

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
ESCUELA DE POSGRADO
PROGRAMA DE DOCTORADO
DOCTORADO EN CIENCIA, TECNOLOGÍA Y
MEDIO AMBIENTE



TESIS

**MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA EL AJUSTE OPTIMO SOBRE
LA INCERTIDUMBRE PREDICTIVA MULTIFUNCIONAL DEL
RIESGO ECO TOXICOLÓGICO GENERADO POR GECOTIXIS**

PRESENTADA POR:

MARTIN JULIO MERMA BELLIDO

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

**DOCTORIS SCIENTIAE EN CIENCIA, TECNOLOGÍA Y MEDIO
AMBIENTE**

PUNO, PERÚ

2018

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
ESCUELA DE POSGRADO
PROGRAMA DE DOCTORADO
DOCTORADO EN CIENCIA, TECNOLOGÍA Y MEDIO
AMBIENTE



TESIS

**MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA EL AJUSTE ÓPTIMO SOBRE LA
INCERTIDUMBRE PREDICTIVA MULTIFUNCIONAL DEL RIESGO
ECOTOXICOLÓGICO GENERADO POR EL PROGRAMA GECOTOXIS**

**PRESENTADA POR:
MARTÍN JULIO MERMA BELLIDO
PARA OPTAR POR EL GRADO ACADÉMICO DE:**

**DOCTORIS SCIENTIAE EN CIENCIA, TECNOLOGÍA Y MEDIO AMBIENTE
APROBADO POR EL SIGUIENTE JURADO:**

APROVADA POR EL JURADO SIGUIENTE:

PRESIDENTE :

:

.....
Dr. JUAN REYNALDO PAREDES QUISPE

PRIMER MIEMBRO :

:

.....
Dr. GERMAN BELIZARIO QUISPE

SEGUNDO MIEMBRO :

:

.....
D.Sc. RUBEN TICONA HUAYHUA

ASESOR DE TESIS :

:

.....
D.Sc. JULIO CESAR LAURA HUANCA

Puno, 19 de julio del 2018

Área: Ciencia Tecnología y Medio Ambiente.

Tema: Modelación de la incertidumbre predictiva de riesgo ecotoxicológico.

Línea: Evaluación Tecnológica y de medio ambiente.

DEDICATORIA

A Dios por su infinita ternura.

A mis familiares que con su paciencia y apoyo hacen posible que siga en la búsqueda de conseguir nuevos conocimientos.

AGRADECIMIENTOS

- A la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, en especial al programa de Doctorado en Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente, el que nos brinda la oportunidad de seguir preparándonos hasta conseguir el grado de Doctor.
- A las Autoridades, Doctores de la Escuela de Posgrado, por haber compartido con nosotros sus experiencias académicas y profesionales que coadyuvan en nuestra formación académica.
- A mis asesores Dr. Julio Cesar Laura Huanca y al Dr. George Argota Pérez por su asesoramiento en el presente trabajo de tesis y estímulo para seguir creciendo intelectualmente. Porque sin su valiosa aportación no hubiera sido posible este trabajo.
- A los miembros del jurado por las observaciones que tengan a bien formular.
- Al Dr. George Argota Pérez por su orientación en el desarrollo y culminación de este trabajo de investigación.

ÍNDICE GENERAL

| | Pág. |
|-------------------|-------------|
| DEDICATORIA | i |
| AGRADECIMIENTOS | ii |
| ÍNDICE GENERAL | iii |
| ÍNDICE DE CUADROS | vi |
| ÍNDICE DE FIGURAS | vii |
| RESUMEN | viii |
| ABSTRACT | ix |
| INTRODUCCIÓN | 1 |

CAPÍTULO I**PROBLEMÁTICA DE LA INVESTIGACIÓN**

| | |
|--|---|
| 1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA | 3 |
| 1.2 ENUNCIADO DEL PROBLEMA | 4 |
| 1.2.1 Problema científico | 4 |
| 1.2.2 Pregunta de investigación general | 5 |
| 1.2.3 Preguntas de investigación específicas | 5 |
| 1.3 JUSTIFICACIÓN | 5 |
| 1.4 OBJETIVOS | 6 |
| 1.4.1 Objetivo general | 6 |
| 1.4.2 Objetivos específicos | 6 |

CAPÍTULO II**MARCO TEÓRICO**

| | |
|--------------------------------------|---|
| 2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN | 8 |
| 2.1.1 Modelación matemática | 8 |

| | | |
|---------------------|--|----|
| 2.2 | SUSTENTO TEÓRICO | 13 |
| 2.2.1 | Metodología de evaluación de riesgo | 13 |
| 2.2.2 | Evaluación de riesgo ecotoxicológico | 17 |
| 2.2.3 | Gestión aplicada a los estudios ambientales en ecotoxicología | 20 |
| 2.2.4 | Modelación cinético-matemática aplicada a los estudios ambientales | 21 |
| 2.3 | MARCO CONCEPTUAL | 25 |
| 2.4 | HIPÓTESIS | 26 |
| 2.4.1 | Hipótesis general | 26 |
| 2.4.2 | Hipótesis específicas | 26 |
| CAPÍTULO III | | |
| METODOLOGÍA | | |
| 3.1 | TIPO Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN | 27 |
| 3.1.1 | Tipo de la investigación | 27 |
| 3.1.2 | Diseño de la investigación | 27 |
| 3.2 | POBLACIÓN Y MUESTRA DE INVESTIGACIÓN | 27 |
| 3.2.1 | Población de investigación | 27 |
| 3.2.2 | Muestra de investigación | 28 |
| 3.3 | DESCRIPCIÓN DE LAS TÉCNICAS Y PROCEDIMIENTOS | 29 |
| 3.3.1 | Fundamento | 29 |
| 3.3.2 | Procedimiento | 29 |
| 3.3.3 | Análisis estadístico | 30 |

CAPÍTULO IV**RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

| | |
|--|----|
| 4.1 ESTABLECIMIENTO DE RANGOS DE INTERVALOS MÁXIMOS Y MÍNIMOS SEGÚN PROGRESIÓN ARITMÉTICA | 31 |
| 4.2 ASIGNACIÓN DE CÓDIGO ARÁBIGO DE PUNTUACIÓN ECUACIONAL PARA AJUSTAR EL RIESGO CUALITATIVO SEGÚN VALORES CUANTITATIVOS PROGRESIVOS ARITMÉTICAMENTE | 39 |
| 4.3 AJUSTE ÓPTIMO DE LA INCERTIDUMBRE PREDICTIVA SEGÚN LOS CÓDIGOS ARÁBIGOS DE VARIABLES MULTIFUNCIONALES. | 43 |
| CONCLUSIONES | 61 |
| RECOMENDACIONES | 62 |
| BIBLIOGRAFÍA | 63 |

ÍNDICE DE CUADROS

| | Pág. |
|---|------|
| 1. Caracterización los procesos de modelación, planteamiento y resolución de problemas. | 38 |
| 2. Descripción del efecto ambiental generado por el programa GECOTOX®. | 40 |
| 3. Efecto toxicológico generado por el programa Gecotox® | 41 |
| 4. Magnitud del valor de riesgo. | 43 |
| 5. Similitud de predicción de riesgo estimado por exposición a metales pesados. | 46 |
| 6. Resumen estadístico. | 47 |
| 7. Reajuste de códigos de puntuación (derecha) / seguridad de parámetros físico-químicos. | 49 |
| 8. Código de la variable contaminante de interés. | 50 |
| 9. Código de puntuación del efecto ambiental ajustado. | 51 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | Pág. |
|---|------|
| 1. Dosis única (a: izquierda); dosis evolucionada (b: derecha). | 23 |
| 2. Dosis repetidas. | 23 |
| 3. Dosis crónicas. | 24 |
| 4. Progresiones aritméticas secuenciales para optimizar el riesgo de predicción ambiental del programa GECOTOXIC®. | 31 |
| 5. Descriptor del efecto ambiental generado por el programa Gecotoxic® | 42 |
| 6. Descriptor del análisis de riesgo residual generado por el programa Gecotoxic® | 42 |
| 7. Correspondencia de rangos de riesgos por grupo de intervalos. | 44 |
| 8. Progresión aritmética por intervalos y rangos de riesgo según códigos redesignados. | 44 |
| 9. Matriz de interacción entre probabilidad de daño o consecuencia y rangos de por intervalos de riesgo. | 45 |
| 10. Matriz de ajuste óptimo de predicción para la interacción entre probabilidad de daño o consecuencia y rangos de por intervalos de riesgo. | 46 |
| 11. Ventana principal de Gecotoxic® | 52 |
| 12. Ventana de análisis residual de Gecotoxic® | 52 |
| 13. Ventana de efecto ambiental de Gecotoxic®. | 53 |

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tuvo por objetivo determinar los rangos de puntuación orientados hacia la modelación matemática para la predicción óptima de riesgo ecotoxicológico generado por el programa Gecotoxic[®]. La modelación matemática aplicada hacia los diseños computacionales es para predecir de forma operativa los efectos e impactos que se generan en el medio ambiente, por ende los diseños computacionales tiene impactos positivos en los últimos años. La modelación de ajuste matemático sobre la incertidumbre predictiva se basó en los principios de la progresión aritmética donde se ensayó, combinaciones numéricas que fueron asignadas a las variables de los descriptores, análisis residual de la carga contaminante y efecto ambiental sobre el cuerpo de receptor. Se utilizó códigos arábigos en cada observación real que se midió, donde los intervalos establecidos de ajuste óptimo para el riesgo ecotoxicológico corresponde: $[X, 3X]$ tipo bajo; $[3X+1, 5X + 4]$ tipo medio y $[5X + 5, 10X]$ tipo alto. Es decir con los rangos obtenidos se comparó el resultado de salida predictiva de Gecotoxic[®] con los daños descritos en la especie biomonitor *Gambusia punctata*, donde se encontró similitud sobre la predicción. Finalmente se concluyó que, los rangos asignados permiten ajustar el riesgo cualitativo ante los valores cuantitativos progresivos de los descriptores siendo la predicción de riesgo ecotoxicológico en el programa Gecotoxic[®], más precisa.

Palabras clave: incertidumbre, modelación matemática, predicción, programa Gecotoxic[®] y riesgo

ABSTRACT

This research work was aimed at determining the score ranges oriented towards the mathematical modeling for the optimum prediction of ecotoxicological generated by the program risk Gecotoxic®. The Mathematical modeling applied to computational designs is to predict the effects of operational way impacts generated in the environment, Thus the computer designs have positive impacts in recent years. Mathematical adjustment of predictive uncertainty modelling was based on the principles of arithmetic progression where it was tested, numerical combinations that were assigned to the variables of the descriptors, residual analysis of pollutant load and environmental on the recipient's body effect. Arabic code used in each actual observation that was measured, where established intervals of optimal adjustment for ecotoxicological risk is: $[X, 3 X]$ type bass; $[3 x + 1, 5 X + 4]$ type medium and $[5 X + 5, 10 X]$ type high. I.e. with the obtained ranks compared the results of predictive output of Gecotoxic®, with the damage described in the *Gambusia* biomonitor species *punctata*, where found was a similarity about the prediction. It was finally concluded that, the assigned ranges allow you to adjust the qualitative risk before the progressive quantitative values of descriptors being ecotoxicological program Gecotoxic®, more accurate risk prediction.

Keywords: forecasting, Gecotoxic® program, mathematical modeling, risk and uncertainty.

INTRODUCCIÓN

La incertidumbre en la evaluación de riesgos puede originarse por distintas causas como son la falta de información, diferencias en el nivel de la evidencia, simplificaciones o suposiciones realizadas para hacer factible el análisis, siendo importante distinguir entre incertidumbre y variabilidad, debido a que ambas pueden ocasionar incertidumbres en los resultados de la evaluación de riesgo (Frey, 1992 y Darbra, Eljarrat & Barceló, 2008).

El propio Darbra *et al.* (2008), han indicado que la incertidumbre en la evaluación de riesgos puede tener dos orígenes: aleatorización e in-completitud, existiendo dos formas principales: la teoría de la probabilidad y lógica difusa.

La incertidumbre es generada sobre el conocimiento incompleto del valor verdadero de un parámetro y se origina en la necesidad de establecer inferencias para pequeñas muestras sobre los procesos que tienen un cierto grado de aleatoriedad (Evans, 2002).

Según Morgan & Henrion (1990), la visión subjetiva de la probabilidad es el grado de confiabilidad que una persona tiene de que ocurrirá un evento tomando en cuenta, toda la información disponible y conocida por la persona. La probabilidad no sólo depende del evento en sí, sino del nivel de información disponible acerca del mismo. Rao *et al.* (2012), expresan que las incertidumbres involucradas con la evaluación de riesgo son inherentes a la propia metodología y con frecuencia pueden complicar las decisiones. Sin embargo, muchas de estas incertidumbres pueden reducirse mediante la investigación. Así, los tomadores de decisiones se enfrentan con el dilema de actuar de inmediato, basándose en los niveles presentes de información incierta o de esperar para obtener mayores evidencias

y tomar así mejores decisiones en el futuro. La evaluación de riesgos no necesariamente requiere la aplicación de técnicas sofisticadas o la recolección excesiva de datos. Se pueden obtener resultados prácticos y razonables utilizando información mínima disponible sobre la contaminación y sobre la población expuesta a ella (WB, 1998; Lee, 2009).

Es importante destacar que, el pasado siglo XX y lo que transcurre en este siglo XXI, está siendo cada vez más acuciante la contaminación ambiental como una de las situaciones ambientales globales (Samantray *et al.* 2009). En tal sentido, si bien es cierto que los gobiernos están adoptando medidas con carácter normativo, así como determinadas políticas para minimizar los riesgos ambientales y a la salud pública, puede mencionarse que todavía faltan esfuerzos relacionados con la gestión científica para la búsqueda de mecanismos reguladores más eficientes, pues si bien es cierto que la evaluación de riesgo está siendo una herramienta científica de vital aplicación

Vanrolleghem *et al.* (2001), mencionan que aún se necesita la incorporación de variables en forma más precisa e integral conjuntamente con acciones simultáneas para poder considerar la estimación de efectos e impactos por exposición a cargas contaminantes con la mayor precisión y exactitud posible.

CAPÍTULO I

PROBLEMÁTICA DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Actualmente, la era sobre la información requiere para su avance de la modelación (Yanagimoto, 2003). La modelación matemática juega un papel importante durante la predicción, prevención, gestión y control de estrategias sobre la evolución de mecanismos en el tiempo (Ali, Hossain & Kumar, 2017). Por ejemplo; Biswas, Rahman & Haque (2016) estudiaron los impactos potenciales del cambio climático global en Bangladesh, asimismo, Biswas (2014) desarrolló un modelo matemático para describir la transmisión del virus Nipah. Otros estudios relacionados a la protección de áreas marinas igualmente, han aplicado la modelación matemática (Berezansky, Idels & Kipnis, 2011), además, para predecir el ambiente térmico en cabinas de operación de aeronaves en tierra y vuelo (Schminder & Gårdhagen, 2018).

En Latinoamérica se ha aplicado la modelación matemática por ejemplo; observando el clima espacial en Argentina, Brasil y México (Denardini, Dasso & Gonzalez, 2016), el impacto de las dotaciones de los pequeños propietarios en

la seguridad alimentaria sobre los sistemas agrícola en las tierras altas de Centroamérica (Marín *et al.*, 2018) e incluso se ha aplicado la modelación en los diseños de rodillos para barcos durante las actividades de pesca atendiendo al movimiento de las olas (Míguez & Bulian, 2018).

En el Perú la modelación matemática se ha aplicado para la globalización y explotación sostenible de las escasas aguas subterráneas en las costas (Schwarz & Mathijs, 2017). Otro estudio fue relacionado con enfoque múltiple para el espacio y tiempo con la evaluación económica de riesgos asociados a enfermedades en el ganado y donde se realizó modelación matemática (Martínez *et al.*, 2014).

Sin embargo, una de las grandes limitaciones y vacíos en el conocimiento aplicando la modelación matemática en cualquier escenario radica, en reconocer si la predicción que se realiza es óptima, pues en múltiples ocasiones la salida sobre la información está determinada en las posibles exactitudes de números asignados a las variables objeto de medición. En este trabajo de investigación se planteó lo siguiente:

1.2 ENUNCIADO DEL PROBLEMA

1.2.1 Problema científico

¿Cómo puede ajustarse de forma óptima, la incertidumbre predictiva multifuncional sobre el riesgo ecotoxicológico del programa Gecotoxic®?

1.2.2 Pregunta de investigación general

¿Podría aplicarse alguna modelación para ajustar óptimamente la incertidumbre predictiva multifuncional sobre el riesgo ecotoxicológico del programa Gecotoxic[®]?

1.2.3 Preguntas de investigación específicas

- a. ¿Asignar de forma cuantitativa códigos arábigos diferenciales pudiera ajustar de forma óptima las incertidumbres predictivas multifuncionales sobre el riesgo ecotoxicológico?
- b. ¿Establecer rangos de máximo y mínimo basados en la progresión aritmética pudiera ajustar de forma óptima las incertidumbres predictivas multifuncionales sobre el riesgo ecotoxicológico?
- c. ¿Asociar códigos arábigos de variables multifuncionales a la similitud de daños en matrices biológicas pudiera ajustar de forma óptima la incertidumbre predictiva multifuncional del riesgo ecotoxicológico?

1.3 JUSTIFICACIÓN

En la actualidad la predicción sobre cualquier análisis requiere de precisión como exactitud, por lo que resulta de extraordinaria importancia, la búsqueda de métodos científicos que posibiliten la certeza de los resultados. Atendiendo a lo expresado, se planteó como valores potenciales metodológicos de investigación en la presente tesis de investigación lo siguiente:

- a. **Conveniencia:** permitió ajustar la decisión sobre la probabilidad de riesgo ecotoxicológico que genera el programa Gecotoxic[®].

- b. Relevancia social:** el ajuste predictivo, permitió aplicar a cualquier estudio ambiental sobre la contaminación de descarga residual y en sistemas reservorios que pudieran tener efectos e impactos.
- c. Implicación metodológica:** se dispuso de una metodología más estructurada y óptima como instrumento de gestión ambiental en ecotoxicología.

En cuanto a la viabilidad de la investigación, la misma presentó como alcance su expresión concreta de realización, ya que se dispuso de recursos materiales, financieros como humano permitiéndose de esta forma, ejecutar las acciones declaradas en el plan de diseño, según el tiempo asignado. De igual manera, la investigación presentó como consecuencia todo el juicio de valor ético, por cuanto no solo estuvo sustentada sobre principios y normas científicas de desarrollo, sino además sobre una plataforma de competencia profesional que posibilitó el análisis ambiental de aplicación.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo general

Modelar de forma matemática el ajuste óptimo sobre la incertidumbre predictiva multifuncional del riesgo ecotoxicológico asociado al programa Gecotoxic®

1.4.2 Objetivos específicos

- a.** Asignar códigos arábigos diferenciales en la predicción multifuncional del riesgo ecotoxicológico

- b. Establecer rangos de máximo y mínimo basados en la progresión aritmética en la predicción multifuncional del riesgo ecotoxicológico
- c. Asociar códigos arábigos de variables multifuncionales con la similitud de daños en la especie *Gambusia punctata* en la predicción multifuncional del riesgo ecotoxicológico

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

2.1.1 Modelación matemática

Una forma de lograr la contextualización del conocimiento es la presentación de situaciones problemáticas reales que sean factibles de representarse mediante modelos matemáticos. Los modelos matemáticos aparecen cuando se tiene la necesidad de responder preguntas específicas en situaciones reales, tomar decisiones o cuando es imperativo hacer predicciones relacionadas con fenómenos naturales y sociales. El supuesto de la modelación matemática en un contexto educativo consiste en esperar que, cuando uno enfrenta situaciones problemáticas de interés son capaces de explorar formas de representarlas en términos matemáticos, asimismo explorar las relaciones que aparecen en esas representaciones, manipularlas y desarrollar ideas poderosas que se pueden canalizar hacia las matemáticas que se desea desarrollar (Lehrer & Schauble, 2000; Lesh & English, 2005).

De acuerdo con Israeli (1996), historiador de la ciencia, desde hace varios siglos las matemáticas además de ser por excelencia, útiles para actuar sobre la realidad y modificarla; constituye sobre todo un instrumento importante para comprenderla. A través de los años se ha dado un procedimiento que puede denominarse matematización de la realidad o modelación matemática que consiste en el uso de las matemáticas para describir y analizar al mundo, desarrollando técnicas, además de tecnologías que intervienen sobre la misma activamente.

El estudio de los problemas del “mundo real” ha sido fuente de inspiración para que muchos matemáticos construyan nuevas teorías y modelos que expliquen y solucionen problemas referidos a un fragmento de esa realidad. Según Blum *et al.* (2007), algunos investigadores en educación matemática destinan parte de sus esfuerzos hacia el estudio de dicha realidad. Como fruto de los esfuerzos realizados, ha llegado a consolidarse en el ámbito internacional el área de investigación denominada Modelling and Applications in Mathematics Education.

Según Camarena (2000) el proceso de modelación se concibe como un todo y no como algo parcial, cuyo objetivo es el desarrollo de acercamientos a la forma en que se trabaja en las matemáticas aplicadas y no el desarrollo de conceptos.

Otra forma de ver el problema de la modelación es considerarlo como un contexto de aprendizaje en el que se invita a los alumnos a cuestionar e investigar situaciones referidas a la realidad a través del uso de las matemáticas, que les brinda una oportunidad para discutir tanto el papel

de éstas en la sociedad como la naturaleza de los modelos matemáticos. Cualquier representación de la situación a través de las matemáticas se considera un modelo matemático (Barbosa, 2003 y 2006). En estas posturas, el desarrollo de competencias o conceptos pasa a segundo plano y se conciben únicamente como medios para discutir el papel de las matemáticas y de los modelos como herramientas de poder en la sociedad. La actividad de los alumnos se centra en una lectura crítica de los modelos y en notar cómo dependen del lugar en el que se producen y de la forma en que se pueden emplear. La investigación ligada a las posturas de esta naturaleza puede centrarse en el desarrollo de competencias y habilidades, con cierto énfasis en que los estudiantes conozcan la práctica de quienes desarrollan modelos de manera profesional (Haines & Couch, 2005).

Según MEN (1998) se sugiere, el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la implementación de otros cuatro procesos, a saber: (1) la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos; (2) el razonamiento, (3) la resolución y planteamiento de problemas; y (4) la comunicación.

En contraste, hay perspectivas en las cuales además de considerar los aspectos sociales involucrados en la construcción de modelos, se intenta brindar a los alumnos oportunidades para desarrollar conceptos y procedimientos matemáticos (Zbiek & Conner, 2006).

En la literatura internacional se encuentran referenciados múltiples trabajos relacionados con la modelación en educación matemática, los

cuales sería imposible abordar en su totalidad en un artículo e incluso en un único texto. En Blum *et al.*, (2007) se presentan, algunas evidencias del grado de desarrollo e institucionalización de la investigación en modelación y las aplicaciones en educación matemática a nivel internacional; se destaca, por ejemplo, la conformación de temas de estudio relativos a la modelación y las aplicaciones, entre ellos: epistemología, la modelación como competencias y su relación con otras competencias, prácticas de enseñanza y aprendizaje de la modelación y las aplicaciones, los aportes de la tecnología a la modelación y las aplicaciones, y la implementación de la modelación como proceso y recurso en el aula de matemáticas. Con respecto a este último tema, la literatura reporta su importancia en el diseño de situaciones y actividades para la construcción de algunos conceptos matemáticos en el aula de clase (Barbosa, 2006).

Algunos autores de esta perspectiva han propuesto que, cuando se presenta un problema real a los estudiantes se pueden definir rutas de modelación que describen lo que ellos hacen. En estas rutas juegan un papel importante para su definición: las discusiones matemáticas que refieren a los conceptos y procedimientos matemáticos, las tecnológicas relacionadas con la forma matemática que adopta el fenómeno modelado y las discusiones reflexivas sobre la naturaleza de los modelos y de los criterios empleados en la presentación de los resultados. De acuerdo a los propósitos del profesor, es posible que una de esas componentes juegue un papel más importante que otras (Borromeo, 2006).

Una de estas perspectivas es la desarrollada en el ámbito de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD), que propone que toda la actividad matemática se puede identificar con una actividad de modelación (Chevallard, Bosch & Gascón, 1997), lo cual implica que la modelación no es un aspecto más de las matemáticas sino que la actividad matemática es en sí misma una actividad de modelación. Así, la preocupación central de las investigaciones en esta perspectiva no consiste en las relaciones entre las matemáticas y el mundo real u otras disciplinas, ni en la forma en la que los estudiantes pueden establecer esta relación, sino en el análisis y descripción de las condiciones y restricciones que permiten el desarrollo de lo que llaman procesos de estudio.

Éstos comienzan a partir de problemas relevantes que pueden promover actividad matemática que se describe después en los términos teóricos propios de la TAD, las organizaciones matemáticas, de creciente complejidad en el contexto del aprendizaje y dentro de una institución específica (García *et al.*, 2007).

Entre las varias posturas existentes en el ámbito de la modelación, la llamada modelos y modelación enfatiza la construcción, por parte de los alumnos, de sistemas conceptuales o modelos cuando trabajan con una situación en contexto que favorece el proceso de matematización.

Su preocupación es la preparación de los estudiantes en la solución del tipo de problemas a los que normalmente se enfrentan fuera de la escuela y en el logro de formas de trabajo con ese tipo de problemas que puedan

relacionarse con los temas que se estudian en las matemáticas escolares, aunque esa relación no sea clara y evidente.

En esta línea de investigación el interés se centra en que los estudiantes desarrollen formas flexibles y creativas de pensar que les permitan abordar las situaciones que se les presentan (Lesh & Doerr, 2003, Lesh & English, 2005 y Lesh & Sriraman, 2005).

2.2 SUSTENTO TEÓRICO

2.2.1 Metodología de evaluación de riesgo

Conforme a la definición de Paustenbach, "riesgo es la probabilidad de que ocurra un efecto adverso a nivel individual o poblacional, por la exposición a una concentración o dosis específica de un agente peligroso. Desde luego, esto abarca dos dimensiones: a) la posibilidad de que haya un resultado negativo; y b) la incertidumbre sobre la aparición, duración y magnitud del resultado adverso, por lo que riesgo también se puede definir como: situación o acción en donde son posibles dos o más resultados; se desconocen las posibilidades de aparición de un resultado en particular y, al menos una de las posibilidades es indeseable (Albert, 1997).

Por su parte, la EPA (2001) define que en el campo de la salud y del medio ambiente, el riesgo se identifica como la probabilidad de que un individuo o una población presenten una mayor incidencia de efectos adversos por exposición a un peligro.

En 1983, la Academia Nacional de Ciencias de los Estados Unidos (NAS), mencionó que la identificación del peligro, es el proceso de determinar si

un compuesto químico está vinculado con ciertos efectos a la salud como pueden ser el desarrollo de cáncer o defectos en el desarrollo.

La ACS (1998), reflejó que históricamente riesgos menores a 10^{-6} se han considerado como no preocupantes. Esta propia entidad informa que el proceso de análisis de riesgos involucra las siguientes etapas: a) evaluación del riesgo a la salud o al medio ambiente en términos cuantitativos, b) análisis comparativo de los riesgos, c) manejo de los riesgos y; d) la comunicación de los riesgos.

Hennekens, Buring & Mayrent (1987), señalaron en estudios epidemiológicos referidos a razones de enfermedad con implicaciones a la salud pública que la información puede organizarse en una matriz de 2 x 2 como la siguiente:

| | con enfermedad | sin enfermedad |
|-------------|----------------|----------------|
| expuesto | a | b |
| no expuesto | c | d |

Al observar poblaciones durante un periodo específico de tiempo y monitoreando su exposición e incidencia de enfermedades, los epidemiólogos pueden registrar los riesgos y sus factores de riesgo. Dos expresiones utilizadas con frecuencia con fines informativos para describir estos riesgos son el riesgo relativo y el riesgo atribuible:

$$\text{Riesgo relativo} = a / (a+b) : c / (c+d)$$

- a.** El riesgo relativo describe la proporción del riesgo de enfermedad en la población expuesta entre la proporción de la población no expuesta.

Un valor de riesgo relativo mayor a 1, indica un riesgo superior en la población expuesta comparada con la no expuesta, siendo contrario cuando existe un riesgo relativo inferior a 1.

$$\text{Riesgo atribuible} = a/ a+b - c/ c+d$$

b. El riesgo atribuible describe la diferencia entre la probabilidad de desarrollar la enfermedad con y sin exposición. Un valor de cero, indica que no existe riesgo adicional por la exposición, mientras que un riesgo atribuible superior a cero, indicará entonces, un riesgo adicional de desarrollar enfermedades atribuidas a cierta exposición.

En general, la RFF (1998) expresa que la evaluación de riesgos a la salud se clasifica en evaluación de riesgo de cáncer y riesgo de no cáncer. El cáncer se trata como una respuesta estocástica, es decir, al incrementar la dosis no aumenta necesariamente la severidad de la respuesta, pero sí la probabilidad de ocurrencia. Por otro lado, las evaluaciones de riesgo de no cáncer se tratan como determinísticas, donde la dosis al incrementarse, es presentada una respuesta de mayor severidad.

En el caso de una evaluación de riesgo ambiental la EPA (1988), divide a la misma en tres lineamientos que comprende las siguientes etapas: a) definición del problema, b) análisis que comprende la caracterización de la exposición y de los efectos ecológicos y; c) la caracterización del riesgo.

Anteriormente, según Morgan (1990) las evaluaciones de riesgo proporcionaban un valor simple como una estimación conservadora del riesgo, mientras que hoy se acepta por lo general que en la caracterización del riesgo se requiere proporcionar un mayor

entendimiento de los métodos de estimación y de la incertidumbre involucrada en la estimación.

La incertidumbre en la evaluación de riesgos puede originarse por distintas causas como son la falta de información, diferencias en el nivel de la evidencia, simplificaciones o suposiciones realizadas para hacer factible el análisis, siendo importante distinguir entre incertidumbre y variabilidad, debido a que ambas pueden resultar incertidumbres en los resultados de la evaluación de riesgo (Frey, 1992).

La incertidumbre es generada sobre el conocimiento incompleto del valor verdadero de un parámetro y se origina en la necesidad de establecer inferencias para pequeñas muestras sobre los procesos que tienen un cierto grado de aleatoriedad (Evans, 2002).

Según Morgan & Henrion (1990), la visión subjetiva de la probabilidad es el grado de confiabilidad que una persona tiene de que ocurrirá un evento tomando en cuenta, toda la información disponible y conocida por la persona. La probabilidad no sólo depende del evento en sí, sino del nivel de información disponible acerca del mismo.

Carrothers *et al.*, (2002) expresan que las incertidumbres involucradas con la evaluación de riesgo son inherentes a la propia metodología y con frecuencia pueden complicar las decisiones. Sin embargo, muchas de estas incertidumbres pueden reducirse mediante la investigación. Así, los tomadores de decisiones se enfrentan con el dilema de actuar de inmediato, basándose en los niveles presentes de información incierta o

de esperar para obtener mayores evidencias y tomar así mejores decisiones en el futuro.

La evaluación de riesgos no necesariamente requiere la aplicación de técnicas sofisticadas o la recolección excesiva de datos. Se pueden obtener resultados prácticos y razonables utilizando información mínima disponible sobre la contaminación y sobre la población expuesta a ella (World Bank, 1998).

Es importante destacar que, el pasado siglo XX y lo que transcurre en este siglo XXI, está siendo cada vez más acuciante la contaminación ambiental como una de las situaciones ambientales globales. En tal sentido, si bien es cierto que los gobiernos están adoptando medidas con carácter normativo, así como determinadas políticas para minimizar los riesgos ambientales y a la salud pública, puede mencionarse que todavía faltan esfuerzos relacionados con la gestión científica para la búsqueda de mecanismos reguladores más eficientes, pues si bien es cierto que la evaluación de riesgo está siendo una herramienta científica de vital aplicación, aún se necesita la incorporación de variables en forma más precisa e integral conjuntamente con acciones simultáneas para poder considerar la estimación de efectos e impactos por exposición a cargas contaminantes con la mayor precisión y exactitud posible.

2.2.2 Evaluación de riesgo ecotoxicológico

La toxicología y la ecotoxicología vienen experimentando un creciente desarrollo con el fin de proporcionar la información y el

conocimiento básico para la identificación y valoración de la peligrosidad de compuestos (Bro-Rasmussen, 1997).

Durante la década de los años 70 y como resultado de un nuevo paradigma, los países industrializados adoptan un esquema de trabajo que permite incorporar esta información recopilada en un proceso de regulación conocido como evaluación de riesgo (Thornton, 2000).

Los estudios para la selección del lugar de vertido de residuos han cobrado especial interés debido al alto costo inherente al control de nutrientes en los vertidos de aguas residuales para evitar la eutrofización. Estos estudios suelen recurrir a modelos informáticos para simular las condiciones de calidad del agua en un curso de agua, especialmente con respecto a nutrientes como los compuestos nitrogenados y fosforados que afectan a la dinámica del oxígeno disuelto. Los modelos tradicionales de calidad del agua están representados por el sistema QUAL2E de la Agencia de Protección de Medio Ambiente de Estados Unidos, propuesto por Brown y Barnwell (1987).

En tal sentido, la metodología propuesta no es modelada por simulaciones de variables, por el contrario, las variables medidas son evaluadas a partir de datos reales los cuales son analizados de forma individual y finalmente, matricial por interacción.

Parkhurst (1995), propone realizar una valoración de los riesgos ecológicos acuáticos como ayuda para establecer los límites de control de la contaminación del agua, especialmente para proteger la vida acuática. Estos métodos de valoración de riesgos pueden utilizarse para estimar los

efectos ecológicos de las concentraciones de productos químicos para una amplia variedad de condiciones de contaminación de las aguas superficiales como:

- a) contaminación por fuentes localizadas
- b) contaminación por fuentes dispersas
- c) sedimentos contaminantes en los cauces de los cursos de agua
- d) acumulación de residuos peligrosos en masas de agua y;
- e) análisis de los criterios existentes para el control de la contaminación del agua. En el caso de la metodología propuesta, la misma presenta un enfoque de variables y mediciones con ciertas similitudes a lo que se requiere como enfoque de evaluación y gestión de los riesgos ecológicos.

Conforme a la objetividad por varias referencias (NDECI, 2006; AENOR, 2008; Carretero, 2008), que la evaluaciones de riesgo permiten dar soporte con base científica a la toma de decisiones por los responsables de la gestión de sitios con peligros o contaminantes que afecten la salud de las personas y el medio ambiente, la metodología propuesta permite generar gestión en las tomas de decisiones, ya que cuenta con indicadores objetivamente verificables.

Asimismo, la metodología programada propuesta está acorde con las tendencias de variables a considerar, pues considera similitudes con la comunicación de indicadores referidos por EPA (1997), CE (2003), CODELCO (2006) y la ISO 31000 (2009).

2.2.3 Gestión aplicada a los estudios ambientales en ecotoxicología

Parkhurst (1995), propone realizar una valoración de los riesgos ecológicos acuáticos como ayuda para establecer los límites de control de la contaminación del agua, especialmente para proteger la vida acuática.

Estos métodos de valoración de riesgos pueden utilizarse para estimar los efectos ecológicos de las concentraciones de productos químicos para una amplia variedad de condiciones de contaminación de las aguas superficiales como: a) contaminación por fuentes localizadas, b) contaminación por fuentes dispersas, c) sedimentos contaminantes en los cauces de los cursos de agua, d) acumulación de residuos peligrosos en masas de agua y; e) análisis de los criterios existentes para el control de la contaminación del agua. En el caso de la metodología propuesta, la misma presenta un enfoque de variables y mediciones con ciertas similitudes a lo que se requiere como enfoque de evaluación y gestión de los riesgos ecológicos (Crane *et al.* 2009, Silveira & Oliveira-Filho 2013).

Según la UE (1996), es importante mencionar que las evaluaciones de riesgo ambientales, pueden ser tanto de carácter prospectivo como retrospectivo, lo que permite una evaluación de efectos sobre el medio debidos a la presencia de agentes o actividades actuales o del pasado. En tal sentido, la metodología programada consideró entonces, a realizar análisis tanto por descargas como por posibles efectos en cualquier matriz receptora.

Finalmente, la información recopilada y contrastada durante los últimos años en los distintos países, ha permitido el desarrollo de un número considerable de modelos informatizados por ejemplo: HAZCHEN, Cemos, SAMS, GREAT-ER (Matthies *et al.*, 1997, Showanek *et al.*, 2001 y Vanrolleghem *et al.*, 2001). En el caso de sustancias de uso industrial los modelos utilizados para estimar las concentraciones ambientales previstas (PECs) en el medio y su incorporación a la cadena trófica se reúnen según Jager *et al.* (1994) en el USES (Uniform System for the Evaluation of Substances), la cual constituye la etapa previa al desarrollo de EUSES (European Union System for the Evaluation of Substances), por el que se armoniza la evaluación de riesgo ambiental de sustancias nuevas y existentes en la Unión Europea (Vermeire *et al.*, 1997).

2.2.4 Modelación cinético-matemática aplicada a los estudios ambientales

Una de las grandes dificultades en la actualidad relacionada con la contaminación de las aguas por elementos tóxicos, es conocer cómo se expresan los mismos en el tiempo relacionado con sus posibles efectos e impactos. En tal sentido, las posibles respuestas de análisis, ya no solo están en las determinaciones de parámetros físico-químicos de calidad de agua, sino sobre la utilización de organismos naturales representativos del sistema (Spahn, 1999).

En el propio caso particular de los ecosistemas acuáticos, como bien fue señalado por Rand, Wells & McCarty (1995), los peces fueron uno de los primeros en ser utilizados en los protocolos de evaluación

ecotoxicológicos y aún siguen siendo de elección como especies centinelas, principalmente cuando se trata de sistemas en desequilibrio y contaminados.

Sin embargo, cabe mencionar y así lo reflejó Seitz (1994), que en condiciones naturales, los factores abióticos y bióticos son sumamente diversos y varían constantemente en tiempo y espacio, donde la complejidad y la historia individual de cada uno de estos factores en el ecosistema, poseen únicas propiedades que no se reproducen a ningún otro lugar y en muchos casos no son iguales en el mismo lugar en momentos diferentes, siendo entonces mucho más drásticos cuando las contaminaciones son de origen antropogénicos.

En ecotoxicología, el uso de modelos cinético-matemáticos para predecir el comportamiento de elementos tóxicos en los cuerpos de agua como puede ser compuestos de cianuro, resulta de extraordinaria importancia aunque generalmente, la aplicación de modelos cinético-matemáticos, ha estado más relacionados a elementos considerados como xenobióticos, siendo en tal sentido y expresado por Repetto (1995), la utilización de conceptos de toxicocinética, para poder entender cómo es el comportamiento de elementos tributados en el tiempo, donde la absorción de un xenobiótico por determinado ecosistema acuático en caso de una dosis (D) única, llamando a la absorción A: A al tiempo 0 es 0, $A(t) = 0$; pero al tiempo 1 es A, representado por la figura 1a; si f es la fracción de A que se retiene y que da lugar a una carga q, esta evolucionará con el tiempo según la figura 1b; y la carga al tiempo t estará dada por la expresión:

$$Q = q \int_0^1 f(t) dt$$

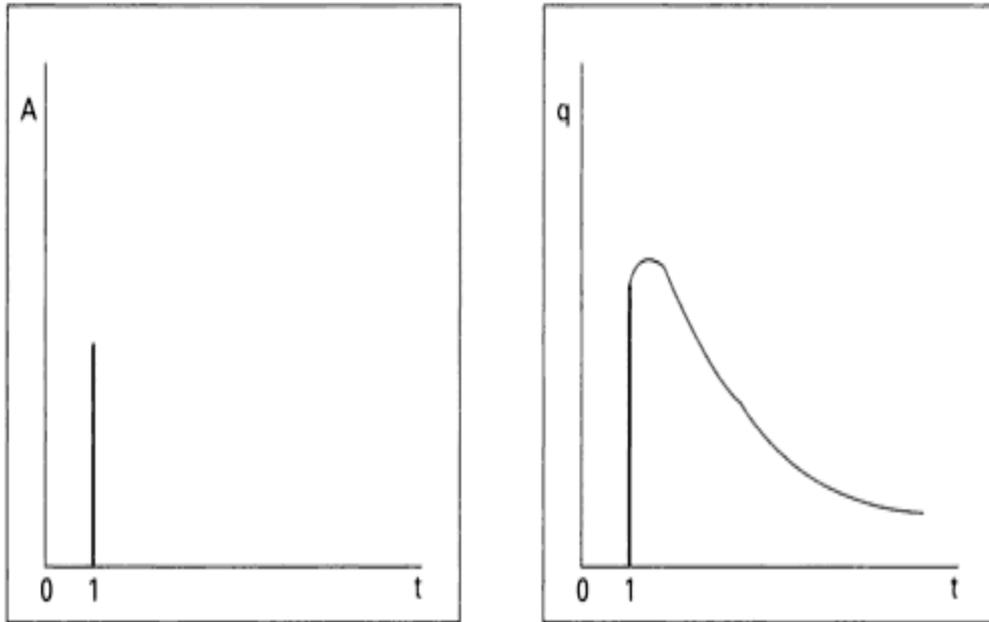


Figura 1. Dosis única (a: izquierda); dosis evolucionada (b: derecha).

Igualmente, después de varias dosis repetidas (figuras 2a y b); si AT es la absorción total en el tiempo T, estará dada por la expresión:

$$Q_t = \frac{A(t)}{t} - \int_0^1 f(t) dt$$

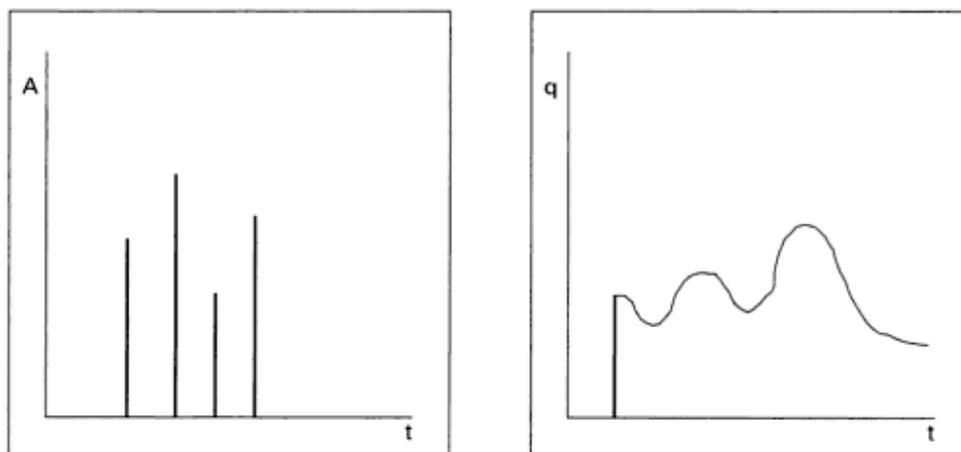


Figura 2. Dosis repetidas.

En cambio, durante las absorciones crónicas, siendo A constante (figuras 3a y b), entonces la expresión estará dada por:

$$Q_t = A \int_0^1 f(t) dt$$

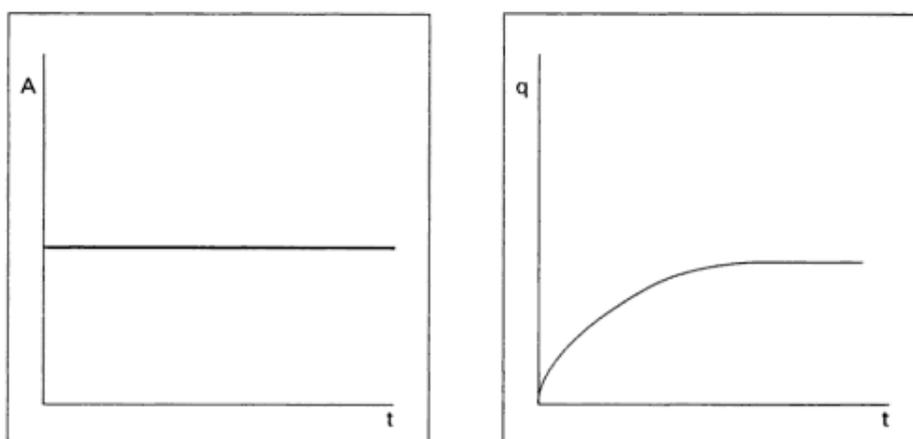


Figura 3. Dosis crónicas.

Muy pocos son los estudios realizados en relación a la existencia de programas informáticos que puedan predecir el nivel de riesgo con su posible similitud observadas en organismos desarrollados sobre ambientes ecológicos naturales.

Uno de los actuales estudios en este sentido, fue el desarrollado por Argota & Iannacone (2014), el cual presentó como objetivo evaluar la similitud para la predicción de riesgo ecológico entre el software Gecotoxic® y biomarcadores en la especie *Gambusia punctata*, dada la carga contaminante residual. En este estudio se concluyó que existió similitud en la predicción de riesgo ecológico entre el software Gecotoxic® y

biomarcadores de la *G. punctata*, donde se indicó que la carga contaminante residual, tuvo elevada probabilidad de daños ambientales afectándose finalmente la biología de la especie.

2.3 MARCO CONCEPTUAL

- a. **Evaluación de biotoxicidad:** La exposición de organismos vivos a un efluente o medios ambientales para determinar su toxicidad (Código, 2012)
- b. **Modelo biológico de experimentación:** cualquier organismo o parte de él, usado como reactivo biológico para conocer la toxicidad o potencial de toxicidad de un agente o agentes combinados cuyo efecto es total o parcialmente desconocido
- c. **Riesgo:** es la probabilidad de que ocurra un efecto adverso a nivel individual o poblacional, por la exposición a una concentración o dosis específica de un agente peligroso. Desde luego, esto abarca dos dimensiones: a) la posibilidad de que haya un resultado negativo; y b) la incertidumbre sobre la aparición, duración y magnitud del resultado adverso, por lo que riesgo también se puede definir como: situación o acción en donde son posibles dos o más resultados; se desconocen las posibilidades de aparición de un resultado en particular y, al menos una de las posibilidades es indeseable (Albert, 1997)
- d. **Evaluación de riesgo ecológico:** razón entre la concentración ambiental predicha que es la concentración esperada de un contaminante producto de la operación riesgosa que se está evaluando y la concentración sin efecto ecológico predicha que es la tolerancia al contaminante medida en una

especie, dando por resultado el coeficiente de riesgo (Medina & Encina, 2003)

- e. **Modelación matemática:** método de investigación teórico aplicado para el aprendizaje sobre el comportamiento matemático de una variable cuantitativa
- f. **Predicción de riesgo:** es la posibilidad de anticipar cual podría ser la probabilidad de ocurrencia de un suceso, fenómeno y/o evento con efectos o consecuencias adversas

2.4 HIPÓTESIS

2.4.1 Hipótesis general

La modelación matemática permite el ajuste óptimo sobre la incertidumbre predictiva multifuncional del riesgo ecotoxicológico asociado al programa Gecotoxic®

2.4.2 Hipótesis específicas

- a. La asignación de códigos arábigos diferenciales permite la predicción multifuncional del riesgo ecotoxicológico
- b. El establecimiento con rangos de máximo y mínimo basados en la progresión aritmética permite la predicción multifuncional del riesgo ecotoxicológico
- c. La asociación entre códigos arábigos de variables multifuncionales con la similitud de daños en la especie *Gambusia punctata* permite la predicción multifuncional del riesgo ecotoxicológico

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1 TIPO Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

3.1.1 Tipo de la investigación

Atendiendo al enfoque, el tipo de investigación fue cuantitativa donde se aplicó como método teórico la modelación, mientras la medición y el experimento fueron los métodos empíricos.

3.1.2 Diseño de la investigación

El diseño fue cuasi-experimental donde se utilizó una variable biológica antes y después de ajustar la predicción de riesgo en el programa computacional Gecotoxic®.

3.2 POBLACIÓN Y MUESTRA DE INVESTIGACIÓN

3.2.1 Población de investigación

Se utilizó diversas investigaciones hechas sobre las propiedades físico químicas del agua para predecir el riesgo ambiental usando el

modelo computacional, es decir con el modelo se determinó parámetros físico químico, toxicología ambiental y ecotoxicológica. Donde se realizó análisis exhaustivo y excluyente sobre programa Gecotoxic® durante tres meses comprendidos entre octubre del 2016 a diciembre del 2017. El programa Gecotoxic® está registrado por George Argota Pérez en el Centro Nacional de Derecho de Autor (CENDA) en la República de Cuba y cuyo código es 2027 – 2012. Asimismo, dicho programa es operativo sobre la base de datos reales y no simulados, donde la estimación de riesgo es a partir de la interacción matricial de números codificados arábigamente por intervalos de puntuación.

3.2.2 Muestra de investigación

Se utilizó Investigaciones publicadas que determinan la toxicología ambiental (metales, compuestos orgánicos). Es decir se analizó el funcionamiento informático predictivo del programa Gecotoxic®, el mismo tuvo como variables dos tipos de evaluaciones: análisis residual y efecto ambiental. Cada tipo de evaluaciones consideró varios menús quienes presentaron para su información de riesgo, un número arábigo asignado. Para la predicción de ajuste óptimo sobre la incertidumbre predictiva multifuncional se trabajó con dos mil variantes de estudio. Las variantes de estudio se seleccionaron atendiendo al carácter probabilístico aleatorio para evaluar sus posibles combinaciones y analizar el riesgo predictivo cualitativo de salida informacional.

3.3 DESCRIPCIÓN DE LAS TÉCNICAS Y PROCEDIMIENTOS

3.3.1 Fundamento

El riesgo ambiental se obtiene del peligro y vulnerabilidad cuya relación matemática es: $R=P+V$

3.3.2 Procedimiento

La técnica cuantitativa utilizada fue la de observación estructurada.

El procedimiento a evaluar para el análisis residual presentó dos tipos de menús: efecto toxicológico y tipo de tratamiento ambiental utilizado.

En el caso del primero presentó, tres sub-menús denominados como caracterización de la entidad, seguridad de parámetros físico-químicos y microbiológicos, así como toxicidad del residual, mientras que para el segundo menú se incluirán diversos tipos de análisis.

En cuanto al efecto ambiental fueron considerados cuatro tipos de menús siendo la fuente contaminante, seguridad de parámetros físico-químicos, toxicidad del efecto ambiental y análisis de indicadores biológicos.

Todas las variables fueron operacionalizadas sobre datos reales y no simulados, las cuales realizaron los análisis de forma individual y luego, el riesgo fue analizado por los menús bajo efectos de interacción, pudiendo ser clasificado el mismo como bajo, medio o alto. El principio de progresión aritmética a considerar fue sobre la ecuación siguiente:

$$A_n = A_0 + r(n - 1)$$

Dónde:

A_n = n -ésimo término,

A_0 = valor inicial

r = razón

3.3.3 Análisis estadístico

Para ajustar la incertidumbre predictiva del programa Gecotoxic® se comparó la bioacumulación de cobre en la especie *Gambusia punctata* antes y después asignar rangos de puntuación. La comparación se realizó mediante la prueba *t*-Students con tres réplicas para los dos grupos de tratamientos (sin control). La prueba de normalidad de los datos se realizó mediante el test de Kolmogorov–Smirnov de bondad de ajuste. Se utilizó el software profesional Statgraphics Centurion XVI, considerándose significativos los datos con $p < 0,05$.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 ESTABLECIMIENTO DE RANGOS DE INTERVALOS MÁXIMOS Y MÍNIMOS SEGÚN PROGRESIÓN ARITMÉTICA

Para la predicción de riesgo generado de forma interactuada total, se siguió los tres grupos de expresiones según las progresiones aritméticas siguientes:

| | | | | | | | | |
|------|---|-------|--------|---|------|--------|---|-------|
| X | — | $3X$ | X | — | $3X$ | X | — | $3X$ |
| $4X$ | — | $7X$ | $3X+1$ | — | $6X$ | $3X+1$ | — | $5X$ |
| $8X$ | — | $11X$ | $6X+1$ | — | $9X$ | $5X+1$ | — | $10X$ |

Figura 4. Progresiones aritméticas secuenciales para optimizar el riesgo de predicción ambiental del programa GECOTOXIC®.

Las expresiones anteriormente presentadas, constituyen una parte fundamental de la programación, ya que sirven para realizar una o varias operaciones sobre un dato o un conjunto de datos, obteniéndose otro dato como resultado. Los operadores definen algunas de las operaciones que pueden realizarse dentro de una expresión. Una expresión es una combinación de operadores y operandos. Los datos u operandos pueden ser constantes, variables y llamadas a funciones.

Además, dentro de una expresión pueden encontrarse subexpresiones encerradas entre paréntesis.

Cuando se ejecuta una sentencia de código que contiene una expresión, ésta se evalúa. Al evaluarse la expresión toma un valor que depende del valor asignado previamente a las variables, las constantes y los operadores y funciones utilizadas y la secuencia de la ejecución de las operaciones correspondientes. Este valor resultante de la evaluación de la expresión será de un determinado tipo de dato.

Relacionando la siguiente expresión y tabulando valores para la variable X se tiene los siguientes riesgos.

$$\text{I) } X \text{ ——— } 3X (R_1)$$

$$\text{II) } 4X \text{ ——— } 7X (R_2)$$

$$\text{III) } 8X \text{ ——— } 11X (R_3)$$

Si X es el valor de peligro ($X=P$) y esta se considera con un valor cero (0), es decir no existe valor, entonces los valores de la expresión precedente y teniendo en consideración la ecuación de riesgo:

a. $R = 0$: no existe riesgo alguno en las tres expresiones.

$$\text{Si } X = P = 1 \text{ y } V = 3X$$

b. $R_1 = 1 + 3(1) = 4$ este valor indica que existe un riesgo.

$$\text{Si } P = 4X \text{ y } V = 7X$$

c. $R_2 = 4(1) + 7(1) = 11$. Este valor indica que se incrementa el riesgo en un 175% respecto al valor del R_1

$$\text{Si } P = 8X \text{ y } V = 11X$$

d. $R_3 = 8(1) + 11(1) = 19$ este valor indica que se incrementa el riesgo en un 375% respecto al valor de R_1 .

Si el valor de X se tabula con valores positivos el nivel de riesgo se incrementa.

Relacionando la siguiente expresión y tabulando valores para la variable X se tiene los siguientes riesgos.

$$\text{I) } X \text{ ——— } 3X (R_1)$$

$$\text{II) } 3X + 1 \text{ ——— } 6X (R_2)$$

$$\text{III) } 6X + 1 \text{ ——— } 9X (R_3)$$

Si X es el valor de peligro ($X=P$) y esta se considera con un valor cero (0), es decir no existe valor, entonces los valores de la expresión precedente y teniendo en consideración la ecuación de riesgo:

$$\text{Si } X = P = 0 \text{ y } V = 3X$$

- a. $R_1 = 0$; No existe riesgo
- b. $R_2 = 3(0) + 1 + 6(0) = 1$; si existe riesgo
- c. $R_3 = 6(0) + 1 + 9(0) = 1$; si existe riesgo

$$\text{Si } X=1, P = 3X+1 \text{ y } V = 6X$$

- a. $R_1 = 1 + 3(1) = 4$; si existe riesgo
- b. $R_2 = 3(1) + 1 + 6(1) = 10$; este valor indica que existe un riesgo de 150% respecto a R_1
- c. $R_3 = 6(1) + 1 + 9(1) = 16$; este valor indica que existe un riesgo de 300% respecto a R_1

Si el valor de X se tabula con valores positivos el nivel de riesgo se incrementa

Relacionando la siguiente expresión y tabulando valores para la variable X se tiene los siguientes riesgos.

$$\text{I) } X \text{ ——— } 3X (R_1)$$

$$\text{II) } 3X + 1 \text{ ——— } 5X (R_2)$$

$$\text{III) } 5X + 1 \text{ ——— } 10X \text{ (R}_3\text{)}$$

Si X es el valor de peligro ($X=P$) y esta se considera con un valor cero (0), es decir no existe valor, entonces los valores de la expresión precedente y teniendo en consideración la ecuación de riesgo:

$$\text{Si } X = P = 0 \text{ y } V = 3X$$

- a. $R_1 = 0$; no existe riesgo
- b. $R_2 = 3(0) + 1 + 5(0) = 1$; si existe riesgo
- c. $R_3 = 5(0) + 1 + 10(0) = 1$; si existe riesgo

$$\text{Si } X = 1, P = 3X + 1 \text{ y } V = 5X$$

- a. $R_1 = 1 + 3(1) = 4$; si existe riesgo
- b. $R_2 = 3(1) + 1 + 5(1) = 9$; este valor indica que existe un riesgo de 125% respecto a R_1
- c. $R_3 = 5(1) + 1 + 10(1) = 16$; este valor indica que existe un riesgo de 300% respecto a R_1

Si el valor de X se tabula con valores positivos el nivel de riesgo se incrementa.

El estudio de los problemas del “mundo real” ha sido fuente de inspiración para que muchos matemáticos construyan nuevas teorías y modelos que expliquen y solucionen problemas de un fragmento de esa realidad. Algunos investigadores en Educación Matemática destinan parte de sus esfuerzos hacia el estudio de dicha realidad, sus vínculos con el conocimiento matemático y su aprovechamiento como recurso en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Como fruto de estos esfuerzos, ha llegado a consolidarse en el ámbito internacional el área de

investigación denominada Modelling and Applications in Mathematics Education (Blum *et al.*, 2007).

El proceso de modelación se fundamenta sucintamente en los Lineamientos Curriculares de matemáticas desde al menos tres acepciones (Vilca, 2009):

- a. La modelación como una necesidad generada por los desarrollos de la tecnología que permean la sociedad. En este sentido puede inferirse que la modelación responde a los requerimientos del individuo para enfrentarse al mundo de la producción.
- b. La modelación como una forma de describir las interrelaciones entre el “mundo real” y las matemáticas. De esta forma se presenta la modelación como un proceso en estrecha conexión con la solución de problemas. Sin embargo, no se hacen explícitos los elementos que caracterizan dicha relación y sus diferencias o similitudes con el proceso de resolver problemas.
- c. Como una actividad involucrada en la “solución de problemas reales” que implica procesos de simplificación, idealización y estructuración de las “situaciones reales”, que luego de ser matematizadas arrojan como resultado la construcción de un modelo matemático. El análisis del modelo arroja ciertas conclusiones que se validan cuando son interpretadas a la luz de la situación original y cuando se justifica su uso en coherencia con el propósito con el que fue construido.

Blum *et al.*, (2007), establece que cuando la resolución de problemas se utiliza para designar los procesos que intervienen cuando un problema del

“mundo real” va a ser resuelto, tiene un significado equivalente a la modelación matemática. En ambos casos destacan el uso de los elementos estratégicos que están necesariamente implicados en el proceso de solución. Es claro que tanto en el proceso de modelación como en el de planteamiento y resolución de problemas se abordan problemas con el fin de posibilitar en los estudiantes un aprendizaje con significado de los conceptos matemáticos, sin embargo, el tipo de problemas, las estrategias de solución y los contextos son elementos determinantes en la diferencia entre ambos procesos.

En la actualidad, de modo general la modelación se entiende como una actividad que aborda el proceso de construcción de modelos a partir de problemas de la realidad, sin embargo, se presenta para la discusión su trascendencia hacia la noción de práctica que además de la construcción de modelos incluya la reelaboración e interpretación de modelos ya construidos. En consecuencia, los problemas deben asumirse como problemas en contextos reales; y por tanto, se requiere una discusión seria del significado de “realidad” desde la perspectiva de la modelación en educación matemática. Algunas interpretaciones de la “realidad” en ocasiones comprenden una serie de situaciones creadas de manera artificial para revestir algunos conceptos matemáticos. Contrario a esto, se considera en este artículo que una mirada desde la modelación debe considerar la idea de contextos reales como cercana a aquellos contextos cotidianos, sociales, culturales, de consumo o de otras ciencias; en los cuales los estudiantes deben enfrentarse verdaderos procesos de experimentación, a la identificación y manipulación de datos, a la

simplificación y abstracción de cantidades y variables con miras a la construcción del modelo para su resolución (Villa, 2009).

En el cuadro 1, algunos elementos que caracterizan los procesos de modelación, planteamiento y resolución de problemas, donde se observa como la modelación y la resolución de problemas convergen en diferentes criterios. Atendiendo a estos criterios, es que inicialmente, a partir de la asignación de rangos para máximos y mínimos como intervalos de clases, es que fue considerado pensar en la progresión aritmética como proceso de modelación para luego aplicarse en la resolución primaria de problemas que determinarán posteriormente las categorías de riesgo.

Cuadro 1. Caracterización los procesos de modelación, planteamiento y resolución de problemas.

| CRITERIOS | MODELACIÓN MATEMÁTICA | RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS |
|-------------------|---|--|
| contextos | Son "contextos reales", los cuales dependen del entorno sociocultural de los estudiantes y de las demás ciencias. Son contextos extra-matemáticos | <ul style="list-style-type: none"> - pueden ser contextos reales, pero también pueden ser contextos rediseñados y artificiales. - pueden ser contextos extra o intra-matemáticos |
| propósitos | el estudiante es sometido a procesos de experimentación, indagación, búsqueda de datos, abstracción y simplificación, entre otros | - en ocasiones, los datos son presentados a estudiantes en situaciones simplificadas, por tanto, los procesos de experimentación, establecimiento de datos, y simplificación son un poco más limitados |
| el proceso | <ul style="list-style-type: none"> - como proceso, la modelación matemática es recursiva y cíclica. Se desarrolla a través de una serie de fases en donde el estudiante debe interpretar, abstraer, simplificar, construir el modelo, interpretar matemáticamente dicho modelo y luego, a la luz del problema inicial, debe darse una evaluación del modelo; y de acuerdo con esto puede darse una reformulación del modelo. -la validación es interna y/o externa | <ul style="list-style-type: none"> - como proceso, la resolución de problemas incorpora una mirada regresiva del problema (suponer el problema resuelto). - es un proceso recursivo y cíclico que requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. - la validación es generalmente interna |
| Argumentos | <ul style="list-style-type: none"> - al abordar problemas cotidianos y del entorno social y cultural de los estudiantes, permite una (re)significación de la realidad objetiva por parte del estudiante, de manera tal que le posibilite asumir una actitud crítica frente a las situaciones de la cotidianidad - aporta elementos para responder a la pregunta clásica <i>¿para qué sirven las matemáticas?</i> Otros argumentos son presentados en Bassanezi (2002) | <ul style="list-style-type: none"> - posibilita la construcción de conocimientos y del pensamiento matemático de manera flexible, contextualizada, con sentido y significado - otros argumentos son presentados en Mesa (1998), Obando & Múnica (2003) |

Fuente: Vilca (2009).

4.2 ASIGNACIÓN DE CÓDIGO ARÁBIGO DE PUNTUACIÓN ECUACIONAL PARA AJUSTAR EL RIESGO CUALITATIVO SEGÚN VALORES CUANTITATIVOS PROGRESIVOS ARITMÉTICAMENTE

Para la asignación de código arábigo, se realizó previamente la descripción del efecto ambiental, donde el software es dependiente de tres condiciones iniciales (cuadro 2): fuente contaminante, seguridad de parámetros fisicoquímicos y análisis de indicadores biológicos naturales.

En cuanto a la fuente contaminante, la misma considera una zona de análisis (aproximación, mezcla y exposición), así como el número de fuentes identificadas y los contaminantes de interés (quienes se expresan por matrices ambientales). De igual manera, es considerada la seguridad de parámetros físico-químicos y microbiológicos (cantidad de parámetros medidos como el número de ellos encontrados según la norma utilizada), así como la toxicidad del efecto ambiental sobre la base del tipo a evaluar (sustancia, compuesto o mezcla), el ensayo (microcosmo o batería) y el número de pruebas que presentan toxicidades, siendo las mismas impares (3 o 5) a determinar.

Finalmente, para el análisis de indicadores biológicos se consideró el tipo de muestra, la cual es evaluada atendiendo a la magnitud de daño, siguiendo la clasificación reportada por Argota & Iannacone (2014).

Cuadro 2. Descripción del efecto ambiental generado por el programa GECOTOX®.

| FUENTE CONTAMINANTE | | | | | SEGURIDAD DE PARÁMETROS FÍSICO-QUÍMICOS | | | |
|---|--------------|--------------------------|----|-----|---|------------|-----|---|
| Zona | | | | | Número de parámetros | Categ | I | 4 |
| 1 | aproximación | Contaminantes de interés | | | | | II | 2 |
| 2 | mezcla | I | II | ≥ 3 | | | III | 0 |
| 3 | exposición | 1 | 2 | 3 | | | 0 | |
| ANÁLISIS EN INDICADORES BIOLÓGICOS NATURALES | | | | | Cantidad de parámetros válidos | cumplen | | 0 |
| | | | | | | No cumplen | | 1 |
| Daños | | | | | | | | |
| Sin daños | | | | | 1 | | | |
| Ligero | | | | | 2 | | | |
| Leve | | | | | 3 | | | |
| Moderado | | | | | 4 | | | |
| Extremo | | | | | 5 | | | |

Considerando que, se hace necesario poder igualmente evaluar las cargas contaminantes de residuales ambientales tributados por las fuentes identificadas como contaminantes o potenciales contaminantes, es que debe concebirse una caracterización inicial sobre el efecto toxicológico que efectúan las mismas y que para ello, se consideran como menús el análisis de riesgo residual, seguridad de parámetros físico-químicos y toxicidad del efluente como se muestra en el cuadro 3.

- 1) la caracterización de la entidad quien dependerá del tipo de fuente (puntual o dispersa) como el tipo de emisión (continua de larga duración, continua de corta duración, intermitente de alta frecuencia, intermitente de baja frecuencia), 2) seguridad de parámetros físico-químicos y microbiológicos (cantidad de

parámetros medidos como el número de ellos encontrados según la norma utilizada) y 3) toxicidad del residual, la cual dependerá del tipo a evaluar (sustancia, compuesto o mezcla), el ensayo (microcosmo o batería) y el número de pruebas que presentan toxicidades, siendo las misma impares (3 o 5) a determinar.

Para el caso del tipo de tratamiento ambiental, fue considerado si el mismo es primario, secundario, terciario, cuaternario y si el aplicado es inadecuado. De igual forma se tiene en cuenta si los tratamientos son realizados de forma real o potencial.

Cuadro 3. Efecto toxicológico generado por el programa Gecotox®

| ANÁLISIS DE RIESGO RESIDUAL | | | | | SEGURIDAD DE PARÁMETROS FÍSICO-QUÍMICOS | | | | |
|-----------------------------|-----------|-----------------|---------------------------------|---|---|--------------------------------|------------|--|---|
| Tipo de fuente | difusa | Tipo de emisión | Continua de larga duración | | 5 | Cantidad de parámetros válidos | II | | 3 |
| | 2 | | Continua de corta duración | | 3 | | III | | 1 |
| | puntual | | Intermitente de alta frecuencia | | 4 | | cumple | | 0 |
| | 1 | | Intermitente de baja frecuencia | | 2 | | No cumplen | | 1 |
| Toxicidad del efluente | | | | | | | | | |
| Mezcla | tóxica | 1 | Bio degradabilidad | | Caracterización del riesgo | | | | |
| | No tóxica | 0 | ≤ 50% | 1 | PEC > PNEC | 1 | | | |
| | | | > 50% | 3 | PEC < PNEC | 2 | | | |

Una vez asignados los códigos de puntuación para cada variable por menús que correspondieron a los descriptores, entonces se procedió a su informatización y evaluaciones de situaciones ambientales como se muestran en la figura 5 y 6 respectivamente.

EFFECTO AMBIENTAL Fecha de Revisión: 10/4/2013

Fuente Contaminante

Zona:
 Aproximación
 Mezcla
 Exposición

Distancia (m) Contaminantes de Interés

Seguridad de Parámetros Físico - Químicos **Riesgo Medio**

Número de Parámetros a determinar

Categoría II
 Cantidad de Parámetros Válidos: 5

| Parámetros | Norma | Valor Establecido | Valor Medido | Validez |
|------------|-------------------|-------------------|--------------|-----------|
| OD | D.S No 002 - 2008 | mayor que 5.0 | 3.48 | No Válido |
| pH | D.S No 002 - 2008 | 6.5 - 8.4 | 7.37 | Válido |
| ST | D.S No 002 - 2008 | 500 | 1263.33 | No Válido |
| AT | D.S No 002 - 2008 | mayor que 20 | 209.06 | Válido |
| DT | D.S No 002 - 2008 | 500 | 180.6 | Válido |
| CE | D.S No 002 - 2008 | 2000 | 1795 | Válido |
| SO4 | D.S No 002 - 2008 | 500 | 222 | Válido |

Análisis en Indicadores Biológicos Naturales **Riesgo Medio**

Número de Muestras

Correlaciones:
 Si
 No

| Muestra | Daños |
|-----------|----------|
| branquias | Severo |
| hígado | Sin Daño |

Guardar Cerrar
 Resumen de Riesgo Elaborar Informe

Figura 5. Descriptor del efecto ambiental generado por el programa Gecotoxic®

Gecotox Archivo Ayuda Contactos

Análisis 1

Análisis de Riesgo Residual **Riesgo Medio** Fecha de Revisión: 8/2/2012

Efectos Toxicológicos **Riesgo Alto**

Caracterización de la Entidad **Riesgo Bajo**

Tipo de Fuente:
 difusa
 puntual

Tipo de Emisión:
 continua de larga duración
 continua de corta duración
 intermitente de alta frecuencia
 intermitente de baja frecuencia

Toxicidad del Efluente **Riesgo Alto**

Mezcla:
 tóxica
 no tóxica

Biodegradación:
 < 50%
 > 50%

Caracterización del Riesgo:
 PEC > PNEC
 PEC < PNEC

número de contaminantes de interés

Seguridad de Parámetros Físicos - Químicos **Riesgo Alto**

número de parámetros a determinar

Categoría III
 Cantidad de Parámetros Válidos: 1

| Parámetros | Norma | Valor Establecido | Valor |
|------------|---------------------|-------------------|-------|
| pH | NC: 1984 evaluación | 6.5 - 8.5 | 6. |
| DBO-5 | NC: 1984 evaluación | < 3.0 mg/ml | 9 |

Figura 6. Descriptor del análisis de riesgo residual generado por el programa Gecotoxic®

4.3 AJUSTE ÓPTIMO DE LA INCERTIDUMBRE PREDICTIVA SEGÚN LOS CÓDIGOS ARÁBIGOS DE VARIABLES MULTIFUNCIONALES.

Cruzando el concepto de rangos con los temas de tratamiento ambiental, se encuentran intervalos en la fase de análisis de riesgo del protocolo de evaluación de riesgo ecológico mediante la magnitud del valor de riesgo indicado por Argota & Iannacone (2014) como se muestra en el cuadro 4.

Cuadro 4. Magnitud del valor de riesgo.

| MVR | Consecuencias | | | |
|--------------|---------------|----------|----------|----------|
| | | baja | media | alta |
| Probabilidad | baja | trivial | leve | moderada |
| | media | leve | moderada | severa |
| | alta | moderada | severa | extrema |

Fuente: Argota e Iannacone, 2014.

Considerando el cuadro anterior, se tienen 3 tipos de probabilidad de riesgo, 3 tipos de consecuencias y 9 magnitudes del valor del riesgo. En las expresiones recibidas se tiene grupos de 3 rangos, por lo tanto se puede considerar que cada grupo puede presentar los rangos de cada tipo de probabilidad de riesgo o los rangos de los tipos de consecuencias, que corresponden a rangos de riesgos por grupo de intervalos (figura 7).

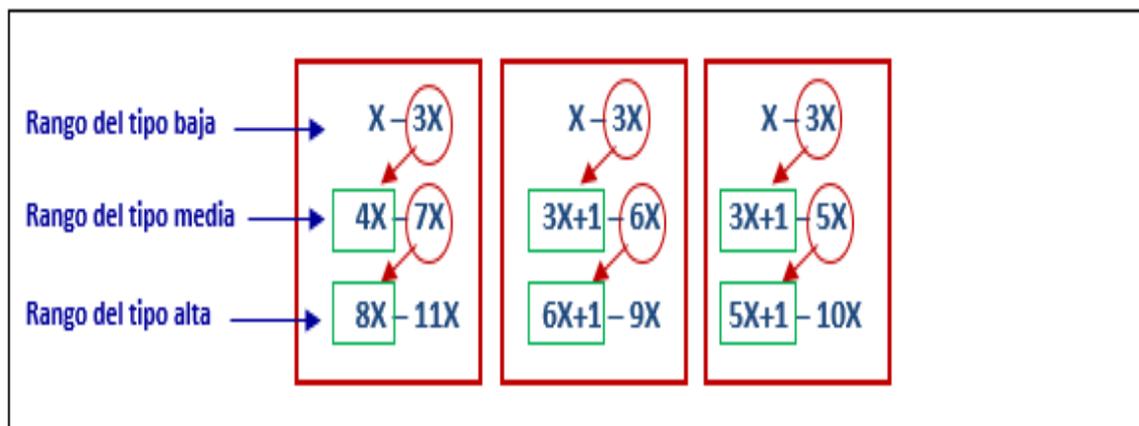


Figura 7. Correspondencia de rangos de riesgos por grupo de intervalos.

Pero a la vez se tienen 3 grupos de intervalos con diferentes secuencias de ecuaciones. Además, si se considera que en la elaboración de los intervalos se razona las progresiones aritméticas de cada caso, se puede interpretar sobre la presencia ante 3 casos, cada uno con su propia progresión aritmética como se muestra en la figura 8.

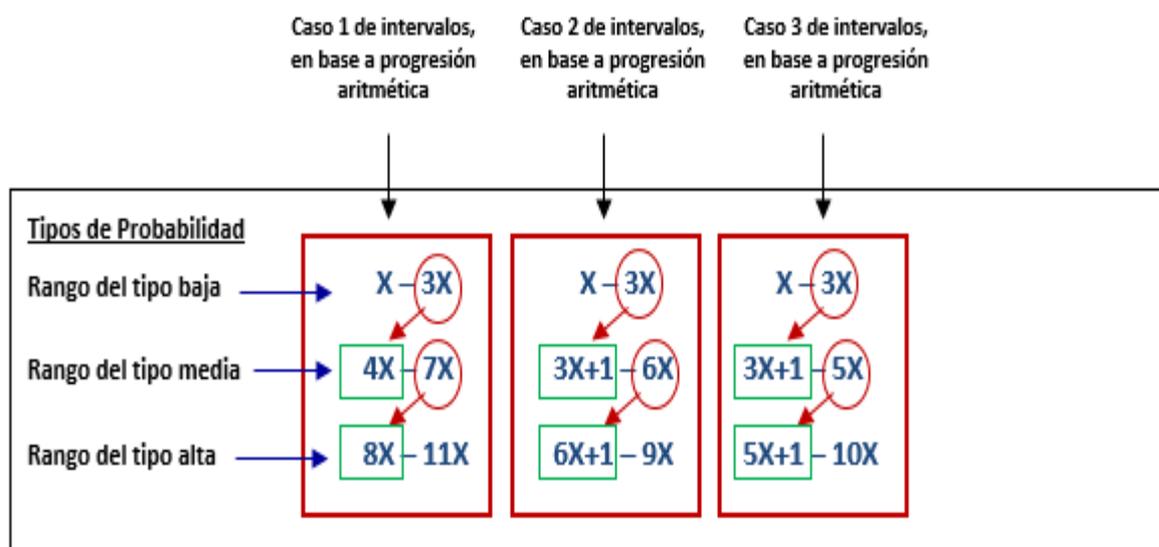


Figura 8. Progresión aritmética por intervalos y rangos de riesgo según códigos redesignados.

Realizando un ensayo considerando $X = 1$, entonces se tiene una primera matriz de datos que describe el tipo de rango en correspondencia con la probabilidad de daño o consecuencia (figura 9):

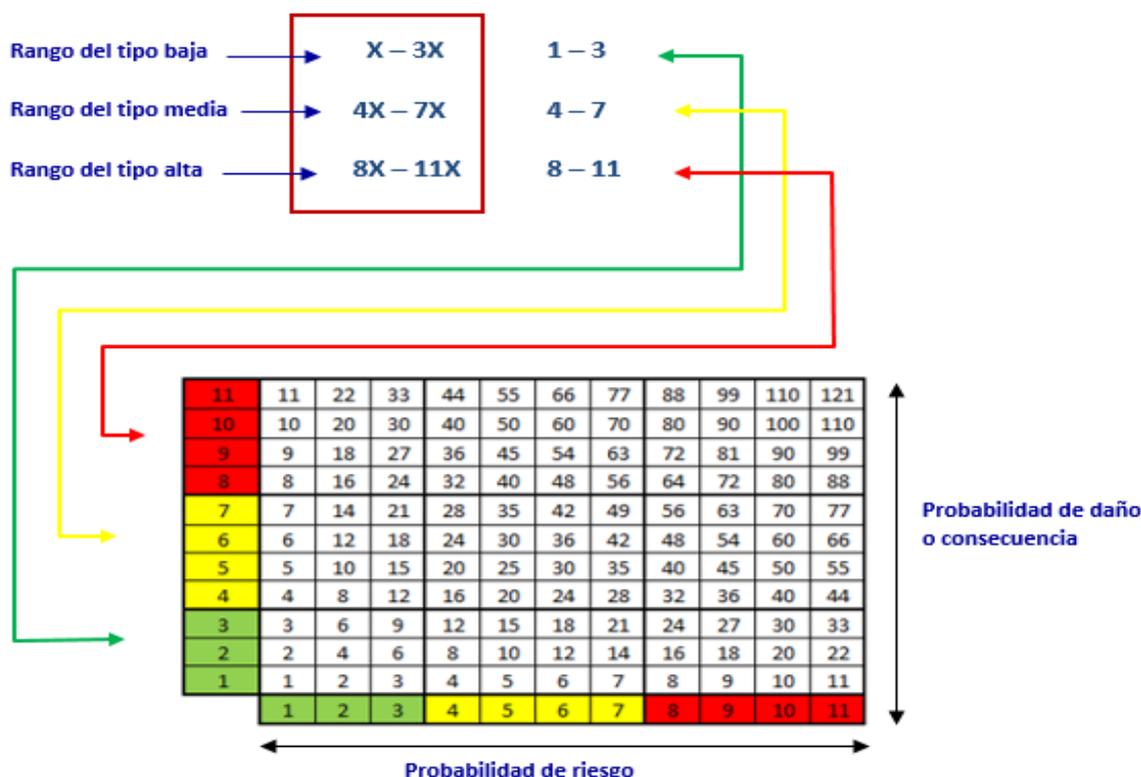


Figura 9. Matriz de interacción entre probabilidad de daño o consecuencia y rangos de por intervalos de riesgo.

Integrando el cuadro de la magnitud del valor del riesgo, multiplicando la probabilidad del riesgo por la probabilidad de la consecuencia o daño, se obtienen los 9 grupos de magnitudes del valor de riesgo, lo cual coincide con lo indicado por el cuadro 3. Si ahora evalúa la interpretación del cuadro 3, puede obtenerse la siguiente comparación, lo cual es coincidente y por tanto; puede dimensionarse su ajuste óptimo para la predicción de riesgo ecotoxicológico ambiental (figura 10).

En el cuadro 6, puede mostrarse la comparación entre los valores por ejemplo de Cu bioacumulado en branquias entre dos análisis realizados para la misma especie, en el mismo lugar en dos momentos diferentes con relación a la utilización de Gecotoxic[®], donde las condiciones de evaluación fueron similares.

Cuadro 6. Resumen estadístico.

| | Gp Cu 1 | Gp Cu 2 |
|-------------------------|----------------------|----------------------|
| Recuento | 3 | 3 |
| Promedio | 44.08 | 32.27 |
| Desviación Estándar | 0.01 | 0.01 |
| Coficiente de Variación | 0.0226 86% | 0.03098 85% |
| Mínimo | 44.07 | 32.26 |
| Máximo | 44.09 | 32.28 |
| Rango | 0.02 | 0.02 |
| Sesgo Estandarizado | - 2.2608 6E-12 | - 2.26086 E-12 |

Este cuadro contiene el resumen estadístico para las dos muestras de datos. De particular interés son el sesgo estandarizado que puede usarse para comparar si las muestras provienen de distribuciones normales.

Valores de estos estadísticos fuera del rango de -2 a +2 indican desviaciones significativas de la normalidad, lo que tendería a invalidar las pruebas que comparan las desviaciones estándar. En este caso, ambos valores de sesgo estandarizado se encuentran dentro del rango esperado.

En cuanto a la comparación de las medias entre ambos análisis pudo obtenerse lo siguiente:

Comparación de Medias

- a. Intervalos de confianza del 95.0% para la media de Gp Cu 1: 44.08 +/- 0.0248414 [44.0552, 44.1048]
- b. Intervalos de confianza del 95.0% para la media de Gp Cu 2: 32.27 +/- 0.0248414 [32.2452, 32.2948]
- c. Intervalos de confianza del 95.0% intervalo de confianza para la diferencia de medias
- d. Suponiendo varianzas iguales: 11.81 +/- 0.0226696 [11.7873, 11.8327]

Prueba t para comparar medias

- a. Hipótesis nula: $media1 = media2$
- b. Hipótesis Alt.: $media1 <> media2$
- c. Suponiendo varianzas iguales: $t = 1446.42$ valor-P = 1.37068E-12
- d. Se rechaza la hipótesis nula para $\alpha = 0.05$.

De interés particular fue el intervalo de confianza para la diferencia entre las medias, el cual se extendió desde 11.7873 hasta 11.8327. Puesto que el intervalo no contiene el valor 0, existió diferencia estadísticamente significativa entre las medias de las dos muestras con un nivel de confianza del 95.0%, lo cual explicó, que no era posible esperar cuando las condiciones ambientales eran similares, de manera que ello indicó la necesidad de realizar ajustes en cuanto a la asignación de puntos sobre las variables para el programa, ya que el riesgo siguió informando la misma predicción.

Para ello, fue necesario solo rediseñar los puntos asignados al menú que refería a la seguridad de parámetros físico-químicos, ya que al parecer indicaban intervalos muy abiertos en cuanto a la amplitud y por ende, su puntuación se encontraba por encima de lo real, siendo menos preciso y exacta el riesgo final por interacción (cuadro 7).

Al analizar los parámetros físico-químicos exclusivamente y compararlos con determinada norma, quizás no pueda visualizarse los posibles efectos e impactos que generan las contaminaciones sobre las poblaciones biológicas y sus transferencias a hacia otras matrices ambientales incluyendo a la propia salud humana.

Cuadro 7. Reajuste de códigos de puntuación (derecha) / seguridad de parámetros físico-químicos.

| SEGURIDAD DE PARÁMETROS FÍSICO-QUÍMICOS | | | |
|---|------------|-----|----|
| Número de parámetros | Categ | I | 10 |
| | | II | 5 |
| | | III | 3 |
| Cantidad de parámetros válidos | cumplen | 0 | |
| | No cumplen | 1 | |

| SEGURIDAD DE PARÁMETROS FÍSICO-QUÍMICOS | | | |
|---|------------|-----|---|
| Número de parámetros | Categ | I | 5 |
| | | II | 3 |
| | | III | 1 |
| Cantidad de parámetros válidos | cumplen | 0 | |
| | No cumplen | 1 | |

Puede observarse que históricamente la salud o calidad ambiental de los ecosistemas acuáticos, ha estado referida a la determinación de los parámetros físico-químicos de calidad del agua (Ramírez *et al.*, 2008). Sin embargo, las fluctuaciones de los parámetros físico-químicos pueden ser tan normales que cualquier tipo de contaminación natural puede traer en consecuencia, malas

interpretaciones del comportamiento o salud ambiental de los ecosistemas (Lakshmanan *et al.*, 2009; Sierra, 2011).

Asimismo, fue considerado entender el número de contaminantes de interés determinado (s) por matriz, ya que ello de igual modo, influye en los análisis de daño sobre los órganos o tejidos de los organismos que habitan en el ecosistema objeto de estudio, estableciendo códigos de puntuación para los mismos como se observa en el cuadro 8.

Cuadro 8. Código de la variable contaminante de interés.

| FUENTE CONTAMINANTE | | | | |
|---------------------|--------------|--------------------------|----|-----|
| Zona | | | | |
| 1 | aproximación | Contaminantes de interés | | |
| 2 | mezcla | I | II | ≥ 3 |
| 3 | exposición | 1 | 3 | 5 |

En el cuadro 9, se muestra las codificaciones finales para el menú referido al efecto ambiental que permitió la similitud del riesgo entre el programa con los daños analizados, independientemente de las condiciones determinadas en el medio.

Cuadro 9. Código de puntuación del efecto ambiental ajustado.

| FUENTE CONTAMINANTE | | | | | SEGURIDAD DE PARÁMETROS FÍSICO-QUÍMICOS | | | |
|---|--------------|--------------------------|----|--|---|------------|-----|---|
| Zona | | | | | Número de parámetros | cat | I | 5 |
| 1 | aproximación | Contaminantes de interés | | | | | II | 3 |
| 2 | mezcla | I | II | | | | III | 1 |
| 3 | exposición | 1 | 3 | | Cantidad de parámetros válidos | cumplen | 0 | |
| ANÁLISIS EN INDICADORES BIOLÓGICOS NATURALES | | | | | | No cumplen | 1 | |
| Daños | | | | | | | | |
| Sin daños | | 1 | | | | | | |
| Ligero | | 2 | | | | | | |
| Leve | | 3 | | | | | | |
| Moderado | | 4 | | | | | | |
| Extremo | | 5 | | | | | | |

Con los nuevos valores asignados se visualizó el programa denominado Gecotoxic[®] (figura 11, 12 y 13). Este programa no solo es más amigable en cuanto a sus ventanas de interacción, sino que incorpora nuevas variables de medición en la barra de menú como es el análisis estadístico descriptivo de los datos.

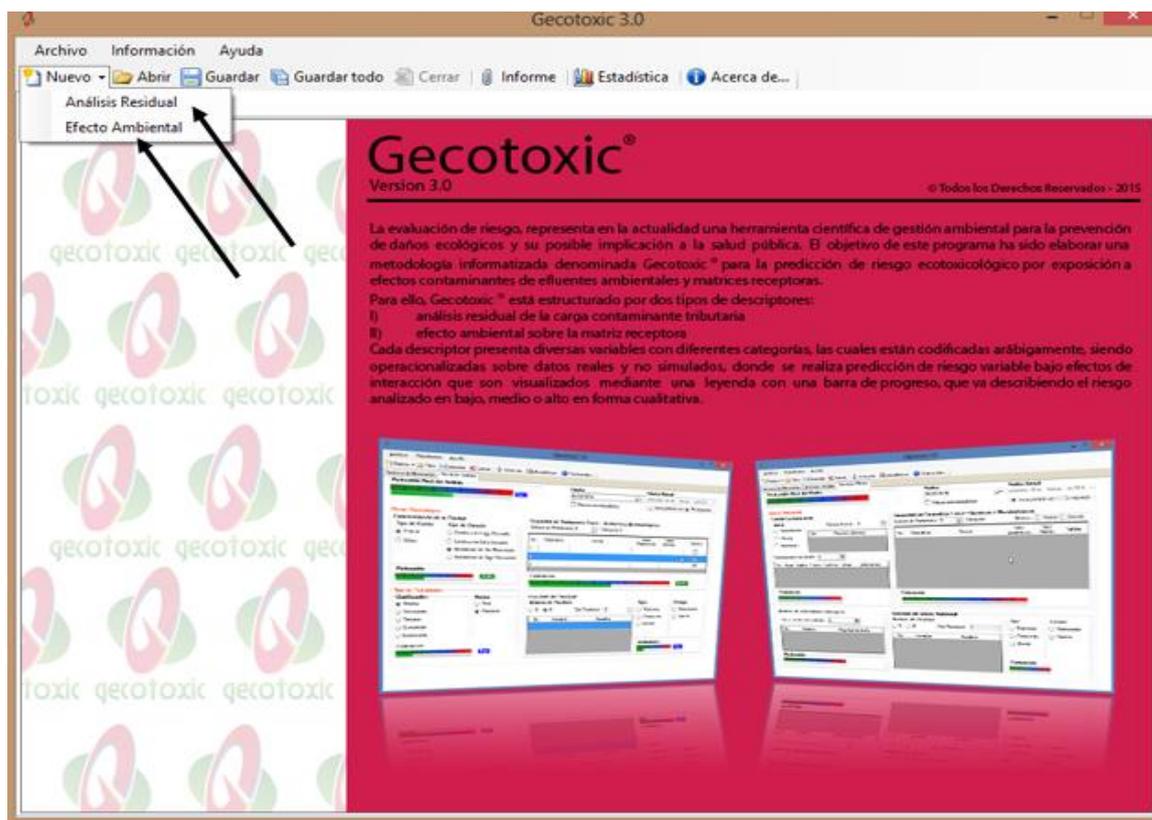


Figura 11. Ventana principal de Gecotoxic®

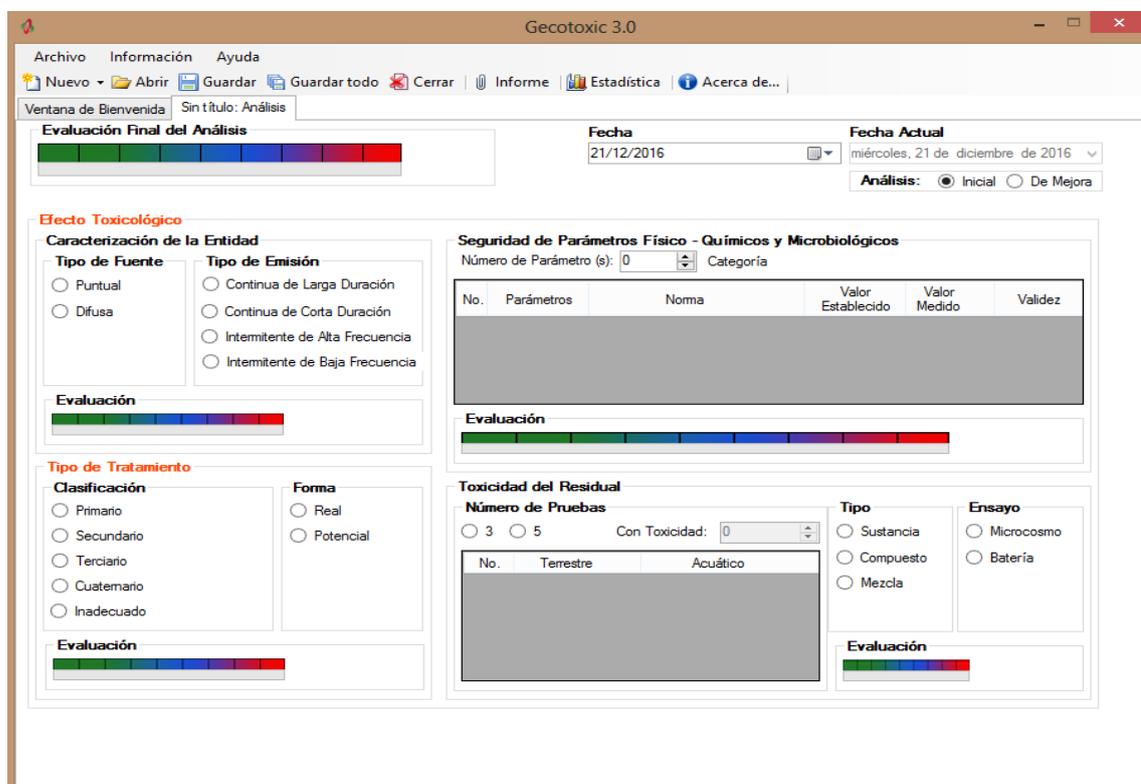
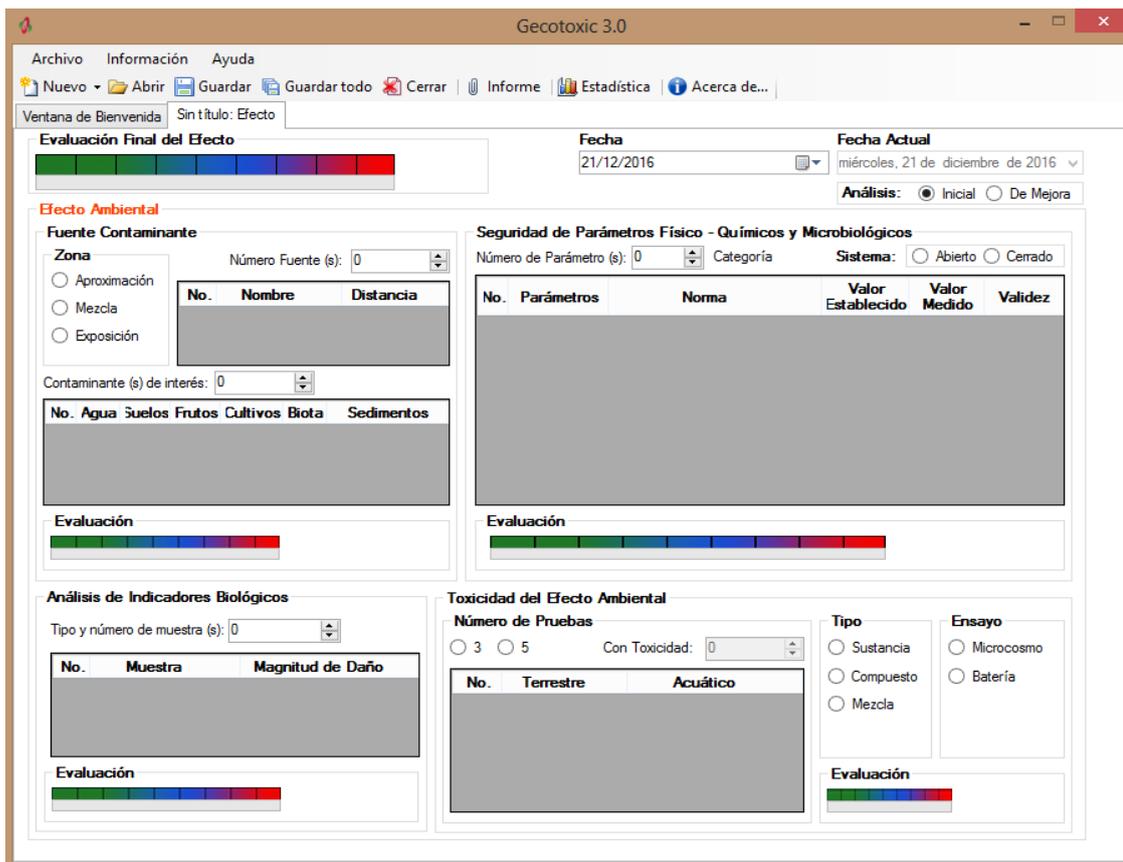


Figura 12. Ventana de análisis residual de Gecotoxic®



The screenshot shows the 'Gecotoxic 3.0' software interface. At the top, there is a menu bar with 'Archivo', 'Información', and 'Ayuda'. Below it, a toolbar contains icons for 'Nuevo', 'Abrir', 'Guardar', 'Guardar todo', 'Cerrar', 'Informe', 'Estadística', and 'Acerca de...'. The main window is titled 'Ventana de Bienvenida' and 'Sin título: Efecto'. It features a 'Fecha' field set to '21/12/2016' and a 'Fecha Actual' field set to 'miércoles, 21 de diciembre de 2016'. There are also radio buttons for 'Análisis: Inicial' (selected) and 'De Mejora'. The interface is divided into several panels:

- Evaluación Final del Efecto:** A horizontal bar with a color gradient from green to red.
- Fuente Contaminante:** Includes a 'Zona' dropdown (options: Aproximación, Mezcla, Exposición), a 'Número Fuente (s):' field (0), and a table with columns 'No.', 'Nombre', and 'Distancia'.
- Seguridad de Parámetros Físico - Químicos y Microbiológicos:** Includes a 'Número de Parámetro (s):' field (0), a 'Categoría' dropdown, and a 'Sistema:' dropdown (options: Abierto, Cerrado). Below is a table with columns 'No.', 'Parámetros', 'Norma', 'Valor Establecido', 'Valor Medido', and 'Validez'.
- Análisis de Indicadores Biológicos:** Includes a 'Tipo y número de muestra (s):' field (0) and a table with columns 'No.', 'Muestra', and 'Magnitud de Daño'.
- Toxicidad del Efecto Ambiental:** Includes a 'Número de Pruebas' field (options: 3, 5) and a 'Con Toxicidad:' field (0). Below is a table with columns 'No.', 'Terrestre', and 'Acuático'.

Each of these panels has an 'Evaluación' color scale at the bottom.

Figura 13. Ventana de efecto ambiental de Gecotoxic®.

La información sobre la toxicidad acuática es esencial en la evaluación del riesgo ambiental para determinar los peligros potenciales y los riesgos de los productos químicos nuevos y existentes. Se aplican técnicas de predicción y modelación, tales como relaciones de actividad de estructura cuantitativa (QSAR) y distribuciones de sensibilidad de especies (SSD) para llenar vacíos de datos y para predecir, evaluar y extrapolar la toxicidad de los productos químicos (Dom *et al.*, 2010), de manera que en este trabajo de investigación, se combinó la predicción de riesgo mediante la modelación de parámetros medidos de forma real con las evaluaciones de sensibilidad que puedan ser observadas y analizadas en organismos desarrollados sobre ambientes naturales en su condición de bioindicadores.

El uso de bioindicadores se está proponiendo como una nueva herramienta para conocer la calidad del agua, esto no quiere decir que desplace al método tradicional de los análisis físico-químicos. Su uso simplifica en gran medida las actividades de campo y laboratorio, ya que su aplicación solo requieren de la identificación y cuantificación de los organismos basándose en índices de diversidad ajustados a intervalos que indican la calidad del agua (Velázquez *et al.*, 2006).

Entre los años 1995 y 1996 se desarrollaron indicadores especiales para una cuenca o una región con la estrategia de evaluación ambiental de Florida (The strategic assessment of Florida's Environment – Safe) que formuló un índice especial para la Florida y el índice de British Columbia (BCWQI) de Canadá, mediante el desarrollo del programa de mejoramiento de la cuenca baja de Miami. La Comunidad Europea desarrolló el índice universal de la calidad del agua (UWQI) utilizado para evaluar la calidad del agua superficial como fuente de agua potable. Este indicador se basa en 12 variables: cadmio, cianuro, mercurio, selenio, arsénico, fluoruro, nitratos, OD, DBO₅, fósforo total, pH y coliformes totales. La metodología AMOEBA (a general method of ecological and biological assessment) desarrollada por los países bajos, utiliza parámetros físico químicos y biológicos que permiten la valoración ecológica y biológica de los sistemas acuáticos (Samboni *et al.*, 2007).

Para el caso latinoamericano, el desarrollo y aplicación de estos índices se ha dado con más auge en México, desarrollando diferentes índices como el índice INDIC – SEDUE, que fue el primero en aplicarse en México, este índice está basado en el índice desarrollado por Dinius y adaptado y modificado por la dirección general de protección y ordenación ecológica. En los países que

integran la comunidad andina (CAN) elaboraron una metodología para la medición de la calidad de los recursos hídricos en la que se incluyen variables e indicadores para aguas superficiales, subterráneas y costeras; la propuesta tiene como fin desarrollar un software adecuado a los países que integran la CAN. En el Perú, en forma general se ha aplicado dos indicadores: el ICA-NSF y un modelo desarrollado en Cuba por Jorge García, Atilio Beato y Joaquín Gutiérrez, en el cual se considera además de los parámetros del ICA-NSF, la conductividad eléctrica y el nitrógeno amoniacal.

En Colombia por ejemplo, de acuerdo con el estudio nacional del agua, la medición de parámetros físico químicos, es una actividad rutinaria; sin embargo no ha sido así el cálculo de índices de calidad del agua, aunque éstos están siendo aplicados regularmente en la industria del petróleo y algunas corporaciones autónomas regionales, en las ciudades de Bogotá, Barranquilla y Cali, estimando los ICA e ICO de sus programas de monitoreo (ENA, 2014).

Respecto al recurso agua, es importante para cualquier actividad humana y para los ecosistemas, sin embargo ésta es cada vez más escasa. Otro problema que se enfrenta en la actualidad es el de la contaminación de los cuerpos de agua. En el caso de las aguas naturales la contaminación puede originarse por los propios organismos ambientales acuáticos, pero también puede provenir de los efluentes de aguas residuales o industriales, de las actividades agrícolas y ganaderas, o de animales que viven en el entorno acuático. Desde el punto de vista bacteriológico, el examen de la calidad sanitaria del agua tiene por objetivo determinar la presencia de ciertos grupos de bacterias, que revelen una contaminación por materia fecal o por materia orgánica. El uso recreativo del agua implica un riesgo de contraer enfermedades como la gastroenteritis,

dermatitis y problemas respiratorios. *Cryptosporidium*, *norovirus* y cepas de *Escherichia coli* enteropatógenas son las causas más importantes de brotes de diarrea, mientras que *Pseudomonas* y *Saureus* son los principales agentes de infecciones cutáneas y *Legionella* de infecciones respiratorias, situación que provoca un riesgo de contraer enfermedades en personas que realizan actividades recreativas que implican un contacto directo con el agua.

En un caso particular, dentro de los indicadores biológicos más utilizados en la evaluación de los ecosistemas fluviales del mundo se encuentran las comunidades de macro invertebrados acuáticos, los cuales son sensibles a los cambios en las variables físico químicas e hidrobiológicas que se producen por estas alteraciones; mediante análisis de la composición taxonómica y la estructura de las comunidades de macro invertebrados se puede llegar a determinar el grado de afectación producido por diversas perturbaciones antrópicas. Para el análisis físico químico y microbiológico se deben tomar muestras simples o puntuales las cuales representan la composición del cuerpo de agua original para el lugar, tiempo y circunstancias particulares en la que se realiza su captación; en la mayoría de casos se debe determinar parámetros físico químico y microbiológicos (Salvatierra, 2012).

La calidad de diferentes tipos de agua se ha valorado a partir de variables físicas, químicas y biológicas, evaluadas individualmente o en forma grupal. Los parámetros físico-químicos dan una información extensa de la naturaleza de las especies químicas del agua y sus propiedades físicas, sin aportar información de su influencia en la vida acuática; los métodos biológicos aportan esta información pero no señalan nada acerca del contaminante o los contaminantes responsables, por lo que muchos investigadores recomiendan la utilización de

ambos en la evaluación del recurso hídrico. La ventaja de los métodos físico-químicos se basa en que sus análisis suelen ser más rápidos y pueden ser monitoreados con mayor frecuencia, en comparación con los métodos biológicos, basados en la observación y medición de ciertas comunidades de seres vivos en las aguas; además, la elección de las especies debe ser cuidadosa ya que de esta depende la evaluación de la calidad del recurso, que generalmente solo se realiza para un uso determinado, a diferencia de las físico-químicas, que permiten una evaluación para diferentes tipos de uso. Independiente del tipo de variables usadas en el monitoreo de una fuente, siempre se genera un gran número de datos, que requieren de un tratamiento e interpretación, tarea dispendiosa y de complejo entendimiento en el proceso de la valoración de la calidad ya que en muchas ocasiones se incurre en la pérdida de información o gastos que no justifican los resultados obtenidos. Según Fernández & Solano, (2005), los resultados de un monitoreo deben permitir resolver diferentes tipos de conflictos como el uso del agua y la integridad ecológica de los sistemas acuáticos, los cuales involucran aspectos socioeconómicos, por lo que los ICA e ICO son una herramienta importante pues su cálculo involucra más de una variable, de tal manera que el uso correcto de estos indicadores permite utilizarlos para la evaluación de los programas de gestión de recursos hídricos

Es importante mencionar que según Ball & Church (2007), los índices pueden clasificarse en diez categorías, orientadas de acuerdo a su uso dentro de cuatro grupos, así:

Grupo I, se aplica a los tensores e incluye dos categorías:

- a. Indicadores en la fuente: reportan la calidad de agua generada por sensores en fuentes discretas.
- b. Indicadores en un punto diferente a la fuente: reportan la calidad del agua generada por fuentes difusas.

Grupo II, miden la capacidad de estrés:

- a. Indicadores de medidas simples: incluyen muchos atributos y componentes individuales del agua, que pueden ser usados como indicadores de su calidad.
- b. Indicadores basados en criterios o estándares: correlacionan las medidas de calidad del agua con los niveles estándar o normales que han sido determinados para la preservación y usos adecuados del agua.
- c. Los índices multiparámetro: se determinan por la opinión colectiva o individual de expertos.
- d. Los índices multiparámetros empíricos: son establecidos por el uso de las propiedades estadísticas de las mediciones de calidad del agua.

Grupo III, indicadores para lagos: específicamente desarrollados para este tipo de sistemas.

Grupo IV, tiene en cuenta las consecuencias:

- a. Indicadores de la vida acuática: basados en diferentes reacciones de tolerancia de la biota acuática a varios contaminantes y condiciones.
- b. Indicadores del uso del agua: evalúan el agua respecto a usos como abastecimiento y agricultura.
- c. Indicadores basados en la percepción: se determinan por la opinión pública y los usos de los cuerpos de agua.

Los ICA e ICO son una herramienta que se tiene en la actualidad para disminuir e interpretar la información generada en el monitoreo de una fuente y hace una clasificación de acuerdo a sus usos (Varcacel *et al.*, 2010):

- a. Manejo del recurso, en este caso los índices pueden proveer información a personas que toman decisiones sobre las prioridades del recurso.
- b. Clasificación de áreas, los índices son usados para comparar el estado del recurso en diferentes áreas geográficas.
- c. Aplicación de normatividad, en situaciones específicas y de interés, es posible determinar si se está sobrepasando la normatividad ambiental y las políticas existentes.
- d. Análisis de la tendencia, el análisis de los índices en un periodo de tiempo puede mostrar si la calidad ambiental está disminuyendo o mejorando.
- e. Información pública, los índices pueden tener utilidad en acciones de concientización y educación ambiental.
- f. Investigación científica, tiene el propósito de simplificar una gran cantidad de datos de manera que se pueda analizar fácilmente y proporcionar una visión de los fenómenos medioambientales.

La evaluación de la calidad del agua se realizan en diferentes puntos para que no se produzcan riesgos ambientales, los análisis ejecutados son: fisicoquímicos, toxicidad (Aguda y Crónica), pero sin embargo siempre es necesario un tratamiento previo para el consumo (Takenaka, Sotero & Rocha, 2005) para determinar la calidad del agua se realiza el monitoreo, el objetivo es obtener el punto de partida de aguas superficiales identificando el estado y flujo, así como la conformación de estándares, clasificaciones y advertencia oportuna y detección de contaminantes, (De Zwart, 1995), también es necesario un

conjunto de técnicas basados en la reacción y sensibilidad de distintos organismos vivos a diversas sustancias contaminantes presentes en el medio ambiente esto se denomina biomonitorio, en otras palabras es determinar las sustancias toxica en ciertos organismos, juntamente con la medición de parámetros físicos y químicos nos permite evaluar el impacto que la actividad humana tiene en el medio ambiente, (Segretin) su cuidado es la preservación de la salud humana y los ecosistemas que nos proveen de servicios esenciales para la vida pues tiene un valor económico superior a todo lo que el hombre ha podido producir. (Herkoits & Pérez, 1972).

La relación que existe entre la contaminación del agua, especialmente en los ecosistemas acuáticos, que aún conservan sus características naturales pero que han sido afectados por la presencia de sustancias químicas de uso agrícola y la respuesta de los diferentes componentes biológicos de las comunidades acuáticas, considerando, de manera primordial, el énfasis en las rutas y los efectos negativos en la integridad de las diferentes formas de vida (Badii *et al.*, 2005).

CONCLUSIONES

- Se indicó secuencias codificadas de intervalos con máximos y mínimos para alcanzar en cada descriptor de medición real, mayor precisión en la información de riesgo cualitativa
- El ajuste óptimo de los descriptores se logró mediante puntuación ecuacionales con base en la progresión aritmética matemática
- La similitud de daños mediante la bioacumulación del cobre en la especie *Gambusia punctata* con el riesgo generado por el programa Gecotoxic® indicó que, los códigos arábigos asignados fueron más preciso para la predicción de riesgo ecotoxicológica

RECOMENDACIONES

- Medir otros indicadores en la especie *Gambusia punctata* para valorar la optimización sobre la predicción de riesgo ecotoxicológico
- Comparar la predicción de riesgo ecotoxicológico de Gecotoxic® con otros modelos estandarizados
- Que la escuela de Post Grado o Institutos de Investigación de la Universidad Nacional del Altiplano adquieran y tengan licencia de uso del Software Gecotoxic®
- que los institutos sobre medios ambientales generalicen la información para caracterizar el tipo de riesgo físico químico de la región de Puno.

BIBLIOGRAFÍA

AENOR. (2008). Análisis y evaluación del riesgo ambiental. Norma Española.

Madrid, España. Recuperado de:

<http://www.aenor.es/aenor/normas/normas/fichanorma.asp?tipo=N&codigo=N0040747#.WJ3IS2997IU>

Agency Protection Environmental: EPA. (1998). Guidelines for Ecological Risk

Assessment. Office of Research and Development: Washington DC,

EPA/630/R-95/002F. Recuperado de: <https://clui.org/download/contaminantfocus/sediments/ECOTXTBX.PDF>

Agency Protection Environmental: EPA. (2001). An overview of Risk Assessment

and RCRA. EPA 530-F-00-032: Washington D.C. Recuperado de:

<https://www.epa.gov/sites/production/files/2015-04/documents/riskybiz.pdf>

Albert, L. A. (1997). Evaluación de riesgo. En: Introducción a la toxicología

ambiental. Centro Panamericano de Ecología Humana y Salud. División de

salud y ambiente. OPS/OMS. Metepec. México, 387-398.

Ali, B. H., Hossain, R. & Kumar, M. M. (2017). Mathematical Modeling Applied to

Sustainable Management of Marine Resources. *Procedia Engineering*; 194,

337 – 344. <https://doi:10.1016/j.proeng.2017.08.154>

- American Chemical Society: ACS. (1998). Understanding Risk Analysis. Internet Edition. Recuperado de: <file:///C:/Users/Investigador/Downloads/RiskAnalysisShortGuideforPolicyMakingACSRFF.pdf>
- Argota, P. G., Iannacone, O. J. (2014). Metodología informatizada GECOTOX para la predicción de riesgo ecotoxicológico por exposición a efectos contaminantes en efluentes ambientales y ecosistemas acuáticos. Aceptado para su publicación. *Rev. The Biologist*. 12, (2), 1-25.
- Badii, Z. M. H., Garza, C. R., Garza, A. V., & Landeros, F. J. (2005). Los Indicadores Biológicos en la Evaluación de la Contaminación por Agroquímicos en Ecosistemas Acuáticos y Asociados. *CULCyT*. Recuperado de: <http://erevistas.uacj.mx/ojs/index.php/culcyt/article/viewFile/593/572>
- Barbosa, J. C. (2003). *What is mathematical modeling* en S. J. Lamon, W. A. Parder y K. Houston (eds.), *Mathematical modelling a way of life*, Chichester, Ellis Horwood. Recuperado de: <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a8.pdf>
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *ZDM*, Vol. 38(3), 293-301.
- Berezansky, L., Idels, L. & Kipnis, M. (2011). Mathematical model of marine protected areas, IMA. *J Appl Math*; 76, 312-325. <https://doi.10.1093/imamat/hxq043>

- Biswas, M. H. A. (2014). Optimal control of Nipal virus (NIV) infections: A Bangladesh scenario. *Journal of Pure and Applied Mathematics: Advances and Applications*; 12(1), 77-104.
- Biswas, M. H. A., Rahman, T. & Haque, N. (2016). Modeling the potential impacts of global climate change in Bangladesh: An Optimal Control Approach. *J Fundam Appl Sci*; 8, 1-19.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (Eds.) (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education*. The 14th ICMI Study. New York: Springer Science + Business Media, LLC.
- Borromeo, F. R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, Vol. 38(2), 86-95.
- Bro-Rasmusen F. (1997). The environmental experience: ecosystem protection. *Archives of Toxicology Suppl.* (19), 155-166.
- Brown, L.C. and Barnwell, T. O. (1987). The Enhanced Stream Water Quality Models QUAL2E and QUAL2E-UNCAS: Documentation and User Manual –EPA600/3-87/007 USEPA, Athens, GA, USA.
- Camarena, G. P. (2000). Los modelos matemáticos como etapa de la matemática en el contexto de la ingeniería, reporte de investigación, México, ESIME-IPN. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/6243/1/CamarenaLamatem%C3%A1ticaALME2003.pdf>
- Carrothers, T. J., Wolff, S. K., Tuomisto, J., Levy, J. I., Graham, J. D., Evans, J. S. (2002). Assessing the Economic Value of Further Research about Fine

Particle Air Pollution: Model Framework and Preliminary Findings.
Environmental Health Perspectives.

Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje.* Barcelona, ICE/Horsori.

Código Internacional para el Manejo del Cianuro. (2012). Instituto Internacional para el Manejo del Cianuro. Recuperado de: <http://www.cianydecode.org>

Corporación Nacional del Cobre de Chile: CODELCO. (2006). Procedimientos para identificar aspectos ambientales y evaluar el riesgo de sus impactos. Directriz Corporativa. Santiago. Chile. Recuperado de: https://www.codelco.com/flipbook/reporte_sustentabilidad/2006/pdf/report_e.pdf

Crane, M., Boxall, A. B. A. y Barrett, K. (2009). *Veterinary Medicines in the environment. Society of Environmental Toxicology and Chemistry (SETAC).* Pensacola, Florida. 196 p.

Darbra, R. M., Eljarrat, E. y Barceló, D. (2008). How to measure uncertainties in environmental risk assessment. *Trends in Analytical Chemistry*, (27), 377-385.

De Zwart, D. (1995). Monitoring water quality in the future. *The Netherlands.* Recuperado de: <http://rivm.openrepository.com/rivm/bitstream/10029/10424/1/719102049.pdf>

Denardini, C. M., Dasso, S. & Gonzalez, E. J. A. (2016). Review on space weather in Latin America. 3. Development of space weather forecasting

centers. *Advances in Space Research*; 58, 1960–1967.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.asr.2016.03.011> 0273-1177

Environmental Agency Protection: EPA. (1997). Ecological risk assessment guidance for superfund.

European Communities: CE. (2003). Technical Guidance Document on Risk Assessment. European Chemicals Bureau. TGD Part II. European Commission Joint Research Centre. EUR 20418 EN/2. 328 p.

Evans, J. S. (2002). Introduction to Risk Analysis (slides). Second Course on Air Quality Management (MIT-CAM).

Frey, H. C. (1992). Quantitative analysis of uncertainty and variability in environmental policy making. AAAS/EPA Environmental Science and Engineering Fellow. Pittsburgh. 68 p.

García, F. J., Gascón, L. J., Ruiz H. y Bosch, M. (2007). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*; (38), 226-246.

Haines, C. y Crouch, R. (2005). Getting to grips with real world contexts: developing research in mathematical modeling”, papers presented at WG13 in the 4th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Sant Feliu de Guíxols.

Hennekens, C., Buring J. y Mayrent, S. (1987). *Epidemiology in Medicine*. Lippincott Williams & Wilkins Publishers.

Herkovists, J. & Pérez, C. C. S. (1972). *Ecotoxicología*. Instituto de ciencias ambientales y salud (ICAS).

- International Organization for Standardization: ISO. (2009). ISO 31000. Risk management Principles and guidelines.
- Israeli, G. (1996). La mathématisation du réel. Essai sur la modelisation mathématique, Paris, Editions du SEUIL. 366 p.
- Jager, D. T., Visser, J. D. y Van de Meent, C. J. (1994). Uniform system for the evaluation of substances. IV. Distribution and intake. *Chemosphere*; (29), 353-369.
- Lee, S. C. (2009). Environmental risk assessment guidance manual for industrial chemicals. Environment Protection and Heritage Council. Australian Environment Agency Pty Ltd. 109 p.
- Lehrer, R. y Schauble, L. (2000). The development of model-based reasoning. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 21(1), 39-48.
- Lesh, R. y Doerr, H.M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving, En: R. Lesh y H. Doerr (eds.) Beyond constructivism: models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching, Mahawah, NJ, USA, Lawrence Erlbaum Associates. Recuperado de http://blog.ncue.edu.tw/sys/lib/read_attach.php?id=3934
- Lesh, R. y English, L. (2005). Trends in the evolution of the Models and Modeling perspectives on mathematical learning and problem solving. *ZDM, the International Journal on Mathematics Education*, 37(6), 487-489.
- Lesh, R. L. y Sriraman, B. (2005). Mathematics education as design science. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(6), 490-505.

- Marín, G. O., Parsons, D., Arnes, P.E. & Díaz, A. C. G. H. (2018). Building and evaluation of a dynamic model for assessing impact of smallholder endowments on food security in agricultural systems in highland areas of central America (SASHACA). *Agricultural Systems*; 164, 152-164.
- Martínez, L. B., Ivorra, B., Fernández, C. E., Perez, A. M. y Medel, H. A. (2014). A multi-analysis approach for space–time and economic evaluation of risks related with livestock diseases: The example of FMD in Peru. *Preventive Veterinary Medicine*; 114(1), 47-63.
<https://doi.org/10.1016/j.prevetmed.2014.01.013>
- Matthies, M., Koormann, F., Boeije, G, Feijtel, T. C. (1997). The identification of thresholds of acceptability and danger: the chemical presence route. *Archives of Toxicology, Suppl*, (19), 123-135.
- Medina, M., Encina, F. (2003). Incorporación de la evaluación de riesgo ecológico en el sistema de evaluación de impacto ambiental para ecosistemas acuáticos en Chile. *Revista Ambiente y Desarrollo*, (19), 19-26.
- Míguez, G. M. & Bulian, G. (2018). Influence of ship dynamics modelling on the prediction of fishing vessels roll response in beam and longitudinal waves. *Ocean Engineering*; 148(15), 312-330.
<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.11.032>
- Ministerio de Educación Nacional: MEN. (1998). Lineamientos Curriculares: Matemáticas. Bogotá: Magisterio. Recuperado de:
http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf

- Morgan, M. y Henrion, M. (1990). *Uncertainty: A Guide to Dealing with Uncertainty in Quantitative Risk and Policy Analysis*. Cambridge University Press, NY.
- NDECI. (2006). *Manual básico para la estimación del riesgo*. DINAPRE – Dirección Nacional de Prevención/UUER – Unidad de Estudios y Evaluación de Riesgos. Lima, Perú. Recuperado de: <https://es.scribd.com/document/218935405/Manual-Basico-Estimacion-Riesgo>
- Parkhurst, B. (1995). *Risk management methods*. Water Environment and Technology. Washington, DC: Water Environment
- Rand, G. M., Wells, P. G. y McCarty, L. S. (1995). *Introduction to aquatic toxicology* En: Rand GM (ed) *Fundamentals of Aquatic toxicology*. Taylor y Francis. Washington, 3-67.
- Rao, S., Chirkov, V., Dentener, F., Van Dingenen, R., Pachauri, S., Purohit, P., Amann, M., Heyes, C., Kinney, P., Kolp, P., Klimont, Z., Riahi, K. y Schoepp W. (2012). *Environmental modeling and methods for estimation of the global health Impacts of air pollution*. *Environmental Modeling & Assessment*, (17), 613-622.
- Repetto, M. y Sanz, P. (1995). *Fundamentos de ecotoxicología*. En: *Toxicología Avanzada*. Editorial Días de Santos, Madrid, 192-195.
- Resources for the Future: RFF y American Chemical Society: ACS. (1998). *Understanding Risk Analysis*. Recuperado de http://www.rff.org/misc_docs/risk_book.htm

- Samantray, P., Mishra, B.K., Panda, C.R. y Rout, S.P. (2009). Assessment of water quality index in Mahanadi and Atharabanki rivers and Taldanda canal in Paradip Area, India. *Journal of Human Ecology*, (26), 153-161.
- Schminder, J. & Gårdhagen, R. (2018). A generic simulation model for prediction of thermal conditions and human performance in cockpits. *Building and Environment*; <https://doi.10.1016/j.buildenv.2018.06.055>
- Schwarz, J. & Mathijs, E. (2017). Globalization and the sustainable exploitation of scarce groundwater in coastal Peru. *Journal of Cleaner Production*; 1-28. <https://doi.10.1016/j.jclepro.2017.01.067>
- Seitz, A. (1994). The concept of ecological stability applied to aquatic ecosystems. In: *Freshwater Field Tests for Hazard Assessment of Chemicals* (Hill IR, Heimbach F, Leeuwangh P, Matthiessen P, eds). Boca Raton, FL:Lewis Publishers, 3-18.
- Showanek D., Fox K., Holt, M., Schroeder, F. R., Koch, V., Cassani G., Matthies M., Boeije, G., Vanrolleghem, P., Young, A., Morris, G., Gandolfi, C. y Feijtel, T. C. (2001). GREAT-ER: A new tool for management and risk assessment of chemicals in river basins. Contribution to GREAT-ER # 10. *Water. Sci. Technol.* 43, 179-185.
- Silveira Sisinno, C. L. y Oliveira Filho, E.C. (2013). *Principios de toxicología ambiental*. Rio de Janeiro: Ed. Interciência.
- Spahn, S. A. y Sherry, T. W. (1999). Cadmium and lead exposure associated with reduced growth rates, poorer fledging success of little blue heron chicks (*Egretta caerulea*) in south Louisiana Wetlands. *Arch Environ Contam Toxicol*, (37), 377-384.

- Takenaka, R. A., Sotero, S. R. B., & Rocha, O. (2005). Water Quality Assessment by Ecotoxicological and Limnological Methods in Water Supplies, Southeast Brazil. *Springer Science+Business Media*.
- Thornton, J. (2000). Beyond Risk: An Ecological Paradigm to Prevent Global Chemical Pollution. *International Journal of Occupational and Environmental Health*, 6:4, 318-330, DOI: [10.1179/oeht.2000.6.4.318](https://doi.org/10.1179/oeht.2000.6.4.318)
- Vanrolleghem, P., Young, A., Morris, G., Gandolfi, C. y Feijtel, T. C. (2001). GREAT-ER: a new tool for management and risk assessment of chemicals in river basins. Contribution to GREAT-ER # 10. *Water Science and Technology*, (43), 179-185.
- Varcacel, R. L., Alberro, M. N. & Frías, F. D. (2010). El Índice de Calidad de Agua como herramienta para la gestión de los recursos hídricos. *Revista electrónica de la Agencia de Medio Ambiente*, Vol. 10(18), 1-5. Recuperado de: <http://ama.redciencia.cu/articulos/18.05.pdf>
- Vermeire, T. G., Jager, D. T., Bussian, B., Devillers, J., den Haan, K., Hansen, B., Lundberg, I., Niessen, H., Robertson, S., Tyle, H. y Van Der Zandt P. T. (1997). European Union System for the Evaluation of substances (EUSES). Principles and structure. *Chemosphere*, (34), 1823-1836.
- World Bank - WB. (1998). Comparative Risk Assessment. Pollution Prevention and Abatement Handbook.
- Yanagimoto, A. (2003). Environmental Problems and Mathematical Modelling. 1-8. <https://doi.org/10.1533/9780857099549.2.53>

Zbiek, R. M. y Conner, A. (2006). Beyond motivation: exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics, *Ed. Stud. Math*, Vol. 63(1), 89-112.