

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIDAD DE SEGUNDA ESPECIALIZACIÓN



**“EL GeoGebra COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA EL
APRENDIZAJE DE ECUACIONES CUADRÁTICAS EN
DOCENTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA CIUDAD
DE PUNO, 2018”**

TESIS

PRESENTADO POR:

EDGARDO QUISPE YAPO

**PARA OPTAR TÍTULO DE SEGUNDA ESPECIALIDAD EN
TECNOLOGÍA COMPUTACIONAL E INFORMÁTICA EDUCATIVA**

PROMOCIÓN 2017 - II

PUNO – PERÚ

2018

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO PUNO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIDAD DE SEGUNDA ESPECIALIDAD

**EL GeoGebra COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA EL APRENDIZAJE
DE ECUACIONES CUADRÁTICAS EN DOCENTES DE EDUCACIÓN
SECUNDARIA DE LA CIUDAD DE PUNO, 2018**

EDGARDO QUISPE YAPO

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE SEGUNDA ESPECIALIDAD EN
TECNOLOGÍA COMPUTACIONAL E INFORMÁTICA EDUCATIVA

APROBADO POR EL SIGUIENTE JURADO:



PRESIDENTE : _____
Mg. Godófredo Huamán Monroy

PRIMER MIEMBRO : _____
M. Sc. Roberto Anacleto Aguilar Velásquez

SEGUNDO MIEMBRO : _____
M. Sc. Nilton Cesar Mayta Jara

DIRECTOR : _____
Dr. Wenceslao Quispe Yapo

ASESOR : _____
Dr. Wenceslao Quispe Yapo

Área: Procesos Educativos
Tema: TIC en educación

Fecha de sustentación: 11-Oct-2018

DEDICATORIA

Dedico este trabajo de investigación especialmente a mi madre, Micaela, por el inmenso sacrificio y esfuerzo realizado por verme realizado personal y profesionalmente, además supo apoyarme y estar conmigo en los momentos más difíciles, alentándome en todo momento. Gracias madre.

AGRADECIMIENTOS

A Dios todo poderoso, por acompañarme todos los días de mi vida y haber permitido que haya terminado este trabajo, a mis hermanos Wenceslao, Elisea y Augusto por estar siempre alentándome en los momentos buenos y malos; por su apoyo incondicional y ser partícipes de un logro más en el largo camino del éxito profesional.

ÍNDICE

RESUMEN	I
---------------	---

INTRODUCCIÓN	III
--------------------	-----

CAPITULO I

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	1
---	----------

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	1
-----------------------------------	---

1.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	4
-----------------------------------	---

1.3 LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN	4
--	---

1.4 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA	4
--------------------------------------	---

1.5 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	6
---	---

1.5.1 Objetivo general.....	6
-----------------------------	---

1.5.2 Objetivos específicos	6
-----------------------------------	---

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO	7
-------------------------------	----------

2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	7
--	---

2.2 SUSTENTO TEÓRICO	13
----------------------------	----

2.2.1 Definición de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC)	13
--	----

2.2.2 Ecuación algebraica	13
---------------------------------	----

2.2.3 Expresión algebraica.....	14
---------------------------------	----

2.2.4 Definición de las ecuaciones cuadráticas.....	14
---	----

2.2.5 GeoGebra	18
----------------------	----

2.2.6 Características de GeoGebra.....	19
--	----

2.2.7 Comprensión de la ecuación cuadrática.....	20
--	----

2.2.8 Resolución de Problemas.....	21
------------------------------------	----

2.3 GLOSARIO DE TÉRMINOS	22
--------------------------------	----

2.3.1 Comprensión.....	22
------------------------	----

2.3.2	Comprensión matemática.....	22
2.3.3	Comprensión del significado de ecuación cuadrática.....	23
2.3.4	Recurso didáctico.....	23
2.3.5	Software educativo.....	24
2.4	HIPÓTESIS.....	24
2.4.1	Hipótesis general.....	24
2.4.2	Hipótesis específica.....	24
2.4.3	Sistema de variables.....	25

CAPÍTULO III

3.	DISEÑO METODOLÓGICO DE INVESTIGACIÓN.....	27
3.1	TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.....	27
3.2	POBLACIÓN Y TAMAÑO DE MUESTRA.....	28
3.3	UBICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN.....	29
3.4	MATERIAL EXPERIMENTAL.....	29
3.5	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....	29
3.6	PROCEDIMIENTOS DEL EXPERIMENTO.....	31
3.7	PLAN DE TRATAMIENTO DE DATOS.....	32
3.7.1	Prueba de normalidad de Shapiro-Wilk.....	33
3.7.2	Prueba de homogeneidad de varianzas de Levene.....	34
3.8	DISEÑO ESTADÍSTICO PARA PROBAR LA HIPÓTESIS.....	36
3.8.1	Procedimiento del contraste de hipótesis estadística.....	36

CAPÍTULO IV

4.	RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	41
4.1	SUPUESTOS PARA APLICACIÓN DE PRUEBA ESTADÍSTICA T-STUDENT.....	41
4.1.1	Prueba estadística de normalidad de Shapiro-Wilk.....	41
4.2	CONOCIMIENTOS SOBRE ECUACIONES CUADRÁTICAS ANTES DEL EXPERIMENTO.....	44

4.2.1 Prueba de igualdad de varianzas	46
4.2.2 Prueba estadística de hipótesis 01	47
4.3 EVOLUCIÓN DE LA COMPRENSIÓN Y APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS EN EL GRUPO EXPERIMENTAL	50
4.3.1 Prueba estadística de hipótesis 02	51
4.4 EVOLUCIÓN DEL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS EN EL GRUPO CONTROL	54
4.4.1 Prueba estadística de hipótesis 03	55
4.5 MEJORAMIENTO DEL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS DESPUÉS DEL EXPERIMENTO.....	58
4.5.1 Prueba de igualdad de varianzas	60
4.5.2 Prueba estadística de hipótesis 04	61
CONCLUSIONES	64
RECOMENDACIONES	66
BIBLIOGRAFÍA	67
ANEXOS.....	70

RESUMEN

Frente a la preocupación por el bajo interés de los estudiantes por el área de matemática, a consecuencia a la falta del uso de recursos informáticos como metodología para la enseñanza de ecuaciones cuadráticas. Este escenario motivó el interés de realizar la presente investigación y averiguar la influencia del GeoGebra en la mejora de la comprensión de ecuaciones de segundo grado en docentes del área de matemáticas del nivel secundario de la ciudad de Puno, lo que repercute en el logro de competencias en el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en estudiantes de educación básica regular; dada la relevante importancia de este campo temático. Se tuvo como objetivo principal la de contribuir a la mejora del aprendizaje determinando en qué medida el uso del software GeoGebra como recurso didáctico, donde se abordó como mejorar la comprensión del significado de ecuación cuadrática cuando los docentes resuelven problemas de enunciado verbal; para lo cual se tomó una muestra por muestreo intencional no probabilístico de 30 docentes, estableciendo dos grupos, uno experimental y otro de control en igualdad de condiciones iniciales y satisfaciendo supuestos de normalidad y homocedasticidad, donde el grupo experimental fue sometido al uso del software GeoGebra como estrategia metodológica y al grupo control la metodología convencional; para efectos de tratamiento y manipulación de datos se utilizó cuestionarios (pre-test y post-test) como instrumento de recopilación de datos, que constó de preguntas abiertas, cuyos resultados después de análisis estadístico permitió hacer un diagnóstico de la población de estudio. En conformidad a los objetivos e hipótesis se utilizó de la prueba estadística t de Student, para contraste de hipótesis en muestras independientes y relacionadas, midiendo la diferencia de medias de las

calificaciones de ambas muestras, hallándose suficiente evidencia estadística para aceptar la hipótesis de investigación que afirma que el uso del GeoGebra es superior al método tradicional, con un valor calculado de $t = 2,48$ que fue mayor al valor crítico de $t_c = 1,761$ con un nivel de confianza del 95%, llegando a la conclusión de que los profesores que usaron el GeoGebra como recurso didáctico lograron mayor éxito en la comprensión integral del significado de ecuación cuadrática que los profesores que utilizaron estrategias convencionales para la resolución de problemas de enunciado verbal, demostrando mejoras al manipular, esbozar, plantear y conjeturar posibles soluciones que a su vez construyen conocimientos sobre ecuaciones cuadráticas.

Palabras clave: Comprensión, Estrategia metodológica, Recurso didáctico, Software GeoGebra,

INTRODUCCIÓN

La investigación que a continuación se presenta, constituye un aporte a la necesidad de buscar nuevas estrategias educativas, pretendiendo contribuir con la mejora de la comprensión de anunciado verbal de las ecuaciones cuadráticas en docentes de matemáticas de educación secundaria. Se presume del poco interés y entendimiento de las matemáticas en estudiantes de matemáticas de secundaria, una de las causas presumiblemente sería el uso de las estrategias metodológicas mayormente centrado en el docente, concepto tradicional del proceso de enseñanza aprendizaje, a diferencia de las ventajas que proporciona el aprendizaje centrado en el estudiante, lo cual implica un cambio en los roles de estudiantes y docentes, dejando al docente como únicamente sea el transmisor de conocimientos con pizarra, plumón y diapositivas como recurso didáctico. Debiendo orientar a los docentes convertirse en facilitadores del conocimiento incentivando la capacidad de comprensión y experimentación del estudiante utilizando recursos didácticos TIC's, que puede producir mejores resultados. Actualmente los docentes hacen poco uso de los recursos informáticos en el desarrollo de sus sesiones de aprendizaje, por fuentes externas e investigaciones previas se observa que existe un disminuido conocimiento del uso y manejo de herramientas informáticas orientada a las matemáticas, desde esa perspectiva el uso del recurso didáctico GeoGebra reúne características necesarias y suficientes para coadyuvar y hacer más motivador el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas en docentes de educación secundaria. La presente investigación se centró en el estudio basado dos en grupos de docentes los cuales fueron sometidos a un proceso cuasi-experimental, con la aplicación de una estrategia didáctica basada en el uso del GeoGebra al grupo experimental y realizar

el contraste con resultados del grupo control, a través de métodos estadísticos apropiados, enmarcado en docentes de educación básica regular de la especialidad de matemáticas de la ciudad de Puno.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Es común escuchar hoy en día a estudiantes manifestar el poco interés por las matemáticas, presumiblemente de entre muchas causas, sería por las estrategias metodológicas aplicadas, como aprendizajes mayormente centrado en el docente, concepto tradicional del proceso de enseñanza aprendizaje- a diferencia de las ventajas que proporciona el aprendizaje centrado en el estudiante, lo cual implica un cambio en los roles de estudiantes y docentes. Así pues, el rol del docente dejará de ser únicamente el de transmisor de conocimientos con pizarra, plumón y diapositivas como recurso didáctico, debiendo los docentes convertirse en un facilitador y orientador del conocimiento y en un participante del proceso de aprendizaje junto con el estudiante utilizando recursos didácticos TIC's que de sobremanera está demostrado que puede incrementar la obtención de mejores resultados.

Los docentes actualmente hacen poco uso de los recursos informáticos como apoyo didáctico en el desarrollo de sus sesiones de aprendizaje, o tienen el escaso conocimiento del uso y manejo de herramientas informáticas, la enseñanza del álgebra en Educación Básica Regular es fundamental por la envergadura y las aplicaciones para la resolución de problemas y situaciones reales, desde esa perspectiva el uso del recurso didáctico GeoGebra reúne características necesarias y suficientes para coadyuvar y hacer más motivador el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas. Es así que la UNICEF en su informe señala que "No hay cifras exactas sobre el número de docentes que ha participado en algún tipo de capacitación TIC, pero se estima que oscilan entre los 50.000 y los 100.000 maestros a nivel nacional." (Balarin, 2013, p. 38). Además la ENEDU estima que él, "67,9% de docentes de primaria de zonas urbanas han recibido algún tipo de capacitación en el uso de laptops. Además, 49% de docentes de primaria reportan utilizar las capacitaciones instaladas en las laptops del CRT y señalan que las usan durante un promedio de dos horas semanales." (Balarin, 2013, p. 38). Estos datos revelan que no se han realizado esfuerzos de capacitación en el uso especializado de determinados software para la enseñanza de las matemáticas. Esta carencia justifica la realización del estudio.

El estudio de Mateus (2016) sostiene que "Los docentes creen que las TIC son un motor importante para la educación de las personas. No obstante, son plenamente conscientes de sus limitaciones para trabajar con ellas, incluso al punto de sentirse responsables por su poco conocimiento." (p. 21). Esta conclusión a la que arriba Mateus revela que efectivamente existe una necesidad de capacitación

en las tecnologías de la comunicación, concretamente en el uso de determinados software para la enseñanza de las matemáticas.

Los estudiantes de básica regular no ven mucha relación entre lo que aprenden en el aula y su entorno porque los conceptos que les explican son aprendizajes para un uso posterior, no les solucionan ningún problema cercano, así que resolver problemas de álgebra no puede competir ni de lejos con el atractivo de un partido de fútbol, o de un videojuego o el uso de redes sociales, actividades que además requieren menos esfuerzo, y en el resultado de logros de capacidades, no son los esperados.

La problemática percibida por la experiencia personal y la de otros docentes en el ámbito de formación docente en el curso de matemáticas, es vinculada en relación a cómo generar un ambiente donde se estimule la construcción y desarrollo de nociones y conceptos básicos de álgebra, desde diferentes situaciones o contextos, considerando como eje temático el estudio de ecuaciones cuadráticas, que sean útiles para la comprensión, planteo, estudio y resolución de problemas del mundo real, cómo lograr la complejidad de su tratamiento, en cuanto a relacionar los distintos núcleos que originan el problema, tales como el razonamiento lógico y su concepción básica, por tanto, una posible solución para que la enseñanza de ecuaciones cuadráticas sea más atractivo y más ágil es la introducción de las TIC.

Se origina entonces algunas cuestiones que relacionan al fenómeno didáctico con la incorporación del uso de una herramienta TIC, tales como, ¿Qué métodos o técnicas o soluciones pone como alternativa el uso de una herramienta TIC?, ¿Qué permite manipular y representar de los tópicos de aprendizaje a

diferencias de los tradicionales?, ¿Qué nuevos paradigmas se puede construir con esta tecnología o recurso digital?

1.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Considerando lo manifestado se discurre que el uso de las tecnológicas de la información y comunicaciones como herramienta didácticas como GeoGebra en el proceso enseñanza-aprendizaje influye de manera favorable en el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas, en consecuencia se formula la siguiente interrogante de investigación:

¿En qué medida el uso del software GeoGebra como recurso didáctico, mejora la comprensión del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal los docentes de educación secundaria?

1.3 LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Se halla enmarcada en el área de la Didáctica de la enseñanza de la matemáticas, metodologías de aprendizaje en el área específica de la aplicación de las TIC's en la enseñanza específicamente de ecuaciones cuadráticas y sus aplicaciones en docentes de educación básica regular de la ciudad de Puno en el periodo del 2018

1.4 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

La utilización de nuevas metodologías por docentes de educación secundaria asistidas por recursos de software en la impartición de clases de matemáticas son fundamentales, los mismos que pueden verse reflejados en el rendimiento

académico de estudiantes de matemáticas. Actualmente el Perú se encuentra en lugares nada alentadores en los niveles de rendimiento escolar y en la comprensión de matemáticas, así lo evidencia los resultados propalados en recientes informes del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA); tomando en consideración lo manifestado, se pretende medir e impulsar el nivel de conocimiento del uso del GeoGebra de los docentes de educación secundaria del área de matemática y la habilidad de aplicación.

En tal sentido se considera imperiosa la necesidad de estudiar la influencia del uso de los recursos informáticos, el GeoGebra, en los procesos de aprendizaje, como metodología complementaria a la convencional, en la comprensión de ecuaciones cuadráticas en docente de educación secundaria de la ciudad de Puno. Por otro lado, para la presente investigación se pretende explotar las ventajas del GeoGebra por los muchos aspectos didácticos y aplicar en experimentación con un grupo de docente previamente sometidos a capacitación en el uso de este recurso TIC.

El aspecto metodológico y didáctico juega un rol preponderante en el proceso de enseñanza aprendizaje, y se asume como hipótesis que el uso del software GeoGebra podría mejorar este aprendizaje en los docentes, considerando sus ventajas como el fácil manejo y que es un software libre.

1.5 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.5.1 OBJETIVO GENERAL

Determinar en qué medida el uso del software GeoGebra como recurso didáctico, mejora la comprensión del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal los docentes de educación secundaria.

1.5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) Diagnosticar la comprensión preliminar del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal los docentes de educación secundaria al inicio de la experiencia en ambos grupos de estudio.
- b) Evaluar la influencia que ejerce el uso del software GeoGebra como recurso didáctico en la comprensión integral del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal los docentes de educación secundaria.
- c) Evaluar la incidencia de la resolución convencional de problemas de enunciado verbal sin el uso de recursos informáticos en la comprensión integral del significado de las ecuaciones cuadráticas.
- d) Determinar la mayor incidencia positiva del uso del software GeoGebra como recurso didáctico frente a la resolución tradicional de problemas en la comprensión integral del significado de ecuación cuadrática de los docentes de educación secundaria.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Condori (2016) presenta resultados de su investigación titulada “Aplicación del GeoGebra y Matlab para optimizar el rendimiento académico en matrices y Geometría Analítica en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E. José Carlos Mariátegui, distrito de Paucarpata -2014”, refiere que el bajo rendimiento académico sobre el aprendizaje de matrices y geometría analítica en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E. José Carlos Mariátegui se debe a que la mayoría de los estudiantes pierden la concentración en clases muy fácilmente, y no logran razonar las definiciones matemáticas, aduciendo que los estudiantes logran simplemente memorizarlas sin entender la definición correcta, ni mucho menos retener dichos conceptos de manera constante a lo largo de todo el periodo académico, además señala que los estudiantes aprueban en las prácticas y en los exámenes finales no fue así.

Condori, además señala que durante 4 semanas aproximadamente se aplicó una estrategia con el uso de recursos TIC, software GeoGebra y Matlab para

impartir el curso de matemáticas con fines de mejorar el rendimiento académico en los estudiantes, donde fueron evaluados tanto en pre test como post test por competencias de forma independiente, las cuales fueron razonamiento y demostración, resolución de problemas y comunicación matemática de tal manera que con esta metodología se ha tratado de realizar un estudio más detallado y específico. El autor plantea entonces como objetivo principal determinar si la aplicación del software Geogebra y Matlab optimizará el rendimiento académico en matrices y geometría analítica en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E. José Carlos Mariátegui, con enfoque de investigación cuasi experimental, tomando dos grupos: experimental y control el primero consta de 25 estudiantes y el segundo 21 estudiantes. Por último para que los profesores de matemática empiecen a utilizar los software Geogebra y Matlab se ha implementado la creación de un proyecto de capacitación la cual consta de tres talleres: el primero acerca de las Tics en las Matemáticas, el segundo en el Software Matlab y el tercero Software GeoGebra.

Torres y Racedo (2014) en su investigación “Estrategia didáctica mediada por el software GeoGebra para fortalecer la enseñanza aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria” presenta como objetivo de su investigación científica medir el impacto que tiene GeoGebra (TIC), en la enseñanza-aprendizaje de la geometría en el grupo de estudiantes de 9° de Educación Básica Secundaria, lo cual permitirá mejorar el rendimiento académico en el área. Esta asignatura fue de carácter obligatorio sin embargo, se observa que los docentes no vienen aplicando las estrategias didácticas adecuadas para que los estudiantes logren comprender e interpretar gráficos, analizar y formular hipótesis, identificar aspectos

relevantes de una situación, resolver problemas y actividades donde se vinculen conceptos geométricos con otras áreas del conocimiento, como el arte, la historia. Para la investigación se tuvo en cuenta el diseño cuasi-experimental es decir, se tomó una muestra de 64 estudiantes correspondientes al grado 9ºA y 9ºB respectivamente. Se les aplicó un pre-test y pos-test. Los resultados fueron comparados, es así, que en 9º A (grupo experimental) se realizaron clases de geometría con el programa GeoGebra (TIC) y con 9º B clases de geometría con métodos tradicionales. Al aplicar el pos-test a ambos grupos, se observó en 9ºA una diferencia significativa en sus resultados en lo relacionado a la adquisición de conocimientos en geometría y al mejoramiento en el rendimiento académico. En el grupo 9ºB los resultados no fueron los mejores, presentándose problemas en el alcance de los desempeños en geometría y de igual forma variabilidad en los resultados quedando demostrados que la utilización del programa GeoGebra como estrategia didáctica no solo fortalece la enseñanza-aprendizaje del área de geometría, sino que contribuye al mejoramiento de las competencias lógico matemáticas

Como ha señalado Díaz (2014), en su investigación tiene como objetivo analizar a través de una secuencia de actividades que siguen las fases de la Dialéctica Herramienta-Objeto y mediada por el software GeoGebra, la construcción del concepto de circunferencia desde el cuadro de la Geometría Analítica en alumnos de quinto de secundaria. Para este estudio, empleamos como marco teórico la teoría de la Dialéctica Herramienta-Objeto presentada por Douady, que nos propone un enfoque cognitivo en el proceso de enseñanza y aprendizaje sobre la actividad matemática. El principio

básico de este marco, para construir una noción matemática, consiste en hacer uso o movilizar conocimientos antiguos como herramientas para desarrollar nuevos conocimientos que se denominan objetos matemáticos, los cuales, una vez desarrollados, se utilizan como herramientas en nuevas situaciones de aprendizaje. Bajo este principio, en este estudio, conseguimos verificar que los alumnos del quinto de secundaria lograron construir el concepto de circunferencia a través de una secuencia de actividades. Este proceso de construcción del objeto circunferencia permitió a los alumnos mejorar y organizar su estructura cognitiva sobre este concepto, lo que favoreció su aprendizaje. Asimismo, el GeoGebra como instrumento mediador en el proceso de enseñanza y aprendizaje fue muy importante porque, usando algunas herramientas de este software, los alumnos lograron consolidar la definición de la circunferencia como lugar geométrico a través de la percepción dinámica de los infinitos puntos que constituyen una circunferencia, y de sus representaciones gráfica y algebraica. Además, permitió a los alumnos, a través de la secuencia de actividades, desarrollar autonomía para expresar y verificar sus conjeturas sobre las concepciones que tenían del objeto circunferencia.

Pumacallahui (2015), en el trabajo de investigación trata de contribuir a la mejora del aprendizaje de la matemática en especial en el área de la geometría, en los estudiantes de las instituciones educativas de nivel secundario y de las universidades públicas; en tal sentido el objetivo general es, determinar el uso de los software educativos (GeoGebra y Geometra II) como estrategia para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas, "Señor de los Milagros" y "Nuestra

Señora de las Mercedes" de la provincia de Tambopata- Región de Madre de Dios -2012. El trabajo de investigación es cuasi experimental, y a una muestra de 154 estudiantes de las instituciones educativas, "Señor de los Milagros" y "Nuestra Señora de las Mercedes" se le impartieron las clases distribuidos de la siguiente manera: tres grupos del control y tres grupos del grupo control, y luego para medir la variable dependiente se aplicó la prueba de test. El marco teórico se fundamentó en las teorías del aprendizaje y la enseñanza, el uso de los software educativos, los antecedentes del presente trabajo de investigación, y los fundamentos teóricos de la geometría. La prueba de hipótesis se realizó, mediante la prueba de hipótesis para la diferencia entre dos medias poblaciones normales y el estadístico de prueba que se utilizó es la distribución t de Student. Se comparó el grupo experimental con el grupo control mediante la prueba de hipótesis y se llegó a la siguiente conclusión de que, si existe la influencia del uso de los software educativos como estrategia en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, con respectos a aquellos estudiantes que no utilizaron el software educativo. El grupo experimental se obtuvo un promedio de 13.48 puntos, mientras el grupo control se obtuvo de 11 puntos.

Bello (2013), su investigación está centrada en la enseñanza de la Programación Lineal mediada por el software GeoGebra con alumnos del quinto grado de educación secundaria, de la Institución Educativa N° 1136 "John F. Kennedy". Este tema forma parte del Diseño Curricular Nacional y por tanto del libro texto de quinto grado de educación secundaria; sin embargo, o bien no se considera en la programación curricular anual o bien se enseña la haciendo construcciones geométricas usando lápiz y papel. Investigaciones en las que se detectaron que la mayoría de alumnos no tiene nociones sobre programación lineal,

porque no las estudiaron en el colegio, esto se debe a que la mayoría de docentes no las incluyeron en su programación curricular anual, los autores proponen usar GeoGebra como mediador de la enseñanza de la Programación Lineal, pues pensamos que con este software y las situaciones de aprendizaje propuestas a través de una serie de actividades lograremos que los alumnos puedan manipular, conjeturar, esbozar y plantear posibles soluciones mientras construyen el conocimiento sobre este tema y transitar por los registros de representación verbal, algebraico y gráfico de manera natural y espontánea.

Díaz (2015), en la investigación titulada “La influencia del software GeoGebra en el aprendizaje del algebra de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del Distrito de Santa Anita, UGEL 06, 2015”, se formuló el siguiente problema ¿De qué manera el uso del Software GeoGebra influye en el aprendizaje del Algebra en los alumnos del 4to. Año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita, UGEL 06 -2015?, con el objetivo de determinar si el uso Software GeoGebra influye en el aprendizaje del Algebra en los alumnos del 4to. año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita, UGEL 06 –2015, se aplicó a los 96 estudiantes del Cuarto de Año de Educación Secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita –2015, se concluye que la aplicación de la Propuesta de software GeoGebra influye en el aprendizaje del algebra en los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita UGEL 06 –2015 y se recomienda que el desarrollo del software de GeoGebra del aprendizaje del algebra deben ser una de las prioridades educativas en todos los niveles y modalidades del sistema,

especialmente tratándose en los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita.

2.2 SUSTENTO TEÓRICO

2.2.1 DEFINICIÓN DE TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN (TIC)

Podemos definir en líneas generales a las Tecnologías de la Información y Comunicación como un conjunto de elementos compuesto por hardware, software, prácticas y técnicas que son utilizados para el tratamiento, procesamiento, almacenamiento y transmisión de datos con la finalidad de estructurarlos en información útil que derive en la solución de problemas y la generación de conocimiento. Las TIC utiliza como base y desarrollo tecnológico para la generación de nuevos conocimientos, la humanidad ha podido aprovechar las herramientas y dispositivos que facilitan el procesamiento de datos para transformarlos en información, tales como los software, computadoras, dispositivos móviles y sistemas de comunicación como redes informáticas y no de forma aislada, sino lo que es más significativo de manera interactiva e intercomunicadas, lo que permite conseguir nuevos escenarios comunicativos. (Correa et al., 2016)

2.2.2 ECUACIÓN ALGEBRAICA

Una ecuación algebraica es una combinación de uno o más términos donde el símbolo de “igualdad”, es decir el símbolo “=” indica que tiene dos miembros la expresión, los términos son las expresiones algebraicas (monomios, binomios, trinomios y expresiones de mayor grado) que como se sabe están compuestas de constantes y variables, donde los términos pueden ser numéricos, expresiones alfa

numéricas, etc. Los términos están conectados uno con el otro con el operador aritmético de suma o símbolos de resta o diferencia. (Rodríguez y Navarro, 2016)

Al hablar de ecuaciones algebraicas debemos de dar por hecho que existen cantidades desconocidas (incógnitas o variables) a las cuales debemos encontrar su valor. En general, las incógnitas se designan por letras minúsculas de la parte final del alfabeto: x , y , z , mientras que las cantidades constantes, llamadas coeficientes se les nombra con letras minúsculas iniciales del alfabeto: a , b , c , o si son conocidas, por su valor mismo, por ejemplo en la ecuación: $ax + b = c$ en la cual a , b y c son coeficientes y x es la incógnita. (Allen y Semmler, 2007)

2.2.3 EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Una expresión algebraica es una combinación ordenada de símbolos que contiene letras, números y signos. La manipulación de expresiones algebraicas tiene las mismas propiedades que la manipulación de expresiones numéricas, ya que las letras se comportan como si fuesen números. Las expresiones algebraicas tendrán, por lo general, una, dos o tres letras, un ejemplo de expresión con una única letra es $4x^3 - 5x^2 + x - 3 + 2x^2$. (Allen y Petrie, 2008)

2.2.4 DEFINICIÓN DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS

Gobran (1990), señala que una ecuación de segundo grado es una ecuación polinómica en la que, después de ser reducida, el mayor de los grados de los monomios que aparecen es dos y cualquier ecuación de este tipo se puede expresar de la siguiente forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde x es la variable y a , b , y c son números reales, además $a \neq 0$. Además a se llama el coeficiente cuadrático, b el coeficiente lineal y c es el término independiente.

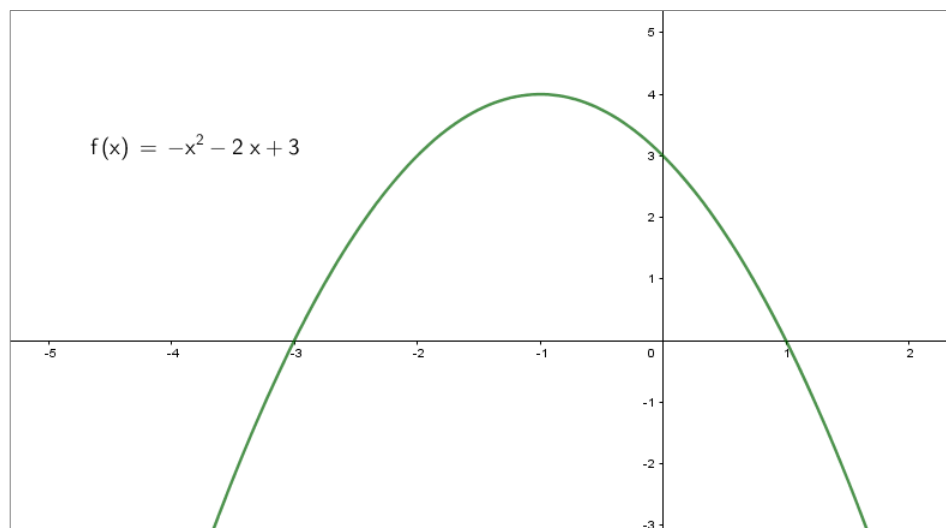


Figura 1. Representación gráfica de las ecuaciones cuadráticas.

2.2.4.1 ALGORITMOS O MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS

2.2.4.1.1 Raíz Cuadrada

Un tipo más elemental de ecuación cuadrática, por su solución, corresponde a la forma especial en que falta el término lineal y es de este tipo: $ax^2 + c = 0$, cuya

solución será $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$ donde $a \neq 0$.

2.2.4.1.2 Factorización

Si los coeficientes a , b y c de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ son tales que la expresión $x^2 + px + q = 0$ puede escribirse como el producto de dos factores de primer grado con coeficientes enteros, dicha ecuación cuadrática podrá

resolverse fácilmente. El método de resolución por factorización se basa en la siguiente propiedad de los números reales:

Si a y b son números reales, entonces: $a \times b = 0$ si y solo si $a = 0$ ó $b = 0$

2.2.4.1.3 Completando el trinomio cuadrado perfecto

El método de compleción del cuadrado se basa en el proceso de transformar la ecuación cuadrática para que quede así:

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = -c + \frac{b^2}{4}$$

De donde se despeja x para encontrar las dos raíces. Si la ecuación tiene un coeficiente cuadrático distinto de 1 se divide toda la ecuación por el inverso de éste y se procede como se detalló arriba.

2.2.4.1.4 Formula cuadrática

La fórmula se deduce y se realiza las sustituciones adecuadas para encontrar las raíces de la ecuación. La deducción de la ecuación cuadrática será así: $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a \neq 0$.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Esta última ecuación se llama fórmula cuadrática. La expresión $b^2 - 4ac$ se conoce como la discriminante, si ésta es cero las raíces son iguales, si es mayor que cero, las raíces son diferentes, y si es menor que cero, entonces las raíces serán complejas. (Spiegel y Moyer, 2007)

2.2.4.1.5 Representaciones externas de las ecuaciones cuadráticas

La ecuación cuadrática se puede representar mediante la gráfica de una función cuadrática. Esta representación gráfica permite visualizar las intersecciones o punto tangencial de esta gráfica, en el caso de existir, con el eje X , estos puntos de intersección coinciden con las soluciones reales de la ecuación.

Además de la representación gráfica se utiliza la representación simbólica $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a \neq 0$. En el estudio se utiliza también la representación verbal cuando se enuncia problemas de enunciado verbal, donde se expresa de forma implícita la ecuación cuadrática que luego es materia de matemátización a través de un modelo o ecuación cuadrática. (Allen y Semmler, 2007)

2.2.4.2 PARTES DE UNA ECUACIÓN

Una ecuación es una declaración matemática donde dos expresiones son iguales. En una ecuación numérica simple, expresiones hechas de números y operaciones aparecen a cada lado del signo igual. El signo igual significa que las dos expresiones tienen el mismo valor. Por ejemplo, $3 + 9 = 12$ es una ecuación. La expresión de la izquierda, $3 + 9$, tiene el mismo valor que la expresión de la derecha, 12. Se escriben de distintas maneras, pero las dos representan la misma cantidad. Las ecuaciones algebraicas no sólo tienen números, sino también variables, símbolos que representan una cantidad desconocida. Las variables son normalmente letras como x , y , o z . Algunas veces, una variable estará siendo multiplicada por un número. Este número se llama coeficiente de la variable. (Spiegel y Moyer, 2007)

2.2.5 GeoGebra

GeoGebra es un software matemático dinámico para centros de enseñanza que combina la aritmética, geometría, cálculo, análisis, álgebra, lógica, matemática discreta, probabilidad, hoja de cálculo, gráficos, estadística entre otros. Se trata de un programa premiado en numerosas ocasiones. Podemos construir de modo muy simple puntos, segmentos, polígonos, rectas, vectores, cónicas, lugares geométricos, gráficas de funciones, curvas paramétricas e implícitas, distribuciones de probabilidad y diagramas estadísticos. Todo ello dinámicamente, de forma que cualquier objeto puede sufrir modificaciones con un simple movimiento del ratón. También el software GeoGebra es un sistema de geometría interactiva, puede hacer construcciones con puntos, vectores, segmentos, líneas, polígonos y secciones cónicas, así como funciones, al mismo tiempo que las cambia dinámicamente. Por otro lado, las ecuaciones y coordenadas se pueden ingresar directamente. Por lo

tanto, GeoGebra tiene la capacidad de manejar variables para números, vectores y puntos y calcula derivadas e integrales de funciones y ofrece comandos como raíz, vértice o límite, etc. (Hohenwarter y Hohenwarter, 2013)

2.2.6 CARACTERÍSTICAS DE GeoGebra

Además de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (Geometría) y otra en la Vista Algebraica (Álgebra). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas. A todos los objetos que vayamos incorporando en la zona gráfica le corresponderán una expresión en la ventana algebraica y viceversa.

Posee características propias de los programas de Geometría Dinámica (DGS) pero también de los programas de Cálculo Simbólico (CAS). Incorpora su propia Hoja de Cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos. Facilidad para crear una página web dinámica a partir de la construcción creada con GeoGebra, sin más que seleccionar la opción correspondiente en los menús que ofrece. (Klllogjeri, 2017)

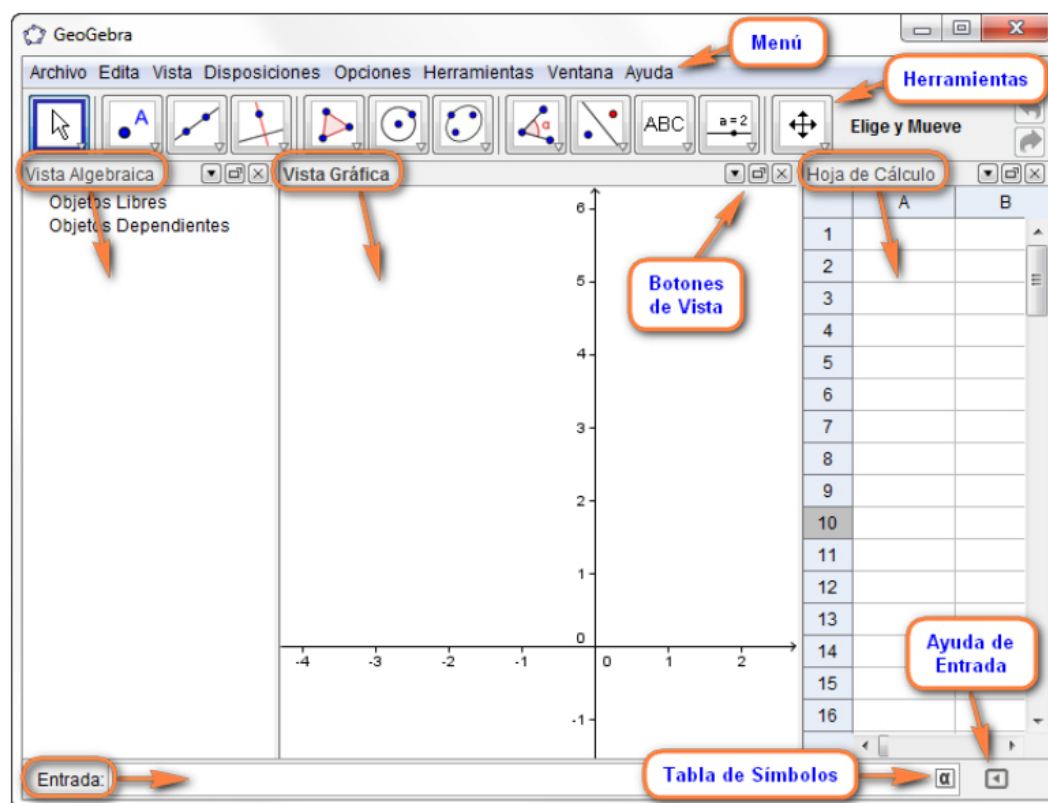


Figura 2. Interfaz de GeoGebra

2.2.7 COMPRENSIÓN DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA

La comprensión de los significados de la ecuación cuadrática es integral cuando forma parte de una red interna de definiciones, propiedades, significados, elementos y algoritmos relacionados con sus soluciones. Más concretamente, las ecuaciones cuadráticas son comprendidas si sus representaciones mentales, tanto internas y principalmente externa forman parte de una red de representaciones tanto simbólicas, gráficas, tabulares o verbales. El grado de comprensión de las ecuaciones cuadráticas está determinado por el número y la fuerza de las conexiones entre los elementos enumerados. Además, la comprensión será integral si está relacionado o conectado con otras nociones matemáticas y sus conexiones son más numerosas y fuerte. (Duval y Sáenz, 2016)

2.2.8 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas se ha constituido en el eje central de los procesos de enseñanza de la matemática, es el vehículo principal para desarrollar competencias matemáticas, es así que Stanic y Kilpatrick (1988), sostienen que los problemas han ocupado un lugar central en el currículum matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Sólo recientemente los que enseñan matemática han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial. Así mismo, diferentes estudiosos como Polya y Guzmán (2008) han desarrollado teorías que permiten implementar la resolución de problemas en la enseñanza, así como el uso de estrategias y recursos para construir y producir conocimientos matemáticos en el contexto escolar.

En el contexto peruano, es decir, en el Currículo Nacional de Educación Básica se señala expresamente que se debe desarrollar competencias matemáticas, tales como: resuelve problemas de cantidad, resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio, resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre y finalmente, resuelve problemas de forma, movimiento y localización. Como se puede constatar la resolución de problemas atraviesa toda la actividad de la educación matemática. En este contexto los problemas de enunciado verbal tiene funciones como:

- a. De aplicación, para preparar al educando a aplicar el conocimiento matemático formal y las habilidades aprendidas a situaciones de la vida cotidiana.

- b. Medio para el desarrollo de la capacidad general de resolución de problemas.
- c. Hacer las lecciones matemáticas más dinámicas, placenteras y de interés de los estudiantes.
- d. Desarrollar un concepto matemático particular o destreza, habilidades y capacidades.
- e. Además es el medio más adecuado para desarrollar la capacidad de las conexiones matemáticas y la modelización matemática. (Verschaffel y De Corte, 1996).

2.3 GLOSARIO DE TÉRMINOS

2.3.1 COMPRENSIÓN

La comprensión es un proceso mental por el que, partiendo de cierta información aportados por un emisor, el receptor crea una imagen del mensaje que se le quiere transmitir. Para ello es necesario dar un significado a la información recibida. El proceso de comprensión no es un proceso pasivo, si no, es un proceso que exige por parte del receptor más actividad que el mismo proceso de expresión. Fundamentalmente, el proceso de comprensión consiste en aislar, identificar y unir de forma coherente la información externa con la información que tenemos previamente. (Duval y Sáenz, 2016)

2.3.2 COMPRENSIÓN MATEMÁTICA

Según Hiebert y Carpenter (1992) han desarrollan una idea de comprensión en términos de cómo la información es representada y conectada internamente: “Una idea, procedimiento o hecho matemático es comprendido si forma parte de una red

interna. Más específicamente, las matemáticas son comprendidas si su representación mental forma parte de una red de representaciones. El grado de comprensión está determinado por el número y la fuerza de las conexiones. Una idea, procedimiento o hecho matemático es comprendido a fondo si se enlaza a redes existentes con conexiones más numerosas o más fuertes” (p. 67).

2.3.3 COMPRENSIÓN DEL SIGNIFICADO DE ECUACIÓN CUADRÁTICA.

La comprensión de los significados de la ecuación cuadrática es cabal cuando forma parte de una red interna de definiciones, propiedades, significados, elementos, algoritmos relacionados con sus soluciones. Más concretamente, las ecuaciones cuadráticas son comprendidas si sus representaciones mentales, tanto internas y principalmente externa forman parte de una red de representaciones tanto simbólicas, gráficas, tabulares o verbales. El grado de comprensión de las ecuaciones cuadráticas está determinado por el número y la fuerza de las conexiones entre los elementos enumerados. Además, la comprensión será integral si está relacionado o conectado con otras nociones matemáticas y sus conexiones son más numerosas y fuerte.

2.3.4 RECURSO DIDÁCTICO

Un recurso didáctico es cualquier material, modelo físico, programa informático o recurso comunicativo que se ha diseñado con la intención de permitir al docente desarrollar competencias, es decir, capacidades, habilidades, actitudes, conocimientos, etc., en sus estudiantes. (Pumacallahui, 2015)

2.3.5 SOFTWARE EDUCATIVO

Las expresiones software educativo, programas educativos y programas didácticos se consideran como sinónimos para designar programas informáticos que fueron creados con la finalidad de ser utilizados como recurso y/o medio didáctico. Esta definición se ajusta al software GeoGebra, estos programas pretenden imitar la labor tutorial personalizada que realizan los profesores y presentan modelos de representación dinámica del conocimiento en consonancia con los procesos cognitivos que desarrollan los alumnos. (Torres y Racedo, 2014)

2.4 HIPÓTESIS

2.4.1 HIPÓTESIS GENERAL

El uso del software GeoGebra como recurso didáctico mejora considerablemente la comprensión del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal los docentes de educación secundaria.

2.4.2 HIPÓTESIS ESPECÍFICA

- e) La comprensión del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal los docentes de educación secundaria es algorítmica al inicio de la experiencia en ambos grupos de estudio.
- f) El uso del software GeoGebra como recurso didáctico permite lograr una comprensión integral del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal los docentes de educación secundaria.

- g) La resolución convencional de problemas de enunciado verbal sin el uso de recursos informáticos produce una comprensión algorítmica del significado de las ecuaciones cuadráticas.
- h) El efecto positivo del uso del software GeoGebra como recurso didáctico es mayor que la estrategia convencional de resolver problemas de enunciado verbal sin el uso de recursos informáticos en la comprensión integral del significado de ecuación cuadrática en los docentes de educación secundaria.

2.4.3 SISTEMA DE VARIABLES

1.1.2. Variables independientes

Uso del software GeoGebra como estrategia metodológica.

1.1.3. Variables dependientes

Comprensión integral del significado de ecuaciones cuadráticas.

Tabla 1

Operacionalización de variables, dimensiones, indicadores e instrumentos.

Variables	Dimensiones	Indicadores	Instrumentos
VI: Uso del software GeoGebra como estrategia metodológica.	Conocimiento del software educativo GeoGebra.	Identifica el software educativo	<ul style="list-style-type: none"> • Pizarra • Computadora • Diapositivas • Material de contenidos
	Uso del software educativo GeoGebra	Identifica la funcionalidad del software educativo	<ul style="list-style-type: none"> • Ficha de práctica.
	Manejo del software educativo GeoGebra	Utiliza con facilidad el software educativo.	

VD: Comprensión integral del significado de ecuaciones cuadráticas	Ecuación de segundo grado	Resuelve problemas realizando un análisis algebraico y gráfico.	<ul style="list-style-type: none"> • Examen • Ficha de práctica. • Registro
	Capacidades	<ul style="list-style-type: none"> • Trabaja de manera colaborativa • Participación activa 	<ul style="list-style-type: none"> • Lista de cotejo

CAPÍTULO III

DISEÑO METODOLÓGICO DE INVESTIGACIÓN

3.1 TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

El presente trabajo de investigación es del nivel explicativo y según su finalidad se enmarca en la categoría (grado de abstracción) de proyecto de investigación aplicada, ya que busca la solución a problemas prácticos, con un margen de generalización limitado. Se considera que de acuerdo a la naturaleza de los objetivos que esperamos alcanzar, la investigación será del nivel investigativo explicativo, pues, se trata de verificar la relación causal entre las dos variables y dimensionar sus resultados vinculantes. El enfoque epistemológico del proyecto es el positivismo, señalándosele como una investigación cuasi-experimental de corte cuantitativo.

El diseño de investigación que nos permitirá operacionalizar es el diseño cuasi experimental, donde se persigue estudiar el efecto de la aplicación del uso del recurso didáctico de GeoGebra al grupo experimental y comparado con los resultados del grupo control, luego de aplicados los instrumentos teórico/prácticos, teniendo el esquema siguiente:

Tabla 2

Diseño cuasi-experimental para la investigación

Grupo	Asignación	Pre-Test	Tratamiento	Pos-Test
GE	M ₁	O ₁	X	O ₂
GC	M ₂	O ₃	–	O ₄

Diseño: M-O-X-O

En donde:

M: Muestra no aleatoria

GC: Grupo control

GE: Grupo experimental

O_i: Medición aplicado a los grupos ($i=1,2,3,4$)

–: Ausencia de tratamiento

X: Manipulación de la variable independiente.

3.2 POBLACIÓN Y TAMAÑO DE MUESTRA

La investigación se realizará con una población constituida por docentes de educación básica regular, nivel secundario, del área de matemáticas de la ciudad de Puno, provincia de Puno de la región de Puno, de distintos colegios secundarios.

Para esta investigación la muestra de estudio está constituido por docentes de educación secundaria del área de matemáticas que fueron seleccionado por

muestreo no probabilístico por juicio en un total de 30 docentes, se considerará dos grupos, ambos son considerados homogéneos en número de hombres y mujeres, con características muy afines acorde a su edad cronológica, de los cuales 15 docentes con los que se trabajara con los métodos tradicionales y a los otros 15 se les aplicará el experimento del aprendizaje con el software GeoGebra.

3.3 UBICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN

La población objeto de estudio constituida por docentes de educación básica regular del nivel secundario, entre nombrados y contratados de la especialidad de matemáticas que utilizan de manera escasa herramientas didácticas TIC en sus sesiones de aprendizaje, como estrategia didáctica en la enseñanza de matemáticas. Las unidades de estudio se considera que tienen características homogéneas de habilidades, capacidades y edad. La investigación se desarrolló íntegramente en la ciudad de Puno.

3.4 MATERIAL EXPERIMENTAL

Para la realización de la experiencia se diseñará una unidad didáctica que contendrá 3 sesiones de aprendizaje que traten el tópico de ecuaciones cuadráticas, dichas sesiones estarán implementadas con los recursos, medios y materiales didácticos necesarios para la óptima realización de la experimentación.

3.5 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

El presente trabajo de investigación enfocado por el paradigma cuantitativo están basado en la medición de fenómenos, comparar resultados e interpretarlos en función de la teoría referencial establecida, tomando en cuenta las variables que

podiesen haber influido, en tal sentido, las investigaciones ubicadas en el paradigma cuantitativo se caracterizan por usar instrumentos de medición y comparación que proporcionan datos cuyo estudio requiere el uso de modelos matemáticos y de la estadística. Tal planteamiento, se ubica dentro de la propuesta de investigación que abordaremos porque se utilizará métodos estadísticos que nos llevan a medir, contrastar y hallar la media en los grupos experimental y control. Para el presente estudio se considerará los instrumentos de la observación y los cuestionarios.

La observación: consiste en el uso sistemático de nuestros sentidos orientados a la captación de la realidad que queremos estudiar (grupo control, grupo experimental). Donde es posible analizar los diferentes comportamientos y actitudes que se manifestaron en los docentes de educación secundaria partícipes del curso de capacitación en el uso del GeoGebra como recurso informático para el apoyo en desarrollo de sesiones de aprendizaje.

Cuestionarios: se utilizará cuestionarios como instrumento (pre-test y post-test) que constará de preguntas el cual nos permitirá hacer un diagnóstico de la población de estudio, con relación a los conocimientos previos de la resolución y comprensión de las ecuaciones cuadráticas, con preguntas abiertas para que el docente pueda expresar su razonamiento y procedimiento para obtener y resultados.

Es importante tener en cuenta que el método de recolección de datos, se considerará como: al medio a través del cual nos relacionaremos con los participantes del experimento para obtener la información necesaria que nos permitirá lograr los objetivos de la investigación, de modo que para recolectar la información hay que tener presente la selección y utilización adecuada de los

instrumentos de medición el cual debe ser validado y confiable para poder aplicar el instrumento de medición y obtener los resultados esperados; y organizar las mediciones obtenidas, para poder analizarlos posteriormente.

Los instrumentos de recolección de datos que se utilizaron fueron dos, los mismos que se adjuntan en el anexo 2.

3.6 PROCEDIMIENTOS DEL EXPERIMENTO

Para la realización del experimento se realizaron las siguientes acciones:

- Selección homogénea de dos grupos: control y experimental. Los grupos están conformados por docentes que participaron de un programa de capacitación sobre didáctica del álgebra.
- Se aplicó una evaluación antes de la experimentación con el objetivo de valorar los conocimientos previos que poseen los docentes, además de estableció que ambos grupos iniciaron la experiencia en igualdad de condiciones respecto a los conocimientos sobre las ecuaciones cuadráticas.
- Manipulación de la variable independiente en el grupo de experimental. Los profesores que participaron del grupo experimental recibieron un curso de capacitación sobre "Recursos didácticos para la enseñanza del álgebra" en el cual aprendieron el uso del Software GeoGebra para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas. En él se resolvió problemas de enunciado verbal de ecuaciones de segundo grado, claro está, con ayuda del GeoGebra.

- Aplicación de la evaluación después de la experimentación. Concluida la manipulación de la variable independiente se aplicó una prueba que evaluó la capacidad de resolución de problemas de enunciado verbal que involucran ecuaciones de segundo grado.
- Finalmente, se procedió a realizar el análisis e interpretación de los datos. Para este propósito se ha utilizado el software SPSS en su versión 18. El análisis tiene dos partes: primero, se utilizó la estadística descriptiva, donde se interpreta la media, moda, desviación estándar y los coeficientes de curtosis y asimetría. Segundo, previo a la prueba de hipótesis fue necesario probar dos supuestos inherentes a las variables de estudio, la normalidad e igualdad de varianzas, utilizando entonces la prueba t de Student para probar las hipótesis estadísticas.

3.7 PLAN DE TRATAMIENTO DE DATOS

En este punto de la investigación se aborda la utilización de la estadística descriptiva e inferencial para el tratamiento de datos e inferir parámetros poblacionales a partir de los estadísticos. Adicionalmente fue necesario hacer uso de algunas pruebas estadísticas para probar supuestos de normalidad, homogeneidad de varianza conocido también como homocedasticidad y pruebas de hipótesis.

Para el tratamiento descriptivo se utilizó algunos estadísticos descriptivos como la media, moda, coeficientes de asimetría y curtosis los que fueron calculados con apoyo del software estadístico SPSS versión 18 para estos y los demás cálculos estadísticos para probar hipótesis.

3.7.1 PRUEBA DE NORMALIDAD DE SHAPIRO-WILK

Muchas pruebas estadísticas necesitan estar seguros de que los datos tiendan a una distribución normal para el obtener resultados confiables y la prueba de Shapiro-Wilk lo hace con gran precisión. Por lo general este supuesto se da por hecho, pero cabe enfatizar que es necesario probar este supuesto. La prueba de Shapiro-Wilk se aplica con mejor performance en muestras de tamaño $n \leq 50$.

3.7.1.1 HIPÓTESIS DE NORMALIDAD

Consideremos una muestra aleatoria de datos x_1, x_2, \dots, x_n que proceden de cierta distribución desconocida no normal por $F(x)$, entonces se requiere verificar si dichos datos fueron generados por un proceso normal es decir si proceden de una distribución normal con aproximación $X_i \sim N(0, \sigma^2)$, mediante las hipótesis estadísticas. (Gutiérrez & De la Vara, 2008)

Hipótesis nula (H_0): Los datos proceden de una distribución normal

Hipótesis alterna (H_1): Los datos no proceden de una distribución normal

3.7.1.2 CÁLCULO DEL ESTADÍSTICO DE PRUEBA

Gutiérrez y De la Vara, (2008) considera para el cálculo del estadístico de Shapiro-Wilk tiene la siguiente notación matemática:

$$W = \frac{1}{(n-1)S^2} \left[\sum_{i=1}^k a_i (X_{n-i+1} - X_{(i)}) \right]^2$$

Dónde:

- S^2 es la varianza de la muestra

- a_i son los coeficientes obtenidos por tabla Coeficientes a_{in} para el contraste de Shapiro-Wilks
- n es el número de observaciones
- y k es aproximadamente $n/2$

3.7.1.3 OBTENCIÓN DEL VALOR CRÍTICO

El valor crítico $W_{1-\alpha}$ se obtiene de la tabla de Niveles de significación para el contraste de Shapiro-Wilks con un nivel de significancia α .

3.7.1.4 TOMA DE DECISIÓN

Si el valor del estadístico W es menor que el valor crítico $W_{1-\alpha}$, entonces se acepta la normalidad de los datos.

Si $W < W_{1-\alpha}$, entonces aceptamos la Hipótesis nula

También podemos usar de manera alternativa el nivel de significancia p_v que generalmente es provisto por el SPSS o algún otro programa estadístico con la regla siguiente de decisión:

Si $p_v > \alpha$, entonces aceptamos la Hipótesis nula

3.7.2 PRUEBA DE HOMOGENEIDAD DE VARIANZAS DE LEVENE

Esta prueba es aplicable a muestras independientes para determinar igualdad de varianzas, supuesto necesario que también requiere ser probado en el contraste de las hipótesis de manera más adecuada. (Correa y Iral, 2006)

3.7.2.1 PRUEBA DE HIPÓTESIS

En este apartado debemos establecer las hipótesis respectivas

Hipótesis nula (H_0): todos los grupos tienen varianzas iguales

Hipótesis alterna (H_1): no todos los grupos tienen varianzas iguales

3.7.2.2 ESTADÍSTICO DE PRUEBA

El estadístico de prueba de Levene está definida como:

$$W = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Z}_i - \bar{Z}_{..})^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_i)^2}$$

Donde Z_{ij} está definido por algunas de las siguientes definiciones:

- $Z_{ij} = |Z_{ij} - \bar{X}_i|$ donde \bar{X}_i es la media del i -ésimo subgrupo
- $Z_{ij} = |Z_{ij} - \tilde{X}_i|$ donde \tilde{X}_i es la mediana del i -ésimo subgrupo
- $Z_{ij} = |Z_{ij} - \bar{X}'_i|$ donde \bar{X}'_i es la media recortada al 10% del i -ésimo subgrupo
- $\bar{Z}_{..}$ es la media global de Z_{ij} y \bar{Z}_i es la media del i -ésimo subgrupo de los Z_{ij}

3.7.2.3 VALOR CRÍTICO

El valor crítico de Levene está definido por $F_{\alpha, k-1, N-k}$ se obtiene por medio de tabla de distribución F, con un nivel de significancia α con grados de libertad en el numerador $k-1$ y $N-k$ en el denominador.

3.7.2.4 TOMA DE DECISIÓN

Si el valor del estadístico W de Levene es menor que el valor crítico $F_{\alpha, k-1, N-k}$ entonces se acepta la homogeneidad de varianzas entre grupos.

Si $W < F_{\alpha, k-1, N-k}$ entonces aceptamos la Hipótesis nula

También podemos usar de manera alternativa el nivel de significancia p_v que generalmente es provisto por el SPSS o algún otro programa estadístico con la regla siguiente de decisión:

Si $p_v > \alpha$, entonces aceptamos la Hipótesis nula

3.8 DISEÑO ESTADÍSTICO PARA PROBAR LA HIPÓTESIS

Como este trabajo aborda la investigación con muestras pequeñas, y se considera dos grupos independientes y relacionados, se utilizará inferencias de muestra pequeña para la diferencia entre ambas medias, debemos tener en cuenta los grupos objeto de estudio y naturaleza de las hipótesis que orientará de manera indistinta el uso de la prueba estadística, por lo tanto basaremos nuestras pruebas estadísticas de muestra pequeña en la distribución t-Student, bajo el supuesto de que las muestras provengan de poblaciones normales y tengan varianzas iguales según sea el caso, se enfatiza que esta prueba estadística se aplica con mayor éxito a muestras de tamaño menor o igual a 30.

3.8.1 PROCEDIMIENTO DEL CONTRASTE DE HIPÓTESIS ESTADÍSTICA

3.8.1.1 FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

En este punto se debe formular las hipótesis estadísticas respectivas de acuerdo a los objetivos específicos y la relación que se establece en los grupos que son objeto de demostración de la siguiente forma:

Hipótesis nula (H_0): donde se expresa igualdad de medias ($\mu_1 = \mu_2$)

Hipótesis alterna (H_a): donde se puede expresar que las medias son diferente o que una media es mayor que la otra ($\mu_1 \neq \mu_2$) o ($\mu_1 > \mu_2$)

3.8.1.2 ELECCIÓN DE LA PRUEBA ESTADÍSTICA

La prueba estadística que ocupamos para la prueba de hipótesis estadísticas es la t-Student aplicada a muestras independientes y muestras relacionadas según corresponda.

3.8.1.3 NIVEL DE SIGNIFICACIÓN

Conforme a los propósitos del estudio, el nivel de significación es denotado por $\alpha=5\%$, que permite determinar si el resultado de la investigación se puede considerar estadísticamente significativo después de realizar las pruebas estadísticas. El nivel de significancia también está definido como la probabilidad para tomar la decisión de rechazar la hipótesis nula (H_0), lo que significa. (De la Horra, 2003)

3.8.1.4 ESTADÍSTICO DE PRUEBA

3.8.1.4.1 Nivel crítico (p-valor) para contraste de hipótesis

El p-valor es el nivel de significación marginal dentro de una prueba de hipótesis estadística que representa la probabilidad de la ocurrencia de un evento dado. Actualmente el uso del p-valor (p_v) para el contraste de hipótesis es utilizado como alternativa a los valores críticos, considerándose obsoleta la manera tradicional el uso del valor crítico t_c obtenida de tabla contrastado con el estadístico de prueba t calculada. En el presente trabajo de investigación se utilizó el nivel crítico (p_v) que

es calculada automática por el programa estadístico SPSS con el rótulo (Sig. bilateral). Pudiéndose calcular también de forma manual con la siguiente definición.

- Para contraste bilateral o dos colas $p_v = 2P(T \geq t_c)$, donde t_c es el valor de t calculada.
- Para el contraste unilateral o una cola $p_v = P(T \geq t_c)$, donde t_c también es el valor de t calculada,

3.8.1.4.2 Estadístico de prueba para muestras independientes

Para probar hipótesis basado en muestras independientes inicialmente deben satisfacer dos condiciones previas; la primera, que los datos de las muestras deben poseer normalidad en la distribución de los datos con aproximación $X_i \sim N(0, \sigma^2)$ y segundo, que se cumpla el supuesto de homogeneidad de varianzas, esto significa que ambas muestras tienen exactamente la misma forma, y $s_1^2 = s_2^2$ dejando claro que s^2 es un estimador insesgado de la varianza poblacional común σ^2 , entonces el estadístico de prueba queda definida como: (Mendelhall, Beaver, y Beaver, 2010)

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Donde s^2 está definida por:

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Donde s^2 se considera como un promedio ponderado de las varianzas de las muestras, que implícitamente concentra información de ambas varianzas

muestrales. Este estadístico tiene una distribución t -Student con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.

3.8.1.4.3 Estadístico de prueba para muestras relacionadas

En este caso, al tratarse de probar diferencia de medias en un mismo grupo en dos instantes distintos, este tiene un tratamiento diferente debido a que se tendrá un grupo distribuidos en un antes y un después, es decir, que para medir la diferencia de dos medias se debe realizar una prueba de diferencia pareada. Como supuesto suficiente para esta prueba es necesario que los datos tengan normalidad en la distribución de los datos. (Walpole, Myers, Myers, y Ye, 2012)

Para calcular la diferencia pareada utilizaremos la siguiente definición:

$$t = \frac{\bar{d} - \bar{d}_0}{S_d / \sqrt{n}}$$

Donde $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$ es el promedio de las diferencias pareadas y $S_d = \sqrt{\frac{(d_i - \bar{d})^2}{n}}$

es la desviación estándar de las diferencias pareadas.

3.8.1.5 TOMA DE DECISIÓN

Para el contraste de hipótesis será necesario considerar una de las dos alternativas siguientes de decisión.

- a) Si $p_v < \alpha$ entonces rechazamos la hipótesis nula (H_0) y aceptamos la hipótesis alterna o del investigador (H_a).
- b) Si $t > t_c$ entonces rechazamos la hipótesis nula (H_0) y aceptamos la hipótesis alterna o del investigador (H_a).

Donde t es el estadístico de prueba y t_c es el valor crítico.

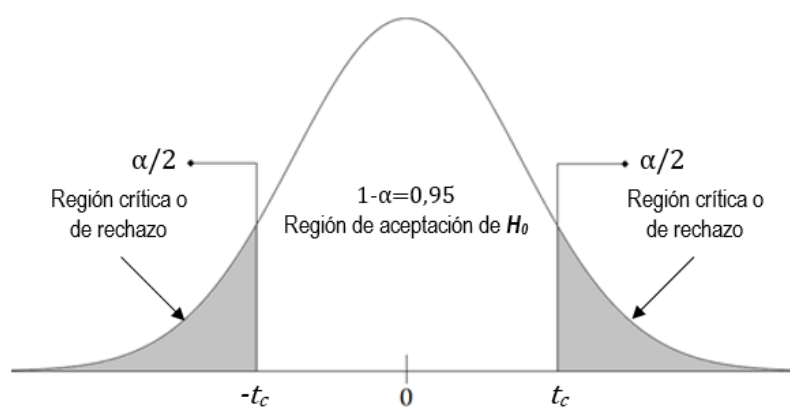


Figura 3: *Regiones de rechazo para la prueba t-Student*

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4.1 SUPUESTOS PARA APLICACIÓN DE PRUEBA ESTADÍSTICA T-STUDENT

Para la aplicación de la prueba estadística t-Student, fue necesario probar los supuestos de normalidad e igualdad de varianzas para los valores de las muestras independientes que son objeto de estudio.

4.1.1 PRUEBA ESTADÍSTICA DE NORMALIDAD DE SHAPIRO-WILK

La normalidad consiste en determinar si los valores (notas obtenidas) de ambos grupos antes y después de la intervención de la variable independiente, provienen de una población con distribución normal, para tal efecto se aplicó la prueba estadística de Shapiro-Wilk por tratarse de muestras con menor o igual a 50 observaciones.

Tabla 3

Prueba de normalidad a las muestras en estudio.

	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
GE Pre Test	,136	15	,200	,935	15	,321
GC Pre Test	,212	15	,070	,920	15	,190
GE Post Test	,221	15	,046	,884	15	,054
GC Post Test	,207	15	,083	,893	15	,074

Fuente: Elaboración propia en SPSS, GE: Grupo experimental y GC: Grupo control

4.1.1.1 PRUEBA DE HIPÓTESIS

4.1.1.1.1 Formulación de hipótesis

La formulación de las hipótesis son exactamente igual para los cuatro conjuntos de observaciones (notas obtenidas).

- Hipótesis nula (H_0): Los datos de la muestra provienen de población distribuida normalmente.
- Hipótesis alterna (H_1): Los datos de la muestra no provienen de población distribuida normalmente.

4.1.1.1.2 Nivel de significancia

El nivel de significancia se eligió arbitrariamente con $\alpha = 5\% = 0,05$ con $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 15$, con grados de libertad $gl = 15$

4.1.1.1.3 Prueba estadística

La prueba estadística elegida fue de Shapiro-Wilk, con resultados mostrados en la tabla anterior.

4.1.1.1.4 Estimación del p-valor

Las estimaciones de la significancia se muestran en la columna de (Sig.) de la tabla 3, de la Prueba Shapiro-Wilk, el mismo que representa el p_v para cada una de las muestras analizadas.

4.1.1.1.5 Toma de decisión

Para tomar la decisión correctamente consideramos la siguiente condición:

Si $p_v > \alpha$ entonces se acepta la hipótesis nula, con $\alpha = 0,05$.

- Para el grupo experimental pre test (GE Pre Test) se toma el valor de $p_v = 0,321$ el que es mayor a $\alpha = 0,05$. Por lo tanto se acepta la hipótesis nula.
- Para el grupo control pre test (GC Pre Test) se toma el valor de $p_v = 0,190$ el que es mayor a $\alpha = 0,05$. Por lo tanto también se acepta la hipótesis nula.
- Para el grupo experimental post test (GE Post Test) se toma el valor de $p_v = 0,054$ el que es mayor a $\alpha = 0,05$. Por lo tanto se acepta la hipótesis nula.
- Finalmente para el grupo control post test (GC Post Test) se toma el valor de $p_v = 0,074$ el que es mayor a $\alpha = 0,05$. Por lo tanto también se acepta la hipótesis nula.

4.1.1.1.6 Conclusión

Tomando en cuenta los resultados obtenidos en las pruebas de hipótesis, existe suficiente evidencia estadística para afirmar que los cuatro grupos de datos

proviene de una población normalmente distribuida, por tanto se demostró el supuesto de normalidad el que fue requisito para aplicar la prueba t-Student.

4.2 CONOCIMIENTOS SOBRE ECUACIONES CUADRÁTICAS ANTES DEL EXPERIMENTO

En este numeral se da cuenta de los resultados que responden a la consecución del primer objetivo específico: "Diagnosticar la comprensión preliminar del significado de la ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal los docentes de educación secundaria al inicio de la experiencia" .En relación al objetivo de investigación se obtuvieron los siguientes resultados del análisis estadístico descriptivo. El estado de los conocimientos previos que sobre ecuaciones cuadráticas ostentan los profesores antes de la aplicación del experimento, son reflejados en la siguiente tabla.

Tabla 4

Resumen de estadígrafos del análisis estadístico antes del experimento.

Estadísticos	Grupo Experimental	Grupo Control
Media	11,23	11,30
Error típico	1,12	1,00
Mediana	11,00	9,50
Moda	8,00	9,50
Desviación estándar	4,32	3,89
Curtosis	-0,77	-0,48
Coefficiente de asimetría	0,54	0,68
Rango	13,50	13,00
Nivel de confianza (95,0%)	2,39	2,15

Fuente: Anexo 1.

Del análisis anterior podemos puntualizar algunos estadígrafos que nos permitirán tener una visión general del estado anterior a la aplicación del experimento en ambos grupos; se observa que la media aritmética son muy similares en ambos grupos, experimental y control con 11,2 y 11,3 respectivamente, lo que nos indica que ambos grupos inician en igualdad de condiciones respecto al grado de conocimiento de ecuaciones cuadráticas, por otro lado, es necesario señalar que la desviación estándar es de 4,3 y 3,9 puntos para los grupos experimental y control respectivamente, lo que indica que la dispersión es relativamente baja en una escala de 0 a 20, también tienen aproximadamente el mismo grado de variación. Respecto a la concentración de los datos respecto a la media se tiene el coeficiente de curtosis negativa de -0,8 y -0,5 para ambos grupos, resultando una distribución platicúrtica con poca concentración de notas en la media aritmética; y con un coeficiente de asimetría de 0,5 y 0,7 para ambos grupos experimental y control respectivamente, lo que indica una mayor concentración de notas hacia la izquierda de la media aritmética en ambos grupos.

Referente a los resultado de contraste inferencial se realizó la prueba estadística t-Student para muestras independientes con los datos (notas obtenidas) del grupo experimental y control antes de la aplicación del experimento; los estadísticos necesarios para las pruebas de hipótesis son visualizados en la tabla siguiente.

Tabla 5

Análisis de la prueba t-Student para la igualdad de medias –pre test.

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias		
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)
GExp_ GCont	,175	,679	,044	28	,965

Fuente: Elaboración propia.

4.2.1 PRUEBA DE IGUALDAD DE VARIANZAS

El supuesto de igualdad de varianzas fue otro requisito necesario para la aplicación de la prueba estadística t-Student, para tal objetivo se utilizó la prueba de Levene, el que evalúa el supuesto. Se considera los siguientes planteamientos.

Asumimos que la hipótesis nula (H_0): las varianzas del grupo experimental y control son iguales, y la hipótesis alternativa (H_1): las varianzas del grupo experimental y control son diferentes. Con un nivel de significancia $\alpha = 0,05$ se calculó los estadísticos de contraste con el uso de SPSS resumida en la tabla 5, donde consideramos la significancia (Sig.) de la prueba de Levene el que representa al $p_v = 0,679$. La toma de decisión se realizó bajo el criterio de que si $p_v > \alpha$ de debe aceptar la hipótesis nula, aplicando los valores tenemos que $(p_v = 0,679) > (\alpha = 0,05)$, por lo tanto aceptamos la hipótesis nula concluyendo entonces que las varianzas en los grupos experimental y control antes de la aplicación del experimento son iguales, de esta manera fue demostrada el supuesto de igualdad de varianzas llamada también homocedasticidad.

4.2.2 PRUEBA ESTADÍSTICA DE HIPÓTESIS 01

4.2.2.1 FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

Hipótesis nula (H_0):

La capacidad de comprensión del significado de ecuaciones cuadráticas de anunciado verbal en docentes de nivel secundario es el mismo en el grupo experimental y control antes de la aplicación del experimento.

$$H_0: \mu_E = \mu_C$$

Hipótesis alternativa (H_1):

La capacidad de comprensión del significado de ecuaciones cuadráticas de anunciado verbal en docentes de nivel secundario son diferente en el grupo experimental y control antes de la aplicación del experimento.

$$H_1: \mu_E \neq \mu_C$$

4.2.2.2 DETERMINACIÓN DEL TIPO DE PRUEBA ESTADÍSTICA

Según la naturaleza de las variables de investigación y la H_1 se aplicó una prueba bilateral con distribución *t-Student* para muestras independientes con $n_1 + n_2 - 2 = 28$ grados de libertad.

4.2.2.3 ESPECIFICACIÓN DEL NIVEL DE SIGNIFICANCIA

Se consideró de manera intencional un nivel de significancia del 5%, es decir $\alpha = 0,05$ con $n_1 = 15$, $n_2 = 15$, con un grados de libertad $gl = n_1 + n_2 - 2 = 15 + 15 - 2 = 28$.

4.2.2.4 ESTADÍSTICO DE PRUEBA

El p-valor (p_v) o significancia bilateral en este caso, es la medida directa de lo verosímil de la hipótesis nula (H_0). Para hallar p_v fue preciso hacer uso del software estadístico SPSS en su versión 18 para el tratamiento y análisis inferencial. Fue necesario conocer si hay suficiente evidencia en la muestra para rechazar H_0 , la manera más común es utilizando el p_v el mismo que indica la probabilidad asociada a la H_0 conduciendo a su rechazo o su aceptación.

El valor de interés prioritario de la tabla 2 anterior es el que corresponde a la significancia bilateral, llamado p-valor el mismo que se calcula de la manera siguiente:

$$P(T \geq t) = P(T \geq 0,044) = 0,483$$

Entonces el p-valor queda estimado por $2p_v = 2P(T > 0,044) = 0,965$ por tratarse de una distribución bilateral, que permitirá realizar la toma de decisión y contraste de la hipótesis.

También es posible contrastar hipótesis usando el valor calculado $t = 0,044$ proporcionado en la tabla 5 generada por el SPSS.

4.2.2.5 TOMA DE DECISIÓN

Calculado el p-valor $p_v = 0,965$ se aplicó la regla de contraste para la toma de decisión:

a) Usando el nivel crítico

Si $p_v < \alpha$ entonces rechazamos la hipótesis nula (H_0) y aceptamos la hipótesis alterna (H_a)

Tomando el valor estimado de p_v , como se observa en la tabla 5 se puede determinar que no satisface la condición ($p_v = 0,965$) $<$ ($\alpha = 0,05$) por lo tanto se acepta la hipótesis nula (H_o).

a) Usando el valor calculado de t

De forma alterna de la tabla anterior obtenemos el valor calculado de t
= 0,044.

Si ($t = 0,044$) $>$ ($t_c = 2,048$) entonces rechazamos la hipótesis nula (H_o) y aceptamos la hipótesis alterna (H_a).

Como es evidente no cumple la condición establecida por lo tanto aceptamos la hipótesis nula (H_o)

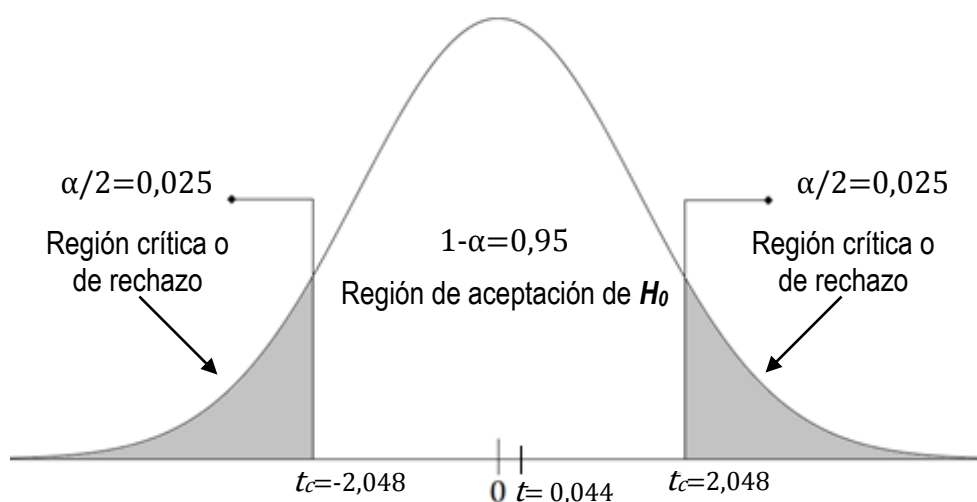


Figura 3: Prueba t -Student bilateral para contraste de la H_o

4.2.2.6 CONCLUSIÓN

Considerando el numeral anterior, nos permite concluir que la capacidad de comprensión del significado de ecuaciones cuadráticas de anunciado verbal en

docentes de nivel secundario son iguales en el grupo de control y experimental antes de la aplicación del experimento.

4.3 EVOLUCIÓN DE LA COMPRENSIÓN Y APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS EN EL GRUPO EXPERIMENTAL

Para conocer la evolución de la comprensión del significado en la resolución de ecuaciones cuadráticas en docentes de educación secundaria en el grupo experimental antes y después de la aplicación del experimento, debemos considerar y analizar los estadísticos descriptivos y el análisis inferencial.

Es relevante averiguar si la aplicación del GeoGebra como recurso didáctico es efectivo para mejorar la comprensión del significado de resolver una ecuación cuadrática, para este fin se propuso el segundo objetivo: "Evaluar la influencia que ejerce el uso del software GeoGebra como recurso didáctico en la comprensión integral del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal los docentes de educación secundaria". Con este propósito, en este numeral, se compara los resultados de la evaluación pre y post experimental del grupo experimental. Véase la tabla 6.

Tabla 6

Resumen de análisis descriptivo del grupo experimental antes y después del experimento.

Estadístico	Inicio proceso (Pre Test)	Final proceso (Post Test)
Media	11,23	14,71
Desviación estándar	4,32	1,50
Curtosis	-0,77	0,64

Coefficiente de asimetría	0,54	1,12
Mínimo	5,50	13,00
Máximo	19,00	18,00

Fuente: Anexo 1.

Según la tabla 6 se aprecia una diferencia numérica de las medias aritméticas en 3,47 en el grupo experimental durante la investigación, se observa un incremento el cual nos indica a priori una mejora en proceso de aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas, aun no existiendo evidencia suficiente para afirmar que hubo una mejora significativa; por otro lado nos indica que existe poca concentración en la media de las observaciones del inicio de la investigación puesto que la curtosis es negativa de 0,77, es decir platicúrtica, mientras que al final de la investigación existe mayor concentración de las observaciones a la media, puesto que la curtosis es de 064 resultando ser leptocúrtica; y el coeficiente de asimétrica positiva resultando mayor concentración de observaciones a la izquierda de la media aritmética en ambos casos.

4.3.1 PRUEBA ESTADÍSTICA DE HIPÓTESIS 02

4.3.1.1 FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

Hipótesis nula (H_0):

La comprensión integral del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbales el mismo al inicio y al finalizar la investigación en los docentes del grupo de experimental.

$$H_0: \mu_F = \mu_I$$

Hipótesis alternativa (H_1):

La comprensión integral del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal al inicio es menor que al finalizar la investigación en los docentes del grupo de experimental.

$$H_1: \mu_F > \mu_I$$

4.3.1.2 DETERMINACIÓN DEL TIPO DE PRUEBA ESTADÍSTICA

Según la naturaleza de las variables de investigación y la hipótesis nula (H_1) se utilizó una prueba unilateral hacia la derecha con distribución t-Student para muestras relacionadas con $n - 1$ grados de libertad.

4.3.1.3 ESPECIFICACIÓN DEL NIVEL DE SIGNIFICANCIA

Se asignó de forma arbitraria un nivel de significación del 5%, es decir $\alpha = 0,05$ con $n = 15$, resultando como grados de libertad $gl = n - 1 = 15 - 1 = 14$.

4.3.1.4 ESTIMACIÓN DEL P-VALOR

El p-valor (p_v) o significanciabilateral en este caso, es la medida directa de lo verosímil de la hipótesis nula (H_0). Para hallar p_v fue preciso hacer uso del software estadístico SPSS en su versión 18 para el tratamiento y análisis inferencial. Fue necesario conocer si hay suficiente evidencia en las muestra para rechazar H_0 , la manera más común es utilizando el p_v el mismo que indica la probabilidad asociada a la H_0 conduciendo a su rechazo o su aceptación.

Tabla 7

Análisis de la prueba t-Student para el contraste de la H_0 en el grupo experimental

Diferencias relacionadas						
	Media	Desviación típica	Error típico de la media	t	gl	Significancia (bilateral)
Inicio - Final	3,47333	3,61593	0,93363	3,720	14	0,002

Fuente: Elaboración propia

El valor de interés prioritario de la tabla anterior es el que corresponde a la significancia bilateral, llamado p-valor el mismo que se calcula de la manera siguiente:

$$P(T \geq t) = P(T \geq 3,72) = 0,0011$$

Entonces el p-valor queda estimado por $p_v = 2P(T > 3,72) = 0,002$, por tratarse de una distribución bilateral, que permitirá realizar la toma de decisión y contraste de la hipótesis.

4.3.1.5 TOMA DE DECISIÓN

a) Con nivel crítico

Calculado el p-valor, $p_v = 0,002$ y aplicamos la regla de contraste para la toma de decisión:

Si $p_v < \alpha$ entonces se rechaza la hipótesis nula (H_0)

Utilizando el valor estimado de p_v , como se observa en la figura 7, p_v cumple con la regla de decisión con $p_v = 0,002 < 0,05$ por lo tanto se rechaza la hipótesis nula (H_0).

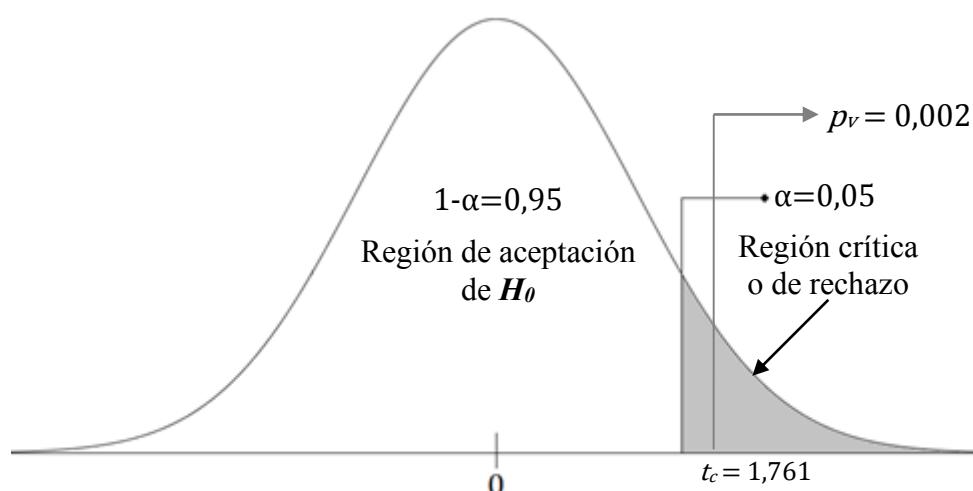


Figura 4: Prueba t-student unilateral derecha para contraste de la H_0

4.3.1.6 CONCLUSIÓN

Al rechazar H_0 se concluye que la comprensión integral del significado de ecuación cuadrática cuando resuelven problemas de enunciado verbal mejoró significativamente con el uso del GeoGebra en el grupo experimental desde el inicio hasta el final de la investigación en los docentes del nivel secundario.

4.4 EVOLUCIÓN DEL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS EN EL GRUPO CONTROL

Guiados por el tercer objetivo específico, “Evaluar la incidencia de la resolución convencional de problemas de enunciado verbal sin el uso de recursos informáticos en la comprensión integral del significado de las ecuaciones cuadráticas”, fue preciso realizar el procesamiento estadístico descriptivo para conocer el comportamiento de la evolución en la comprensión de ecuaciones cuadráticas en docentes como unidades de estudio. En la tabla 8 se muestra el resumen de algunos estadísticos.

Tabla 8

Resumen de análisis descriptivo del grupo control antes y después del experimento.

Estadígrafos	Inicio proceso (Pre Test)	Fin proceso (Post Test)
Media	11,30	12,83
Desviación estándar	3,89	2,07
Curtosis	-0,48	-0,85
Coefficiente de asimetría	0,68	0,65
Mínimo	5,50	10,50
Máximo	18,50	16,50

Fuente: Anexo 1.

Según la tabla 8 se aprecia una diferencia numérica de las medias aritméticas en 1,53 en el grupo control durante la investigación, se observa un incremento el cual nos indica a priori una mejora en proceso de aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas, no existiendo evidencia suficiente para afirmar que hubo una mejora significativa; por otro lado nos indica que existe poca concentración en la media de las observaciones puesto que la curtosis es negativa en ambos casos, resultando ser platicúrtica y el coeficiente de asimétrica positiva resultando mayor concentración de observaciones a la izquierda de la media aritmética en ambos casos.

4.4.1 PRUEBA ESTADÍSTICA DE HIPÓTESIS 03

4.4.1.1 FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

Hipótesis nula (H_0):

La capacidad de comprensión del significado de ecuaciones cuadráticas de anunciado verbal en docentes de nivel secundario es el mismo en el grupo de control al inicio y al finalizar la investigación.

$$H_0: \mu_F = \mu_I$$

Hipótesis alternativa (H_1):

La capacidad de comprensión del significado de ecuaciones cuadráticas de anunciado verbal en docentes de nivel secundario en el momento inicial es menos que en el momento final en el grupo experimental a lo largo de la investigación.

$$H_1: \mu_F > \mu_I$$

4.4.1.2 DETERMINACIÓN DEL TIPO DE PRUEBA ESTADÍSTICA

Según la naturaleza de las variables de investigación y la hipótesis nula (H_1) se utilizó una prueba unilateral hacia la derecha con distribución t-Student para muestras relacionadas con $n - 1$ grados de libertad.

4.4.1.3 ESPECIFICACIÓN DEL NIVEL DE SIGNIFICANCIA

Se asignó de forma arbitraria un nivel de significación del 5%, es decir $\alpha = 0,05$ con $n = 15$, resultando como grados de libertad $gl = n - 1 = 15 - 1 = 14$.

4.4.1.4 ESTIMACIÓN DEL P-VALOR

El p-valor (p_v) o significanciabilateral en este caso, es la medida directa de lo verosímil de la hipótesis nula (H_0). Para hallar p_v fue preciso hacer uso del software estadístico SPSS en su versión 18 para el tratamiento y análisis inferencial. Fue necesario conocer si hay suficiente evidencia en las muestra para rechazar H_0 , la manera más común es utilizando el p_v el mismo que indica la probabilidad asociada a la H_0 conduciendo a su rechazo o su aceptación.

Tabla 9

Análisis de la prueba t-Student para el contraste de la H_0 en el grupo de control

Diferencias relacionadas						
	Media	Desviación típica	Error típico de la media	t	gl	Significancia (bilateral)
Inicio - Final	1,533	4,853	1,25306	1,224	14	0,241

Fuente: Elaboración propia

El valor de interés prioritario de la tabla anterior es el que corresponde a la significancia bilateral, donde p-valor el mismo que se calcula de la manera siguiente:

$$P(T \geq t) = P(T \geq 1,224) = 0,1205$$

Entonces el p-valor queda estimado por $p_v = 2P(T > 1,224) = 0,241$, por tratarse de una distribución bilateral, que permitirá realizar la toma de decisión y contraste de la hipótesis.

4.4.1.5 TOMA DE DECISIÓN

Calculado el p-valor, $p_v = 0,241$ y aplicamos la regla de contraste para la toma de decisión:

Si $p_v < \alpha$ entonces se rechaza la hipótesis nula (H_0)

Utilizando el valor estimado de p_v , como se observa en la figura 5 p_v no satisface la regla de decisión con $p_v = 0,241 < 0,05$ por lo tanto no se rechaza la hipótesis nula (H_0).

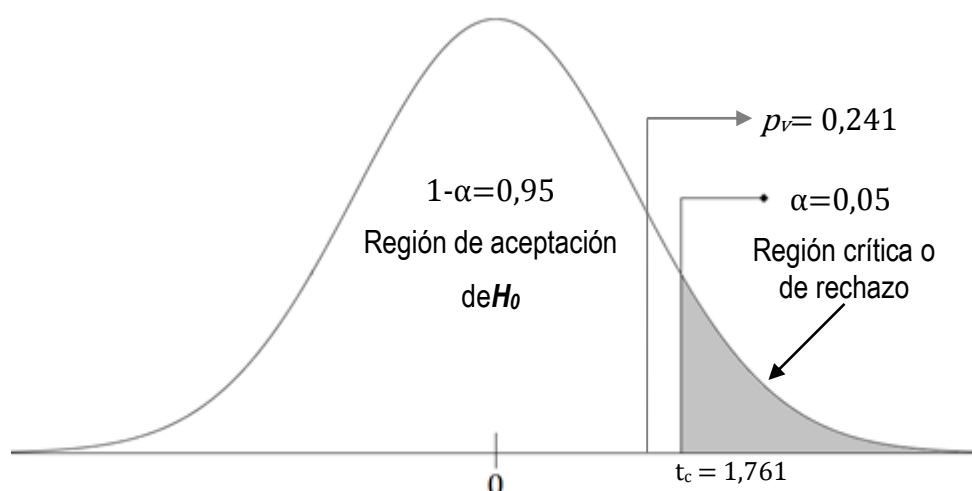


Figura 5: Prueba *t-Student* unilateral derecha para contraste de la H_0

4.4.1.6 CONCLUSIÓN

Al aceptar la hipótesis alterna (H_0) implica aceptar la inferencia, por lo que se puede concluir afirmando que la capacidad de comprensión del significado de ecuaciones cuadráticas de anunciado verbal en docentes de nivel secundario, no se evidenció una variación positiva en el grupo control al inicio y final de la investigación.

4.5 MEJORAMIENTO DEL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS DESPUÉS DEL EXPERIMENTO

En contraste al cuarto objetivo específico “Determinar la mayor incidencia positiva del uso del software GeoGebra como recurso didáctico frente a la resolución tradicional de problemas en la comprensión integral del significado de ecuación cuadrática de los docentes de educación secundaria”, se desprende los resultados descriptivos e inferencial para probar la hipótesis de investigación respectiva.

Tabla 10

Análisis descriptivo del grupo control y experimental después del experimento

Estadígrafo	Grupo Control	Grupo Experimental
Media	12,83	14,71
Desviación estándar	2,07	1,50
Curtosis	-0,85	0,64
Coefficiente de asimetría	0,65	1,12
Rango	6,00	5,00
Mínimo	10,50	13,00
Máximo	16,50	18,00

Fuente: Elaboración propia

Según la tabla 10 se aprecia inicialmente en las medias aritméticas que existe un incremento de 1,88 del grupo control y el grupo experimental después de la experimentación, dicho incremento indica de manera preliminar una mejora en proceso de aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas, no existiendo evidencia suficiente para afirmar que hubo una mejora significativa; por otro lado en el grupo control indica que la curtosis de -0,85 resultando platicúrtica por la poca concentración de observaciones en la media, por lo contrario en el grupo experimental existe mayor concentración de las observaciones en la media por ser leptocúrtica; de manera similar los rangos de ambos grupos son relativamente bajos con 6 y 5 para los grupos de control y experimental respectivamente, y el coeficiente de asimétrica positiva resultando mayor concentración de observaciones a la izquierda de la media aritmética en ambos casos.

Para probar esta hipótesis era preciso probar los supuestos de normalidad e igualdad de varianzas, supuestos que hacen posible la aplicación de la prueba estadística de t-Student. La prueba de normalidad se probó con antelación en el numeral 4.1.1.

Para probarla hipótesis de investigación fue necesario hacer uso del software estadístico SPSS en su versión 18 para el tratamiento y procesamiento inferencial de los datos resumidos en la tabla 11.

Tabla 11

Prueba t-student para el contraste de la H_0 en el grupo Control y Experimental Pos test

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias		
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)
GruposExpCon_ PosTest	3,085	,090	2,840	28	,008

Fuente: Elaboración propia

4.5.1 PRUEBA DE IGUALDAD DE VARIANZAS

El supuesto de igualdad de varianzas también es necesario para probar esta hipótesis específica por tratarse de muestras independientes, requisito necesario para la aplicación de la prueba estadística t-Student, para tal objetivo se utilizó la prueba de Levene, el que evalúa el supuesto. Se considera los siguientes planteamientos.

Asumimos que la hipótesis nula (H_0): las varianzas del grupo experimental y control son iguales, y la hipótesis alternativa (H_1): las varianzas del grupo experimental y control son diferentes, con un nivel de significancia $\alpha = 0,05$ se calculó los estadísticos de contraste con el uso de SPSS resumida en la tabla 11, donde consideramos la significancia (Sig.) de la prueba de Levene el que representa al $p_v = 0,090$. La toma de decisión se realizó bajo el criterio de que si $p_v > \alpha$ de debe aceptar la hipótesis nula, aplicando los valores tenemos que ($p_v = 0,679$) $>$ ($\alpha = 0,05$), por lo tanto aceptamos la hipótesis nula concluyendo entonces que las

varianzas en los grupos experimental y control después de la aplicación del experimento son iguales, de esta manera fue demostrada el supuesto de igualdad de varianzas llamada también homocedasticidad

4.5.2 PRUEBA ESTADÍSTICA DE HIPÓTESIS 04

4.5.2.1 FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

Hipótesis nula (H_0):

La capacidad de comprensión del significado de ecuaciones cuadráticas de anunciado verbal en docentes de nivel secundario es el mismo en el grupo control y experimental después de aplicar el experimento.

$$H_0: \mu_E = \mu_C$$

Hipótesis alternativa (H_1):

La capacidad de comprensión del significado de ecuaciones cuadráticas de anunciado verbal en docentes de nivel secundario en el grupo experimental mejoró respecto al grupo control después de aplicar el experimento.

$$H_1: \mu_E > \mu_C$$

4.5.2.2 DETERMINACIÓN DEL TIPO DE PRUEBA ESTADÍSTICA

Según la naturaleza de las variables de investigación y la hipótesis nula (H_1) se utilizó una prueba unilateral hacia la derecha con distribución t-Student para muestras relacionadas con $gl = n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.

4.5.2.3 ESPECIFICACIÓN DEL NIVEL DE SIGNIFICANCIA

Se consideró de manera intencional un nivel de significancia del 5%, es decir $\alpha = 0,05$ con $n_1 = 15$, $n_2 = 15$, resultando como grados de libertad $gl = n_1 + n_2 - 2 = 15 + 15 - 2 = 28$.

ESTIMACIÓN DEL P-VALOR

El p-valor (p_v) o significanciabilateral en este caso, es la medida directa de lo verosímil de la hipótesis nula (H_0). Para hallar p_v fue preciso hacer uso del software estadístico SPSS en su versión 18 para el tratamiento y análisis inferencial. Fue necesario conocer si hay suficiente evidencia en las muestra para rechazar H_0 , la manera más común es utilizando el p_v el mismo que indica la probabilidad asociada a la H_0 conduciendo a su rechazo o su aceptación.

El valor de interés prioritario de la tabla anterior es el que corresponde a la significancia bilateral, llamado p-valor el mismo que se calcula de la manera siguiente:

$$P(T \geq t) = P(T \geq 2,84) = 0,004$$

Entonces el p-valor queda estimado por $p_v = 2P(T > 2,84) = 0,008$, por tratarse de una distribución bilateral, que permitirá realizar la toma de decisión y contraste de la hipótesis.

4.5.2.4 TOMA DE DECISIÓN

Calculado el p-valor, $p_v = 0,008$ y aplicamos la regla de contraste para la toma de decisión:

Si $p_v < \alpha$ entonces se rechaza la hipótesis nula (H_0)

Utilizando el valor estimado de p_v , como se observa en la figura 6 p_v cumple con la regla de decisión con $p_v = 0,008 < 0,05$ por lo tanto se rechaza la hipótesis nula (H_0).

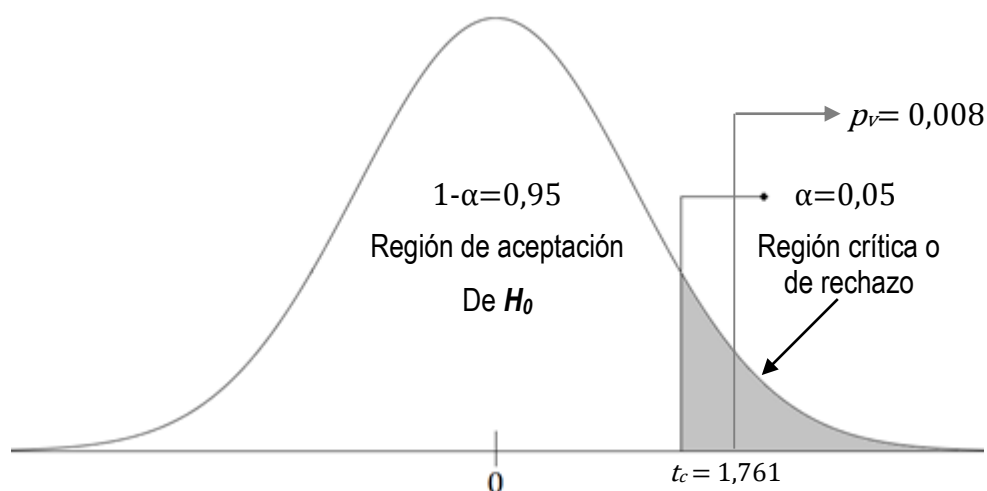


Figura 6: Prueba t-Student unilateral derecha para contraste de la H_0

4.5.2.5 CONCLUSIÓN

Al rechazar H_0 se concluye afirmando que la capacidad de comprensión del significado de ecuaciones cuadráticas de anunciado verbal en docentes de nivel secundario en el grupo experimental mejoró significativamente respecto al grupo control después del uso del GeoGebra en el grupo experimental desde el inicio hasta el final de la investigación.

CONCLUSIONES

Primera: La utilización del software GeoGebra como recurso didáctico por profesores, mejoran considerablemente su comprensión del significado de ecuación cuadrática y resuelven con éxito las situaciones problemáticas de enunciado verbal, poniendo en evidencia las ventajas didácticas del GeoGebra. En tal sentido, se encontró que los grupos, experimental y control cumplieron con las condiciones mínimas para la manipulación y tratamiento de datos; determinándose que ambos grupos iniciaron el experimento en condiciones estadísticamente iguales reflejados en el pre test, donde se obtuvo un promedio de 11.25 puntos.

Segunda: Los profesores de la muestra del estudio, tanto del grupo de control como experimental, que participan al inicio de la experiencia tienen los mismos niveles de desempeño en la resolución de problemas de enunciado verbal y poseen la misma comprensión de las ecuaciones de segundo grado. Los resultados empíricos muestran que la media del grupo control fue superior en 0,1 puntos a la media del grupo experimental, lo que contrasta con la inferencia estadística donde con una probabilidad de 0,965 se acepta que la diferencia de medias en ambos grupos es cero con un nivel de significancia del 5%, siendo el resultado significativo.

Tercera: Las evidencias empíricas han permitido demostrar que los profesores que estudian las ecuaciones cuadráticas utilizando el software GeoGebra como recurso didáctico adquieren una comprensión integral del significado de ecuaciones cuadráticas cuando resuelven problemas de enunciado verbal. Los resultados estadísticos demuestran que la diferencia entre la media final e inicial de la

experiencia fue de 3,5 puntos, rechazándose la hipótesis alternativa con una probabilidad de 0,002.

Cuarta: Los docentes que resuelven problemas de enunciado verbal sin el uso de recursos informáticos y utilizando estrategias convencionales revelan que su comprensión de las ecuaciones cuadráticas es esencialmente algorítmica. Las evidencias empíricas muestran que según las calificaciones obtenidas existe un ligero incremento en la media aritmética al finalizar el experimento, no obstante se halló que no existe una mejora significativa con un nivel de confianza del 95%.

Quinta: Se evidenció que los profesores que usaron el GeoGebra como recurso didáctico lograron mayor éxito en la comprensión integral del significado de ecuación cuadrática que los profesores que utilizaron estrategias convencionales para la resolución de problemas de enunciado verbal. Los resultados demostraron que bajo condiciones indispensables de normalidad y homocedasticidad que el valor calculado de $t = 2,48$ fue mayor que el valor crítico de $t_c = 1,761$, aceptando las hipótesis alterna con un nivel de confianza del 95%.

RECOMENDACIONES

Primera: Se recomienda a los profesores utilicen el software GeoGebra tanto para la resolución de problemas de enunciado verbal de ecuaciones cuadráticas como para promover la comprensión del significado de ecuación cuadrática en sus estudiantes cuando diseñan y ejecutan sesiones de enseñanza aprendizaje.

Segunda: Se aconseja a los profesores asuman que todos tienen las mismas potencialidades para resolver problemas de enunciado verbal de ecuaciones cuadráticas y entienda que las diferencias en el uso de estrategias y recursos tecnológicos pueden producir cambios favorables en su comprensión del significado de ecuaciones cuadráticas.

Tercera: Se sugiere a los profesores que asuman con convicción la potencialidad del uso del software GeoGebra tanto como para el estudio como para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas y producir una comprensión integral del significado de ecuación de segundo grado en sus estudiantes.

Cuarta: Se recomienda superar las estrategias convencionales y/o tradicionales para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas, porque estas resultan desventajosas frente a la incorporación estratégica de recursos tecnológicos como, por ejemplo, el GeoGebra.

Quinto: Las evidencias halladas sugieren la superioridad didáctica del GeoGebra frente a los recursos tradicionales para estudiar y enseñar ecuaciones cuadráticas, en consecuencia, se recomienda, categóricamente, a los profesores perseverar en el uso del software GeoGebra en particular para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas y en general otros tópicos de la matemática escolar.

BIBLIOGRAFÍA

- Allen, A., & Petrie, D. (2008). *Álgebra intermedia*. México: Pearson Educación.
- Allen, A., & Semmler, R. (2007). *Álgebra elemental*. Mexico: Pearson Educación.
- Balarin, M. (2013). *Las políticas TIC en los sistemas educativos de América Latina Caso Perú*. UNICEF. UNICEF.
<http://recursos.portaleducoas.org/sites/default/files/64.pdf>.
- Bello, J. B. (2013). *Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de Educación Secundaria*. Pontificia Universidad Católica del Perú: Lima, Perú.
- Canavos, G. C. (1992). *Probabilidad y Estadística*. Mexico: McGraw-Hill.
- Condori, L. M. (2016). *Aplicación del GeoGebra y Matlab para optimizar el rendimiento académico en matrices y Geometría Analítica en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E. José Carlos Mariátegui, distrito de Paucarpata -2014*. Universidad Nacional de San Agustín: Arequipa, Perú.
- Correa, G. B., Carrillo, V. H., Corona, A., Cruz, R. E., Ramirez, Y. A., Ramirez, M. O., . . . Torres, R. (2016). *Tecnologías de información y comunicación en las organizaciones*. México D.F.: Publicaciones Empresariales UNAM. FCA Publishing.
- Correa, J. C., & Iral, R. (2006). Estudio de potencia de pruebas de homogeneidad de varianza. *Revista Colombiana de Estadística*, 56-72.
- De la Horra, J. (2003). *Estadística aplicada*. Díaz de Santos.
- Diáz, J. A. (2015). *La influencia del software GeoGebra en el aprendizaje del álgebra de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del Distrito de Santa Anita, UGEL 06, 2015*. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle: Lima, Perú.

- Díaz, R. (2014). *La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software GeoGebra en estudiantes de quinto de secundaria*. Pontificia Universidad Católica del Perú: Lima, Perú.
- Duval, R., & Sáenz, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. Bogotá, Colombia: UFD Editorial.
- Espinoza, C. (2010). *Metodología de la investigación tecnológica*. Huancayo: Imagen Gráfica SAC.
- García, A. (2014). *Interpretación de los datos*. Madrid: <http://www.uned.es/publicaciones>.
- Gobran, A. (1990). *Álgebra elemental*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Gutiérrez, H., & De la Vara, R. (2008). *Análisis y diseño de experimentos*. México D.F.: MCGRAW-HILL.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). *Learning and Teaching with understanding*. New York: MacMillan Publishing Company.
- Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (23 de 11 de 2013). *Introducción to GeoGebra Versión 4.4*. Obtenido de <https://www.geogebra.org>
- Klllogjeri, P. (2017). *GeoGebra in Teaching and Learning Mathematics in Secondary Schools*. LAMBERT.
- Mateus, J. C. (2016). *Abrumados y fascinados: Las TIC en la subjetividad de los docentes peruanos*. doi: 10.15213/redes.n12.p151.
- Mendelhall, W., Beaver, R. J., & Beaver, B. M. (2010). *Introducción a la probabilidad y estadística*. México: Cengage Learning Editores.
- Montgomery, D. C. (2004). *Análisis y diseño de experimentos*. México D.F.: Limusa.
- Pumacallahui, E. (2015). *El uso de los softwares educativos como estrategia de enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto*

grado del nivel secundario en las instituciones educativas de la provincia de Tambopata-región de Madre de Dios -2012. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle: Lima, Perú.

Rodriguez, F. M., & Navarro, C. (2016). *Iniciación al álgebra elemental*. Buenos Aires: Ediciones Díaz de Santos.

Spiegel, M. R., & Moyer, R. E. (2007). *Álgebra Superior*. México D.F.: McGraw-Hill Iberoamericana.

Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1989). *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum*. In R Charles & Silver (Eds.) *The teaching and assessing of mathematical problem solving*, pp.1-22 Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Torres, C. A., & Racedo, D. M. (2014). *Estrategia didáctica mediada por el software GeoGebra para fortalecer la enseñanza aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria*. Univeridad de la Costa: Barranquilla, Colombia.

Verschaffel, I., & Decorte, E. (1996). *Word problems: a vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school?* In Nunes, T. & Bryant, P. (Eds.), *Learning and teaching mathematics. An international perspective* (pp. 69-97). London: Psychology Press Publisher.

Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). *Probabilidades y estadística para ingeniería y ciencias*. Mexico: Pearson.

ANEXOS

Anexo 1. RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN PRE Y POST TEST DE LOS GRUPOS EXPERIMENTAL Y CONTROL.
Resultados de la evaluación (Pre Test) del grupo experimental.

Nº	Código	Parte 1						Parte 2		SUMA
		Ítem 1 (2)	Ítem 2 (2,5)	Ítem 3 (2,5)	Ítem 4 (2,5)	Ítem 5 (2,5)	Ítem i (4)	Ítem ii (4)		
1	A1	2	0,5	0,5	0	2,5	2	0,5	8	
2	A2	2	1,5	1	0	3,5	3	11		
3	A3	2	1,5	2,5	2,5	4	4	19		
4	A4	2	1,5	0,5	0,5	2,5	0,5	8		
5	A5	2	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	15		
6	A6	2	1	1,5	0,5	0,5	1	6,5		
7	A7	2	1,5	0,5	2,5	2,5	1	12		
8	A8	2	0	0	0,5	1	2	6,5		
9	A9	2	2,5	1	2,5	2,5	4	18,5		
10	A10	2	1,5	0	0	2,5	3	11		
11	A11	2	0	2,5	0	0	0,5	8,5		
12	A12	2	2,5	1,5	2,5	2,5	1	13		
13	A13	2	1,5	0	1	0,5	1	10		
14	A14	0	0,5	0	0,5	0	2,5	5,5		
15	A15	2	2,5	1,5	2,5	2,5	2,5	16		

Resultados de la evaluación (Pre Test) del grupo de control.

Nº	Código	Parte 1						Parte 2		SUMA
		Ítem 1 (2)	Ítem 2 (2,5)	Ítem 3 (2,5)	Ítem 4 (2,5)	Ítem 5 (2,5)	Ítem i (4)	Ítem ii (4)		
1	B1	2	0,5	0,5	1,5	2,5	2	0,5	9,5	
2	B2	2	1,5	1	0	0	3,5	3	11	
3	B3	2	0	0	0,5	1	1	1	5,5	
4	B4	2	2,5	1	2,5	2,5	4	3,5	18	
5	B5	2	1,5	0	0	2,5	3	2	11	
6	B6	2	1	1,5	0,5	0,5	1,5	1,5	8,5	
7	B7	2	1,5	0,5	0	2,5	1	2	9,5	
8	B8	2	1,5	0,5	0	0,5	1	4	9,5	
9	B9	0	0,5	1	0,5	0,5	2,5	2,5	7,5	
10	B10	2	2,5	1,5	2,5	2,5	2,5	2,5	16	
11	B11	2	1,5	2,5	2,5	2,5	3,5	4	18,5	
12	B12	2	1,5	0,5	0,5	0,5	2,5	0,5	8	
13	B13	2	2,5	2	2,5	2,5	2,5	0,5	14,5	
14	B14	2	1.5	2,5	0,5	0,5	0,5	3,5	9,5	
15	B15	2	2,5	1,5	2,5	2,5	1	1	13	

Resultados de la evaluación (Pos Test) del grupo experimental.

Nº	Código	Instrumento 2			SUMA
		Ítem 1 (6)	Ítem 2 (6)	Ítem 3 (8)	
1	A1	3,5	5,5	6,6	15,6
2	A2	2,5	3,5	8	14
3	A3	6	6	4	16
4	A4	6	4,5	4	14,5
5	A5	5	4	5	14
6	A6	3,5	4	5,5	13
7	A7	5,5	6,5	5,5	17,5
8	A8	4	5	4,5	13,5
9	A9	6	6	6	18
10	A10	5	4	4	13
11	A11	4	5	5,5	14,5
12	A12	4	5,5	5	14,5
13	A13	4,5	5	4,5	14
14	A14	4,5	4,5	4,5	13,5
15	A15	5	4,5	5,5	15

Resultados de la evaluación (Pos Test) del grupo de control,

Nº	Código	Instrumento 2			SUMA
		Ítem 1 (6)	Ítem 2 (6)	Ítem 3 (8)	
1	B1	5	6	4	15
2	B2	6	3	4,5	13,5
3	B3	5	5	4	14
4	B4	3	3,5	8	14,5
5	B5	3,5	3,5	4	11
6	B6	4	4	5	13
7	B7	5,5	6	5	16,5
8	B8	3	4,5	3	10,5
9	B9	6	6	4,5	16,5
10	B10	4,5	3	4	11,5
11	B11	4	3,5	4	11,5
12	B12	3	3,5	4	10,5
13	B13	3	4	4	11
14	B14	4,5	3	4	11,5
15	B15	4	3	5	12

Anexo 2. Instrumentos de recolección de datos.

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS SOBRE ECUACIONES CUADRÁTICAS CONOCIMIENTO COMÚN DEL CONTENIDO						
NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA				GRADO	SECCIÓN	
DOCENTE EVALUADO	NOMBRES	APELLIDOS	DNI			

Señor docente mediante esta prueba se pretende evaluar los conocimientos matemáticos que usted ostenta para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas. Se recomienda que todos los cálculos y procesos de resolución se desarrollen en los espacios designados para ese fin, la evaluación consta de 7 cuestiones que usted debe resolver en 120 minutos. Los animo a resolver las situaciones, con la certeza que tendrá éxito, adelante.

<p>1. Utilizando cualquier técnica o algoritmo obtener el conjunto solución de la ecuación</p> $x^2 + 7x - 18 = 0.$
<p>2. Determinar el valor de b de modo que las dos raíces de la ecuación $x^2 - bx + 36 = 0$ sean iguales.</p>
<p>3. Determinar la naturaleza de las raíces calculando el valor del discriminante de</p> $-x^2 + 2x - 9 = 0$

4. Determinar el valor de c de modo que las raíces de la ecuación $2x^2 + 3x + c = 0$ sean complejas.

5. Resolver la ecuación cuadrática utilizando el algoritmo "**Completación al Cuadrado**"

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ cuando } a \neq 0.$$

6. Se tiene el encargo de elaborar el molde de una asadera sin tapa a partir de una lámina rectangular de hojalata. Para ello, se deberá cortar cuadrados de 4 cm en cada esquina y doblar los lados hacia arriba. Si el ancho de la asadera debe medir 3 cm menos que su largo, y su capacidad debe ser de 280 cm^3 , ¿cuáles serán las dimensiones de la lámina de hojalata?

7. Una fábrica hace cajas de herramientas, sin tapa, a partir de una plancha de metal rectangular de 120 cm de largo y 100 cm de ancho. Al formar el prisma, el largo de la base resulta ser el doble que la altura, mientras que el ancho de la base mide 10 cm más que la altura. ¿Cuáles son las dimensiones de una caja de herramientas?

Agradecemos su cooperación para conocer y valorar sus conocimientos matemáticos.

Puno,

del 2018

DOCENTE EVALUADO

DOCENTE EVALUADOR

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS			
NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA		GRADO	SECCIÓN
DOCENTE EVALUADO	NOMBRES	APELLIDOS	

Señor docente mediante esta prueba se pretende valorar sus capacidades para resolver problemas algebraicos de enunciado verbal que para su solución se apliquen las ecuaciones de segundo grado. Se recomienda que todos los cálculos y procesos de resolución se desarrollen en los espacios designados para ese fin. Los animo a resolver las situaciones, con la certeza que tendrá éxito. ¡Adelante!

1. En un triángulo rectángulo un cateto mide 2 cm menos que la hipotenusa y 14 cm más que el otro cateto. Calcular la longitud de los tres lados.

2. Martín dispone de un pedazo de cartulina rectangular cuyo largo es 4 cm más que su ancho. Si quiere elaborar con ella una caja (sin tapa) en forma de paralelepipedo cuya altura 6 cm . ¿Cómo quedaría expresado algebraicamente el volumen de dicha caja? ¿Podrá hacer una caja de 840 cm^3 de volumen?

Manos a la obra: ¿Qué características debe tener la caja que quiere elaborar Martín? ¿Cuántas cajas se podrán realizar con dichas características? ¿Cómo se podrá obtener las dimensiones de la caja de modo que su volumen sea 840 cm^3 ?

Acción real

- i. Desarmar una caja y representar sus dimensiones (x, y, z) .

- ii. Gráficas las figuras simples que componen la caja.

Acción acompañada del lenguaje

- iii. ¿Cómo expresarías el área de toda la caja en función de x , y , z ?

- iv. Expresa algebraicamente el volumen de la caja en función de x , y , z ?

Relato

- v. ¿Cómo se denominan las expresiones que representan el área y el volumen de la caja?

- vi. De la pregunta v. ¿cuál es el grado relativo respecto a x ?

- vii. ¿Cómo denominamos al polinomio de grado 1? ¿Y al de grado 2?

Representación gráfica

- viii. Representa gráficamente el pedazo de cartulina rectangular de la situación inicial y anota sus dimensiones.

- ix. Expresa algebraicamente el volumen de la caja y calcula sus dimensiones.

- x. El polinomio mostrado es de qué grado?

- xi. Construye la caja con las dimensiones de la situación. ¿Cuáles son estas?

- xii. Hallar otras dimensiones que pueda tener la caja de modo que cumpla con las características indicadas en la situación inicial, pero que tenga distinto volumen. Luego, constrúyela.

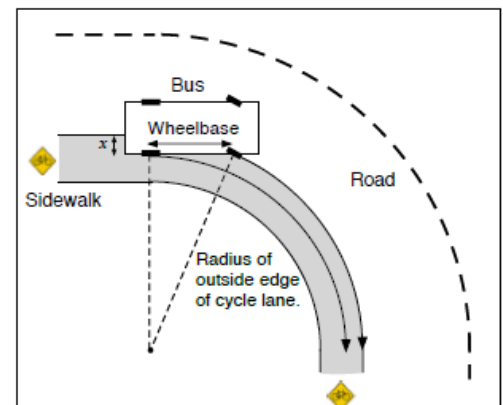
3. Cortando las esquinas

Cuando un autobús gira en una curva, se debe desplazar hacia fuera para que las ruedas traseras no invadan el carril para bicicletas. En esta imagen, a medida que el autobús gira en la curva, la rueda delantera está sobre el borde del carril para bicicletas, pero la rueda trasera está dentro del carril para bicicletas.



El diagrama del margen muestra la geometría de esta situación. La distancia entre las ruedas delantera y trasera se llama distancia entre ejes, w . La letra r representa el radio del borde exterior del carril de bicicletas. La distancia marcada con x muestra la cantidad que la rueda trasera del bus invade el carril para bicicletas.

Piensa en las ruedas delanteras y traseras de un autobús cuando gira en una curva. ¿Qué puedes decirme sobre cómo se mueven?



La distancia fija entre los ejes de la rueda delantera y la trasera se llama la distancia entre ejes, w . Cuando las ruedas delanteras giran en la esquina de una calle, describen un círculo en la calzada. ¿Qué pasa con la rueda trasera al mismo tiempo?

