forma que se adapte mejor a la forma de la tierra en la zona a cartografiar (Fernandez Coppel , 2001).

Por el estudio de la forma y dimensiones de la tierra se eligen en la superficie puntos distribuidos por toda ella, denominados geodésicos, de cuya posición se deduce la forma de un territorio o de todo el globo. Para situar estos puntos es preciso referirlos a una superficie que podría ser real o arbitraria. Si se prolongase por debajo de los continentes el nivel medio de los mares en calma obtendríamos una superficie equipotencial; denominada geoide, de forma irregular que aproximadamente se adapta a un elipsoide de revolución ligeramente achatado por los polos. Al ser irregular el geoide no podemos aceptarlo como superficie de referencia para determinar la situación de la proyección de los puntos geodésicos y por eso se hace preciso tomar una superficie arbitrariamente elegida, que suele ser un elipsoide de revolución que se adapte en lo posible al geoide. Las características que definen a un elipsoide son las longitudes de sus ejes, y como consecuencia, el aplanamiento o achatamiento definido como el cociente resultante de dividir la diferencia entre las medidas de los radios ecuatorial y polar entre la medida del radio ecuatorial (Osco Poma, 2011).

Ya que un elipsoide de revolución es considerado como la mejor aproximación a la forma de la tierra, esta superficie es usado principalmente por los geodestas para realizar

los cálculos geodésicos topográficos en todo tipo de proyectos que requiera mediciones de ángulos y distancias.

2.2.3.1 Calculo De Posicionamiento Geodésico.

Para hacer cálculos sencillos y aproximados, normalmente se asocia la Tierra con una esfera. Sin embargo, la forma de nuestro planeta es más compleja: la Tierra está achatada por lo polos, el hemisferio sur es un poco más voluminoso que el norte, y tiene una cierta rugosidad debida al relieve del terreno. Es por esto que la geodesia, que es la ciencia que tiene por objeto estudiar la forma y dimensiones de la Tierra, establece una aproximación a la forma de la Tierra, denominada elipsoide. Esto se debe a que el elipsoide es una figura matemática que responde a fórmulas analíticas, de manera que permite hacer cálculos apoyándose en él. Existen diferentes modelos de elipsoides utilizados denominados. Las diferencias entre éstos vienen dadas por los valores asignados a sus parámetros más importantes (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

“Semieje ecuatorial (a) o Semieje mayor: Longitud del semieje correspondiente al ecuador, desde el centro de masas de la Tierra hasta la superficie terrestre” (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

- “Semieje polar (b) o Semieje menor: Longitud del semieje desde el centro de masas de la Tierra hasta uno de los polos. Alrededor de este eje se realiza la rotación de la elipse base” (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).
- “Factor de achatamiento (f): Este factor representa qué tan diferentes son los semiejes entre sí” (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Su expresión:

$$f = \frac{a - b}{a}$$

- Cuadrado de la 1ra Excentricidad:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

- Cuadrado de la 2da Excentricidad:

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

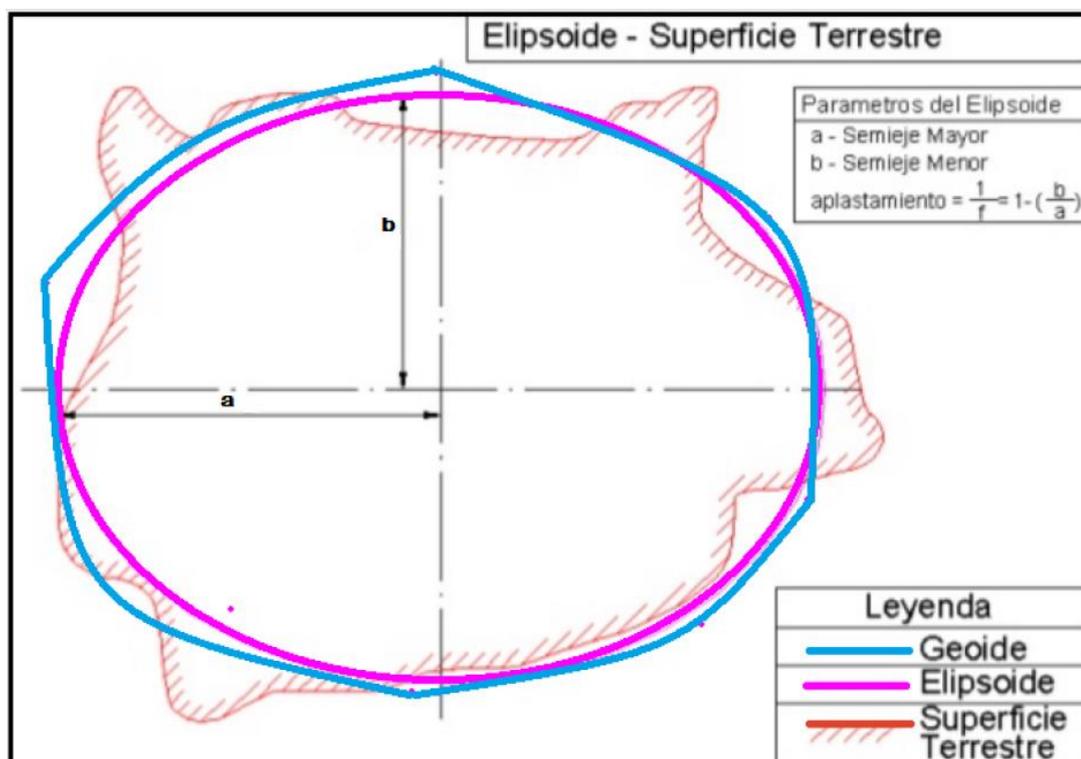


Figura 6 Comparaciones entre el Elipsoide, Geoide y la Superficie terrestre.

Fuente: (Fernandez Coppel , 2001)

Tabla 1

Parámetros del Elipsoide de Referencia

PARÁMETROS	INTERNACIONAL HAYFORD	GRS80	WGS 84
a	6'378 388.0 m	6 378 137 m	6 378 137 m
b	6'356 911.9 m	6 356 752,31414 m	6 356 752.3142 m

PARÁMETROS	INTERNACIONAL HAYFORD	GRS80	WGS 84
f	0.003367	0.003 352 810	0.00335281
e^2	0.00672267	0.00669438	0.00669438
e'^2	0.00676817	0.0067395	0.0067395
	Velocidad angular terrestre		$7292115 \cdot 10^{-11}$ rad/s
	Constante gravitacional newtoniana		$3986005 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
	Coeficiente zonal armónico normalizado		-4847.6685

Fuente: (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015)

2.2.4 Datum.

Traducido al español significa dato, es una expresión matemática del elipsoide, cada una está compuesto por un elipsoide y un punto fundamental “punto tangente al elipsoide y al geoide, donde coincide el elipsoide con la superficie real de la tierra” (Carvacho B. , 2014).

“Se define Datum como el punto tangente al elipsoide y al geoide, donde ambos son coincidentes” (Fernandez Coppel , 2001).

Un Datum es un Sistema de Referencia Geodésico definido por la superficie de referencia precisamente posicionada y mantenida en el espacio; y es generada por una red compensada de puntos. El Datum geodésico se define como un conjunto de parámetros que especifican la superficie de referencia o el sistema de referencia de coordenadas utilizado por el apoyo geodésico en el cálculo de coordenadas de puntos terrestres; comúnmente los Datums se definen separadamente como horizontales y verticales (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Datum horizontal: Punto de referencia geodésico para los levantamientos de control horizontal, del cual se conocen los valores: latitud, longitud y azimut de una línea a partir de este punto y los parámetros del elipsoide de referencia (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Datum vertical: Cualquier superficie nivelada que se toma como superficie de referencia a partir de la cual se calculan las elevaciones. Usualmente se escoge el geoide, el cual es la superficie equipotencial del campo gravitacional terrestre que mejor se aproxima al nivel medio del mar (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

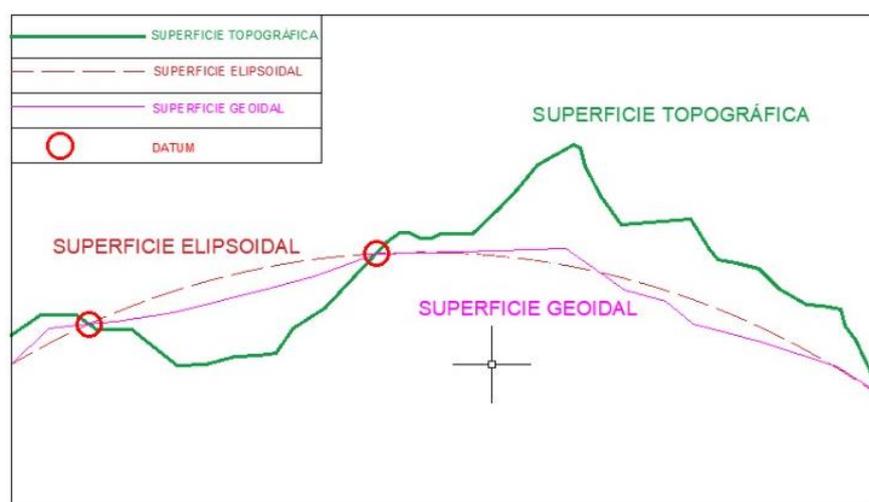


Figura 7 Datum.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

2.2.4.1 Datum (WGS-84).

El WGS84 es un sistema de coordenadas geográficas mundial que permite localizar cualquier punto de la Tierra (sin necesitar otro de referencia) por medio de tres unidades dadas. WGS84 son las siglas en inglés de World Geodetic System 84 (que significa Sistema Geodésico Mundial 1984). Se trata de un sistema de referencia creado por la Agencia de Mapeo del Departamento de Defensa de los Estados Unidos de América (Defense Mapping Agency – DMA) (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Alguna de sus características:

- Es un Datum universal

- Datum Geocéntrico, es decir tiene su origen en el centro de la gravedad de la tierra.
- Es un Datum empleado por el sistema de posicionamiento global (NAVSTAR -GPS).
- En la actualidad el IGN está migrando su cartografía digital a este Datum.

En el año 1960 dio inicio a la creación del Datum WGS, posterior a ello se fue revisando y modificando dando origen al WGS 1966, 1972 y finalmente al WGS 1984, sistema actualmente vigente y en uso. El elipsoide que utiliza es el WGS-84.

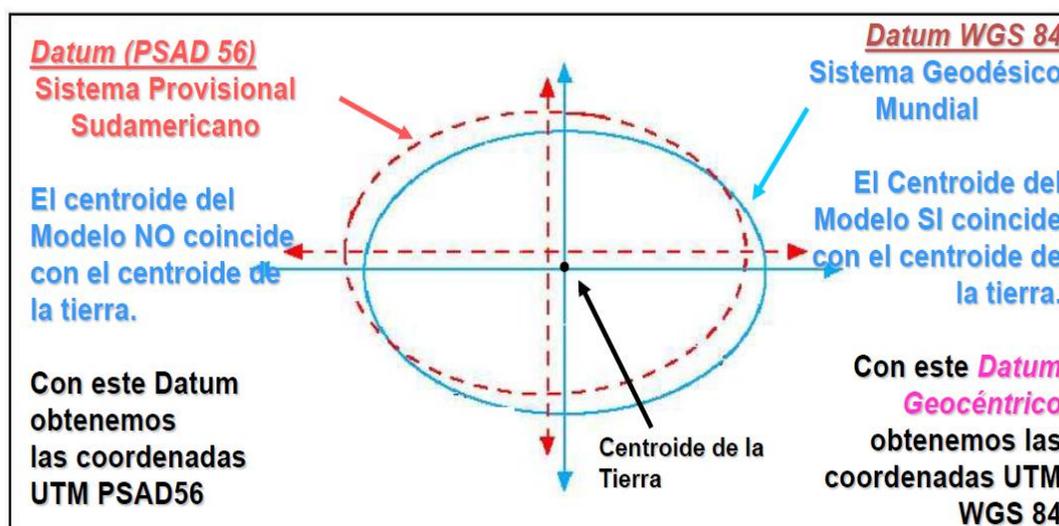


Figura 8 Datum PSAD 56 - WGS 84.

Fuente: (Organismo de Formalización de la Propiedad Informal "COFOPRI", 2006)

2.3 SISTEMA DE REFERENCIA VERTICAL (ALTURAS EN GEODESIA)

La superficie topográfica es la superficie real de la Tierra, pero para poder representarla es necesario referirla a algún modelo matemático, de estos modelos se generan las cartas y mapas, desarrollados por la cartografía. Las alturas que usan en la

Geodesia se clasifican según su determinación, su aplicación y modelo físico matemático (Garafulic Caviedes, 2016).

2.3.1 Alturas geométricas (altura nivelada).

Estas son obtenidas a través de nivelación geométrica, las diferencias de nivel ir varían según el campo de gravedad del recorrido de la nivelación. Debido a la forma elipsoidal de la tierra y su distribución irregular de las masas en su interior, las superficies equipotenciales en puntos diferentes no son iguales debido a la distribución de masas en el interior de la Tierra, lo que explica densidades diferentes, generando diferentes campos de gravedad (Garafulic Caviedes, 2016).

Las alturas geométricas “son las obtenidas por medio de métodos de nivelación clásicos y no tienen en cuenta la falta de paralelismo entre las superficies equipotenciales, originado por la irregular distribución de las masas internas de la Tierra” (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).



Figura 9 Red Nacional de nivelación de alta precisión (NAP).

Fuente: (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015)

2.3.2 Alturas elipsoidales.

Las alturas elipsoidales (h) representan la separación entre la superficie topográfica terrestre y el elipsoide. Dicha separación se calcula sobre la línea perpendicular a este último. Las alturas elipsoidales son obtenidas a partir de las coordenadas geocéntricas cartesianas (X , Y , Z) definidas sobre un elipsoide de referencia (p. ej. el modelo Geodetic Reference System 1980, GRS80, o el World Geodetic System 1984, WGS84, los cuales, en la práctica, son iguales), y determinadas a partir del posicionamiento satelital de los puntos de interés (Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN, 2015).

Representan la separación entre la superficie topográfica terrestre y la superficie del elipsoide, y se mide por la normal al elipsoide designándose con la letra h . Esta es calculada a partir de coordenadas geocéntricas cartesianas definidas sobre un elipsoide de referencia (Garafulic Caviedes, 2016).

2.3.3 Alturas ortométricas.

Esta es la altura que existe entre la superficie topográfica y el geoide siendo perpendicular a este último se designa con la letra H . Las alturas ortométricas se pueden calcular a partir de las elipsoidales (Garafulic Caviedes, 2016).

Requieren una hipótesis sobre la gravedad verdadera entre el terreno y el geoide (dependiente de la densidad y distribución de todas las masas terrestres). Puntos de la misma superficie equipotencial fuera del geoide no tienen altura ortométrica igual. Puntos con altura ortométrica igual (diferente de cero) no forman una superficie equipotencial (el agua corre) (Ticona Kapquequi, 2012).

$$H = h - N$$

2.3.4 Ondulación geoidal.

La diferencia que existe entre el geoide y el elipsoide se conoce como ondulación del geoide N . Gracias a esta variante se puede describir el irregular comportamiento del geoide. Conociendo la ondulación geoidal se puede calcular la altura ortométrica o altura sobre el NMM nivel medio del mar de algún punto de observación en particular todo esto a partir del valor de la altura sobre el elipsoide referida por un equipo GNSS, esta situación se expresa mediante la siguiente fórmula (Garafulic Caviedes, 2016).

$$N = h - H$$

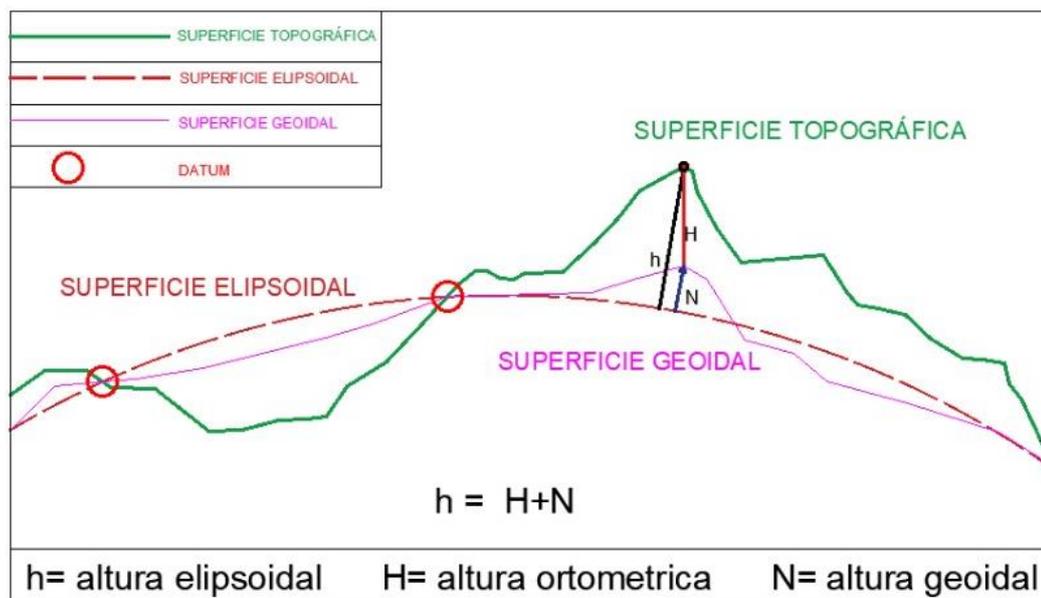


Figura 10 Comparación de elipsoide y Geoide.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

2.3.4.1 Interpolación de un modelo geoidal.

El planteamiento del trabajo es el siguiente se conocen las ondulaciones geoidales de un sector y puntos tomados con GPS con sus coordenadas respectivas, y se desea interpolar distintas alturas para conocer en un determinado kilometraje la ondulación correspondiente, esto se logra a través de una función polinomial de mínimo tercer grado (Garafulic Caviedes, 2016).

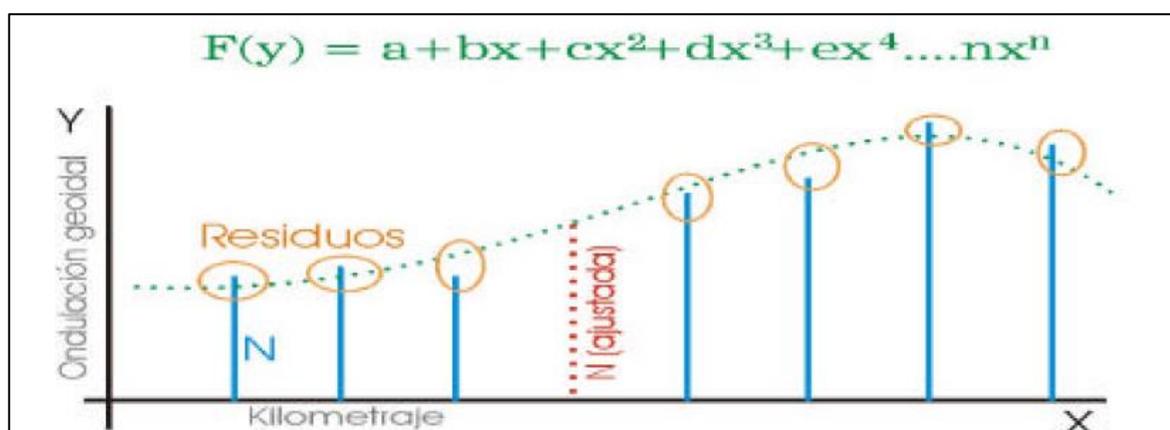


Figura 11 Función matemática de las ondulaciones geoidales

Fuente: (Garafulic Caviedes, 2016)

2.4 MODELOS GEOIDALES

Hasta el momento, los valores más precisos de ondulación geoidal “N”, pueden obtenerse con el procedimiento geométrico mediante el cálculo de la diferencia entre la altura elipsoidal “h” y ortométrica “H” de un mismo punto a través de la sencilla ecuación (Ticona Kapquequi, 2012).

$$N = h - H$$

Por supuesto esta afirmación sólo es válida si las dos magnitudes que intervienen en el cálculo (h y H) fueron determinadas con suficiente precisión. Además es necesario tener presente que si los datos que intervienen en los cálculos son alturas normales en lugar de alturas Ortométricas, se obtendrán valores de ondulaciones cuasigeoídicas o anomalías de altura. (Ticona Kapquequi, 2012).

2.4.1 EGM 96.

Es un modelo geopotencial de la superficie terrestre constituido de la suma de armónicos esféricos de hasta 360 en orden y grado desarrollado mediante la colaboración de distintos centros de investigación, fundamentalmente la NASA, (acrónimo de National Aeronautics and Space Administration) a través del Centro de vuelo espacial Goddard (GSFC), sumando esfuerzos con la Agencia Nacional de Mapeo e Imágenes (NIMA por sus siglas en inglés hoy llamado NGA National Geospatial Intelligence Agency), la Universidad del Estado de Ohio en Estados Unidos (OSU), y la Universidad de Texas at Austin. Para su elaboración se obtuvo datos de gravedad de diferentes partes del mundo continental y oceánica; y de datos de diferentes misiones satelitales (Tierra Criollo, 2009).

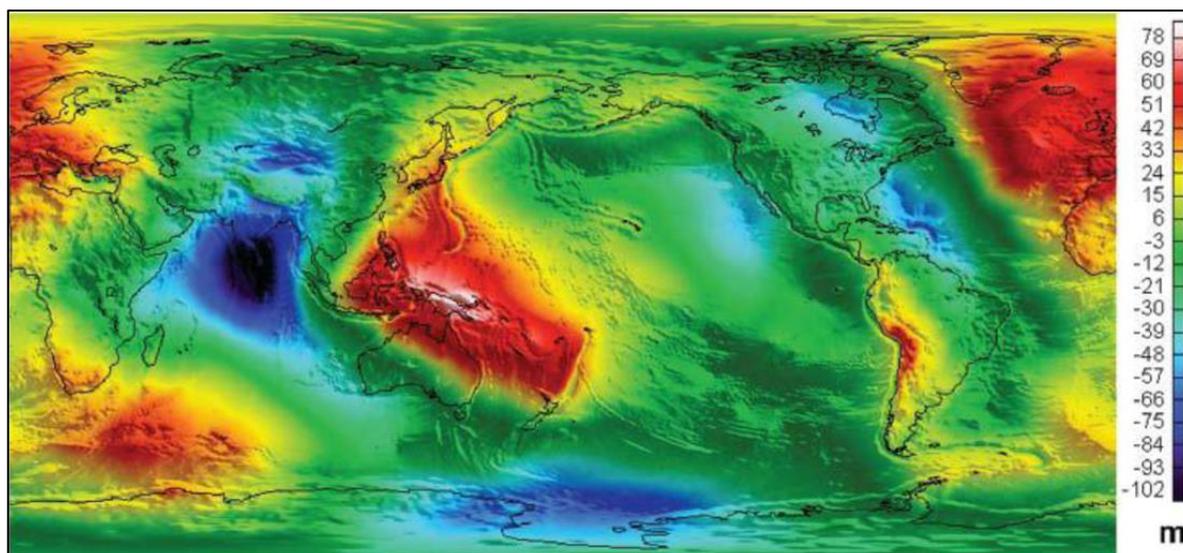


Figura 12 Ondulaciones del geoide Modelo Geopotencial de la Tierra, EGM96.

Fuente (NASA, 1998)

2.4.2 EGM 2008.

El modelo geoidal agrupa a las ondulaciones geoidales para tener un solo compendio de datos de distintos puntos, dentro de una misma zona, es así que el Earth Gravitational Model 2008 (EGM08) contiene esféricos armónicos al grado y orden 2159, además de contener también coeficientes adicionales extendidos al grado 2190 y orden 2159. El EGM08 incorpora también anomalías de la gravedad, obtenidas cada 5'x5' (9.26 x 9.26 km. aproximadamente), empleando algoritmos que calculan anomalías de gravedad por área media, esto minimiza efectos aleatorios durante el proceso de análisis armónico, haciendo también un énfasis especial en la calibración del error en cuanto a la estimación del modelo. Incluye también como modelo de referencia al Dynamic Ocean Topography (DOT), que toma en cuenta elevaciones y depresiones oceánicas (Tierra Criollo, 2009).

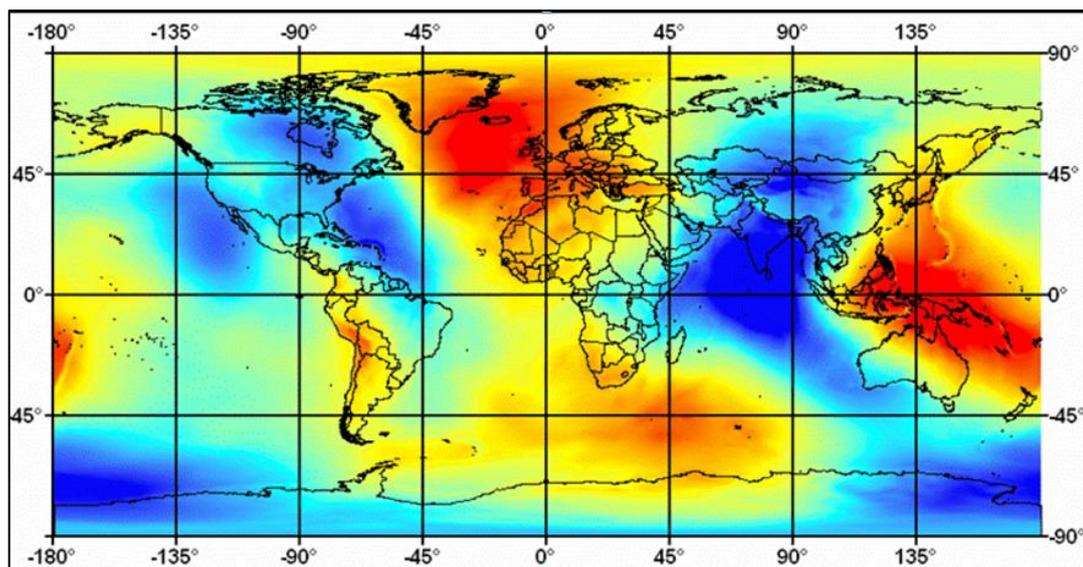


Figura 13 Modelo mundial EGM2008.

Fuente - (Nikolaos, 2007)

2.5 SISTEMA DE COORDENADAS

2.5.1 Coordenadas geodésicas.

La posición de un punto sobre el elipsoide terrestre queda determinada por la intersección de un meridiano y un paralelo, los cuales tiene como ejes de latitud y longitud en grados sexagesimales y altura elipsoidal en metros conocido como coordenadas geográficas y en sistema Universal Transversal Mercator UTM en metros con ejes Este y Norte y elevación (altura ortométrica) con factor escala de proyección y elevación, con su respectivo huso o zona UTM conocido como coordenadas planas de proyección.

2.5.1.1 Latitud (φ).

Angulo formado por la normal que pasa por el elipsoide y el plano del Ecuador, se mide de 0° a 90°N para el hemisferio norte y de 0° a 90°S para el hemisferio sur.

2.5.1.2 Longitud (λ).

Angulo diedro formado entre el plano del meridiano origen (Greenwich), y el plano del meridiano de un punto dado, las longitudes se miden 0° a 180° hacia el este u oeste del meridiano origen.

2.5.2 Coordenadas topográficas locales.

Son coordenadas cartesianas rectangulares en el cual el eje de las ordenadas representa el eje Norte-Sur ($Y Y'$) y el eje de las abscisas representa el eje Este-Oeste ($X X'$) en un sistema de coordenadas locales que es fijado como origen cualquier punto y/o valores de las coordenadas.

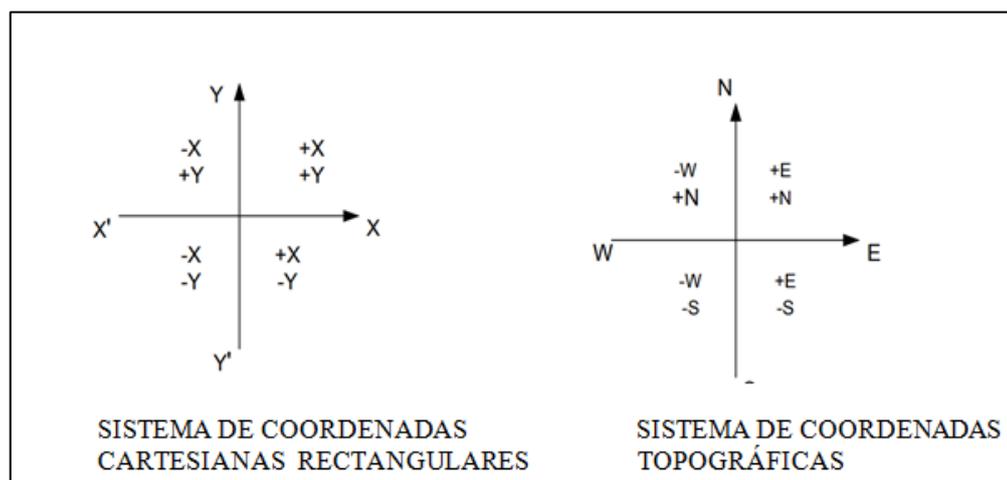


Figura 14 Sistema de coordenadas cartesianas y topográficas.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

2.5.3 Las coordenadas topográficas se clasifican en:

2.5.3.1 Coordenadas parciales.

Se llaman coordenadas parciales a un sistema particular de ejes de Coordenadas cuyo origen coincide con el punto origen de la alineación del vector definido por la siguiente forma.

$$X = D \operatorname{Sen} \alpha.$$

$$X = D \text{ Sen } \alpha.$$

Siendo:

D = Longitud horizontal del vector.

α = Azimut del vector.

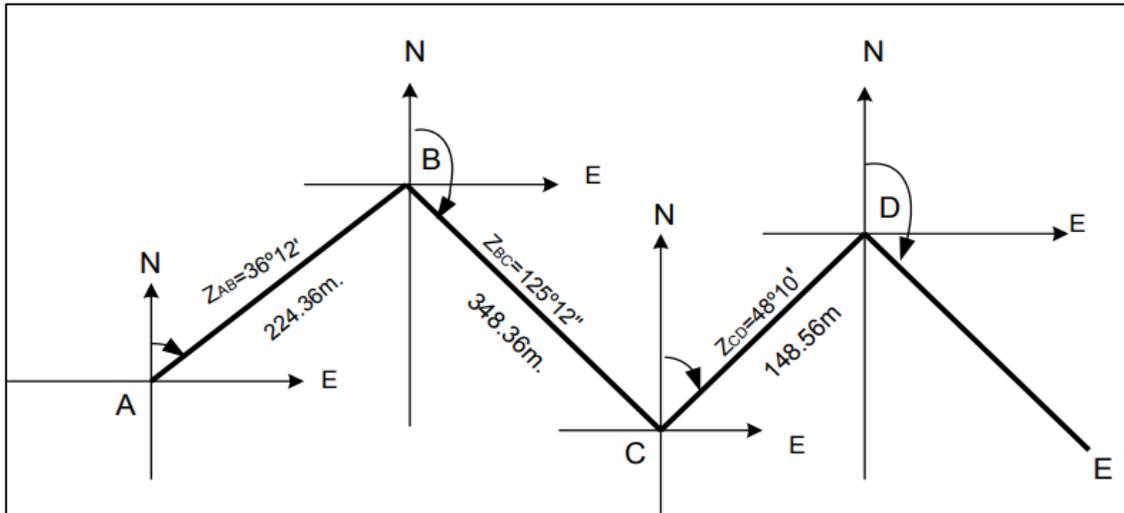


Figura 15 Diagrama de cálculos de coordenadas.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

$$XB = 224.36 \text{ Sen } 36^{\circ}12'$$

2.5.3.2 Coordenadas Totales.

Las coordenadas totales son aquellos que se calculan con respecto a un punto el cual está enlazado a un sistema de coordenadas cuyo origen coincide con el inicio del punto a dicho origen se asigna coordenadas totales $x = 0$, $y = 0$. Las coordenadas totales se calculan en base a las coordenadas parciales

Para calcular las coordenadas totales del siguiente punto se suma las coordenadas parciales de cada vértice de cada punto sucesivamente hasta el último punto, así se obtendrá las coordenadas totales del sistema

2.5.3.3 *Coordenadas absolutas.*

Se llaman coordenadas absolutas a los puntos de las coordenadas totales obtenidas el cual será desplazada arbitrariamente a un sistema de coordenadas referenciado

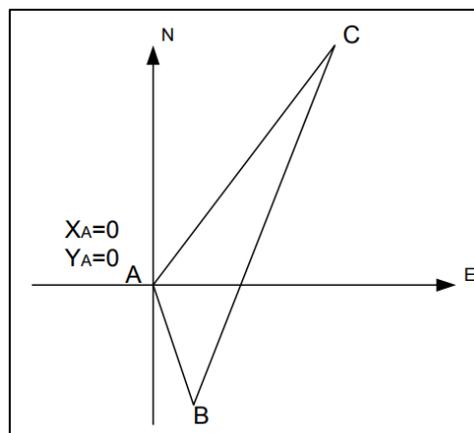


Figura 16 Croquis de la poligonal considerando las coordenadas totales.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

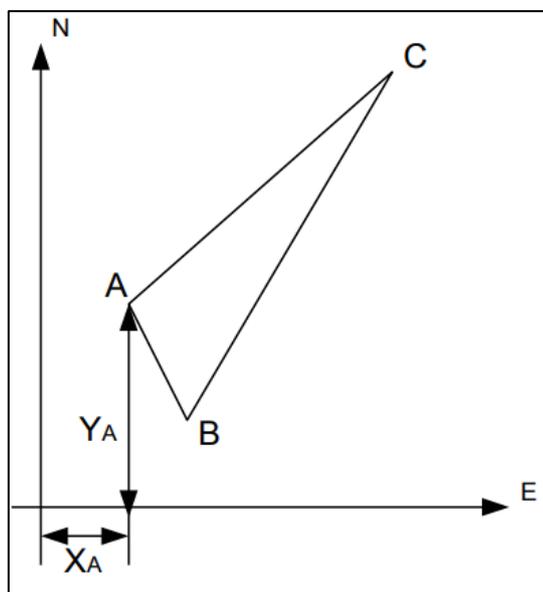


Figura 17 Croquis de poligonal desplaza de las coordenadas absolutas.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

2.6 SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GNSS Y APLICACIONES

2.6.1 Posicionamiento satelital.

2.6.1.1 Sistema de navegación por satélite (GPS).

La constelación de satélites GPS inicio sus operaciones en diciembre del 1993. Con una configuración de 24 satélites organizados en 6 planos orbitas y más 3 satélites de reserva, los cuales poseen una inclinación de 55° grados en una altitud de 22.200 Km, que ofrecen servicios en todo el mundo. Los satélites GPS transmiten información en dos frecuencias denominadas L1, a 1.575,42 Mhz, y L2, a 1.227,6 Mhz, también llamadas portadoras (Carriers) usando o protocolo de comunicación Code Division Multiple Access (CDMA). La información transmitida por los satélites es usada para calcular la posición de los receptores en el momento de la transición de señal (Seben & Monguilhott , 2010).

La constelación (NAVSTAR-GPS), está pensada para dar cobertura a cualquier hora del día y en cualquier parte del mundo. El segmento espacial proporciona cobertura con 4 a 8 satélites por encima de cualquier horizonte de cualquier lugar de la Tierra. Si la máscara de elevación en la observación se reduce a 10° , se pueden llegar a observar hasta 10 satélites. Si la máscara se reduce a 0° , se puede ver la mitad de la constelación, 12 satélites (Instituto Nacional Geográfico de España IGN, 2016).

- 6 órbitas casi circulares a 20180 km de altitud, nombradas A, B, C, D, E, F, con 55° de inclinación.
- 4 satélites por órbita, 24 en total.
- Periodo de 12 horas de tiempo sidereo.
- Visibilidad de cada satélite: 5 horas.
- La configuración se repite 4 minutos antes cada día solar.

- Existen hasta 4 satélites desactivados y disponibles como reserva “spares”.

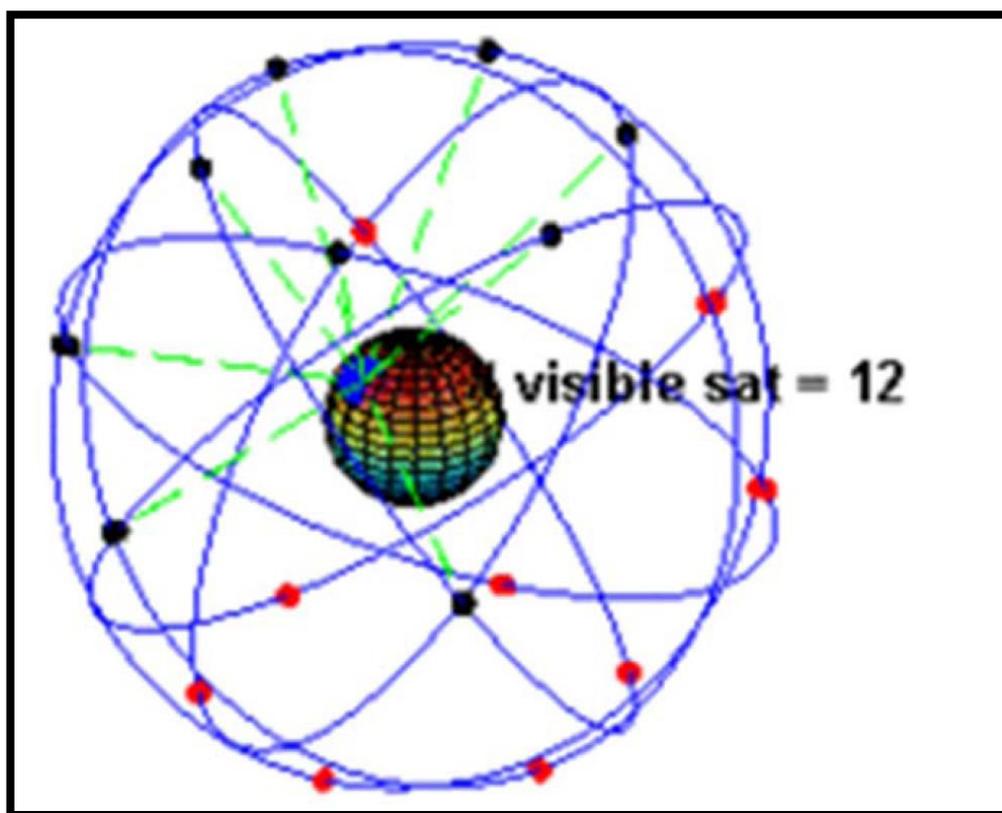


Figura 18 Movimiento de la constelación de satélites GPS en y rotación de la tierra.

Fuente: (Peter , 1994)

El GPS, pionero de todos los Sistemas de Navegación Global por Satélites (Global Navigation Satellite Systems – GNSS), es el único sistema que durante más de dos décadas se ha mantenido totalmente operativo para uso civil. En los últimos años la cantidad de aplicaciones civiles se ha aumentado de manera impresionante y su popularidad es indiscutible. Otros GNSS han enfrentado problemas (GLONASS al final de la década de los años 90 y en la década del 2000) o están incompletos (Galileo, BeiDou). Esto ayuda a explicar por qué un gran porcentaje de la población está familiarizado con el término “GPS”, pero no con los otros GNSS como GLONASS, Galileo, BeiDou. No obstante, todo parece indicar que en pocos años estos otros

sistemas se pondrán al día y por eso el sistema GPS debe mantener su calidad y seguir siendo competitivo (Effigis Geo-Solutions Inc, 2013).

Desde los inicios del GPS, en cada nueva generación (denominada “bloque”) de satélites GPS se han implementado en forma regular mejoras técnicas y de rendimiento. Sin embargo, debido al largo tiempo de vida de los satélites (entre 8 y 20 años) y el hecho que los satélites son reemplazados progresivamente (en promedio uno o dos por año), los efectos de las mejoras en rendimiento son graduales y a menudo pasan inadvertidos. Durante las primeras generaciones del sistema GPS, la mayoría de las mejoras tenían que ver con los satélites y el equipo dentro de éstos (mejoras en el rendimiento del reloj, mejoras en la autonomía y diseño del satélite, etc.). No obstante, comenzando con el bloque IIR-M, cuyo primer satélite fue lanzado en el 2005, se han agregado nuevas señales de GPS. Estas nuevas señales tienen muchas mejoras, las cuales, desde la perspectiva del usuario, son interesantes porque permiten una mejor precisión y confiabilidad del posicionamiento. Antes de presentar estas nuevas señales, permítanme hacer un breve resumen de las señales de GPS que se usan en la actualidad (Effigis Geo-Solutions Inc, 2013).

Señales de primera generación: L1 C/A, L1P (Y) y L2P (Y).- Desde un inicio los satélites GPS han transmitido tres señales importantes: una señal civil (L1 C/A) y dos señales militares encriptadas (L1P (Y) y L2P (Y)). Como se puede constatar, sólo una señal está disponible para los usuarios civiles. Las señales militares se transmiten en dos bandas de frecuencias diferentes: L1 (1575.42 MHz) y L2 (1227.60 MHz) y están encriptadas. Tener acceso a dos bandas es altamente beneficioso para mejorar la precisión y el tiempo de convergencia, ya que se pueden reducir enormemente los efectos ionosféricos indeseados. Desde la década de los años 90 los diseñadores de

receptores de grado geodésico han conseguido acceder a la señal encriptada L2P (Y) a través de una técnica denominada “rastreo parcialmente sin código” (semi-codeless tracking), y así ofrecer todos los beneficios de tener dos frecuencias para usuarios civiles. Sin embargo, por un lado, los receptores de grado geodésico tienen un precio mucho mayor que los receptores de gama baja y, por otro lado, las técnicas que se usan para acceder a la señal L2P encriptado introducen una ligera degradación de señal (Effigis Geo-Solutions Inc, 2013).

2.6.1.2 Sistema de navegación por satélite (GLONAS).

El desarrollo de GLONASS comenzó en la Unión Soviética en 1976. A partir del 12 de octubre de 1982, numerosos lanzamientos de cohetes añaden los satélites en el sistema hasta que la constelación se completó en 1995. Después de una disminución de la capacidad durante la década de 1990, en el año 2001, bajo la presidencia de Vladimir Putin, la restauración del sistema se hizo una prioridad para el gobierno y la financiación se ha incrementado sustancialmente. GLONASS es el programa más caro de la Agencia Espacial Federal Rusa, el consumo de un tercio de su presupuesto en 2010 (Effigis Geo-Solutions Inc, 2013).

Para el año 2010, GLONASS había alcanzado una cobertura del 100% del territorio de Rusia y en octubre de 2011, fue restaurada la constelación orbital total de 24 satélites, lo que permite una cobertura global completa. Los diseños de satélites GLONASS han sido objeto de varias mejoras, siendo la versión más reciente GLONASS-K (Effigis Geo-Solutions Inc, 2013).

2.6.1.3 Sistema de navegación por satélite (GALILEO).

Galileo es el sistema de navegación global por satélite (GNSS), que está siendo creado por la Unión Europea (UE) y la Agencia Espacial Europea (ESA), con sede en

Praga en la República Checa, con dos centros de operaciones en tierra, Oberpfaffenhofen cerca de Munich en Alemania y en Italia Fucino. El proyecto de 5 mil millones €, lleva el nombre del astrónomo italiano Galileo Galilei. Uno de los objetivos de Galileo es proporcionar un sistema de alta precisión de posicionamiento sobre la cual las naciones europeas pueden confiar, independientemente del sistema ruso GLONASS y los sistemas GPS de Estados Unidos, en caso de que fueran desactivados por sus operadores (Effigis Geo-Solutions Inc, 2013).

El primer satélite de prueba Galileo, GIOVE- A, fue 28-diciembre de 2005, mientras que el primer satélite que sea parte del sistema operativo fue lanzado el 21 de octubre de 2011. A partir de mayo el año 2016 El sistema cuenta con 14 de 30 satélites en órbita. Galileo comenzará a ofrecer capacidad operativa temprana (EOC) de 2016, ir a la capacidad operacional inicial (IOC) en 2017- 18 y alcanzar la capacidad operativa plena (FOC) en 2019. [6] El sistema Galileo completa de 30 satélites (24 operativos y 6 de repuesto activo) se espera que para el año 2020 (Effigis Geo-Solutions Inc, 2013)

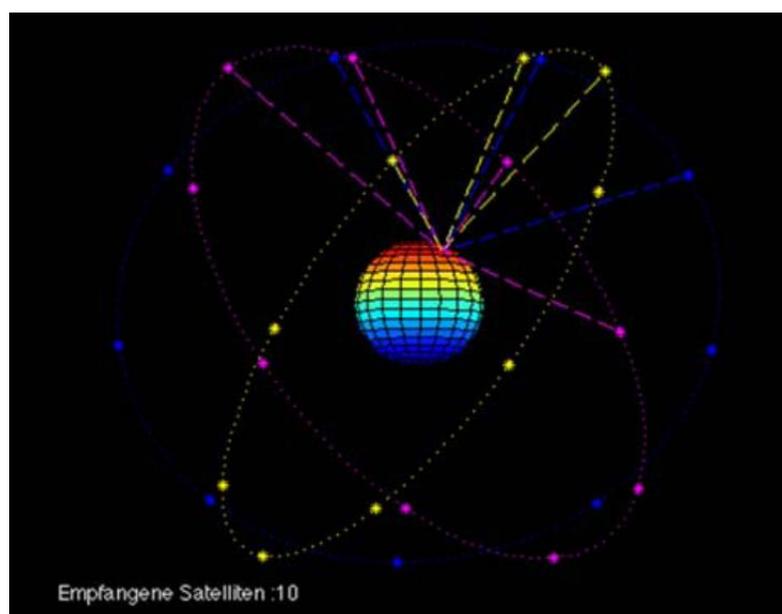


Figura 19 Constelación de Satélites de GALILEO, sobre la Tierra.

Fuente: (Lukas , 2009)

2.6.1.4 Sistema de navegación por satélite (COMPAS).

China también está desarrollando su propio sistema global de satélites de navegación, denominado (BEIDOU-2) anteriormente conocido como (COMPASS), tuvo su primer satélite enviado al espacio en abril de 2007 y el 15 de abril de 2009 se lanzó el segundo vehículo. Para que el sistema de este en pleno funcionamiento requiere de 30 satélites, se espera que se establezcan para mediados del 2018 (Seben & Monguilhott , 2010).

2.6.2 Observaciones GNSS.

2.6.2.1 Posicionamiento absoluto.

Decimos que un posicionamiento es absoluto, cuando se calcula la posición del punto utilizando las medidas de pseudodistancia ya sea procedentes del código C/A, o código P. Dependiendo del código que utilicemos y de la disponibilidad selectiva obtendremos una precisión que variará de 3 a 5 m. tiempo real. Este tipo de posicionamiento es utilizado por los equipos llamados navegadores (Peñañiel & Zayas , 2001).

2.6.2.2 Posicionamiento diferencial.

2.6.2.2.1 Observación método estático.

Este método se utiliza para distancias largas (por lo general mayores de 20 Km.) y la más alta precisión. Es la medición clásica de líneas bases. Consiste en estacionar dos receptores o más receptores en los puntos los cuales queremos conocer sus coordenadas, almacenar datos y calcular las coordenadas en tiempo diferido (Peñañiel & Zayas , 2001).

Estático.- En este tipo de posicionamiento se obtienen soluciones tan redundantes como deseemos, tan solo deberemos prolongar la observación. Es la medición clásica de líneas bases.

Consiste en estacionar dos receptores o más receptores en los puntos los cuales queremos conocer sus coordenadas, almacenar datos y calcular las coordenadas en tiempo diferido. En este tipo de posicionamiento se obtienen soluciones tan redundantes como deseemos, tan solo deberemos prolongar la observación.

Estático Rápido.- Las distancias máximas que pueden existir entre el referencia y el móvil es de 20 Km. La máscara de elevación que se introduce es, como se ha comentado anteriormente, de 15° de elevación y las épocas de 15 segundos (intervalo de registro de datos, varia de 1 segundo hasta 60 segundos (Peñañiel & Zayas , 2001).

Los tiempos breves de observación posibilitan una precisión de 5 a 10mm. \pm 1 ppm, los tiempos de observación son de 5 a 10 minutos para distancias inferiores a 5 Km (Peñañiel & Zayas , 2001).

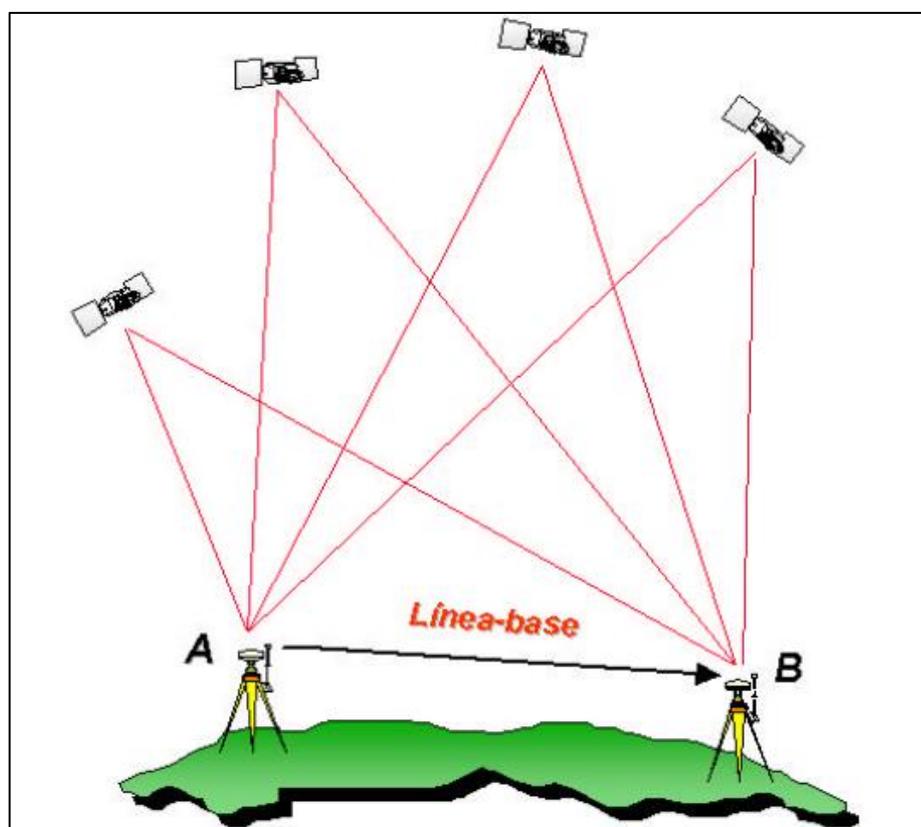


Figura 20 Posicionamiento de receptores GNSS.

Fuente: (Peñañiel & Zayas , 2001)

2.6.2.2.2 Observación método cinemático.

Cinemático Post Procesado (PPK).- El método cinemático mide la posición relativa de dos puntos levantados en un intervalo de tiempo predefinido por el usuario. Para un posterior procesamiento (Ayala Ramírez & Hasbun Bardales, 2012).

Cinemático en Tiempo Real (RTK).- “Esta es la última innovación en las técnicas de medida GPS. Consiste en obtener coordenadas en tiempo real en el sistema de referencia adoptado previamente” (Ayala Ramírez & Hasbun Bardales, 2012).

En la actualidad, la topografía con métodos de medición GPS está cada vez más arraigada y comienza a sustituir a los métodos clásicos de medición, como por ejemplo redes locales, triangulaciones apoyos fotogramétricos, bases de replanteo, etc. Todo esto ha sido gracias al desarrollo de técnicas introducidas en los últimos cinco años y explicadas anteriormente, Estático Rápido, Stop & Go, PPK, etc. Debido a que la constelación se ha completado con 24 satélites es posible llevar a cabo posicionamientos en los que las condiciones de cobertura son más estrictas, de esta manera tenemos una cobertura de 24 horas al día en cualquier parte del mundo (Ayala Ramírez & Hasbun Bardales, 2012).

Todos los avances tecnológicos efectuados en las técnicas de medición GPS se dirigen hacia estar el menor tiempo posible en la toma del punto y tener el resultado en el propio campo. Hasta ahora este tipo de trabajo quedaba reservado a los métodos clásicos (Estaciones Totales). Sin embargo mediante el Tiempo Real en el GPS, podremos utilizar éste de manera similar a una Estación Total, obtención de coordenadas al instante. Esto quiere decir que podremos utilizar nuestro equipo GPS para métodos de levantamiento y replanteo (Ayala Ramírez & Hasbun Bardales, 2012).

2.7 AJUSTE DE OBSERVACIONES

2.7.1 Modelo lineal.

Características.

- En las ecuaciones de condición no aparecen parámetros, sino que aparecen directamente residuos.
- El número de grados de libertad del problema (redundancia), coincide con el número de ecuaciones independientes, es decir, si:

n: número de ecuaciones de condición.

u: número de parámetros.

v: grado de libertad; “v = n – u”. En el caso general, se tendrá “v = n” ecuaciones de condición y “n” observaciones, siendo “n” mayor que “u”, es decir, hay más observaciones que parámetros.

2.7.2 Ecuación matemática del modelo lineal.

En este modelo matemático corresponde a las observaciones ajustadas, f(xa) es la función relativa de los parámetros y xa son los ajustados. Por otra parte observaciones ajustadas (la) pueden definirse como.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = L_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = L_2$$

.....

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = L_a$$

$$f(X_a) = l_a \quad \dots \dots \dots 1$$

$$l_a = l_b + v \quad \dots \dots \dots 2$$

V: vector de residuos.

L_a : Vector de observaciones

La expresión de la corrección de parámetros está expresada por:

$$X_a = X_0 + X \quad \dots\dots\dots 3$$

Siendo X el vector corrección de parámetro y X_0 vector observado X_a vector corregido de parámetro

Teniendo la forma matricial.

$$AX = L \quad \dots\dots\dots 4$$

L no es una combinación lineal de la matriz A por tanto

$$AX \neq L \quad \dots\dots\dots 5$$

Entonces debemos sumar a L un vector V , vector corrección tal que $L+V$ pertenezca a la matriz A , quedando de la forma siguiente.

$$AX = L + V \quad \dots\dots\dots 6$$

Denotamos en forma matricial las ecuaciones lineales

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_{a1}} & \frac{\partial f_1}{\partial x_{a2}} & \frac{\partial f_1}{\partial x_{a3}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{au}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_{a1}} & \frac{\partial f_2}{\partial x_{a2}} & \frac{\partial f_2}{\partial x_{a3}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{au}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_{a1}} & \frac{\partial f_3}{\partial x_{a2}} & \frac{\partial f_3}{\partial x_{a3}} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial x_{au}} \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_{a1}} & \frac{\partial f_n}{\partial x_{a2}} & \frac{\partial f_n}{\partial x_{a3}} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_{au}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{b_1} - l_{0_1} \\ l_{b_1} - l_{0_1} \\ l_{b_1} - l_{0_1} \\ \vdots \\ l_{b_i} - l_{0_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_i \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 7$$

Siendo la ecuación 1 la matriz A aplicando la derivada parcial a cada valor quedando entre valores -1 y 1 de los vectores que contiene la ecuación, el cual hace que sea una función lineal.

$$AX = L + V \quad \dots\dots\dots 8$$

Despejando el residuo de las observaciones queda de la siguiente manera

$$V = AX - L \quad \dots\dots\dots 9$$

Para resolver el sistema de ecuaciones de las observaciones lineales del modelo para ajustar recurrimos al principio de mínimo (MÍNIMOS CUADRADOS) si las observaciones son de distintas precisiones de acuerdo a la varianza priori.

$$\sum_{i=1}^n P_i V_i^2 \dots\dots\dots 10$$

Para expresar vectorialmente denotamos matricialmente:

$$V^T P V = [V_1, \dots, V_n] \begin{bmatrix} P_1 & & \\ & \ddots & \\ & & P_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n P_i V_i^2 \dots\dots\dots 11$$

Caso 1: $\hat{\sigma}_h^2 =$ Error estándar o precisión de una medición

$$\hat{\sigma}_h^2 = \hat{\sigma}_{h_2}^2 = \hat{\sigma}_{h_3}^2 = \hat{\sigma}_{h_4}^2 = \hat{\sigma}_{h_5}^2 \dots\dots\dots 12$$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{\sigma}_h^2} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{1}{\hat{\sigma}_h^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 & & \\ & \ddots & \\ & & P_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots 13$$

Caso 2: distancia el peso será

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{d} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{1}{d_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 & & \\ & \ddots & \\ & & P_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots 14$$

Caso 3: Si las observaciones son de una misma condición de observación entonces la matriz de pesos será la identidad y si son de distintas condiciones (una observación puede ser observada más de una vez y otras menos se le considera el número de observaciones.

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & & \\ & \ddots & \\ & & P_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots 15$$

Caso 4: Nivelación “ $\hat{\sigma}_h$ y L” $\hat{\sigma}_h = \frac{xmm}{\sqrt{1km}} \sqrt{L(km)}$, el peso queda de la siguiente manera.

$$P = \frac{1}{\left(\frac{\hat{\sigma}_h}{1000}\right)^2} \dots\dots\dots 16$$

Nota: el peso se considera de acuerdo al tipo de observación que se realiza “tener en cuenta según el trabajo”.

Reemplazando el modelo funcional (9) en (11) de la denotación vectorial del mínimo en:

$$V = (AX - L) \text{ en } V^T P V \dots\dots\dots 17$$

$$(AX - L)^T P (AX - L) = \text{mínimo}$$

$$(AX - L)^T (PAX - PL) = \text{mínimo}$$

$$(X^T A^T - L^T)(PAX - PL) = \text{mínimo} \dots\dots\dots 18$$

Multiplicando.

$$X^T A^T PAX - X^T A^T PL - L^T PAX + L^T PL = \text{mínimo} \dots\dots\dots 19$$

El 2º y 3º término son iguales por propiedad de matrices.

$$f(x) = X^T A^T PAX - 2X^T A^T PL + L^T PL = 0 \dots\dots\dots 20$$

La condición de mínimo es la derivada parcial $F'(x)=0$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = X^T A^T PAX - 2X^T A^T PL + L^T PL = 0$$

$$2A^T PAX - 2A^T PL = 0$$

$$A^T PAX = A^T PL \quad \dots \dots \dots 21$$

Finalmente en vector corrección de los parámetros está determinado por la siguiente fórmula matemática para n ecuaciones de condición.

$$X = (A^T PA)^{-1} A^T PL \quad \dots \dots \dots 22$$

La matriz normal es

$$N = A^T PA \quad \dots \dots \dots 23$$

2.7.3 Matriz varianza covarianza.

Si la varianza de referencia a priori $\hat{\sigma}_0^2$ es desconocida se debe estimar a partir de magnitudes observables (Rodríguez Jordana, 2002).

$$V = AX - L$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T PV}{n - u} \quad \dots \dots \dots 24$$

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T PV}{n - u}} \quad \dots \dots \dots 25$$

$\hat{\sigma}_0^2$ Varianza a posteriori.

$\hat{\sigma}_0$ Desviación estándar.

L: longitudes de observaciones.

$V^T PV$: Forma cuadrática fundamental. Mínimos Cuadrados.

n: número de observaciones.

u: número de parámetros.

v= (n-u): grado de libertad del modelo.

V= Residuos o desviación de cada medición.

2.7.4 Teoría de probabilidades.

“Son entes matemáticos que sirven para aproximar una cantidad a un rango permisible (de los errores accidentales); en esta teoría se supone que” (Mendoza Dueñas, 2012).

- Los errores pequeños son más frecuentes que los grandes.
- No se cometen errores muy grandes.
- Los errores pueden ser positivos y negativos.
- El verdadero valor de una cantidad es la media de un número infinito de observaciones análogas.

2.7.4.1 Observación de igual precisión.

“Se considera que las observaciones son tomadas en idénticas condiciones, vale decir con los mismos instrumentos, la misma brigada, las mismas condiciones climatológicas, etc” (Mendoza Dueñas, 2012).

2.7.4.1.1 Media.

“Es el valor que tiene a situarse en el centro del conjunto de datos ordenados según magnitud” (Mendoza Dueñas, 2012).

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

2.7.4.1.2 Desviación V_n

Se le llama también error aparente de una medición, es la diferencia entre la media y el valor correspondiente a una medición.

En realidad la desviación es el error aproximado para cada medición, dado que no se conoce el valor verdadero (Mendoza Dueñas, 2012).

$$V_n = X_n - \bar{X}$$

2.7.4.1.3 Error medio cuadrático o desviación estándar.

“Corresponde al valor del error del punto de inflexión de la curva típica de probabilidad. El área achurada indica que entre los límites $-\sigma$ y $+\sigma$ se puede esperar que estos errores ocurran el 68.27% de veces” (Mendoza Dueñas, 2012)

Matemáticamente se expresa.

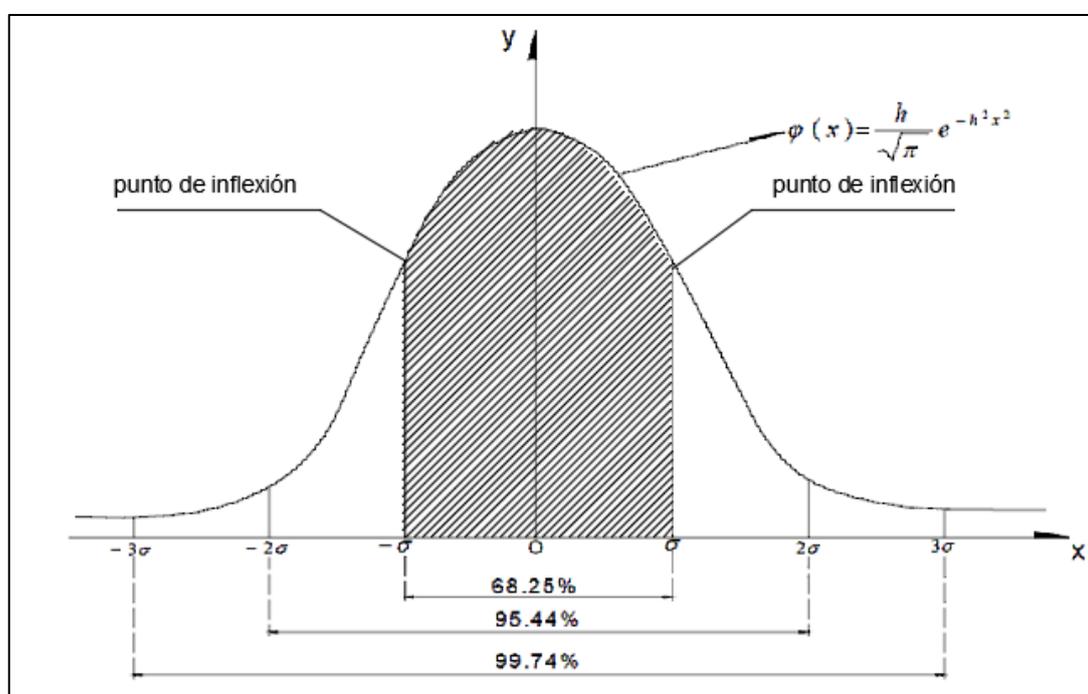


Figura 21 Campana de GAUSS Desviación Estándar.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{n - 1}}$$

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n V_n^2}{n - 1}}$$

$\hat{\sigma}_0$: Desviación estándar o desviación típica.

n: número de observaciones.

V = Residuos o desviación de cada medición.

n : número de observaciones.

V = Residuos o desviación de cada medición.

2.7.4.1.4 Ecuación general del índice de precisión.

Es la probabilidad de un error de cualquier porcentaje de probabilidad se determina por las siguiente expresión.

$$E_p = K \hat{\sigma}_0$$

E_p : Porcentaje de error

K : Factor numérico que corresponde al porcentaje de error

$\hat{\sigma}_0$: Desviación estándar o típica

Las expresiones comúnmente usadas en topografía son

$$E_{90} = 1.6449\hat{\sigma}_0; E_{95} = 1.95599\hat{\sigma}_0; E_{99.73} = 3\hat{\sigma}_0$$

“Estos valores significan que de las 100 mediciones tomadas es probable que 95 de ellas queden dentro de los límites de error $\pm E_p$ ”. (Mendoza Dueñas, 2012).

Por otro lado es preciso anotar que la curva de probabilidad en el eje X es una asíntota, luego no se puede evaluar error de 100%. Razón por el cual debe considerarse que estas tres expresiones E_{90} ; E_{95} ; $E_{99.73}$ nos dan los valores máximos que se presentan en la práctica. Errores mayores de $\pm 3\hat{\sigma}_0$ ya no se consideran errores accidentales si no equivocaciones. (Mendoza Dueñas, 2012).

Por el cual se debe hacer una depuración de datos para encontrar en valor de la media de la medición.

2.7.4.1.5 Error de la media.

“está visto que la media, está sujeto a error. Error de media a cualquier porcentaje de probabilidad es aquel intervalo $-E_m; -E_m$ dentro de cuyo limites puede caer en el verdadero error accidental de la media con una probabilidad de p%” (Mendoza Dueñas, 2012).

$$E_m = \frac{E_p}{\sqrt{n}}$$

2.7.4.1.6 Valor Más Probable (V.M.P.).

Es aquel valor que más se aproxima al valor verdadero, se considera la media o promedio de varias mediciones u observaciones que estará entre los rangos de $\pm E_m$ con un E_p con una probabilidad de p %.

$$V.M.P. = \bar{X} \pm E_m$$

2.8 ECUACIÓN DE REGRESIÓN

2.8.1 Regresión simple.

Consideremos una variable independiente y una variable dependiente “Y i X” respectivamente.

Representamos una muestra aleatoria de tamaño “n” de (X, Y) por el conjunto de datos $\{(X_i, Y_i)/i=1, 2, 3, n\}$. La relación entre variables es aquel que se considera únicamente dos variables dependiente o variable de respuesta y X la variable independiente. El modelo de regresión lineal consiste en especificar la forma de relación lineal. (Ibañez Quispe, 2008)

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Y_i = variable dependiente.

X_i = Variable independiente.

β_0 = Parámetro desconocido que indica la ordenada donde la línea de regresión lo interseca.

β_1 = parámetro desconocido que indica la pendiente de la línea de mejor ajuste, llamada también coeficiente de regresión poblacional.

ε_i = parámetro desconocido que indica la pendiente de la línea de mejor ajuste, llamada también coeficiente de regresión poblacional.

2.8.1.1 Propiedades del Modelo.

a) Toda perturbación tiene de medida (cero).

$$E(\varepsilon_i) = 0, \quad i=1, 2, \dots, n.$$

b) Todas las perturbaciones aleatorias tienen la misma varianza.

$$V(\varepsilon_i) = \sigma_i^2 \quad i=1, 2, \dots, n.$$

c) Las perturbaciones son independientes entre sí.

$$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \quad i \neq j$$

2.8.1.2 Estimación de la Ecuación de Regresión.

Para estimar los parámetros desconocidos de β_0 y β_1 se utiliza el método más conocido y aplicado para los ajustes MÍNIMOS CUADRADOS. De manera la suma de cuadrados de todo los residuos (suma de cuadrados de los errores) alrededor de una línea de regresión mínima. Se tiene la ecuación.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\partial \beta_0} = 0. \dots \dots \dots a$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2}{\partial \beta_1} = 0. \dots\dots\dots b$$

De a y b se tiene las ecuaciones normales:

$$n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n Y_i$$

$$\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n X_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = \sum_{i=1}^n X_i Y_i$$

Despajando los parámetros β_0 y β_1

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

$$\hat{\beta}_1 \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2}$$

la recta de regresion estimada es $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$

Donde \hat{Y}_i es el estimador para la media de la observación Y_i , la cual corresponde al valor X_i de la variable de predicción.

$$\hat{Y}_i = (\bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}) + \hat{\beta}_1 X_i = \bar{Y} + \hat{\beta}_1 \bar{X} = \bar{Y} + \hat{\beta}_1 (X_i - \bar{X})$$

$$\hat{Y}_i - \bar{Y} = \hat{\beta}_1 (X_i - \bar{X})$$

Esta de expresar la recta de regresión β_1 es la pendiente de la recta. Observar que la recta de regresión contiene al punto (\bar{X}, \bar{Y}) son medias de de X, Y.

2.8.2 Regresión múltiple.

Los problemas de regresión involucran más de una variable independiente o regresora a la cual se le denomina regresión múltiple, es una técnica estadística más ampliamente utilizada, los parámetros son estimados con MÉTODO MÍNIMOS CUADRADOS además se estima los intervalos de confianza y la verificación de suficiencia del modelo para la regresión múltiple.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

Y = Variable dependiente.

X_1 y X_2 = Variable independiente.

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parámetros que será estimado.

ε = Error residual o perturbación.

En general puede la variable dependiente puede relacionarse con k-variables independientes. El modelo de ajuste es:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

Se denomina modelo de regresión múltiple con k-variables independientes. Los parámetros $\beta_j, j = 0, 1, 2, \dots, n$ son coeficientes de regresión.

2.8.2.1 Estimación de parámetros.

Modelo escrito en términos de las observaciones.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j X_{ij} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Para la solución más simple denotaremos en forma matricial las ecuaciones normales la cual es escrita de la forma.

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Si asignamos a $X_{i0} = 1$ para k -variables X se tiene.

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix}_{N \times 1}$$

$$X = \begin{bmatrix} X_{10} & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ X_{20} & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ X_{N0} & X_{N1} & X_{N2} & \cdots & X_{Nk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & X_{N1} & X_{N2} & \cdots & X_{Nk} \end{bmatrix}_{N(k+1)}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}_{(k+1) \times 1} \quad y \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}_{N \times 1}$$

Propiedades:

$$E(\varepsilon) = 0, E(Y) = X\beta, Y = E(Y) + \varepsilon \rightarrow \varepsilon = Y - E(Y)$$

$$\text{Var}(\varepsilon) = E[(\varepsilon - E(\varepsilon))(\varepsilon - E(\varepsilon))'] = E(\varepsilon \varepsilon') = \sigma^2 I_N$$

$$\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \forall i \neq j$$

Estimar parámetros utilizaremos el método de MÍNIMOS CUADRADOS minimizar

el error.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 &= \varepsilon' \varepsilon = [Y - E(Y)]' [Y - E(Y)] \\ &= (Y - X\beta)' (Y - X\beta) \\ &= (Y' - X'\beta') (Y - X\beta) \\ &= Y'Y - Y'X\beta - \underbrace{\beta'X'Y}_{(Y'X\beta)' = \beta'X'Y} + \beta'X'X\beta \\ &= Y'Y - Y'X\beta - \beta'X'Y + \beta'X'X\beta \\ &= Y'Y - 2\beta'X'Y + \beta'X'X\beta \end{aligned}$$

Por propiedad de saber que:

$$\frac{\partial(a'X)}{\partial X} = a, \Rightarrow \frac{\partial(X'Y)'\beta}{\partial \beta} = X'Y$$

$$\frac{\partial(X'AX)}{\partial X} = 2AX, \Rightarrow \frac{\partial(\beta'X'X\beta)}{\partial \beta} = 2X'X\beta$$

“Simplificando se tiene que $X'X\hat{\beta} = X'Y$ para resolver las ecuaciones normales multiplicamos ambos miembros $X'X\hat{\beta} = X'Y$ por la inversa de $X'X$ de tal modo el estimado de mínimos cuadrados de β es” (Ibañez Quispe, 2008).

$$(X'X)^{-1}X'X\beta = (X'X)^{-1}X'Y, \Rightarrow \hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

Se puede agregar las cantidades de observaciones para cada X_i PESOS la cual quedaría de siguiente forma.

$$\Rightarrow \hat{\beta} = (X'PX)^{-1}X'PY$$

Con la expresión obtenida podemos establecer ecuaciones logarítmicas cuadráticas, etc. Estableciendo modelos matemáticos con los coeficientes determinados.

2.8.2.2 Estadística y análisis de varianza.

Tabla 2
Cuadro de análisis de varianza

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados S.C. ó S.S.	Cuadrados medios C.M. ó M.S.	F.obs.
Regresión	$r - 1$	$SSR_m = \hat{\beta}' X'Y - N\bar{Y}^2$	$\frac{SSR_m}{r - 1} = SMR_m$	$\frac{SMR_m}{MSE}$
Error residual	$N - r$	$SSE = Y'Y - \hat{\beta}' X'Y$	$\frac{SSE}{N - r} = MSE$	
total	$N - 1$	$SST_m = Y'Y - N\bar{Y}^2$	$MST_m = \frac{SST_m}{N - 1}$	

Fuente: (Ibañez Quispe, 2008)

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{n - u}}$$

$\hat{\sigma}_0$: Desviación estándar

V: Error residual, $V^T P V$: Forma cuadrática fundamental. Mínimos Cuadrados

n-u: grado de libertad del modelo.

2.8.2.3 Correlación.

2.8.2.3.1 Coeficiente de correlación de Pearson.

La correlación viene del latín cum: con y relatus: relacionado, la correlación lineal permite medir si hay asociación entre dos variables o medir la intensidad de dicha asociación. Para ello es importante que la muestra bivariado sea tomada al azar, tanto para la variable X como para la variable Y. (Ibañez Quispe, 2008).

El coeficiente de correlación de Pearson, se ajusta al tipo de información cuantitativa, esto con la finalidad de detectar y medir la asociación entre variable o de razón. Los valores del coeficiente de correlación oscilan entre -1 y +1, y se explica de la siguiente manera. (Ibañez Quispe, 2008).

- a) El valor $r=+1$, indica una correlación positiva perfecta ó correlación directa, cuando al aumentar ó disminuir el valor de la variable independiente aumenta o disminuye también el valor de la variable dependiente (pendiente positiva).
- b) El valor de $r=-1$, expresa una correlación inversa o relación negativa perfecta cuando al aumentar o disminuir el valor de la variable independiente disminuye o aumenta el valor de la variable dependiente (pendiente negativa).
- c) El valor de $r = 0$, indica la ausencia absoluta de correlación, es decir las dos variables no están correlacionadas o relacionadas

Los rangos en la que se pueden interpretar el coeficiente de correlación.

$r=0.2$ a $r = 0.3$ coeficiente de correlación muy bajo

$r=0.4$ a $r = 0.5$ coeficiente de correlación bajo

$r=0.6$ a $r = 0.7$ coeficiente de correlación alto

$r=0.8$ a $r = 1.0$ coeficiente de correlación muy alto

2.8.2.3.2 *Coefficiente de determinación.*

El coeficiente de determinación R^2 es el valor cuadrado del coeficiente r de Pearson, y representa la proporción de la varianza explicada por una variable respecto a la varianza total. Se conoce con el nombre de determinación porque se suele considerar como medida de grado de influencia de una variable frente a otra variable. El coeficiente de determinación mide la proporción de la variación que se aplica por la variable independiente del modelo de regresión y está definido por (Ibañez Quispe, 2008).

$$R^2 = r^2 = \frac{\text{varianza explicada}}{\text{varianza total}} * 100 = \frac{SSR_m}{SST_m} * 100$$

2.8.2.4 *Intervalo de confiabilidad y predicción de la regresión múltiple.*

2.8.2.4.1 *Intervalo de confiabilidad para parámetros.*

$$IC = \beta_i \pm t * \hat{\sigma}_0 * \sqrt{Q_{ii}}$$

$\hat{\sigma}_0^2$ Varianza a posteriori.

$\hat{\sigma}_0$ Desviación estándar

$\hat{\sigma}_0 * \sqrt{Q_{ii}}$ Desviación estándar de cada parámetro

Q_{ii} = Matriz cofactor.

t = t-student.

2.8.2.4.2 Estimación del intervalo para respuesta media.

Sean los valores de $X_1, X_2, \dots, X_{(p-1)}$ DENOTADO POR $X_{h1}, X_{h2}, \dots, X_{h(p-1)}$ la respuesta media de esta esta denotado por $E(Y_h)$. Para estimar esta respuesta media, se define como vector X_h como sigue (Ibañez Quispe, 2008).

$$X_h = [1 + X_{h1} + X_{h2} + \dots + X_{h(p-1)}]$$

La respuesta media estimada correspondiente a X_h es denotado por \hat{X}_h .

- Respuesta media estimada

$$\hat{X}_h = X_h \hat{\beta}$$

$$\hat{\beta} = (X'PX)^{-1} X'PY$$

$$\hat{X}_h = X_h (X'PX)^{-1} X'PY$$

- La varianza estimada será

$$S^2 \hat{Y}_h = \hat{\sigma}_0^2 * [X_h (X'PX)^{-1} X'_h]$$

- Intervalo de confidencialidad

$$IC = \hat{X}_h \pm t * \hat{\sigma}_0 * \sqrt{S^2 \hat{Y}_{hii}}$$

$S^2 \hat{Y}_{hii}$ Matriz diagonal de la resultante del producto.

$\hat{\sigma}_0^2$ Varianza a posteriori.

$\hat{\sigma}_0$ Desviación estándar

2.8.2.4.3 Predicción de nuevas observaciones u observaciones futuras.

- Respuesta estima de nueva observación

$$\hat{X}_h = X_h \hat{\beta}$$

$$\hat{\beta} = (X'PX)^{-1} X'PY$$

$$\hat{X}_h = X_h (X'PX)^{-1} X'PY$$

- Varianza estimada será.

$$S^2 \hat{Y}_{h(\text{new})} = \hat{\sigma}_0^2 * [1 + X_h (X' P X)^{-1} X'_h]$$

- Intervalo de confidencialidad

$$IC = \hat{Y}_{h(\text{new})} \pm t * \hat{\sigma}_0 * \sqrt{S^2 \hat{Y}_{h(\text{new})_{ii}}}$$

$S^2 \hat{Y}_{h(\text{new})}$ Matriz diagonal de la resultante del producto.

$\hat{\sigma}_0^2$ Varianza a posteriori.

$\hat{\sigma}_0$ Desviación estándar

III. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 MATERIALES Y EQUIPOS

3.1.1 Materiales.

- Hormigón.
- Pintura thinner.
- Pincel
- Brocha
- Cemento.
- Clavo 4".
- Balde.
- Agua.

3.1.2 Herramientas.

- Pico.
- Pala
- Badilejo.
- Martillo.
- Cinta métrica.

3.1.3 Equipos.

- 02 Receptores GNSS de doble frecuencia.
- 01 Radio para Real Time Kinematic (rtk).
- 01 Nivel De Ingeniero.
- 03 Trípodes.
- Cámara Fotográfica.
- 01 impresora láser.
- 01 computadora portátil.

- 01 computadora de escritorio.



Figura 22 Receptor GNSS R8-3 Master y Rover.

FUENTE: manual de usuario TRIMBLE



Figura 23 Nivel de ingeniero Automático NL-32.

Fuente: manual de usuario South

3.1.4 Programas informáticos para post proceso.

- Trimble Business Center.
- Autocal Civil 3D.
- Golden Surfer.
- Microsoft Excel.
- Microsoft Word.

3.2 METODOLOGIA DE RECOLECCIÓN Y PROCESAMIENTO DE DATOS

3.2.1 Selección del área de estudio.

Ubicado al noreste de la ciudad de PUNO, en la zona sur del PERÚ propiamente dicha en la ciudad universitaria UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO – PUNO.

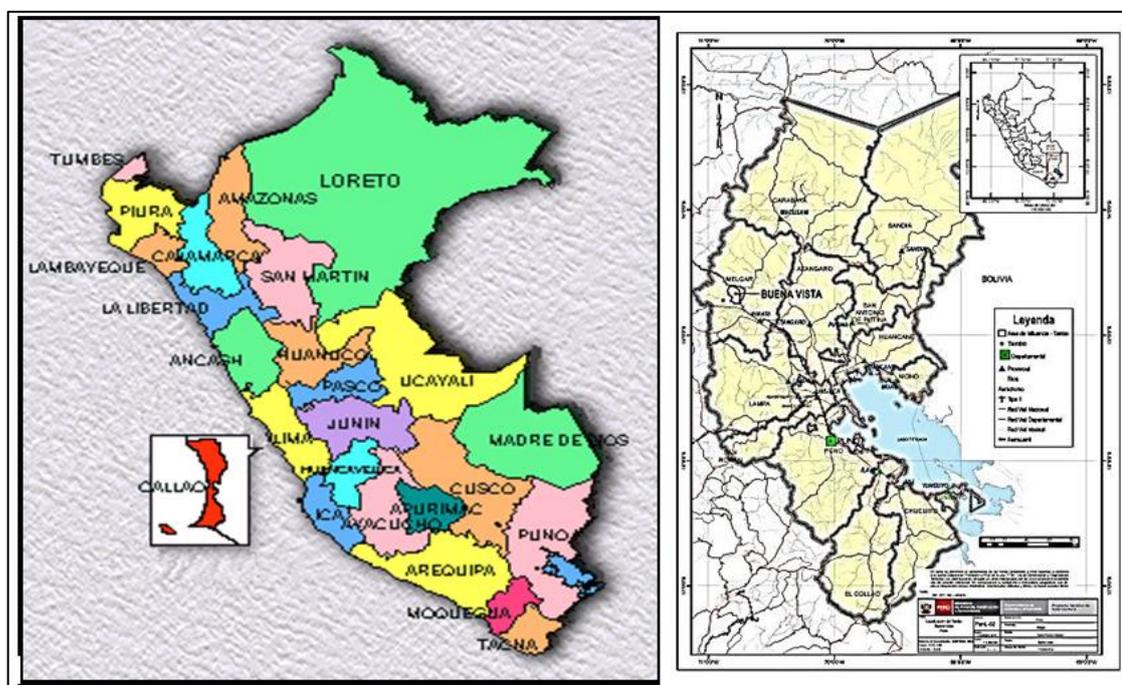


Figura 24 Ubicación del proyecto de investigación.

Fuente: Instituto Nacional de Estadística e Informática – INEI



Figura 25 Ubicación del proyecto de investigación.

Fuente: Google Earth

3.2.2 Metodología para objetivo 1.

3.2.2.1 Método de radiación GNSS en puntos de control.

3.2.2.1.1 Modo estático.

Se utilizó 02 receptores GNSS TRIMBLE R8 Modelo 3 de doble frecuencia para el establecimiento del punto geodésico de apoyo el cual será como base, el traslado se coordinadas des de punto SAT-002 de orden “C” con certificación de instituto geográfico nacional “ver en anexos el certificado” ubicado en alto puno es tomado como base y trasladado a punto denominado BM en el patio central de la Universidad Nacional del Altiplano Puno.



Figura 26 Instalación de base en punto de orden C.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)



Figura 27 Placa certificada por IGN de orden C.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.2.2.1.2 Post Proceso estático.

Se descargó los archivos crudos de los receptores GNSS para luego realizar el Post Proceso del traslado de coordenadas del punto base SAT-002 al punto BM como se muestra en la siguiente figura

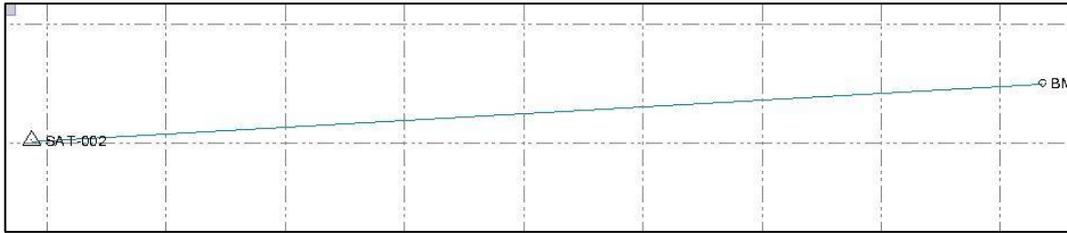


Figura 28 Línea base Trimble Business Center.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

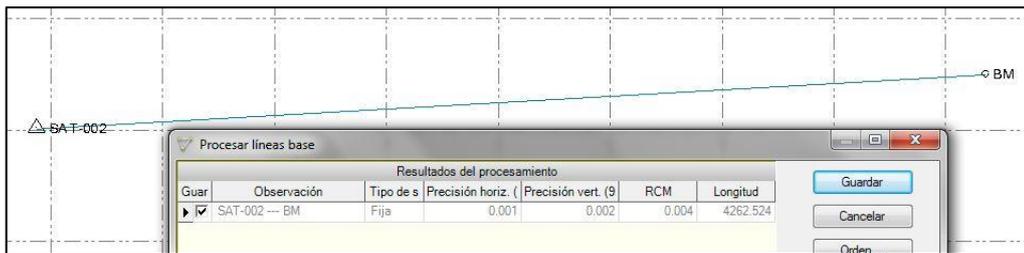


Figura 29 Procesamiento Línea Base Trimble Business Center.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

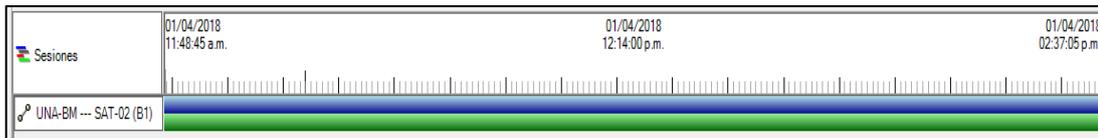


Figura 30 Vista cronológica Trimble Business Center.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

A continuación se muestra las siguientes tablas de resúmenes

Tabla 3

Resumen de precisiones de la Línea de Procesamiento

De	A	Tipo de solución	Prec. H. (Metro)	Prec. V. (Metro)	Aci. geod.	Dist. Elip (Metro)	Δaltura (Metro)
SAT-002	BM	Fija	0.001	0.002	87°00'43"	4250.062	-288.501

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Tabla 4

Resumen de Aceptación

Procesado	Pasado	Indicador	Fallida
1	1	0	0

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Tabla 5
Resumen de Propiedades de Procesamiento

PROPIEDADES DE PROCESAMIENTO DE DATOS	
BM - SAT-002 (11:48:45 a.m.-02:37:05 p.m.) (S1)	
Observación de línea base:	BM --- SAT-002 (B1)
Procesados:	11/06/2018 10:16
Tipo de solución:	Fija
Frecuencia utilizada:	Sólo L1
Precisión horizontal:	0.001 metro
Precisión vertical:	0.002 metro
RMS:	0.004 metro
PDOP máximo:	2.118
Efemérides utilizadas:	Transmisión
Modelo de antena:	NGS Absolute
Hora de inicio de procesamiento:	01/04/2018 11:48:50 a.m. (Desajuste con respecto a GPS: -5hr)
Hora de detención de procesamiento:	01/04/2018 02:37:05 p.m. (Desajuste con respecto a GPS: -5hr)
Duración del procesamiento:	02:48:15
Intervalo de procesamiento:	5 segundos

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Tabla 6
Resumen de Coordenadas Geográficas

ID	Latitud (Global)	Longitud (Global)	Altura (Global) (Metro)	Factor de escala combinada
SAT-002	S15°49'34.36480"	W70°03'20.84310"	4152.147	0.99910783
BM	S15°49'27.14399"	W70°00'58.21471"	3863.6463	0.99914135

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Tabla 7
Resumen de Coordenadas Universal Transversal Mercator UTM

ID	Este (Metro)	Norte (Metro)	Elevación (Metro)	Factor de escala de proyección	Factor de escala de altura	Factor de escala combinada
SAT-002	386936.7899	8250003.762	4106.496	0.9997580	0.99934958	0.99910783
BM	391178.8544	8250246.582	3817.912	0.99974644	0.99939475	0.99914135

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.2.2.1.3 Modo cinemático.

Desde el punto denominada BM ubicado en patio central de la universidad nacional del altiplano se realizó la densificación de puntos en modo cinemático o RTK.



Figura 31 Monumentación de puntos de control para establecer modo RTK.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)



Figura 32 Obtención de puntos en modo RTK.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.2.2.1.4 Post proceso cinemático RTK.

Los datos del post proceso se tomaron en consideraciones para el tratamiento estadístico solamente a las Alturas elipsoidales.

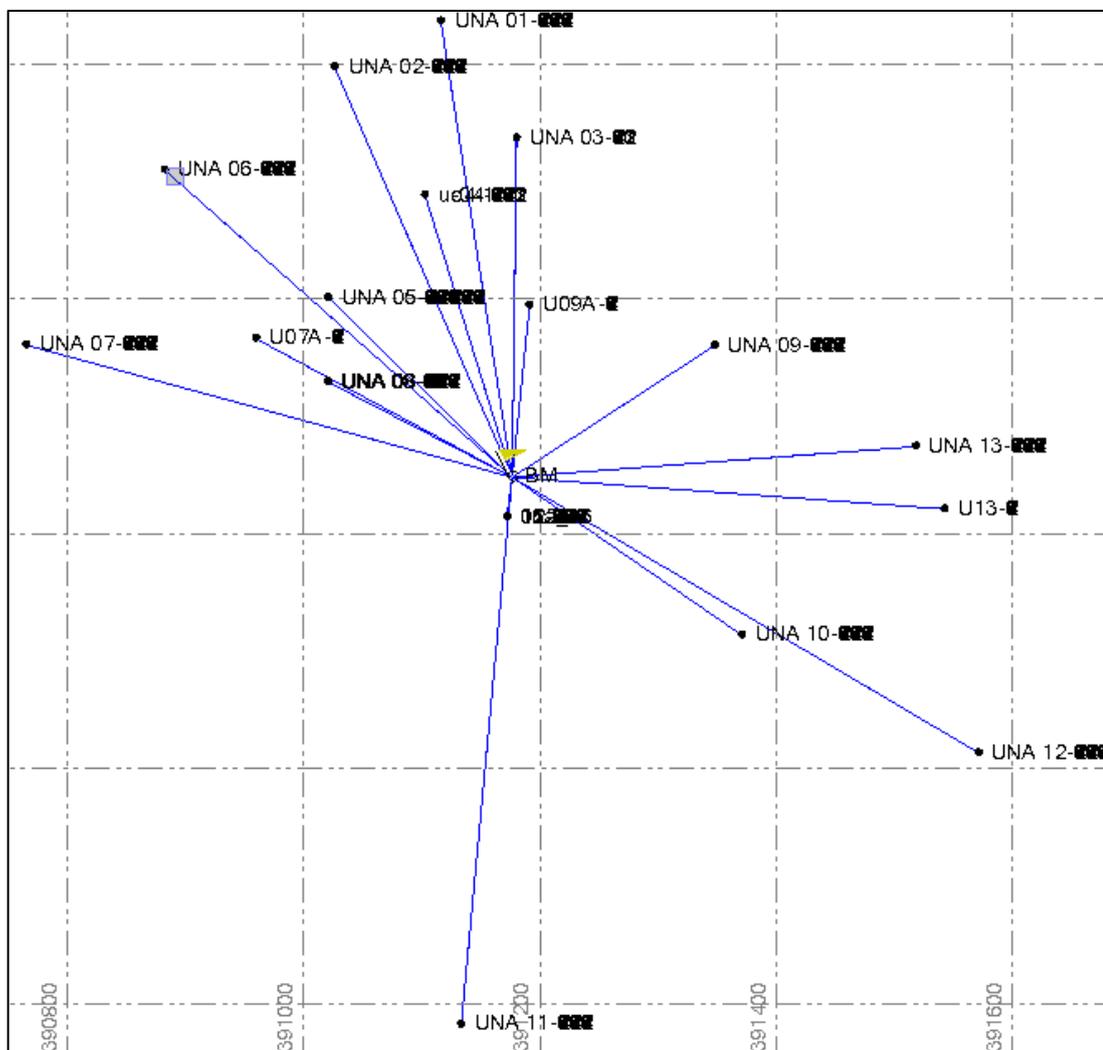


Figura 33 Línea de Densificación de Modo RTK.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Aplicando la teoría de probabilidades observaciones de igual precisión calculando la

media \bar{X} , residuos o desviaciones $V_n = X_n - \bar{X}$, error medio cuadrático $\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-1}}$ y

errores que limiten a $\pm 3\hat{\sigma}_0$.

Para límites inferior y superior se aplica la siguiente forma $\bar{X} \pm 3\hat{\sigma}_0$ siendo $Z=3$ bajo la curva típica de probabilidad campana de GAUSS.

$$E_{99.73} = 3\hat{\sigma}_0$$

Para Z sea bajo la curva típica de probabilidad $0.9973/2 = 0.49865$, buscamos el valor de Z en la tabla de curva normal tipificada o aplicar la siguiente relación matemática para calcular Z y descartar los valores que estén fuera de 0.9973 de área o 99.73% de los datos se aceptan.

$$Z = \frac{\bar{X} \pm 3\hat{\sigma}_0 - \bar{X}}{\hat{\sigma}_0} = 3 \text{ del lado derecho (se aplica a derecha e izquierda)}$$

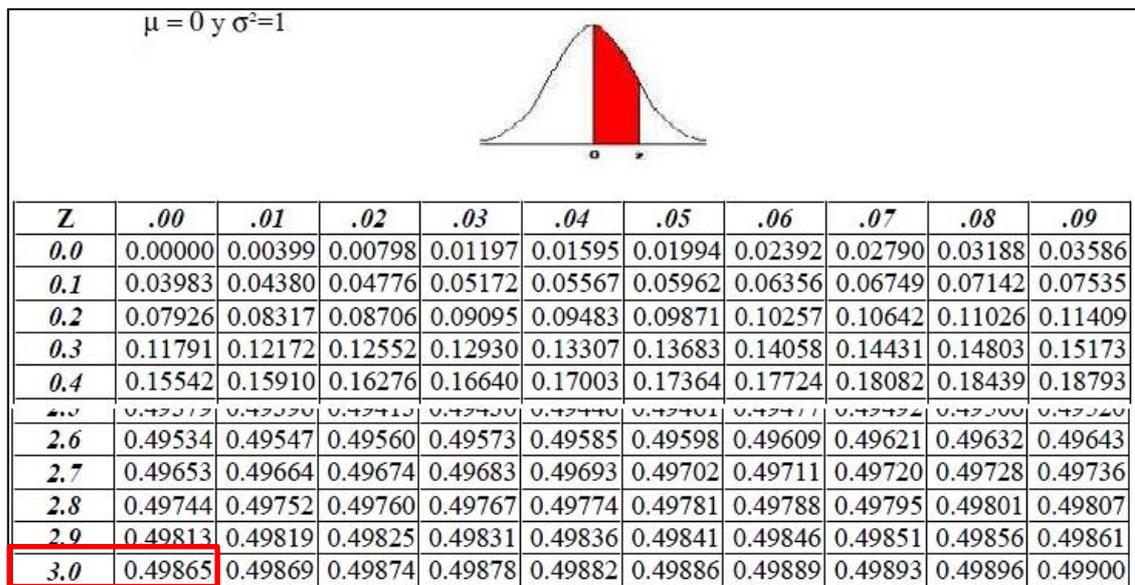


Figura 34 Tabla de distribución normal.

Fuente:(Zea Flores & Ibañez Quispe, 2003)

Tabla 8

Resumen de datos sin tratamiento para descartar observaciones

ID PUNTO	n	PROMEDIO ó MEDIA (Metro)	DESVIACION ESTANDAR (Metro)	LIMITE INFERIOR (Metro)	LIMITE SUPERIOR (Metro)
UNA-01	187	3942.625802	0.0006853	3942.62375	3942.627858
UNA-02	141	3917.355519	0.00106635	3917.35232	3917.358718
UNA-04	103	3905.607135	0.00196143	3905.60125	3905.613019
UNA-05	665	3887.956556	0.0001967	3887.95589	3887.957219

ID PUNTO	n	PROMEDIO ó MEDIA (Metro)	DESVIACION ESTANDAR (Metro)	LIMITE INFERIOR (Metro)	LIMITE SUPERIOR (Metro)
UNA-06	146	3880.937913	0.00168517	3880.93286	3880.942969
UNA-07	152	3870.504501	0.00069736	3870.50241	3870.506593
UNA-08	171	3867.006507	0.0010405	3867.00339	3867.009629
UNA-09	149	3880.303451	0.00164706	3880.29851	3880.308392
UNA-10	148	3860.643542	0.00055611	3860.64187	3860.64521
UNA-11	153	3860.521439	0.00078899	3860.51907	3860.523806
UNA-12	156	3861.041458	0.00058286	3861.03971	3861.043206
UNA-13	154	3871.180823	0.00183215	3871.17533	3871.186319

Fuente: (Elaboración Propia, 2018).

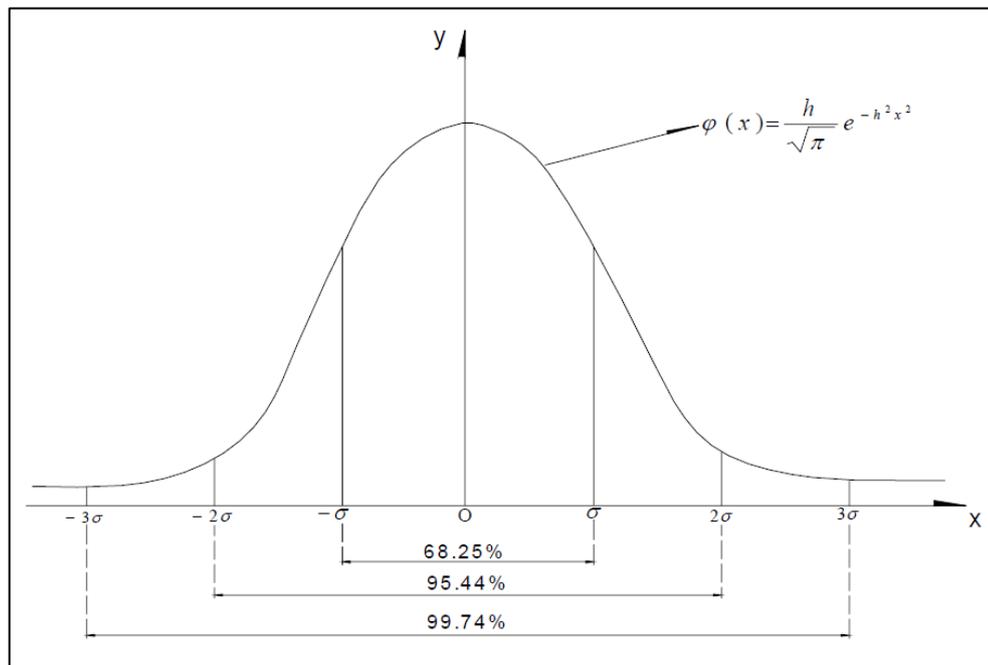


Figura 35 Área bajo la curva normal tipificada.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Una vez realizado el descarte de los valores que se encuentran fuera de rango $\bar{X} \pm 3\hat{\sigma}_0$ procedemos a calcular con los valores seleccionados calculando de la misma forma de la tabla anterior y estableciendo límites superiores e inferiores a una probabilidad de 95 % de acuerdo (Mendoza Dueñas, 2012).

$$E_{95\%} = K\hat{\sigma}_0$$

Donde K es igual a Z

Calculamos Z ; $0.95/2=0.475$

En la tabla de distribución normal tipificada buscamos el valor de 0.475

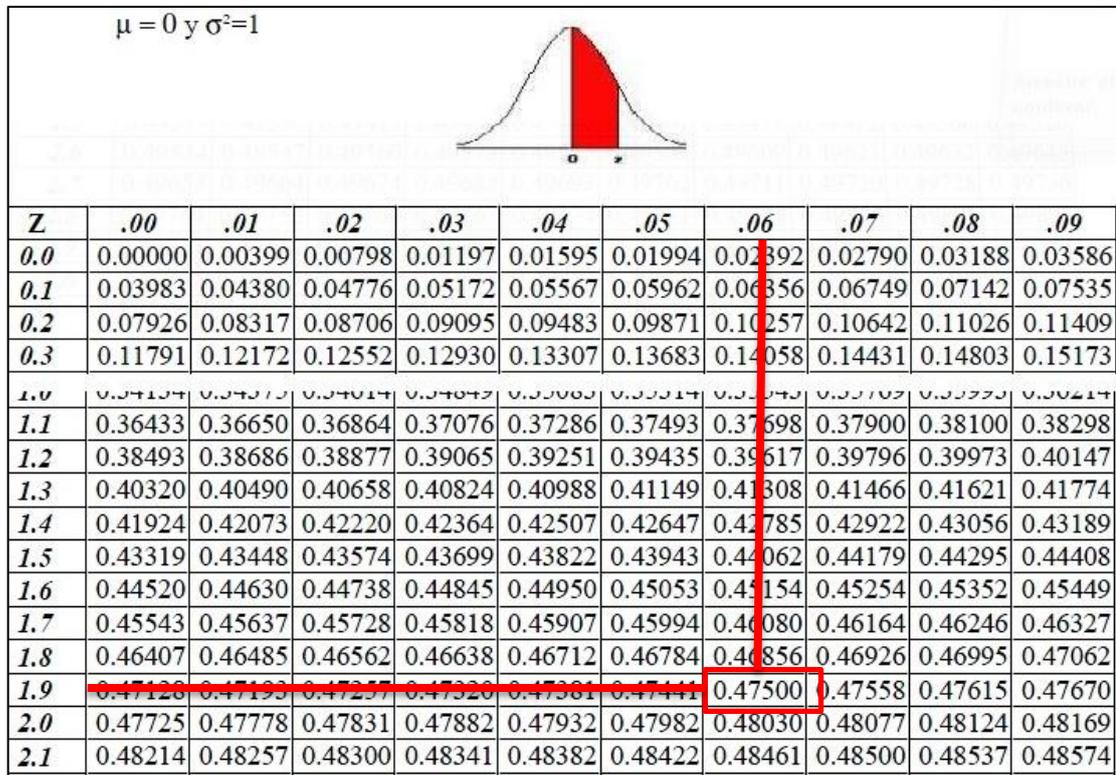


Figura 36 Tabla de distribución Normal.

Fuente: (Zea Flores & Ibañez Quispe, 2003)

El valor de Z será 1.96, el límite superior inferior será limitado por $\bar{X} \pm 1.96\hat{\sigma}_0$ tal como se muestra en la siguiente tabla

Tabla 9
Resumen de datos con tratamiento

ID PUNTO	n	PROMEDIO (Metro)	DESVIACION ESTANDAR (Metro)	LIMITE INFERIOR (Metro)	LIMITE SUPEROR (Metro)
UNA-01	34	3942.62612	0.000200777	3942.62572	3942.62651
UNA-02	22	3917.35534	0.000356672	3917.35464	3917.35604
UNA-04	24	3905.60765	0.000771714	3905.60614	3905.60917
UNA-05	18	3887.95659	0.000110225	3887.95637	3887.9568
UNA-06	56	3880.93817	0.000374236	3880.93743	3880.9389
UNA-07	26	3870.50468	0.000236189	3870.50422	3870.50514

ID PUNTO	n	PROMEDIO (Metro)	DESVIACION ESTANDAR (Metro)	LIMITE INFERIOR (Metro)	LIMITE SUPEROR (Metro)
UNA-08	19	3867.00589	0.000464902	3867.00498	3867.0068
UNA-09	41	3880.30455	0.000400733	3880.30377	3880.30534
UNA-10	31	3860.64354	0.000152015	3860.64324	3860.64383
UNA-11	27	3860.52123	0.000258575	3860.52072	3860.52174
UNA-12	25	3861.04156	0.000189649	3861.04119	3861.04193
UNA-13	30	3871.18154	0.000585487	3871.18039	3871.18269

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Para los tratamiento de datos de utilizó los límites de aprobación errores mayores 3σ ya no se consideran errores accidentales si no equivocaciones (Mendoza Dueñas, 2012).

Utilizando la campana de gauss aplicando la tabla de distribución normal $Z=3$

Tabla 10

Resumen de coordenadas 3D del modo Cinemático RTK

ID	ESTE (Metro)	NORTE (Metro)	altura elipsoidal (h) (Metro)
BM	391178.85440	8250246.58180	3863.64630
UNA-01	391118.58125	8250634.82654	3942.62612
UNA-02	391028.71688	8250595.83920	3917.35534
UNA-04	391105.19080	8250486.86964	3905.60765
UNA-05	391023.27769	8250399.75722	3887.95659
UNA-06	390885.08701	8250508.22429	3880.93817
UNA-07	390767.62344	8250359.26542	3870.50468
UNA-08	391022.92314	8250327.86525	3867.00589
UNA-09	391350.32399	8250358.99447	3880.30455
UNA-10	391373.15369	8250112.11335	3860.64354
UNA-11	391135.76227	8249780.58974	3860.52123
UNA-12	391573.51002	8250011.71454	3861.04156
UNA-13	391520.53701	8250272.82294	3871.18154

Fuente: (Elaboración Propia, 2018).

3.2.2.2 Nivelación geométrica.

Se planifico una red de nivelación con 13 vértices o incógnitas, 01 punto de control, 17 tramos de nivelación cerrada y 04 circuitos.

La nivelación geométrica consiste en medir la diferencia de desniveles entre los vértices, tomando lecturas en un estadal graduado con precisión milimétrica nivelada a la línea de plomada (vertical).



Figura 37 Nivelación de los puntos de control.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018).

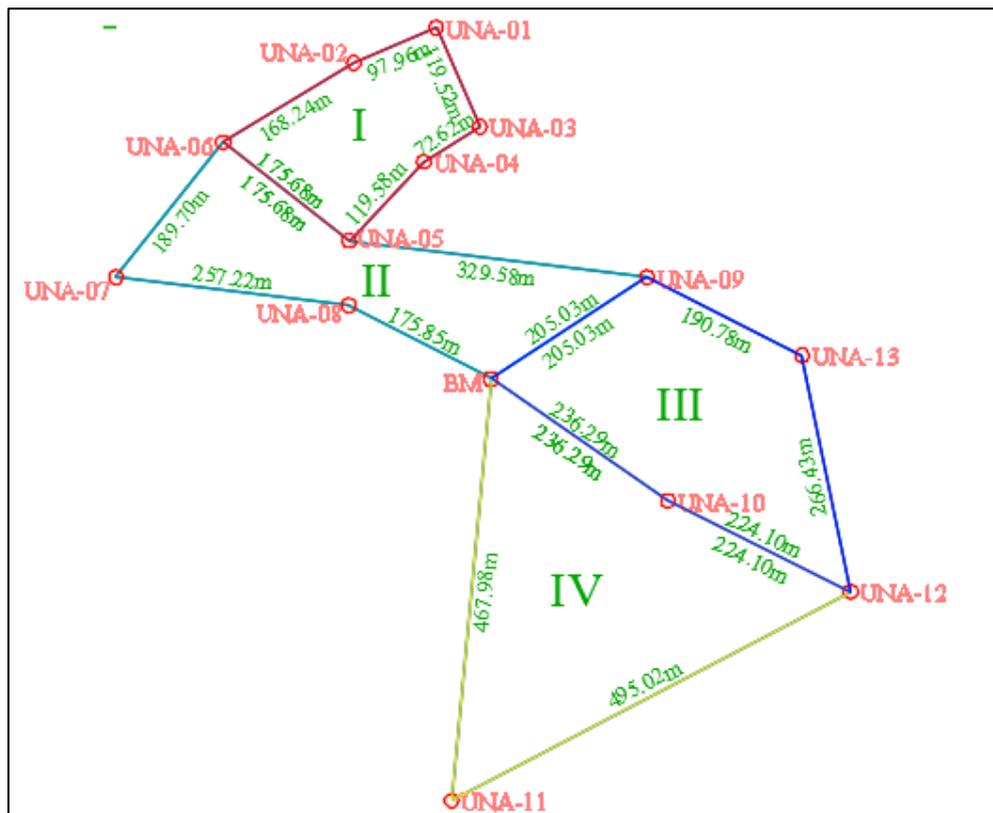


Figura 38 Red de Nivelación Geométrica.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018).

3.2.2.3 Corrección de la red de nivelación.

Una vez recolectado los datos de campo se procede a calcular los errores de cierre de cada tramo y finalmente obteniendo los desniveles de la red de nivelación

Tabla 11
Desniveles y distancias de los Tramos

TRAMO			DESNIVEL MATRIZ L (Metro)	DISTANCIA (Metro)
6	-	5	-7.026	175.68
4	-	5	17.642	119.58
1	-	3	32.3685	119.52
3	-	4	4.708	72.62
2	-	6	36.4435	168.24
1	-	2	25.299	97.96
12	-	11	0.5365	495.02
12	-	13	-10.1055	266.43
7	-	8	3.508	257.22
6	-	7	10.418	189.70

TRAMO			DESNIVEL MATRIZ L (Metro)	DISTANCIA (Metro)
10	-	12	-0.4155	224.10
8	-	BM	3.3525	175.85
11	-	BM	-3.123	467.98
9	-	13	9.151	190.78
BM	-	10	3.0025	236.29
5	-	9	7.637	329.58
9	-	BM	16.67	205.03
5	-	6	7.0275	175.68
5	-	4	-17.6435	119.58
3	-	1	-32.37	119.52
4	-	3	-4.707	72.62
6	-	2	-36.445	168.24
2	-	1	-25.3015	97.96
11	-	12	-0.536	495.02
13	-	12	10.108	266.43
8	-	7	-3.509	257.22
7	-	6	-10.4205	189.70
12	-	10	0.417	224.10
BM	-	8	-3.356	175.85
BM	-	11	3.124	467.98
13	-	9	-9.1535	190.78
10	-	BM	-3.006	236.29
9	-	5	-7.6385	329.58
BM	-	9	-16.673	205.03

Fuente: (Elaboración Propia, 2018).

Tabla 12
Matriz A para compensar Nivelación

TRAMO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
6 - 5	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0
4 - 5	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
1 - 3	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3 - 4	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2 - 6	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
1 - 2	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12 - 11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0
12 - 13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
7 - 8	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0

TRAMO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
6 - 7	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
10 - 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0
8 - BM	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
11 - BM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
9 - 13	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1
BM - 10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
5 - 9	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	0
9 - BM	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5 - 6	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
5 - 4	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3 - 1	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4 - 3	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6 - 2	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
2 - 1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11 - 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0
13 - 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1
8 - 7	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0
7 - 6	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0
12 - 10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0
BM - 8	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
BM - 11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
13 - 9	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1
10 - BM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
9 - 5	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0
BM - 9	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Los resultados de la tabla se orientan en base a la figura 37 red de nivelación geométrica

Tabla 13
Matriz X Parámetros Calculados de Nivelación

ID	PARAMETROS MATRIZ X (Metro)
UNA-01	79.027586
UNA-02	53.727093
UNA-03	46.658633
UNA-04	41.951313
UNA-05	24.30886

ID	PARAMETROS MATRIZ X (Metro)
UNA-06	17.282426
UNA-07	6.863046
UNA-08	3.3543702
UNA-09	16.671335
UNA-10	-3.004106
UNA-11	-3.123728
UNA-12	-2.58772
UNA-13	7.5190622

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Tabla 14
Resumen de Corrección de Desniveles

TRAMOS	DESNIVELES SIN CORREGIR (Metro)	RESIDUOS (Metro)	DESNIVELES CORREGIDOS (Metro)
UNA 06 - UNA 05	-7.0260	-0.000434135	-7.02643
UNA 04 - UNA 05	17.6420	0.000453257	17.64245
UNA 01 - UNA 03	32.3685	0.000453406	32.36895
UNA 03 - UNA 04	4.7080	-0.000680210	4.70732
UNA 02 - UNA 06	36.4435	0.001167495	36.44467
UNA 01 - UNA 02	25.2990	0.001493092	25.30049
UNA 12 - UNA 11	0.5365	-0.000491550	0.53601
UNA 12 - UNA 13	-10.1055	-0.001282084	-10.10678
UNA 07 - UNA 08	3.5080	0.000675833	3.50868
UNA 06 - UNA 07	10.4180	0.001379677	10.41938
UNA 10 - UNA 12	-0.4155	-0.000886339	-0.41639
UNA 08 - BM	3.3525	0.001870209	3.35437
UNA 11 - BM	-3.1230	-0.000728356	-3.12373
UNA 09 - UNA 13	9.1510	0.001272974	9.15227
BM - UNA 10	3.0025	0.001606245	3.00411
UNA 05 - UNA 09	7.6370	0.000524702	7.63752
UNA 09 - BM	16.6700	0.001335153	16.67134
UNA 05 - UNA 06	7.0275	-0.001065865	7.02643
UNA 05 - UNA 04	-17.6435	0.001046743	-17.64245
UNA 03 - UNA 01	-32.3700	0.001046594	-32.36895
UNA 04 - UNA 03	-4.7070	-0.000319790	-4.70732
UNA 06 - UNA 02	-36.4450	0.000332505	-36.44467
UNA 02 - UNA 01	-25.3015	0.001006908	-25.30049
UNA 11 - UNA 12	-0.5360	-0.000008450	-0.53601
UNA 13 - UNA 12	10.1080	-0.001217916	10.10678
UNA 08 - UNA 07	-3.5090	0.000324167	-3.50868
UNA 07 - UNA 06	-10.4205	0.001120323	-10.41938
UNA 12 - UNA 10	0.4170	-0.000613661	0.41639

TRAMOS	DESNIVELES SIN CORREGIR (Metro)	RESIDUOS (Metro)	DESNIVELES CORREGIDOS (Metro)
BM - UNA 08	-3.3560	0.001629791	-3.35437
BM - UNA 11	3.1240	-0.000271644	3.12373
UNA 13 - UNA 09	-9.1535	0.001227026	-9.15227
UNA 10 – BM	-3.0060	0.001893755	-3.00411
UNA 09 - UNA 05	-7.6385	0.000975298	-7.63752
BM - UNA 09	-16.6730	0.001664847	-16.67134

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

n = Ecuaciones.

u = Incógnitas.

(n – u)= grado de libertad.

n = 34

u = 13

(34 – 13) =21 grados de libertad

$\sigma_0 = 0.00010233$ Metro

Tabla 15

Resumen de Cota corregida

ID	COTA CORREGIDA (Metro)
BM	3817.91280
UNA-01	3896.94039
UNA-02	3871.63989
UNA-03	3864.57143
UNA-04	3859.86411
UNA-05	3842.22166
UNA-06	3835.19523
UNA-07	3824.77585
UNA-08	3821.26717
UNA-09	3834.58414
UNA-10	3814.90869
UNA-11	3814.78907
UNA-12	3815.32508
UNA-13	3825.43186

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.2.3 Metodología para objetivo 2

3.2.3.1 Método de estimación de variables dependientes.

Con los datos calculados del modo cinemático y nivelación geométrica construimos una tabla de datos regresores los cuales intervendrán en la ecuación de regresión múltiple para lo cual se requiere calcular la ondulación geoidal como variable dependiente del método GNSS/ nivelación donde N es la ondulación Geoidal, h es altura elipsoidal y H altura ortométrica.

$$N = h - H$$

Tabla 16
Resumen de coordenadas y ondulación geoidal

ID	altura elipsoidal (h) (Metro)	H (Metro)	N (Metro)
BM	3863.64630	3817.91280	45.73350000
UNA-01	3942.62612	3896.94039	45.68573134
UNA-02	3917.35534	3871.63989	45.71544769
UNA-04	3905.60765	3859.86411	45.74354105
UNA-05	3887.95659	3842.22166	45.73492903
UNA-06	3880.93817	3835.19523	45.74294214
UNA-07	3870.50468	3824.77585	45.72883473
UNA-08	3867.00589	3821.26717	45.73871926
UNA-09	3880.30455	3834.58414	45.72041851
UNA-10	3860.64354	3814.90869	45.73484173
UNA-11	3860.52123	3814.78907	45.73215799
UNA-12	3861.04156	3815.32508	45.71647991
UNA-13	3871.18154	3825.43186	45.74967782

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.2.3.2 Método de estimación de variables independientes.

Para calcular valores de X, Y se considera el siguiente criterio

Tabla 17
Promedio de coordenadas

\bar{x} (Metro)	\bar{y} (Metro)
391160.272430	8250315.035723

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

\bar{x}, \bar{y} es la media de los datos de cada punto de control este y norte que se muestra en la tabla 16 de los datos reducidos con la depuración de las alturas elipsoidales utilizando la campana de GAUSS.

X,Y son coordenadas equivalentes a las reales de los puntos de control, se establecen con la siguiente fórmula.

$$X = \frac{\bar{x} - x}{100}; Y = \frac{\bar{y} - y}{100}$$

Tabla 18
Valores de los Parámetros X Y

ID	x (Metro)	y (Metro)	X (Metro)	Y (Metro)
BM	391178.854	8250246.58	-0.1858197	0.68453923
UNA-01	391118.581	8250634.83	0.4169118	-3.19790812
UNA-02	391028.717	8250595.84	1.31555552	-2.80803472
UNA-04	391105.191	8250486.87	0.55081634	-1.71833914
UNA-05	391023.278	8250399.76	1.36994735	-0.84721493
UNA-06	390885.087	8250508.22	2.75185422	-1.93188566
UNA-07	390767.623	8250359.27	3.92648987	-0.442297
UNA-08	391022.923	8250327.87	1.37349293	-0.12829529
UNA-09	391350.324	8250358.99	-1.90051563	-0.43958747
UNA-10	391373.154	8250112.11	-2.12881258	2.02922369
UNA-11	391135.762	8249780.59	0.24510155	5.34445979
UNA-12	391573.51	8250011.71	-4.1323759	3.03321179
UNA-13	391520.537	8250272.82	-3.60264577	0.42212783

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Para elaborar los datos de la siguiente tabla se estableció una ecuación polinomial al azar, los valores obtenidos por la regresión múltiple deben aproximarse a la ondulación geoidal teniendo unos residuos mínimos así como también la desviación estándar debajo de los errores establecidos por el IGN y R^2 (coeficiente de determinación aproximado a 1 que se considera muy bueno en la estadística) ,y así se establece la función matemática que se adapte a las ondulaciones geoidales, para ello se hizo una distribución de los valores de X Y tal como se muestra en la siguiente tabla.



Tabla 19

Valores para cada parámetro variable independiente unidades de medida en metros

ID	X	Y	XY	X ²	Y ²	X ³	Y ³	X ⁴	Y ⁴	X ⁵	Y ⁵
BM	-0.18582	0.68454	-0.12720	0.03453	0.46859	-0.00642	0.32077	0.00119	0.21958	-0.00022	0.15031
UNA-01	0.41691	-3.19791	-1.33325	0.17382	10.22662	0.07247	-32.70378	0.03021	104.58368	0.01260	-334.44900
UNA-02	1.31556	-2.80803	-3.69413	1.73069	7.88506	2.27681	-22.14152	2.99528	62.17416	3.94045	-174.58719
UNA-04	0.55082	-1.71834	-0.94649	0.30340	2.95269	0.16712	-5.07372	0.09205	8.71837	0.05070	-14.98112
UNA-05	1.36995	-0.84721	-1.16064	1.87676	0.71777	2.57106	-0.60811	3.52221	0.51520	4.82525	-0.43648
UNA-06	2.75185	-1.93189	-5.31627	7.57270	3.73218	20.83897	-7.21015	57.34581	13.92918	157.80731	-26.90959
UNA-07	3.92649	-0.44230	-1.73667	15.41732	0.19563	60.53596	-0.08653	237.69384	0.03827	933.30245	-0.01693
UNA-08	1.37349	-0.12830	-0.17621	1.88648	0.01646	2.59107	-0.00211	3.55882	0.00027	4.88801	-0.00003
UNA-09	-1.90052	-0.43959	0.83544	3.61196	0.19324	-6.86459	-0.08494	13.04625	0.03734	-24.79461	-0.01641
UNA-10	-2.12881	2.02922	-4.31984	4.53184	4.11775	-9.64744	8.35583	20.53760	16.95585	-43.72070	34.40722
UNA-11	0.24510	5.34446	1.30994	0.06007	28.56325	0.01472	152.65514	0.00361	815.85928	0.00088	4360.32709
UNA-12	-4.13238	3.03321	-12.53437	17.07653	9.20037	-70.56664	27.90668	291.60790	84.64688	-1205.03345	256.75191
UNA-13	-3.60265	0.42213	-1.52078	12.97906	0.17819	-46.75894	0.07522	168.45591	0.03175	-606.88697	0.01340

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.2.3.3 Método de la estimación de la ecuación de regresión múltiple.

La estimación de parámetros para la ecuación de regresión es estimada por el método de mínimos cuadrados con las variables dependientes e independientes.

$$N = \beta_0 + \beta_1X + \beta_2Y + \beta_3XY + \beta_4X^2 + \beta_5Y^2 + \beta_6X^3 + \beta_7Y^3 \dots + \beta_iX^n + \beta_{i+1}Y^n + \varepsilon$$

Siendo n = 5,i=10 polinomio de grado 5 o quinto grado

Tabla 20
Parámetros calculados de la regresión múltiple del Polinomio

ID	PARAMETROS ESTIMADOS (Metro)
β_0	45.7172176
β_1	0.01273505
β_2	0.01568796
β_3	0.01384015
β_4	0.00603161
β_5	0.02156452
β_6	0.00017395
β_7	-0.00251322
β_8	-0.0001755
β_9	-0.00178383
β_{10}	-7.8621E-05
β_{11}	0.00025973

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Tabla 21
Ondulaciones Geoidales Estimados y Residuos

ID	N ESTIMADO (Metro)	N GNSS/NIVELACIÓN (Metro)	RESIDUO (Metro)
BM	45.73298288	45.73350000	-0.00051712
UNA-01	45.68425869	45.68573134	-0.00147265
UNA-02	45.71822148	45.71544769	0.00277378
UNA-04	45.74299598	45.74354105	-0.00054507
UNA-05	45.73205339	45.73492903	-0.00287564
UNA-06	45.74197365	45.74294214	-0.00096849
UNA-07	45.72904000	45.72883473	0.00020527
UNA-08	45.74143775	45.73871926	0.00271849

ID	N ESTIMADO (Metro)	N GNSS/NIVELACIÓN (Metro)	RESIDUO (Metro)
UNA-09	45.72224220	45.72041851	0.00182370
UNA-10	45.73413093	45.73484173	-0.00071080
UNA-11	45.73212627	45.73215799	-0.00003171
UNA-12	45.71694385	45.71647991	0.00046395
UNA-13	45.74881412	45.74967782	-0.00086371

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.2.4 Metodología Para objetivo 3.

Para cumplir esta metodología se utilizó el programa computacional de Trimble Business Center TBC para obtener las alturas ortométrica del modelo geoidal EGM 2008, el cual se compara con las alturas niveladas para el modelo geoidal local.

Tabla 22

Error de comparación de los modelos Geoidales con la Nivelación

ID	ALTURA ELIPSOIDAL (Metro)	H NIVELADA (Metro)	H EGM 2008 (Metro)	H MODELO LOCAL (Metro)	ERROR DE EGM (Metro)	ERROR MODELO LOCAL (Metro)
BM	3863.6463	3817.9128	3817.9128	3817.9133	0.0000	-0.0005
UNA-01	3942.6261	3896.9404	3896.8837	3896.9419	0.0567	-0.0015
UNA-02	3917.3553	3871.6399	3871.6156	3871.6371	0.0243	0.0028
UNA-04	3905.6077	3859.8641	3859.8693	3859.8647	-0.0052	-0.0005
UNA-05	3887.9566	3842.2217	3842.2219	3842.2245	-0.0003	-0.0029
UNA-06	3880.9382	3835.1952	3835.2033	3835.1962	-0.0080	-0.0010
UNA-07	3870.5047	3824.7758	3824.7757	3824.7756	0.0001	0.0002
UNA-08	3867.0059	3821.2672	3821.2731	3821.2645	-0.0059	0.0027
UNA-09	3880.3046	3834.5841	3834.5653	3834.5823	0.0189	0.0018
UNA-10	3860.6435	3814.9087	3814.9102	3814.9094	-0.0015	-0.0007
UNA-11	3860.5212	3814.7891	3814.8004	3814.7891	-0.0114	0.0000
UNA-12	3861.0416	3815.3251	3815.3075	3815.3246	0.0176	0.0005
UNA-13	3871.1815	3825.4319	3825.4416	3825.4327	-0.0097	-0.0009

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Se muestra las ondulaciones Geoidales del modelo geoidal local y modelo geoidal global EGM 2008.

Tabla 23
Ondulaciones Geoidales

ID	N MODELO GEOIDAL LOCAL (Metro)	N EGM 2008 (Metro)
BM	45.73298288	45.73348000
UNA-01	45.68425869	45.74242000
UNA-02	45.71822148	45.73978000
UNA-04	45.74299598	45.73839000
UNA-05	45.73205339	45.73465000
UNA-06	45.74197365	45.73491000
UNA-07	45.72904000	45.72897000
UNA-08	45.74143775	45.73281000
UNA-09	45.72224220	45.73928000
UNA-10	45.73413093	45.73330000
UNA-11	45.73212627	45.72079000
UNA-12	45.71694385	45.73409000
UNA-13	45.74881412	45.73993000

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.3 METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN ESTADÍSTICA

3.3.1 Tipo de investigación.

Aplicativo puesto que tiene como objetivo establecer un modelo Geoidal Local y ver su comportamiento.

3.3.2 Nivel de investigación.

La investigación es de tipo Correlacional – transversal, puesto que tiene como propósito de relacionar el comportamiento de las ondulaciones Geoidales con respecto a las coordenadas horizontales.

3.3.3 Método de investigación.

Es enfocado a la cuantificación de datos (determinación de Alturas Geoidales a través de alturas elipsoidales y alturas ortométrica). Puesto que la hipótesis se basa en las mediciones numéricas y en análisis estadístico.

3.3.4 Población y muestra.

La población de la presente investigación son las alturas geoidales que conforman el Modelo Geoidal de la ciudad universitaria de la UNA-Puno.

La muestra ha sido recogida por dos métodos, de nivelación geométrica y el con el receptor GNSS en modo sistemático en tiempo real (RTK).

El primer método consiste en realizar nivelaciones geométricas compuestas con nivel de ingenieros para determinan las alturas ortométrica en los puntos control establecidos.

El segundo método consiste en obtener las alturas elipsoidales con apoyo del receptor GNSS en modo (RTK) en los puntos control establecidos.

3.3.5 Prueba estadística para ecuación de regresión múltiple.

Para realizar el Modelo Geoidal Local de la ciudad universitaria UNAP. Se realizaron las pruebas estadísticas de depuración de datos con campana de gauss que se aplicó para estimar las alturas elipsoidales óptimas en los puntos de control establecidos en modo RTK para el modelo. Otro método estadístico utilizado para el estudio es método de regresión múltiple de polinomios para obtener la ecuación general para el modelo geoidal local, y aplicando la t student para analizar los intervalos de confianza al 95%.

3.3.5.1 Análisis de varianza.

Tabla 24
Análisis de Varianza ANOVA

	Grados de libertad	Suma de cuadrados S.C. ó S.S.	Cuadrados medios C.M. ó M.S.	F.obs.
Regresión	$r - 1$	$SSR_m = \hat{\beta}' X'Y - N\bar{Y}^2$	$\frac{SSR_m}{r - 1} = SMR_m$	$\frac{SMR_m}{MSE}$
Error residual	$N - r$	$SSE = Y'Y - \hat{\beta}' X'Y$	$\frac{SSE}{N - r} = MSE$	
total	$N - 1$	$SST_m = Y'Y - N\bar{Y}^2$	$MST_m = \frac{SST_m}{N - 1}$	

Fuente: (Ibañez Quispe, 2008)

Tabla 25
Análisis de varianza

Fuente de Variación	G.L	S.C. ó S.S. (Metro)	C.M. ó M.S. (Metro)	F.OBS
Debido a Regresión	11	0.003281838	0.000298349	9.38603129
Error Residual	1	3.17865E-05	3.17865E-05	
Total	12	0.003313624	0.000276135	

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.3.5.1.1 Correlación.

Coefficiente de Pearson.

$$r = 0.9951921106$$

Coefficiente de determinación.

$$R^2 = r^2 = \frac{\text{varianza explicada}}{\text{varianza total}} * 100 = \frac{SSR_m}{SST_m} * 100$$

$$R^2 = 0.990407337$$

Coefficiente de correlación ajustado.

$$R^2 - \text{ajuatado} = 0.88489$$

3.3.5.2 Prueba de hipótesis.

3.3.5.2.1 Prueba F-Snedecor.

- Hipótesis:

$$H_0: \beta = 0$$

$$H_a: \beta \neq 0$$

- Nivel de significancia:

$$\alpha = 0.05$$

- Estadígrafo de contraste: F-Snedecor.

- Región de Aceptación o Rechazo:

$$F_c \leq F_{gl.Numerador}^{gl.Error}, \text{ entonces se acepta la } H_0:$$

$$F_c > F_{gl.Numerador}^{gl.Error}, \text{ entonces se rechaza la } H_0: \text{ y se acepta la } H_a:$$

- Estadística de decisión.

Para $F_c = 9.39$ tabla ANOVA.

Distribución F 0.05													
En las columnas se encuentran los valores F que corresponden al área 0.05 a la derecha													
En las columnas se encuentran los grados de libertad del numerador													
En los renglones se encuentran los grados de libertad del denominador.													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15
1	161.4	109.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.0	236.9	240.5	241.9	243.0	243.9	245.9
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41	19.43
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.70
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.86
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.62
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.94
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.51
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.22

Figura 39 Tabla de distribución F-Snedecor.

Fuente: (Zea Flores & Ibañez Quispe, 2003)

Para $F_1^{11} = 242.98 \cong 243$ Tabla estadística de F-Snedecor.

$F_c = 9.39 \leq F_1^{11} = 243$, entonces cae en la región de aceptación y se rechaza la H_0 :

3.3.5.2.2 Prueba t-Student parámetros de regresión múltiple.

- Hipótesis:

$H_0: \beta = 0$

$H_a: \beta \neq 0$

Donde β son los parámetros de la regresión múltiple.

- Nivel de significancia y grado de libertad:

$\alpha = 0.05; gl = 1$

- Estadígrafo de contraste: t-Student.

- Región de Aceptación o Rechazo:

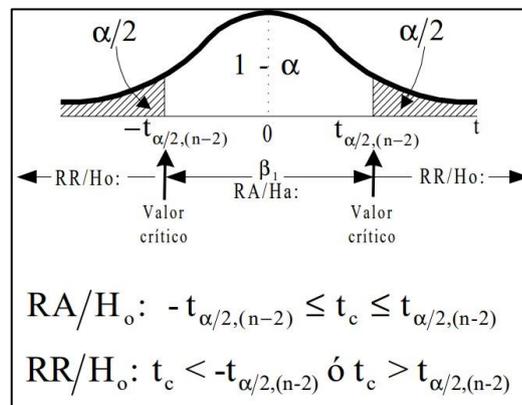


Figura 40 Región de Aceptación y Rechazo.

Fuente: (Ibañez Quispe, 2008)

$RA/H_0: -t \leq t_c \leq +t$

$RA/H_0: |t_c| < t \text{ ó } |t_c| > t$

$$|t_c| = \frac{\hat{\beta} - \beta}{s.e.(\hat{\beta})}$$

t_c : t calculada.

s.e. ($\hat{\beta}$): Desviación estándar del parámetro $\hat{\beta}$ de la regresión múltiple.

- Estadística de decisión.

Nivel de confianza al 95% $t_{\frac{\alpha}{2}(N-r)}^{critico} = 12.7062$ ó también se puede denominar

nivel de significancia 5% el cual se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 26
Estadísticas de Decisión

Parámetro	t Calculada	Región	Hipótesis con nivel de significancia al 95%
β_0	5380.6981	Rechazo	Se rechaza la hipótesis nula
β_1	2.5279	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula
β_2	2.4523	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula
β_3	1.7130	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula
β_4	1.7471	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula
β_5	2.1974	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula
β_6	0.1270	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula
β_7	-2.3457	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula
β_8	-1.2874	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula
β_9	-3.2335	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula
β_{10}	-0.8482	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula
β_{11}	4.2872	Aceptación	Se rechaza la hipótesis nula

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.3.5.3 Intervalo de Confidencialidad.

Nivel de confianza al 95% $t_{\frac{\alpha}{2}(N-r)} = 12.7062$ ó también se puede denominar nivel de

significancia 5%

Tabla 27
Intervalo de Confidencialidad de los Parámetros

Parámetro	± CONFIANZA t-STUDENT	DESV. ESTANDAR DE PARÁMETROS (Metro)
β_0	0.10795854	0.008496522
β_1	0.06401163	0.005037824
β_2	0.0812857	0.006397323
β_3	0.10266086	0.008079585
β_4	0.04386631	0.003452354
β_5	0.12469667	0.009813841
β_6	0.01739762	0.001369223
β_7	0.01361383	0.001071432
β_8	0.00173214	0.000136323
β_9	0.00700968	0.000551674
β_{10}	0.00117773	9.26891E-05
β_{11}	0.00076977	6.05823E-05

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Respuestas medias y nuevas observaciones

Tabla 28
Intervalos de Confidencialidad de respuesta media y predicción nueva

ID	± Confianza (SYh)	Respuesta Media (SYh) (Metro)	± Confianza (SYh new) (Metro)	Predicción de Nueva Obs(SYh new) (Metro)	Predicción (Metro)
BM	0.08259015	0.00649999	0.10938401	0.00860871	45.71856548
UNA-01	0.06923581	0.00544898	0.09968613	0.00784547	45.68425869
UNA-02	0.06246255	0.00491591	0.09510677	0.00748507	45.71822148
UNA-04	0.07138460	0.00561809	0.10119036	0.00796385	45.74299598
UNA-05	0.06171439	0.00485703	0.09461709	0.00744653	45.73205339
UNA-06	0.07065618	0.00556076	0.10067782	0.00792352	45.74197365
UNA-07	0.07167235	0.00564074	0.10139356	0.00797985	45.72904000
UNA-08	0.06285381	0.00494670	0.09536419	0.00750532	45.74143775
UNA-09	0.06787321	0.00534174	0.09874463	0.00777137	45.72224220
UNA-10	0.07114885	0.00559954	0.10102419	0.00795078	45.73413093
UNA-11	0.07171866	0.00564438	0.10142630	0.00798242	45.73212627
UNA-12	0.07147711	0.00562537	0.10125564	0.00796899	45.71694385
UNA-13	0.07087517	0.00557800	0.10083163	0.00793562	45.74881412

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.3.6 Prueba estadística para la comparación de modelos geoidales.

3.3.6.1 Probabilidades en los modelos Geoidales.

Tabla 29

Probabilidad de errores Modelo Geoidal local

ID	N Modelo Geoidal Local (Metro)	Variación (Metro)	Residuos (Metro)	Diferencia H Nivelada – H geoide local (Metro)
BM	45.7329828	0.0039658	0.00001573	-0.0005
UNA-01	45.6842586	-0.0447583	0.00200331	-0.0015
UNA-02	45.7182214	-0.0107955	0.00011654	0.0028
UNA-04	45.7429959	0.0139789	0.00019541	-0.0005
UNA-05	45.7320533	0.0030363	0.00000922	-0.0029
UNA-06	45.7419736	0.0129566	0.00016787	-0.0010
UNA-07	45.7290400	0.0000229	0.00000000	0.0002
UNA-08	45.7414377	0.0124207	0.00015427	0.0027
UNA-09	45.7222422	-0.0067748	0.00004590	0.0018
UNA-10	45.7341309	0.0051139	0.00002615	-0.0007
UNA-11	45.7321262	0.0031092	0.00000967	0.0000
UNA-12	45.7169438	-0.0120731	0.00014576	0.0005
UNA-13	45.7488141	0.0197971	0.00039193	-0.0009

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Tabla 30

Probabilidad de errores modelo geoidal EGM 2008

ID	N EGM 2008 (Metro)	Variación (Metro)	Residuos (Metro)	Diferencia H Nivelada – H EGM 2008 (Metro)
BM	45.73348	-0.00135077	0.00000182	0.0000
UNA-01	45.74242	0.00758923	0.00005760	0.0567
UNA-02	45.73978	0.00494923	0.00002449	0.0243
UNA-04	45.73839	0.00355923	0.00001267	-0.0052
UNA-05	45.73465	-0.00018077	0.00000003	-0.0003
UNA-06	45.73491	0.00007923	0.00000001	-0.0080
UNA-07	45.72897	-0.00586077	0.00003435	0.0001
UNA-08	45.73281	-0.00202077	0.00000408	-0.0059
UNA-09	45.73928	0.00444923	0.00001980	0.0189
UNA-10	45.73330	-0.00153077	0.00000234	-0.0015
UNA-11	45.72079	-0.01404077	0.00019714	-0.0114
UNA-12	45.73409	-0.00074077	0.00000055	0.0176
UNA-13	45.73993	0.00509923	0.00002600	-0.0097

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

3.3.6.1.1 Medias de los Modelos Geoidales.

- Media del modelo Geoidal local.

$$N_1 = Y_1 = 45.72901702$$

- Media del modelo Geoidal EGM 2008

$$N_2 = Y_2 = 45.73483077$$

3.3.6.1.2 Error medio cuadrático o desviación estándar.

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n V_n^2}{n-1}}$$

$$\hat{\sigma}_{0_1} = S_1 = 0.00458661$$

$$\hat{\sigma}_{0_2} = S_2 = 0.00156256$$

3.3.6.2 Prueba de hipótesis.

- Hipótesis.

$$H_0: \beta = 0$$

$$H_a: \beta \neq 0$$

- Nivel de significancia y grado de libertad:

$$\alpha = 0.05; gl = 24$$

n_1 y n_2 : Tamaño de la muestra 1 y 2

T se distribuye con t de student con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.

- Estadígrafo de contraste: t-Student.

Calculo de la varianza.

$$S_{Y_1-Y_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$S_{Y_1-Y_2} = \sqrt{\frac{(13-1)0.00458661^2 + (13-1)0.00156256^2}{13+13-2}} = 0.0050609$$

La estimación de la desviación estándar.

$$S = S_{Y_1-Y_2} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$S = 0.0050609 * \sqrt{\frac{1}{13} + \frac{1}{13}} = 0.001985$$

T calculada

$$T = \frac{(Y_1 - Y_2)}{S}$$

$$T = \frac{(45.72901702 - 45.73483077)}{0.001985} = -2.929 \cong -2.93$$

Y_1 y Y_2 : Medias de las muestras 1 y 2

S_1 y S_2 : Desviación estándar de las muestras 1 y 2

n_1 y n_2 : Tamaño de la muestra 1 y 2

T se distribuye con t de student con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.

- Región de aceptación o rechazo.

$$RA/H_0: -t \leq t_c \leq +t$$

$$RA/H_0: |t_c| < t \text{ ó } |t_c| > t$$

- Estadística de decisión.

Nivel de confianza al 95% $t_{\frac{\alpha}{2}(N-r)}$ critico = 2.064 ó también se puede denominar

nivel de significancia 5% el cual se muestra en la siguiente tabla.

$$t_{\frac{\alpha}{2}(N-r)}^{\text{critico}} = 2.064 < t = -2.93.$$

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 RESULTADOS Y DISCUSION DE OBJETIVOS.

4.1.1 Para objetivo principal.

Establecer un modelo geoidal con nivel de ingeniero y GNSS que facilite la determinación de alturas ortométricas en la ciudad universitaria UNA-PUNO.

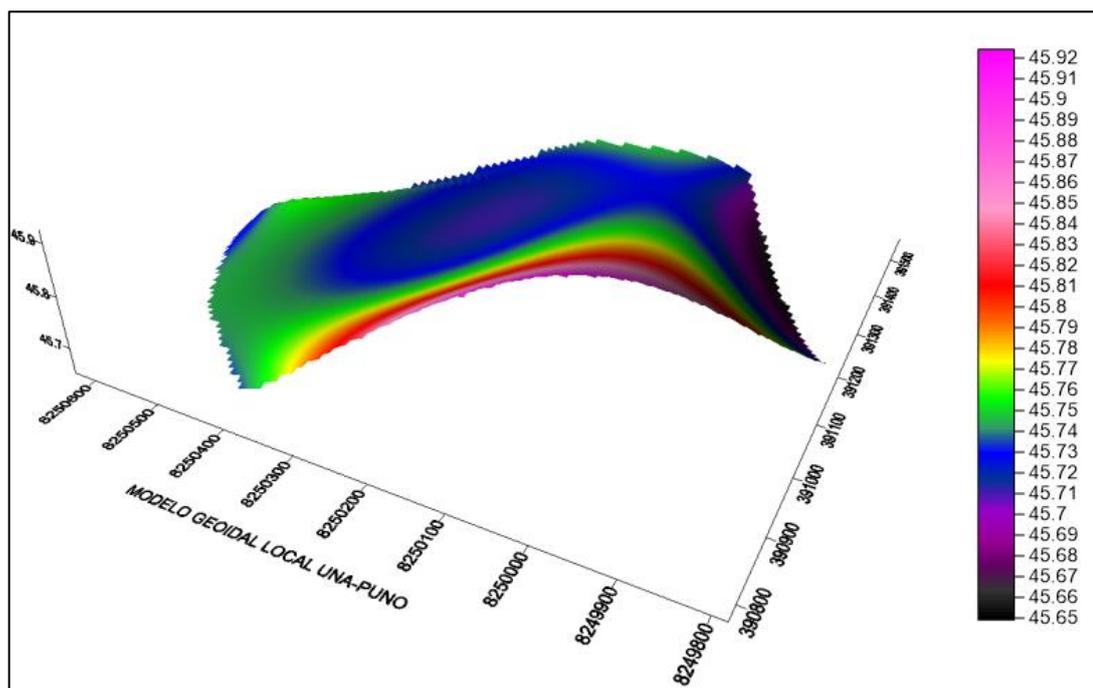


Figura 41 Modelo Geoidal Local Tridimensional.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

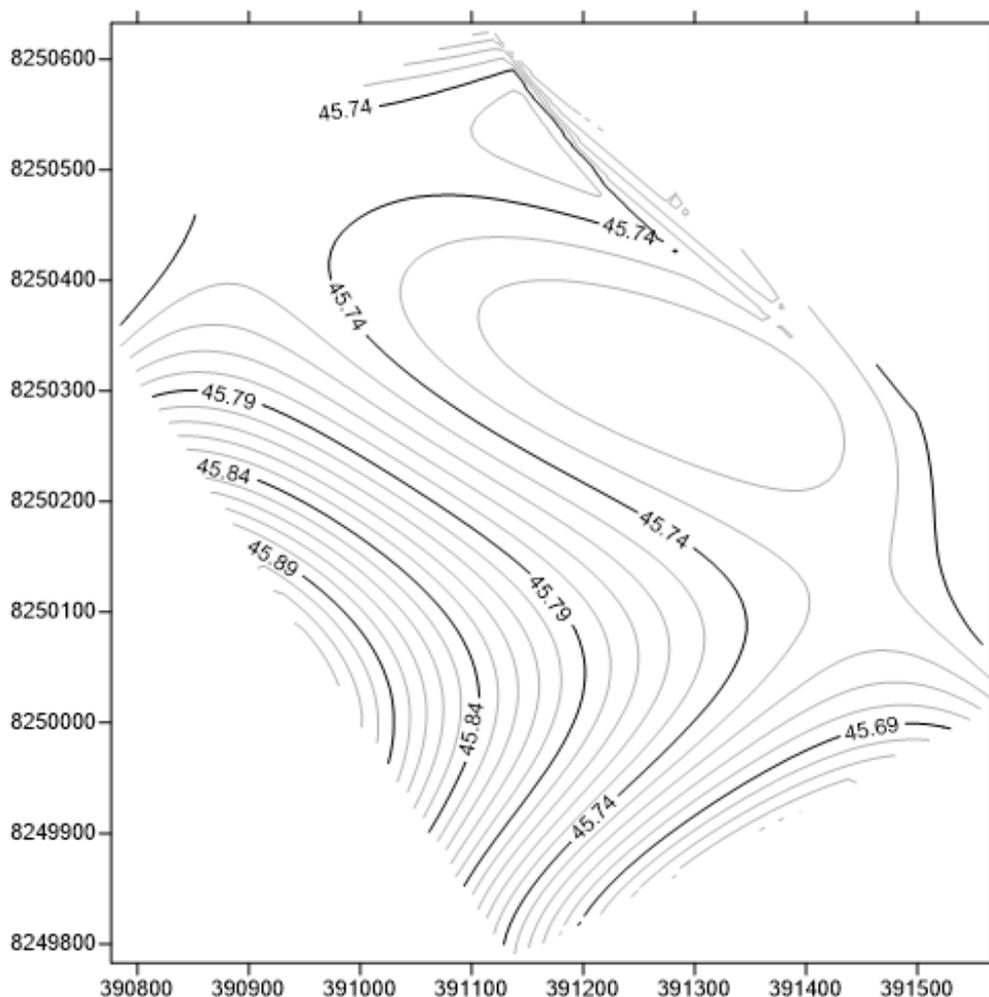


Figura 42 Modelo geoidal local Plano.

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

De las figuras se puede determinar que la ondulación es más pronunciada al lado SUR Y OESTE de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno esto se debe a que tiene mayor masa en la superficie terrestre en esa dirección (topografía ondulada), en el lado NORTE se tiene poca pronunciada la ondulación geoidal por lo cual se debe a la poca masa se la superficie terrestre, al ESTE tiene una pendiente leve por lo que se debe a la presencia del lago Titicaca.

4.1.2 Para objetivo específico.

a) Desarrollar una metodología para estimar la ondulación geoidal en la ciudad universitaria UNA-PUNO

- La metodología establecida es a través de nivelación geométrica y el uso de receptores GNSS para la obtención de datos en campo.
- Compensación de la red de nivelación a través de Mínimos Cuadrados y depuración de alturas elipsoidales obtenidas con receptores GNSS con la campana de gauss.
- Aplicar la relación matemática de elipsoide , geoide y superficie topográfica denotado por la siguiente relación $N=h-H$

Tabla 31

Coordenadas y Ondulaciones Geoidales GNSS/Nivelación

ID	ESTE (Metro)	NORTE (Metro)	altura elipsoidal (h) (Metro)	H (Metro)	N (Metro)
BM	391178.85440	8250246.58180	3863.64630	3817.91280	45.73350000
UNA-01	391118.58125	8250634.82654	3942.62612	3896.94039	45.68573134
UNA-02	391028.71688	8250595.83920	3917.35534	3871.63989	45.71544769
UNA-04	391105.19080	8250486.86964	3905.60765	3859.86411	45.74354105
UNA-05	391023.27769	8250399.75722	3887.95659	3842.22166	45.73492903
UNA-06	390885.08701	8250508.22429	3880.93817	3835.19523	45.74294214
UNA-07	390767.62344	8250359.26542	3870.50468	3824.77585	45.72883473
UNA-08	391022.92314	8250327.86525	3867.00589	3821.26717	45.73871926
UNA-09	391350.32399	8250358.99447	3880.30455	3834.58414	45.72041851
UNA-10	391373.15369	8250112.11335	3860.64354	3814.90869	45.73484173
UNA-11	391135.76227	8249780.58974	3860.52123	3814.78907	45.73215799
UNA-12	391573.51002	8250011.71454	3861.04156	3815.32508	45.71647991
UNA-13	391520.53701	8250272.82294	3871.18154	3825.43186	45.74967782

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Los valores de “h” alturas elipsoidales son obtenidas a través de la depuración de datos con la campana de Gauss a una probabilidad de un 95% de acuerdo como establece (Mendoza Dueñas, 2012), y conjuntamente fueron depurados sus coordenadas

horizontales de los puntos depurados, de esta manera se obtuvo los valores más óptimos de las alturas elipsoidales y coordenadas.

b) Obtener la ecuación de regresión múltiple para el modelo geoidal local en la ciudad universitaria UNA-PUNO.

$$N = \beta_0 + \beta_1X + \beta_2Y + \beta_3XY + \beta_4X^2 + \beta_5Y^2 + \beta_6X^3 + \beta_7Y^3 \dots + \beta_iX^n + \beta_{i+1}Y^n + \varepsilon$$

Tabla 32
Parámetros estimados para la ecuación de Regresión Múltiple

PARAMETROS ESTIMADOS	
(Metro)	
β_0	45.7172176
β_1	0.01273505
β_2	0.01568796
β_3	0.01384015
β_4	0.00603161
β_5	0.02156452
β_6	0.00017395
β_7	-0.00251322
β_8	-0.0001755
β_9	-0.00178383
β_{10}	-7.8621E-05
β_{11}	0.00025973

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

La ecuación de regresión múltiple polinomial determinadas tiene una desviación estándar de 0.00564 metros, esto nos indica que la precisión de la ecuación es muy óptima para estimar la ondulación geoidal, a través de las coordenadas Este y Norte.

Tabla 33
Nivel de confianza a 95 % de probabilidad de los parámetros

± CONFIANZA	DESV. ESTANDAR DE
t-STUDENT	PARAMETROS
	(Metro)
0.10795854	0.008496522
0.06401163	0.005037824

\pm CONFIANZA t-STUDENT	DESV. ESTANDAR DE PARAMETROS (Metro)
0.0812857	0.006397323
0.10266086	0.008079585
0.04386631	0.003452354
0.12469667	0.009813841
0.01739762	0.001369223
0.01361383	0.001071432
0.00173214	0.000136323
0.00700968	0.000551674
0.00117773	9.26891E-05
0.00076977	6.05823E-05

Fuente: (Elaboración Propia, 2018)

Aquí se observa los valores de la desviación estándar de cada parámetro con un nivel de confianza al 95% siendo la t-student de grados de libertad 1, que son muy buenas según la normativa del IGN que establece a 10 mm.

- Coeficiente de Pearson:

$$r=0.9951921106$$

De ahí deducimos que la correlación múltiple es muy alta, decimos que nuestra ecuación de polinomio de grado 5 es muy buena, de acuerdo a . (Ibañez Quispe, 2008).

- De la Hipótesis:

$F_c = 9.39 \leq F_1^{11} = 243$, entonces cae en la región de aceptación y se rechaza la H_0 : existe una correlación óptima en los parámetros obtenidos con la ecuación de región múltiple.

De la tabla 28 Intervalo de Confidencialidad de los Parámetros, con Nivel de confianza al 95% $t_{\frac{\alpha}{2}(N-r)}^{critico} = 12.7062$, solo el primer parámetro cae en

la zona de rechazo por que es el valor de interceptación en el espacio, el resto de los valores cae en la región de aceptación por que tienen una correlación entre ellos y Se rechaza la hipótesis.

De la tabla 28 Intervalos de Confidencialidad de respuesta media y predicción nueva, se muestra en la segunda columna (respuesta media) y cuarta columna (predicciones futuras) los resultados son inferiores a 10mm, lo que indica que los datos con precisiones buenas para predicción de una ondulación geoidal.

- c) Comprobar la precisión de la ondulación geoidal del modelo EGM 2008 disponible para la región con el Modelo Geoidal Local.

De la tabla 29 Probabilidad de errores modelo geoidal local con respecto a la nivelación geométrica e los puntos de control teniendo como punto de inicio de la nivelación el puntos BM la altura nivelada es igual a la altura del EGM 2008 se tiene una variación máxima de -0.0029 metros en el punto UNA-05.

De la tabla 30 Probabilidad de errores EGM 2008, los errores obtenidos del EGM 2008 con respecto a la nivelación geométrica de los puntos control, teniendo como punto de inicio de la nivelación el puntos BM la altura nivelada es igual a la altura del EGM 2008, y vemos una variación máxima de 0.0567 metros en el punto UNA-01.

Des estos resultados obtenidos en el EGM 2008 y el modelo geoidal local se deduce el mejor comportamiento del modelo local con un error de 0.0029 m. frente a 0.0567 m.

- De la estadística

$\hat{\sigma}_{0_1} = S_1 = 0.00458661$ Modelo geoidal local.

$\hat{\sigma}_{0_2} = S_2 = 0.00156256$ Modelo geoidal EGM 2008.

Como se muestra que la desviación estándar del modelo geoidal EGM 2008 es mejor que el modelo geoidal local, esto se debe a la ondulación que existe en el modelo geoidal local y a la forma plana del modelo EGM 2008.

Nivel de confianza al 95% $t_{\frac{\alpha}{2}(N-r)}^{critico} = 2.064$ ó también se puede denominar nivel de significancia 5% el cual se muestra en la siguiente tabla.

$t_{\frac{\alpha}{2}(N-r)}^{critico} = 2.064 < t = -2.93$, entonces cae en la región de rechazo y se rechaza la H_0 .

Entonces podemos decir que existe una diferencia significativa entre las medias de las ondulaciones geoidales obtenidas.

CONCLUSIONES

Del objetivo general

- Con el modelo geoidal local de la ciudad universitaria obtenida a través de la nivelación geométrica y GNSS, que presenta las ondulaciones geoidales con intervalo que varían desde 45.65 m hasta 45.92 m, de acuerdo de tabla 20 y tabla 21 que los parámetros para estimar dicha ondulación geoidal local con una desviación estándar de ± 0.0056 m.

De los objetivos específicos

- La metodología desarrollada GNSS/Nivelación, la nivelación geométrica tiene una precisión lograda a través de una compensación de mínimos cuadrados siendo la desviación estándar de 0.00010233 m, los datos de receptores GNSS en modo cinemático RTK tiene una precisión máxima 0.00077 m y mínima 0.00011m que estima la teoría de probabilidades realizando descartes con la campana de gauss.
- La ecuación de la regresión múltiple que nos facilitara la obtención de las ondulaciones geoidales, siendo $n = 5$, $i=10$ polinomio de grado 5 o quinto grado, con un intervalos de confianza de los parámetros 0.108 m a 0.00077 m a una probabilidad del 95%, los parámetros de la ecuación se muestran en la tabla 20 cumpliendo el siguiente esquema de la ecuación polinomial.

$$N = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Y + \beta_3 XY + \beta_4 X^2 + \beta_5 Y^2 + \beta_6 X^3 + \beta_7 Y^3 \dots + \beta_i X^n + \beta_{i+1} Y^n + \varepsilon$$

- De la comparación de los Modelos Geoidales Local y EGM 2008 se determina, el Modelo Geoidal local tiene una desviación estándar de 0.00459 m con respecto a la nivelación geométrica, de la comparación del modelo Geoidal EGM 2008 se tiene una desviación estándar de 0.00156256 m con respecto a la nivelación geométrica, por lo cual Modelo Geoidal local tiene mayor precisión.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda ubicar estratégicamente los puntos de control que sea de acuerdo a la masa terrestre para obtener mejor ondulaciones geoidales
- Para desarrollar la metodología tener en cuenta las precisiones verticales de acuerdo al IGN Perú.
- Buscar la mejor función matemática que se asemeje a la ondulación geoidal GNSS/Nivelación.
- Se recomienda establecer modelos geoidales locales para las zonas de trabajo de ingeniería y así aprovechar las tecnologías satelitales.

REFERENCIAS

- Administración Nacional de la Aeronáutica y del Espacio NASA. (2016). *exploración del espacio, administrar el movimiento de satélites artificiales en órbita, de alguna manera buscar vida fuera de la tierra, observar los riesgos de la tierra y crear mapas universales exactos además de predecir los movimientos de los astros*. Obtenido de <https://www.nasa.gov/>
- Ayala Ramírez, A., & Hasbun Bardales, M. M. (2012). *Aplicaciones y uso de la tecnología de GPS diferencial de doble frecuencia con precisión centimétrica en el área de levantamiento y replanteo topográfico georreferenciado*, Universidad de El Salvador. Salvador, Universidad de El Salvador.
- Carvacho B. , L. (2014). *Proyecciones cartográficas y UTM*, pontificia universidad católica de Chile. Obtenido de http://slideplayer.es/slide/1120575/#.V1mQYcGKDFc.google_plusone_share
- Effigis Geo-Solutions Inc. (2013). Obtenido de <http://effigis.com/es/conozcanos/>
- Fernandez Coppel , I. A. (2001). *Las coordenadas geográficas y la proyección UTM el datum*. Universidad de Valladolid. España.
- Garafulic Caviedes, P. (27 de Febreo de 2016). *geodesia teoria y practica - Cartografia.cl*. Obtenido de www.cartografia.cl/download/geodesiateorica.pdf
- Ibañez Quispe, V. (2008). *Guia de Practicas de Métodos Estadísticos para la Investigación*. Puno: Editorial Universitaria.
- Instituto Nacional Geográfico de España IGN. (2016). *Centro nacional de información geográfica*. Obtenido de Sistema GPS: <http://www.ign.es/ign/main/index.do>, <https://www.ign.es/ign/resources/acercaDe/aig/D.pdf>
- Instituto Nacional Geográfico del Perú IGN. (2015). *Ente rector de la cartografía nacional*. Obtenido de <http://www.ign.gob.pe/index.php>
- Lukas , R. (2009). *Constelación de la satélites de Galileo*.
- Mendoza Dueñas, J. (2012). *Topografía Técnicas modernas*. Perú.
- NASA, T. R. (1998). *The development of the joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96*. Obtenido de <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19980218814.pdf>
- Nikolaos, P. (2007). *Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)*. Obtenido de http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_gis.html
- Organismo de Formalización de la Propiedad Informal "COFOPRI". (2006). *Glosario de Términos Técnico Legal*. Obtenido de <http://www.cofopri.gob.pe/>

- Oscos Poma, G. S. (2011). *control vertical, observaciones, cálculo y compensación por mínimos cuadrados de un circuito de nivelación geométrica*, Examen de grado, Universidad Mayor de San Andrés. La Paz, Bolivia.
- Peñañiel, J., & Zayas, J. (2001). *fundamentos del sistema GPS y aplicaciones en la topografía*, Ilustre Colegio Oficial de Ingeniería Geomática y Topográfica. España.
- Peter, H. (1994). *Datum*.
- Rodríguez Jordana, J. (2002). *Ajuste de Observaciones El Método de los Mínimos Cuadrados con Aplicación a la Topografía*. Catalunya: Universitat Politècnica de Catalunya, SL.
- Seben, E., & Monguilhott, M. (2010). *Curso de Cartografía Básica, GPS e ArcGIS, "Sistemas de información Geográfica"*. Brasil.
- Ticona Kapquequi, R. F. (Agosto de 2012). *Obtención de Alturas Pseudo Ortométricas, Aplicando la Tecnología GPS*, Universidad Mayor de San Andrés. La Paz, Bolivia.
- Tierra Criollo, A. R. (2009). Evaluación del EGM08 y EGM96 en el Ecuador a partir de datos de GPS y nivelación geométrica. *ResearchGate*, 4-5.
- Zea Flores, W., & Ibañez Quispe, V. (2003). *Tablas estadísticas*, Universidad Nacional del Altiplano – Puno. Perú: Editorial Universitaria.

ANEXOS

ANEXO A

CERTIFICADO DE PUNTO GEODÉSICO SAT-002 (PUNO1003)



INSTITUTO GEOGRÁFICO NACIONAL
CENTRO DE PROCESAMIENTO GEODÉSICO

CERTIFICADO DE PUNTO GEODÉSICO



El Instituto Geográfico Nacional, certifica el establecimiento del punto geodésico **PUNO1003** de orden "C", de la empresa **SAMANTHA S.R.LTDA**, el cual cumple con los requisitos establecidos según Norma Técnica Geodésica, de acuerdo las siguientes características:

CÓDIGO DEL PUNTO GEODÉSICO		PUN01003	
COORDENADAS WGS-84			
	UTM		GEODÉSICAS
NORTE	8250003.762 m	LATITUD	15°49'34.36480" S
ESTE	386936.790 m	LONGITUD	70°03'20.84310" O
ZONA	19 Sur	ALT. ELIPSOIDAL	4152.147 m

Datos Generales:

- ORDEN: C
- UBICACIÓN (Prov. – Dpto.): PUNO - PUNO
- ESTACIÓN GNSS BASE: JULIACA (PU02) - 2016
- ÉPOCA DE OBSERVACIÓN: SEPTIEMBRE 2016
- NÚM. CORRELATIVO: 280 -2017/IGN/DGC/DG/CPG



Lima, 25 de mayo de 2017



S. 400060206-O
HECTOR SAAVEDRA CHAVEZ
Tecn. EP
Sub. Jefe del CPG



DNI 44530998
MARIO CESAR MENDOZA DEL AGUILA
CAS
Especialista GNSS del CPG



ANEXO B

ESPECIFICACIONES TÉCNICAS RECEPTORES GNSS BASE

SISTEMA TRIMBLE R8 GNSS

ESPECIFICACIONES DE FUNCIONAMIENTO

Mediciones

- Avanzados chips Trimble Maxwell 6 GNSS topográficos personalizados con 440 canales
- Asegura la inversión futura a largo plazo con el rastreo Trimble 360 GNSS
- Correlacionador múltiple de alta precisión para mediciones GNSS de pseudodistancia
- Medidas de pseudodistancia brutas, sin filtrar ni suavizar, que generan resultados con poco 'ruido', error por trayectoria múltiple bajo, correlación total muy rápida y alta respuesta dinámica
- Medidas de fase de portadora GNSS de muy bajo nivel de ruido y una precisión de <1 mm en un ancho de banda de 1 Hz
- Relación Señal-Ruido en dB-Hz
- Probada tecnología de rastreo de baja elevación de Trimble
- Señales de satélite que se rastrean simultáneamente:
 - GPS: L1C/A, L1C, L2C, L2E, L5
 - GLONASS: L1C/A, L1P, L2C/A, L2P, L3
 - SBAS: L1C/A, L5 (para satélites SBAS compatibles con L5)
 - Galileo: E1, E5A, E5B
 - BeiDou (COMPASS): B1, B2
- SBAS: QZSS, WAAS, EGNOS, GAGAN
- Velocidad de posicionamiento: 1 Hz, 2 Hz, 5 Hz, 10 Hz, y 20 Hz

RENDIMIENTO DE POSICIONAMIENTO¹

Posicionamiento GNSS de código diferencial

Horizontal	0,25 m + 1 ppm RMS
Vertical	0,50 m + 1 ppm RMS
Precisión de posicionamiento SBAS diferencial ²	típico <5 m 3DRMS

MEDICIÓN ESTÁTICA GNSS

Estática de alta precisión

Horizontal	3 mm + 0,1 ppm RMS
Vertical	3,5 mm + 0,4 ppm RMS

Estática y Estática Rápida

Horizontal	3 mm + 0,5 ppm RMS
Vertical	5 mm + 0,5 ppm RMS

MEDICIÓN GNSS CINEMÁTICA CON POSPROCESAMIENTO (PPK)

Horizontal	8 mm + 1 ppm RMS
Vertical	15 mm + 1 ppm RMS

MEDICIÓN CINEMÁTICA EN TIEMPO REAL

línea base individual <30 km

Horizontal	8 mm + 1 ppm RMS
Vertical	15 mm + 1 ppm RMS

RED RTK³

Horizontal	8 mm + 0,5 ppm RMS
Vertical	15 mm + 0,5 ppm RMS
Tiempo de inicialización ⁴	Típico <8 segundos
Confiabilidad de la inicialización ⁴	Típica >99,9%

ANEXO C

ESPECIFICACIONES TÉCNICAS RECEPTORES GNSS MOVIL



GEO TOP AQP

la casa del ing. topógrafo

SERVICIOS-VENTA-CALIBRACION-REPARACION

- SERVICIOS TOPOGRÁFICOS
- CARRETERAS - CANALES
- TUBERÍAS - MONTAJE
- REPRESAS - FUENTES - LINEAS
- MINERÍA SUPERFICIAL
- MINERÍA SUBTERRÁNEA
- PUNTOS GEODÉSICOS (fast static)

CERTIFICADO DE OPERATIVIDAD
CERTIFICATE OF OPERATION

Mant. General

Reparación

Operatividad

Garantía

Nuevo

DATOS DEL EQUIPO

Equipo	RECEPTOR GNSS	Persona Natural o	HLC SURVEY CONSULTING E.I.R.L.
Fabricante	TRIMBLE	Juridica	
Modelo	R8 model 3	Dirección	JR. GAMALIEL CHURATA N° 351 - PUNO
N° Serie	5221488811	RUC / DNI	20601242525

DATOS DEL CLIENTE

CERTIFICADO DE OPERATIVIDAD

Nro	009-10/17	Imagen de Receptor	
Fecha	13/10/2017		

Geotop Ingeniería AQP E.I.R.L. :

Certifica que el equipo topografico arriba descrito cumple con las especificaciones técnicas de la fábrica y los estandares internacionales establecidos.

En las pruebas efectuadas en Tiempo real los equipos, estos se encuentran dentro de las tolerancias del fabricante.

PRECISIÓN LEVANTAMIENTO GPS Post Proceso (Estatic & Fast Estatic) Y Cinematico Tiempo Real (RTK)

HORIZONTAL	3 mm + 0.5 ppm RMS	HORIZONTAL	10 mm + 1 ppm RMS
VERTICAL	5 mm + 0.5 ppm RMS	VERTICAL	15 mm + 1 ppm RMS

FECHA DE MANTENIMIENTO

Fecha	Mantenimiento	Prueba de Operatividad	Fecha de Vencimiento	Observación
13/10/2017	x	x	13/04/2018	% 100 OPERATIVO

Responsable Técnico
 J. YOVANI FLORES TEVES

GERENTE GENERAL
 GEOTOP AQP E.I.R.L.



Ing. TOPOGRAFO Y AGRIMENSOR
 JASMANI YOVANI FLORES TEVES
 ESPECIALISTA GNSS / CIP: 195571



Jesus P. Titonno Andrade
 GERENTE GENERAL



ORD. N° 009-10/17-2

Calle Paucarparuta N° 397 Cercado Arequipa Telf: 054-232410 RPC: 997956688 MOV. 95997621 RPM #264460 RPC: 959918325
 geotopaqp@hotmail.com www.geotopaqp.com

ANEXO D

CERTIFICADO DE OPERATIVIDAD RECEPTORES GNSS



GEO TOP AQP

la casa del ing. topógrafo

SERVICIOS-VENTA-CALIBRACION-REPARACION

- SERVICIOS TOPOGRÁFICOS
- CARRETERAS - CANALES
- TUBERÍAS - MONTAJE
- REPRESAS - PUENTES - LINEAS
- MINERÍA SUPERFICIAL
- MINERÍA SUBTERRÁNEA
- PUNTOS GEODÉSICOS (fast static)

CERTIFICADO DE OPERATIVIDAD
CERTIFICATE OF OPERATION

Mant. General

Reparación

Operatividad

Garantía

Nuevo

DATOS DEL EQUIPO

DATOS DEL CLIENTE

Equipo : RECEPTOR GNSS	Persona Natural o Jurídica : HLC SURVEY CONSULTING E.I.R.L.
Fabricante : TRIMBLE	Dirección : JR. GAMALIEL CHURATA N° 351 - PUNO
Modelo : R8 model 3	RUC / DNI : 20601242525
N° Serie : 5238496077	

CERTIFICADO DE OPERATIVIDAD

Nro : 008-10/17 Imagen de Receptor : 

Fecha : 13/10/2017

Geotop Ingenieria AQP E.I.R.L. :

Certifica que el equipo topografico arriba descrito cumple con las especificaciones técnicas de la fábrica y los estandares internacionales establecidos.

En las pruebas efectuadas en Tiempo real los equipos, estos se encuentran dentro de las tolerancias del fabricante.

PRECISIÓN LEVANTAMIENTO GPS Post Proceso (Estatic & Fast Estatic) Y Cinematico Tiempo Real (RTK)

HORIZONTAL	3 mm + 0.5 ppm RMS	HORIZONTAL	10 mm + 1 ppm RMS
VERTICAL	5 mm + 0.5 ppm RMS	VERTICAL	15 mm + 1 ppm RMS

FECHA DE MANTENIMIENTO

Fecha	Mantenimiento	Prueba de Operatividad	Fecha de Vencimiento	Observación
13/10/2017	x	x	13/04/2018	% 100 OPERATIVO

Responsable Técnico
J. YOVANI FLORES TEVES




Ing° TOPOGRAFO Y AGRIMENSOR
JASMANI YOVANI FLORES TEVES
ESPECIALISTA GNSS / CIP. 195571

GERENTE GENERAL
GEOTOP AQP E.I.R.L.




Jesus P. Vitorno Andrade
GERENTE GENERAL



ORD. N° 008-10/17-2

Calle Paucarpatá N° 397 Cercado Arequipa Telf: 054-232410 RPC: 997956688 MOV. 95997621 RPM #264460 RPC: 959918325
 geotopaqp@hotmail.com www.geotopaqp.com

ANEXO E

ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DE NIVEL DE INGENIERO

AUTO LEVEL
Características

- Patente de la Funcion de Excelente Prueba de Golpes.
- Estructura totalmente Sellada para su Uso en Cualquier Clima.
- Campo magnetico Cerrado Exclusivamente Magneticamente-amortiguado Compensador
- Observacion de Vial Reflector-circular

Estilo A



Estilo G



paquete especial
actualizado Magneticamente-amortiguado Compensador
NLGP 20/24/28/32

Incluen:
NL(Tipo G) Nivel Automatico
ATS-5 AL. Tripode
AGR5 Baliza(5M)

Especializacion

Modo	NL20	NL22	NL24	NL26	NL28	NL30	NL32
Desviacion estandar de 1 kilometro doble la nivelacion	2.5mm	2.0mm	2.0mm	1.5mm	1.5mm	1.5mm	1.0mm
Imagen	Directa						
Aumentos	20x	22x	24x	26x	28x	30x	32x
Apertura Efectiva	34mm	34mm	36mm	36mm	36mm	38mm	38mm
Rango de Vision	1° 20'	1° 20'	1° 20'	1° 20'	1° 20'	1° 20'	1° 20'
Minimo Enfoque	0.5m						
Multiplicacion constante	100	100	100	100	100	100	100
aditivo constante	0	0	0	0	0	0	0
Rango de Compensador	±15'	±15'	±15'	±15'	±15'	±15'	±15'
Precision de compensador	±0.6"	±0.6"	±0.6"	±0.6"	±0.6"	±0.6"	±0.6"
Sensitividad de Burbuja	10' /2mm						
Lectura Horiz.-circular	1°or 1gon						

Nota: por favor especificar el estilo que usted necesita y notar las necesarias especificaciones detras del nombre del modelo.
Eg. NL32(A-360) se refiere a 32X, el estilo y un estilo de 360 grados, mientras que NL24 (G-400) esta a favor de 24X, G y Estilo 400gon.



SOUTH SURVEYING & MAPPING INSTRUMENT CO.,LTD.

Add: 5/F, No.8, Jiangong Road, Tian He Software Park, Zhongshan Avenue West, Guangzhou 510665, China
Tel: +86-20-85529099/85524990 Fax: +86-20-85524889/85529089
E-mail: imexp@southsurvey.com mail@southsurvey.com export@southsurvey.com
http://www.southsurvey.com http://www.southinstrument.com

ANEXO F

CERTIFICADO DE CALIBRACION DEL NIVEL DE INGENIERO



20014-11-2017NIV

CERTIFICADO DE CALIBRACION
CERTIFICATE OF CALIBRATION

OTORGADO A: FLORES TEVES JASMANI YOVANI

DATOS DEL EQUIPO

Equipo	Marca	Modelo	Serie
NIVEL AUTOMÁTICO	SOUTH	NL-32	24XN36

EQUIPO DE CALIBRACIÓN UTILIZADO Y RESULTADOS:

Equipo/Marca	Valor de Patrón	Valor de Patrón	Precisión En 1km Doble de Nivelación	Error al Corregir
Multi Collimators F420-3	90°00'00"	90°00'00"	+/- 1.0 mm	00 mm en milímetros

PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN:

Por medio del cierre angular en directa y en tránsito enfocado al infinito a través del Colimador.

GEOTOP ING AQP S.A.C. A través de su servicio de técnico **CERTIFICA** que el equipo en mención se encuentra totalmente revisado, controlado, calibrado y 100% operativo; Cumpliendo con las especificaciones técnicas de fábrica y los estándares internacionales establecidos.

GEOTOP ING AQP S.A.C. Ha registrado la Calibración en nuestro Servicio Técnico el 01 de Diciembre del 2017; sugiriéndose una recalibración en un periodo de 06 meses, aproximadamente el **01 de Mayo del 2018.**

Fecha de Emisión 01 de diciembre del 2018	Próxima Calibración 01 de mayo del 2018	Validez del Certificado 01 de mayo del 2018
---	---	---



Ing^o TOPOGRAFO Y AGRIMENSOR
JASMANI YOVANI FLORES TEVES
ESPECIALISTA GNSS / CIP: 195571



Calle Paucarpata N° 397 Cercado Arequipa Telf: 054-232410 RPC: 997956688 MOV. 95997621 RPM #264460 RPC: 959918325
geotopaqp@hotmail.com www.geotopaqp.com