

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO  
FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ECONÓMICA**



**TEORÍA DE JUEGOS COOPERATIVOS PARA EL  
CULTIVO DE ALGODÓN EN LA REGIÓN DE PIURA-PERÚ**

**ARTÍCULO CIENTÍFICO  
EXAMEN DE SUFICIENCIA DE COMPETENCIA PROFESIONAL**

Presentado por:

**BACH. MIRIAN CERVANTES ZAPANA**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE  
INGENIERO ECONOMISTA**

**PROMOCIÓN 2013**

**PUNO - PERÚ**

**2018**

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO  
FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA

TEORÍA DE JUEGOS COOPERATIVOS PARA EL CULTIVO DE  
ALGODÓN EN LA REGIÓN DE PIURA-PERÚ

ARTÍCULO CIENTÍFICO

EXAMEN DE SUFICIENCIA DE COMPETENCIA PROFESIONAL

Presentado por:

Bach. MIRIAN CERVANTES ZAPANA


Para optar el título de:

INGENIERO ECONOMISTA

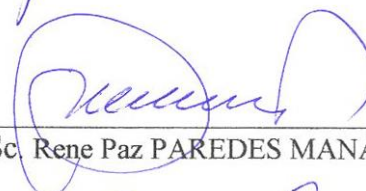


APROBADO POR EL JURADO DICTAMINADOR:

PRESIDENTE

:   
Dr. Roberto ARPI MAYTA

PRIMER JURADO

:   
M.Sc. Rene Paz PAREDES MANANI

SEGUNDO JURADO

:   
Dr. Sabino Edgar MAMANI CHOQUE

DIRECTOR DE ARTÍCULO CIENTÍFICO :

  
Dr. Juan Ludgerio AGUILAR OLIVERA

Área: Microeconomía.  
Tema: Teoría de Juegos

## AGRADECIMIENTO

- A la Universidad Nacional del Altiplano – Puno, por haberme ofrecido una profesión.
- A la Escuela Profesional de Ingeniería Económica, docentes y personal administrativo, por impartirnos sus valiosos conocimientos, contribuyendo siempre a la formación profesional.

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi familia, el motor de mis logros.

## ÍNDICE GENERAL

I.	INTRODUCCIÓN .....	8
II.	MARCO TEÓRICO .....	9
2.1.	¿Qué promueve o detiene la cooperación?.....	9
2.2.	Homogeneidad y heterogeneidad en la cooperación .....	9
2.3.	Relación entre cooperativas y cooperación .....	10
2.4.	Teoría de juegos cooperativa y no cooperativa .....	11
III.	MATERIALES Y MÉTODOS .....	12
3.1.	Modelo de programación lineal.....	12
3.2.	Juegos cooperativos.....	13
3.2.1.	División de los beneficios producto de las coaliciones .....	14
IV.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	16
4.1.	Modelo de programación lineal.....	17
4.2.	Juego cooperativo de agricultores .....	18
4.2.1.	Costos de transacción .....	19
4.2.2.	Valor Shapley .....	20
	CONCLUSIONES .....	23

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Características de la producción de cultivos en la provincia de Sechura-Piura .....	17
Tabla 2: Estructura de costos de cultivos en la provincia de Sechura-Piura.....	17
Tabla 3: Áreas y ganancias potenciales en diferentes parcelas según el modelo de programación lineal.....	18
Tabla 4: Costos de producción, rendimiento y ganancias de cultivo de algodón con y sin cooperación .....	19
Tabla 5: Beneficios netos de la coalición.....	20
Tabla 6: Incrementos relativos en los beneficios netos de los agricultores que participan en la gran coalición basado en el valor Shapley .....	21

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Límites de Parcelas del sector Vista Florida, Centro Poblado Chepito, distrito de Bernal, provincia de Sechura-Piura.....	16
Figura 2: Incrementos relativos de cooperación.....	22

## RESUMEN

El algodón es uno de los cultivos agroindustriales más importantes del Perú; sin embargo, la falta de innovación y de transferencia tecnológica la convirtieron en un cultivo no competitivo. Razón por la cual de ser un país exportador y abastecer a todo el mercado nacional con variedades conocidas a nivel mundial por el tamaño de fibra (fibra larga y extra-larga) y calidad, se pasó a abastecer a tan solo un 30% del mercado nacional. Para sopesar los retos en adelante la cooperación es pieza fundamental que permitirá la reincorporación competitiva de agricultores familiares tanto al mercado nacional como internacional con las competencias que se requieren. Por tanto, este estudio tiene como objetivo modelar juegos cooperativos para el cultivo de algodón en la región de Piura que permita vislumbrar los beneficios de la cooperación y a su vez ofrezca una adecuada división de beneficios para evitar los problemas de riesgo moral y free-riding. La metodología utilizada consiste en la aplicación de programación lineal considerando cultivos sustitutos (maíz y arroz), para posteriormente modelar el juego cooperativo del cultivo de algodón. Concluyéndose que todos los agricultores participantes de la gran coalición presentan incrementos en sus márgenes brutos de ganancias por encima del 40% además de que la heterogeneidad entre jugadores favorece el incremento de ganancias.

**Palabras clave:** Programación lineal; Teoría de juegos cooperativa; producción de algodón; Cooperación agrícola



## ABSTRACT

Cotton is one of the most important agro-industrial crops in Peru; however, the lack of innovation and technology transfer made it an uncompetitive crop. Reason why, of being an exporting country and supply the entire national market with varieties known worldwide for the length of fiber (long and extra-long staple) and lint quality, now we just supply 30% of the national market. To balance the challenges ahead cooperation is a fundamental element that will allow the competitive reincorporation of family farmers to both national and international markets with the skills required. Hence this study aims to model a cotton production cooperative game in the region of Piura that allows glimpsing the benefits of cooperation, and at the same time offer an adequate benefits division to avoid the problems of moral hazard and free-riding. The methodology consists of the application of linear programming considering substitute crops (maize and rice), to later model the cotton production cooperative game. Concluding that all farmer participants in the grand coalition present an increase in their gross profit margins above 40% and that the heterogeneity among players favors the profits increases.

**Keywords:** Linear programming, Cooperative game theory; cotton production; farm cooperation

## I. INTRODUCCIÓN

Los agricultores rurales a menudo no obtienen todos los beneficios de la participación en el mercado debido a la infraestructura deficiente, la contratación costosa, las indivisibilidades en los insumos y la monopolización; por lo tanto, la cooperación formal e informal aborda esta cuestión, creando economías de escala, mejorando el poder de negociación o agregando valor (Djanibekov, Djanibekov, Sommer y Petrick, 2015). Esta cooperación formal e informal no solo aumenta los beneficios de la participación en el mercado, sino que también tiene un fuerte componente social. (Thorp, Stewart y Heyer, 2005) adujeron que la formación grupal entre los pobres tiene un gran potencial para permitir a los miembros alcanzar sus metas a través del empoderamiento y la acción política, convirtiéndose en un vehículo importante para representar y promover el interés de sus miembros directamente e indirectamente.

Diversos estudios enfatizan la importancia de la cooperación como herramienta para contrarrestar los efectos del libre mercado en pequeños agricultores y su eficacia para desarrollarlos y participar en este, pero la cooperación trae consigo problemas de riesgo moral y free riding debido a que no queda claro la división de los beneficios fruto de la cooperación entre otros, es por esto que este estudio tiene como objetivo la modelización de juegos cooperativos que permita vislumbrar los beneficios de la cooperación y a su vez ofrezcan una adecuada división de beneficios para evitar los problemas de riesgo moral y free-riding para el cultivo de algodón en la Región de Piura.

El estudio se desarrolla en 4 secciones, en la primera sección se da una breve introducción del estudio y se presenta el objetivo de la investigación; en la segunda sección se desarrolla el marco teórico basado en una amplia revisión bibliográfica, en el cual se desarrollan ítems básicos para comprender el problema y así poner en contexto la investigación. La tercera sección explica los materiales y métodos utilizados para abordar el objetivo y en la cuarta sección se presenta los principales resultados fruto de la investigación.

## II. MARCO TEÓRICO

### 2.1. ¿Qué promueve o detiene la cooperación?

Cárdenas & Ostrom (2004) afirmaron que la decisión de las personas acerca de desertar, cooperar o competir depende de los pagos que se podrían obtener individualmente y los de los demás participantes de la cooperación tanto en el presente como el futuro, la confianza en los demás y si se preocupan por cooperar, competir o desertar. La tercera razón se relaciona con el estudio de Cherry, McEvoy y Salen (2017) el cual identificó que algunas personas exhiben un comportamiento de puro free-riding que los mantiene no cooperativos a pesar de los resultados favorables.

Estos estudios muestran la condición de las personas sobre los arreglos sociales. No se puede negar que, aunque la cooperación parece ser atractiva en términos de beneficios y confianza, algunas personas son adversas al riesgo, egoístas u oportunistas. Del mismo modo Aurbacher et al. (2011) adujeron que en muchos países europeos la cooperación en el uso de maquinaria a pesar de los beneficios no es posible debido a la " path dependency " permanente asociada con el reemplazo asincrónico, la heterogeneidad en el costo entre granjas y mercados imperfectos de maquinaria usada.

Contrariamente a Cárdenas & Ostrom (2004) que hablaba de cooperación y competencia como las decisiones discriminatorias que las personas toman. Braguinsky y Rose (2009) explica con el ejemplo de la industria japonesa de hilado de algodón cómo puede surgir la cooperación entre las empresas en un entorno de mercado altamente competitivo. La razón está asociada con el "neighborhood effect" que se traduce en un costo menor que enfrentan las empresas para ayudarse mutuamente, debido a que todas presentan homogeneidad y no son identificadas como competidores.

### 2.2. Homogeneidad y heterogeneidad en la cooperación

La pregunta de cómo sobrevive el comportamiento cooperativo colectivo cuando las acciones egoístas individuales producen mejores resultados en el corto plazo fue investigada por la teoría de juegos (Santos, Pacheco y Lenaerts, 2006). A pesar que esta teoría asume individuos en posiciones equivalentes u homogéneas el comportamiento no-cooperativo prevalece.

Por lo cual la homogeneidad y el comportamiento de cooperación han sido estudiados por diferentes autores; Thorp et al. (2005) mencionó que los más pobres y los más ricos tienden a ser excluidos de la formación del grupo, la razón se aduce en el "middling effect" también mencionado por Weinberger, Jütting (2001). Los pobres son excluidos del grupo porque no pueden hacer una contribución productiva y tienen un alto costo de oportunidad y los ricos no necesitan de la cooperación porque están integrados al mercado, de esta forma las cooperativas

tienden a formarse principalmente entre agricultores homogéneos. Braguinsky y Rose (2009) hablaron de otro efecto llamado "neighboring farmer effect" que se da como resultado en estructuras de mercado suficientemente competitivas, en el que los productores que participan son tomadores de precios y por lo tanto no son verdaderamente rivales. Esta homogeneidad favorece el intercambio de conocimientos técnicos y el comportamiento cooperativo.

Aunque los estudios mencionados se basan principalmente en un cierto grado de homogeneidad, la heterogeneidad podría estar presente bajo diferentes formas. Algunos estudios captan esta heterogeneidad bajo diferentes variables; Bardhan (2000) en su estudio sobre irrigación y cooperación en el sur de la India utilizó el grupo de castas para explicar la heterogeneidad social y el coeficiente de GINI para la heterogeneidad económica; Gebremedhin, Pender, & Tesfay (2004) se enfocaron en las diferencias en las dotaciones.

Del mismo modo, los estudios centrados en la heterogeneidad de los individuos observaron una relación positiva con los beneficios. Djanibekov et al. (2015) en su estudio del cultivo de algodón en Uzbekistán muestra que los beneficios de la cooperación serían mayores cuando las granjas participantes son heterogéneas (diferencias en característica biofísica y geográficas); Gerichhausen, Berkhout, Hamers, y Manyong (2009) también afirman lo mismo al abordar la heterogeneidad suponiendo que cada jugador tiene dotaciones de recursos diferentes, esta medida usada para determinar la relación entre los ingresos de las coaliciones y la heterogeneidad de los recursos mostraron que la heterogeneidad conduce a mayores ingresos pero también mayores costos de cooperación producto del riesgo moral y de los problemas de free-riding.

### **2.3. Relación entre cooperativas y cooperación**

Las discusiones acerca de cooperación datan de 1920 con el desarrollo de dos escuelas de pensamiento en Estados Unidos con respecto a la justificación y función de las cooperativas de agricultores. La primera escuela identificada con Aaron Sapiro, argumentó que la función principal de las cooperativas agrícolas era unificar a los agricultores sobre una base de productos básicos para que puedan ejercer el poder de los mercados y aumentar el rendimiento total de la agricultura. Por el contrario, la segunda escuela liderada por Edwin Nourse sostuvieron que las cooperativas deberían funcionar con "criterios competitivos" de modo que los agricultores tuvieran una base para juzgar el desempeño de los agronegocios (Staatz, 1989).

Por lo general las cooperativas como asociaciones autónomas son asociadas a la cooperación, sin embargo la cooperación no es exclusiva de las cooperativas, Thorp, Stewart, & Heyer (2005) en un análisis amplio de la formación de grupos<sup>1</sup> como una ruta de salida de la pobreza crónica, destacaron tres modos básicos de operación de la formación grupal, "Power and control" aducido a uno o un grupo de actores dominantes que determinan lo que el resto

---

<sup>1</sup> Firmas, organizaciones comunitarias y voluntarias, gubernamentales y familiares

hará por amenazas, reglas o sanciones; "Material incentives" entendidas como los beneficios del intercambio en el mercado y la "Cooperation" entendida como individuos que actúan voluntariamente por los intereses grupales sin motivaciones influenciadas por las recompensas materiales o represalias. Del mismo modo el estudio al analizar distintos casos de formaciones grupales entre ellos cooperativas observó que los casos exitosos de cooperativas se deben principalmente al "power and control" o "material incentives".

Por lo tanto, la cooperación como un tipo de relación interactiva se centra en la división del trabajo y la especificación de conocimiento entre individuos, considerándose como una respuesta a una necesidad de intercambio basada en el principio de reciprocidad. La cual es útil fomentar cuando se tiene una estructura de trabajo además de conocimiento previo (Xu, Cui, Qualls, & Zhang, 2017).

#### **2.4. Teoría de juegos cooperativa y no cooperativa**

Las principales ramas de la teoría de juegos son la teoría de juegos no cooperativa y cooperativa, en el primero los jugadores interactúan con otros para alcanzar sus propios objetivos sin ningún tipo de coalición o acuerdo vinculantes, y en la segunda los jugadores llegan a tener acuerdos mutuamente vinculantes; sin embargo también existe otra clasificación de los juegos "zero-sum" donde un jugador gana solo si otro pierde y "non-zero-sum" donde el ganador de un juego no necesariamente corresponde con la pérdida de otro (Padimata & Yannopoulos; 2015).

Enfocándonos en la principal clasificación, los conceptos de soluciones de la teoría de juegos cooperativa difieren de la no-cooperativa porque estas hacen diferentes supuestos acerca de la naturaleza del juego y del carácter racional del comportamiento humano (McCain, 2008). Con respecto a la naturaleza del juego a diferencia de la teoría de juegos no cooperativa, en la teoría de juegos cooperativa los jugadores tienen a su disposición mecanismos que les permiten tomar acuerdos vinculantes previos al juego con el fin de obtener mayores beneficios, por lo cual el problema central se centra en el reparto de beneficios y no en la estrategia de los jugadores.

Del mismo modo en los dos tipos de teoría de juegos la hipótesis de acción racional tiene una forma distinta de interpretación. Por un lado, en la teoría de juegos no cooperativa la acción racional (interés propio) de los jugadores los lleva a no cooperar obtenido así el pago más pequeño posible. Y por otro lado, la acción racional de los juegos cooperativos permite las acciones de reciprocidad y normas sociales que permiten la cooperación (McCain, 2008).

### III. MATERIALES Y MÉTODOS

La teoría de juegos cooperativa es adecuada para definir los acuerdos y fomentar la cooperación entre los tomadores de decisiones para lograr soluciones más eficientes (Deidda et al., 2009), además que su enfoque comparte la misma idea que la organización cooperativa donde los agentes se unen y trabajan juntos o eligen una estrategia conjunta para beneficio mutuo (McCain, 2008).

En el contexto peruano específicamente en el distrito de Sechura departamento de Piura, la aplicación de un modelo de juego cooperativo del algodón debe tomar en cuenta que el cultivo de algodón tiene cultivos opcionales o sustitutos, por lo cual antes de aplicar el juego cooperativo debe de establecer cuantas hectáreas de algodón serán sembradas por cada agricultor para maximizar sus beneficios.

En consecuencia el modelo en desarrollo al igual que Gerichhausen, Berkhout, Hamers, & Manyong (2009) y Djanibekov, Djanibekov, Sommer, & Petrick (2015) considera dos partes, la primera se basará en programación lineal ampliamente desarrollada en agricultura como herramienta para escoger el mejor plan de cultivo cuyo objetivo es definir la cantidad total de producción de diferentes cultivos, así como el mejor método de producción, cuando aplicar la mano de obra, fertilizantes, etc. Y la segunda parte estará compuesta por la teoría de juegos cooperativos en el cual se analizará cuan efectiva puede ser la cooperación en términos de ganancias y el reparto de esta.

#### 3.1. Modelo de programación lineal

Para el modelo de programación lineal se formula la siguiente función objetivo, donde las actividades de producción ( $X$ ) son optimizadas a nivel de explotación individual por cada agricultor mediante la maximización total del margen bruto ( $Z$ ) de producir ( $i$ ) cultivos con ( $c$ ) márgenes brutos específicos de cultivos.

$$\max Z_f = \sum_i c_i X_{fi}$$

El modelo de programación lineal propuesta toma en consideración una de las características más importantes de los productores que cultivan algodón, la falta de acceso al recurso hídrico. No es nada nuevo mencionar que en la región de Piura se producen una gran diversidad de cultivos agrícolas destinados al mercado nacional e internacional, entre los principales cultivos de exportación se encuentran el azúcar, café, banano orgánico, mangos, limón, café orgánico, páprika, uva de mesa, cacao blanco, lúcuma, ají piquillo, frijol de palo, papaya, etc. Los cuales además de ser rentables necesitan dos características básicas: inversión en innovación y agua. Los productores que pueden acceder a estos factores básicos de

producción cultivan estos productos; y los productores que no disponen de suficiente agua ni tampoco de capital producen algodón, maíz, menestras y arroz.

Por lo tanto, el modelo de programación lineal se desarrolla en base a la maximización de margen bruto en base al algodón, arroz y maíz (i) tal como se muestra a continuación:

Objetivo:

$$\text{MargenBruto} = \sum_i \text{Area}_i * \text{Rendimiento}_i * \text{Preciocultivo}_i - \sum_i \text{CostosProducción}_i$$

Restricciones:

$$\sum_i \text{Area}_i \leq \text{tierradisponible}$$

$$\sum_i \text{Demanda de agua} \leq \text{aguadisponible}$$

### 3.2. Juegos cooperativos

Un juego cooperativo es una tupla  $\mathcal{G} = (N, v)$ , donde  $N = 1, 2, \dots, n$  es un conjunto finito de jugadores y  $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$  es llamada la *función característica* de  $\mathcal{G}$ . Como uno de los principales objetivos en juegos cooperativos es encontrar la mejor forma de dividir las ganancias, se asume que los jugadores en coalición generaron una ganancia de  $v(N)$  la cual debe de ser dividida. Una *imputación* de  $\mathcal{G}$  es un vector  $x \in \mathbb{R}^n$  que satisface *eficiencia*:  $\sum_{i=1}^n x_i = v(N)$  e *individualidad racional*  $x_i \geq v(i)$  para cada  $i \in N$ . El conjunto de imputaciones denotada por  $I(\mathcal{G})$  representa todas los posibles y razonables división de pagos entre los jugadores. Dando al juego  $\mathcal{G}$ , el core<sup>2</sup>:  $\text{Core}(\mathcal{G}) = x \in I(\mathcal{G}) / \forall S \subseteq N: x(S) \geq v(S)$  (Balcan, Procaccia & Zick, 2015).

Sin embargo, este juego necesita saber los valores de las coaliciones en beneficios económicos tanto del resultado final de la coalición  $v(N)$  como los beneficios individuales antes de la coalición, por lo cual se toma en cuenta el aporte proporcionado por Gerichhausen et al. (2009) que cuantificó los beneficios de la cooperación introduciendo un juego cooperativo de hogares agrícolas. Donde  $(N, r)$  Es un juego cooperativo que representa los beneficios de la cooperación y  $(N, c)$  los costos de la cooperación. Entonces los beneficios netos de la coalición

<sup>2</sup> El “core” es un conjunto estable de imputaciones, donde ningún conjunto de jugadores  $S$  puede desviarse de la imputación  $x \in \text{Core}(\mathcal{G})$  mientras se garantiza que cada  $i \in S$  reciba por lo menos la cantidad que recibe bajo  $x$

pueden ser expresados en un juego cooperativo de hogares agrícolas  $(N, v)$ , donde  $v(S) = r(S) - c(S)$  para todas las coaliciones  $S$ .

En el caso propuesto el beneficio de cooperación será analizado en torno a la adopción de una nueva técnica de cultivo que mejora los rendimientos de cultivo y por ende el margen bruto de ganancias. Los costos están asociados a la contratación de un personal técnico que proporcione asistencia técnica a las parcelas cooperantes y además vele por los acuerdos de los agricultores, este costo es lineal y constante ya que para un pequeño número de cooperantes 01 personal es suficiente, para estudios posteriores si se decide realizar la modelización de juegos cooperativos con más jugadores se propone fijar un margen de área de cultivo por cada técnico.

### 3.2.1. División de los beneficios producto de las coaliciones

Para la división de los beneficios producto de la coalición al igual que la mayoría de los estudios se utilizará el valor Shapley, ya que fue ampliamente aplicado en economía por sus atractivas propiedades, a pesar del surgimiento de otras posibles soluciones como la de Nash que propuso una solución basada en la negociación. Sin embargo, la teoría de negociación de Nash no se puede extender a más de dos partidas (McCain, 2008)

Así mismo, Gerichhausen et al. (2009) resalta dos propiedades del valor Shapley, la primera basada en la contribución marginal de un jugador si se une a una coalición, la cual refleja la medida de importancia del jugador en el juego y la segunda propiedad referida a la satisfacción de muchas propiedades deseables de entre las principales: simetría y monotonicidad. La simetría implica que, si 02 jugadores tienen una similar contribución en el juego, la solución asigna el mismo valor a ambos, monotonicidad implica que, si un jugador contribuye más que el segundo jugador en el juego, el valor asignado al primer jugador es mayor.

Winter (2002) para promover el entendimiento del valor Shapley resumió el artículo original de Shapley (1953), donde el valor Shapley es presentado como un operador que asigna una contribución marginal esperada a cada jugador en el juego con respecto a la distribución uniforme sobre el conjunto de todas las permutaciones, denotado por:

El valor de un operado  $\phi$  que asigna a cada juego  $v$  un vector de pagos  $\phi(v) = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$  en  $\mathbb{R}^n$ .  $\phi_i(v)$  representa el pago de  $i$  en el juego, o alternativamente la medida de poder de  $i$  en el juego.

$\pi$  es una permutación o un orden en el grupo de jugadores, donde cada jugador aparece uno por uno a recoger su pago de acuerdo con el orden  $\pi$ . Para cada jugador  $i$  podemos denotar por  $p_\pi^i = \{j: \pi(i) > \pi(j)\}$  el conjunto de jugadores precedente al jugador  $i$  en el orden  $\pi$ . La contribución marginal del jugador  $i$  con respecto al orden  $\pi$  es de  $v(p_\pi^i \cup i) - v(p_\pi^i)$ .



Si las permutaciones son escogidas aleatoriamente de un conjunto de  $\Pi$  de todas las permutaciones con igual probabilidad para cada una de las  $n!$  permutaciones; entonces el promedio marginal de contribución del jugador  $i$  en el juego  $v$  es:

$$\phi_i(v) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{[v(p_\pi^i \cup i) - v(p_\pi^i)]}{n!}$$

Donde  $n$  es el número total de jugadores y la suma se extiende sobre todos los subconjuntos de  $N$  que no contiene el jugador  $i$ .

El valor Shapley está apoyado por 4 axiomas:

**Eficiencia:**  $\sum_{i \in N} \phi_i(v) = v(N)$

**Simetría:** Si el jugador  $i$  y  $j$  son simétricos con respecto al juego  $v$ , entonces  $\phi_i(v) = \phi_j(v)$ ,

**Dummy:** Si  $i$  es un jugador dummy, es decir  $v(S \cup i) - v(S) = 0$

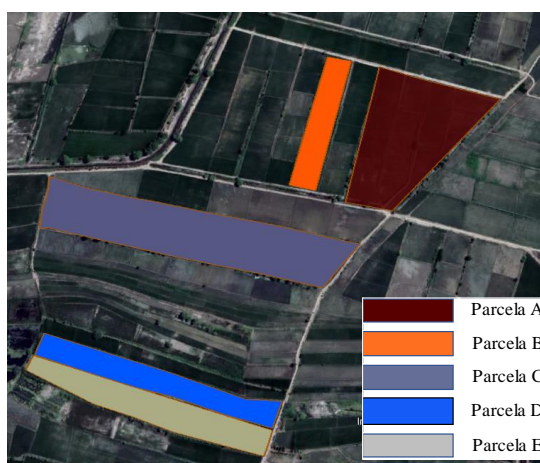
**Aditividad:**  $\phi(v + w) = \phi(v) + \phi(w)$ , donde el juego  $v + w$  es definido por  $(v + w)(S) = v(S) + w(S)$  para todas las  $S$ .

## IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El modelo de simulación compuesto por dos pasos básicos captura las características de los pequeños agricultores en Sechura – Piura. Para el cual se tomaron 5 parcelas del sector Vista Florida, centro poblado de Chepito, distrito de Bernal, Provincia de Sechura en el Departamento de Piura por la disponibilidad de información además de predisposición de los agricultores.

Para simplicidad del modelo se asume que las 5 parcelas son homogéneas en su función objetivo, lo cual significa que todas ellas son maximizadoras de beneficios y tienen dotaciones similares de agua para irrigación por hectárea de cultivo. Tomando como dato que cada agricultor tiene a disposición 8 000 m<sup>3</sup> de agua por cada hectárea de cultivo.

Cada parcela tiene diferente tamaño (ha) el cual no sobrepasa las 7 ha., tal como se observa en la figura 1 y Tabla 3, esta es una característica del pequeño agricultor que se observa en toda la región. Para simplificación del modelo se asume que todas las parcelas tienen el mismo tipo de suelo, por lo que se asume que esta característica no afecta directamente al rendimiento y por lo tanto no es considerado dentro del modelo de simulación. Adicionalmente, los datos de costos de producción tal como se observa en la Tabla 1 fueron obtenidos de la página del MINAGRI.



**Figura 1: Límites de Parcelas del sector Vista Florida, Centro Poblado Chepito, distrito de Bernal, provincia de Sechura-Piura**

En las visitas de campo se corroboro que una parte del área se dedica al cultivo de algodón, arroz y maíz. En cuanto al periodo vegetativo, el algodón tiene un periodo de 8 meses en comparación del arroz con un periodo vegetativo de 5 meses y el maíz de 4 meses. Adicionalmente la simulación solo toma en cuenta una campaña de cada cultivo.

La Tabla 2 nos muestra la diferencia entre el costo total de inversión por cultivo, observándose que el algodón es más costoso que el arroz y el maíz. Esta diferencia se debe

básicamente al gasto en mano de obra, ya que el algodón utiliza alrededor de 2 veces el monto que utilizan el maíz y arroz, así mismo en la Tabla 1 se observa que el algodón tiene un precio más elevado por quilogramo lo cual compensa la diferencia en rendimiento que tiene los demás cultivos.

La cantidad de agua requerida para el cultivo es crucial para el análisis ya que cada agricultor tiene a su disposición una cantidad limitada del recurso por ha. El arroz utiliza 15 veces la cantidad de agua del algodón, convirtiéndose en un cultivo intensivo en el uso del recurso; por otro lado, el algodón solo consume 1200 m<sup>3</sup> convirtiéndose en un cultivo rentable cuando existe restricción en la disposición de agua.

**Tabla 1: Características de la producción de cultivos en la provincia de Sechura-Piura**

Cultivo	Calendario de cultivo, mes	Precio, PEN/Kg	Rendimiento Kg/ha	Demanda de agua m <sup>3</sup> / ha
Algodón	X-V	3,91	3.220,00	1.200,00
Arroz	II-VII	1,25	9.000,00	18.000,00
Maíz	II-VI	0,98	10.000,00	7.000,00

Fuente: MINAGRI, FAO

**Tabla 2: Estructura de costos de cultivos en la provincia de Sechura-Piura**

Cultivo	Estructura de costos PEN/ ha					Costo Total PEN/ ha
	Semilla	Fertilizantes	Mano de obra	Maquinaria agrícola y equipo	Otros	
Algodón	332,86	2169,05	4.541,80	420,00	775,26	8.238,97
Arroz	320,00	2.303,00	2.016,00	760,00	484,15	5.883,15
Maíz	360,00	2.298,50	1.738,00	1.150,00	909,00	6.455,50

Fuente: MINAGRI, FAO

#### 4.1. Modelo de programación lineal

En base al modelo descrito previamente se realizó el proceso de maximización de márgenes brutos de ganancia en base al cultivo de algodón, arroz y maíz para cada parcela, tal como se observa en la Tabla 3.

La Tabla en referencia permite vislumbrar que la limitación del recurso hídrico optimiza áreas de cultivo de algodón más grandes que del arroz en todas las parcelas, del mismo modo el modelo de optimización no consideró óptimo la siembra de maíz en ninguna parcela sin importar el tamaño de esta. La razón de este resultado se debe a que el maíz utiliza un aproximado de 6 veces más cantidad de agua que el algodón y su rentabilidad está por debajo del algodón y arroz. Sin embargo, los agricultores realizan el cultivo del maíz debido a su rápido periodo vegetativo que les da liquidez más rápido que el arroz y maíz. Esta cuestión no se vio relevante dentro del análisis, pero debe de ser analizado a más detalle en siguientes estudios.

**Tabla 3: Áreas y ganancias potenciales en diferentes parcelas según el modelo de programación lineal**

Parcela	Tamaño de parcela en ha	Algodón		Arroz		Maíz		TOTAL	
		Área cultivada (ha)	Ganancia (PEN)	Área cultivada (ha)	Ganancia (PEN)	Área cultivada (ha)	Ganancia (PEN)	Área cultivada (ha)	Ganancia (PEN)
A	5,10	3,04	13.238,84	2,06	11.078,30	0,00	0,00	5,10	24.317,14
B	1,63	0,97	4.231,24	0,66	3.540,71	0,00	0,00	1,63	7.771,95
C	6,14	3,65	15.938,53	2,49	13.337,40	0,00	0,00	6,14	29.275,93
D	1,97	1,17	5.113,83	0,80	4.279,26	0,00	0,00	1,97	9.393,09
E	2,24	1,33	5.814,71	0,91	4.865,76	0,00	0,00	2,24	10.680,47

Fuente: Elaboración propia

## 4.2. Juego cooperativo de agricultores

El juego cooperativo comprende S coaliciones de N jugadores, En el estudio el grupo de cooperación de agricultores está conformado por 5 parcelas, por lo cual hay 26 posibles coaliciones, resultado de  $2^5$  menos 05 jugadores individuales no cooperativos y 01 coalición sin ningún jugador. Los cuales se observan en la Tabla 5

En base a los datos obtenidos en la Tabla 3 y centrando el análisis en el cultivo de algodón, se realiza el juego cooperativo para el cual se establecen beneficios por cooperación. Tal como se describió previamente la cooperación es un medio efectivo para obtener beneficios de la participación en el mercado que a menudo no son aprovechados por los pequeños agricultores, además de su fuerte contenido social.

Una cooperación exitosa podría crear economías de escala, mejorar el poder de negociación de los agricultores, mejorar el proceso de producción, etc. Por lo que sus beneficios no están en tela de juicio. Para efectos del modelo propuesto en esta investigación los beneficios de la cooperación serán producto de la adopción de mejores prácticas de cultivo que aportara mayor rentabilidad al cultivo.

Esta técnica es promovida por la FAO y sus contrapartes MINAGRI, DRA, INIA como una alternativa viable para mejorar la competitividad del cultivo. Innovando técnicas ancestrales de cultivo con la enfatización en el riego de machaco, siembra mecanizada, programa de fertilización eficiente y manejo integrado de plagas. Los cuales dan como resultado plantas más pequeñas y con mayor carga de algodón. A diferencia de muchas innovaciones este no representa un cambio radical a la forma de cultivo tradicional, sino que ofrece pequeñas mejoras adaptadas para pequeños agricultores que revaloran todos los conocimientos ancestrales. Por lo tanto, su adopción es mucho más fácil y llevadera.

En la Tabla 4, se describe los costos del cultivo de algodón sin cooperación el cual es referido a los costos promedio en el cual incurren los agricultores y los costos con cooperación

que son los costos de la adopción de las mejores prácticas agrícolas. Estos costos son por 01 hectárea cultivada y no consideran los costos adicionales de contratación de personal.

#### 4.2.1. Costos de transacción

Tal como lo describe (Djanibekov, Djanibekov, Sommer, & Petrick, 2015) el riesgo moral, el problema de “free rider” y el riesgo de incumplimiento del acuerdo de cooperación pueden impedir la cooperación. Y para superar los problemas de coordinación, compromiso y toma de decisiones colectivas, la cooperación requiere actividades de facilitación, negociación y monitoreo que causan costos.

Por lo tanto, se asume 3 reuniones durante el periodo vegetativo del algodón (8 meses), cada una con una duración de 2 hora en los cuales se tomarán los acuerdos debidos y se verificará el buen desenvolvimiento de la cooperación. Estas reuniones no serán cuantificadas como costos de los agricultores porque estas representan parte de sus labores agrícolas.

Además, se asume que los agricultores cooperantes emplearan a una persona durante todo el periodo vegetativo del algodón y un mes adicional hasta la comercialización del producto (9 meses), el cual monitoreará y reportará la adopción de las mejores prácticas agrícolas, además de velar por los acuerdos de los agricultores. El monto a pagar será de 1700 PEN por mes los cuales harán un total de 15 300.00 PEN durante todo el periodo o 1108.89 por ha. No se consideran gastos en personal administrativo, ya que el personal contratado a tiempo completo puede atender estas obligaciones.

**Tabla 4: Costos de producción, rendimiento y ganancias de cultivo de algodón con y sin cooperación**

	Precio, PEN/Kg	Rendimiento Kg/ha	Costo Total PEN/ ha	Ganancia
Cultivo de algodón sin cooperación	3,91	3.220,00	8.238,97	4.361,03
Cooperación en la adopción de nuevas técnicas de cultivo	3,91	4.432,56	9.085,32	8.259,48

Fuente: FAO

En la Tabla 5 se observan los beneficios netos de la coalición  $(N, v)$ . Donde  $v(S)$  refleja el valor total para todas las coaliciones  $S$ . El modelo asume que los agricultores tienen acceso a financiamientos ya sea propio o por medio de la banca u otro medio, ya que como se vio previamente no se consideración restricciones a la cantidad y costos de inversión.

La suma de los márgenes brutos individuales de los agricultores dueños de las parcelas  $(A+B+C+D+E)$  es igual a 44.337,14 PEN, mientras que los márgenes brutos de la cooperación

(N) son iguales a 68.671,35 PEM generándose un incremento del 55% representado por 24.334,21 PEN.

El estudio no toma en consideración la heterogeneidad de las parcelas como medio de ganancias adicionales de cooperación, caso que se vio reflejado en (Djanibekov et al., 2015), (Gerichhausen et al., 2009), (Aurbacher, Lippert, & Dabbert, 2011). Sin embargo, se observa claramente como los agricultores dueños de las parcelas A y C con parcelas de 5.10 y 6.14 ha. tienen mayores beneficios netos individuales, además de aportar beneficios adicionales a toda combinación de parcelas de las cuales son parte. Las coaliciones S de dos parcelas en donde A forma parte aportan un promedio de 6 % de incremento en ganancias, C aporta un 16% de incremento en ganancias y la dupla formada por  $v(AC)$  tiene un incremento del 37%, y así sucesivamente. Observándose que la cooperación entre individuos heterogéneos aporta mayores beneficios que la cooperación entre individuos homogéneos.

**Tabla 5: Beneficios netos de la coalición**

Jugadores individuales		Jugadores en Coalición							
S	v1(S)	S	v1(S)	S	v1(S)	S	v1(S)	S	v1(S)
A	13,238.84	AB	17,787.07	ABC	47,973.49	ABCD	57,658.71	N*	68,671.35
B	4,231.24	AC	39,959.83	ABD	27,472.29	ABCE	58,986.13		
C	15,938.53	AD	19,458.63	ABE	28,799.71	ABDE	38,484.93		
D	5,113.83	AE	20,786.05	ACD	49,645.05	ACDE	60,657.69		
E	5,814.71	BC	22,900.08	ACE	50,972.47	BCDE	43,597.94		
		BD	2,398.88	ADE	30,471.27				
		BE	3,726.29	BCD	32,585.30				
		CD	24,571.64	BCE	33,912.72				
		CE	25,899.06	BDE	13,411.51				
		DE	5,397.86	CDE	35,584.28				

\*ABCDE

Fuente: Elaboración propia

### 4.2.2. Valor Shapley

Un agricultor solo se inclinará a cooperar si el rendimiento esperado es mayor que el que se obtiene cuando se produce solo, y en el largo plazo seguirá dispuesto a cooperar si sus márgenes brutos de ganancia serán proporcionales a su contribución y si no hay desconfianza acerca de la equidad en su división (Gerichhausen, Berkhout, Hamers, & Manyong, 2009)

Para calcular en valor Shapley fue necesario encontrar el valor de aporte de 120 iteraciones de la gran coalición (ABCDE) adjuntas en el Anexo A, cuyos valores dependiendo del orden de participación en base a las 26 posibles coaliciones descritas en la Tabla 5 fueron promediados para así proporcionar el valor Shapley de cada jugador por beneficios de la coalición.

En la Tabla 6 se muestran los resultados del valor Shapley, en el cual la primera fila está representada por los márgenes brutos individuales para cada parcela antes del escenario de

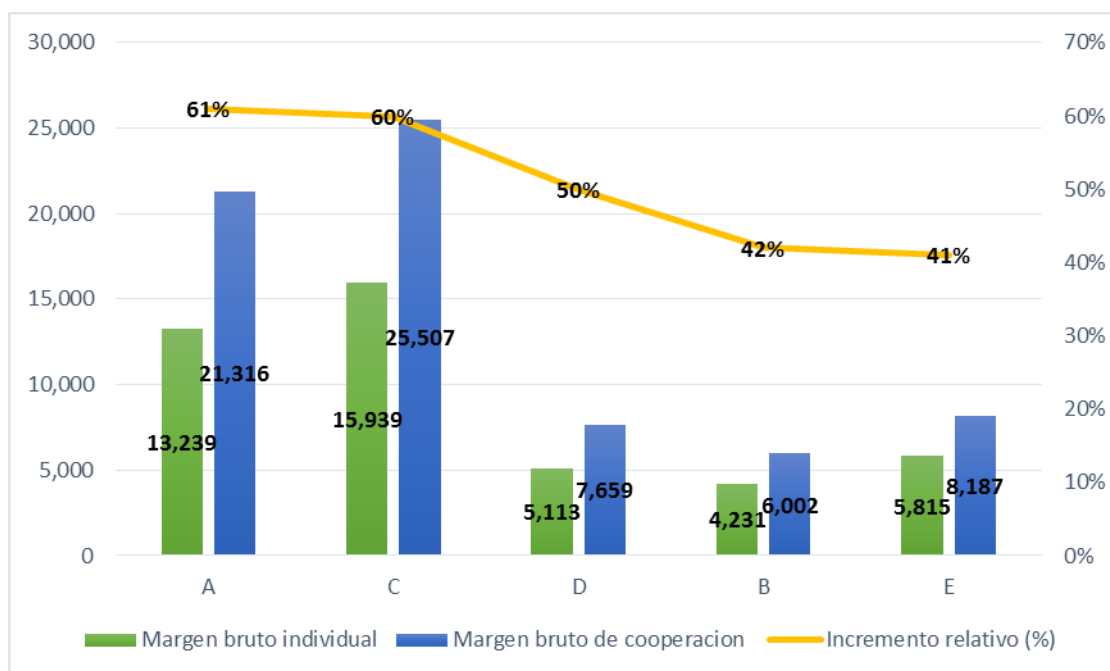
cooperación, en la segunda fila se muestran la asignación de beneficios netos fruto de la gran coalición basados en el valor Shapley entre los agricultores dueños de las parcelas A,B,C,D,E y en la tercera fila se muestran el incremento relativo en porcentajes de la gran coalición (N) y los márgenes brutos individuales.

Cada uno de los agricultores obtiene beneficios adicionales por encima del 41% con un máximo de 61%, los porcentajes de incremento en los márgenes brutos por cada parcela tiene una relación directa con el tamaño de parcela. Tal como era de esperarse las parcelas con mayor tamaño tiene un mayor beneficio, caso de las parcelas A y C con un 61% y 60% respectivamente, aunque la parcela C con 3.65 ha de algodón tiene un beneficio 1% menos que la parcela A con 3.04 ha. Así mismo La parcela D tiene un incremento mayor que la parcela E a pesar de que la parcela D con 1.17 ha de algodón sea menor a la parcela E con 1.33 ha, del mismo modo la parcela B con 0.97 ha de algodón menor a la parcela E con 1.33 tiene un incremento mayor relativo de margen bruto. Concluyéndose que todos los agricultores dueños de las parcelas tienen incrementos relativos en sus márgenes brutos después de la gran coalición sin primar necesariamente el tamaño de cultivo (ha) aunque este guarda cierta relación por el valor Shapley, demostrando que la cooperación es beneficiosa para todos y confirmando que la heterogeneidad entre jugadores favorece el incremento del margen bruto individual para todos los jugadores.

**Tabla 6: Incrementos relativos en los beneficios netos de los agricultores que participan en la gran coalición basado en el valor Shapley**

	A	B	C	D	E
Margen bruto individual	13.238,84	4.231,24	15.938,53	5.113,83	5.814,71
Valor Shapley (N,v)	21.315,87	6.001,88	25.507,16	7.659,28	8.187,15
Incremento relativo (%)	61%	42%	60%	50%	41%

Fuente: Elaboración propia



**Figura 2: Incrementos relativos de cooperación**



## CONCLUSIONES

Todos los agricultores participantes de la gran coalición (ABCDE) obtienen beneficios adicionales con respecto al escenario sin cooperación, los cuales son observados desde coaliciones conformadas por 3 parcelas, así como 4 parcelas, especialmente en los grupos conformados por las parcelas A y C que son las que tienen un mayor tamaño. Del mismo modo se observa que la heterogeneidad expresada en tamaño de parcela favorece a los incrementos por cooperación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aurbacher, J., Lippert, C., & Dabbert, S. (2011). Imperfect markets for used machinery, asynchronous replacement times, and heterogeneity in cost as path-dependent barriers to cooperation between farmers. *Biosystems engineering*, 108(2), 144-153.
- Bardhan, P. (2000). Irrigation and cooperation: An empirical analysis of 48 irrigation communities in South India. *Economic Development and cultural change*, 48(4), 847-865.
- Braguinsky, S., & Rose, D. C. (2009). Competition, cooperation, and the neighboring farmer effect. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 72(1), 361-376.
- Cárdenas, J. C., & Ostrom, E. (2004). What do people bring into the game? Experiments in the field about cooperation in the commons. *Agricultural systems*, 82(3), 307-326.
- Cherry, T. L., McEvoy, D. M., & Sælen, H. (2017). Conditional cooperation and cultural worldviews. *Economics Letters*, 158, 51-53.
- Djanibekov, N., Djanibekov, U., Sommer, R., & Petrick, M. (2015). Cooperative agricultural production to exploit individual heterogeneity under a delivery target: The case of cotton in Uzbekistan. *Agricultural Systems*, 141, 1-13.
- Gebremedhin, B., Pender, J., & Tesfay, G. (2004). Collective action for grazing land management in crop–livestock mixed systems in the highlands of northern Ethiopia. *Agricultural Systems*, 82(3), 273-290.
- Gerichhausen, M., Berkhout, E. D., Hamers, H. J. M., & Manyong, V. M. (2009). A quantitative framework to analyse cooperation between rural households. *Agricultural Systems*, 101(3), 173-185.
- Jabbour, C. J. C. (2013). Environmental training in organisations: From a literature review to a framework for future research. *Resources, Conservation and Recycling*, 74, 144-155.
- Junior, M. L., & Godinho Filho, M. (2010). Variations of the kanban system: Literature review and classification. *International Journal of Production Economics*, 125(1), 13-21.
- Mariano, E. B., Sobreiro, V. A., & do Nascimento Rebelatto, D. A. (2015). Human development and data envelopment analysis: A structured literature review. *Omega*, 54, 33-49.
- McCain, R. A. (2008). Cooperative games and cooperative organizations. *The Journal of Socio-Economics*, 37(6), 2155-2167.
- Podimata, M. V., & Yannopoulos, P. C. (2015). Evolution of game theory application in irrigation systems. *Agriculture and Agricultural Science Procedia*, 4, 271-281.
- Santos, F. C., Pacheco, J. M., & Lenaerts, T. (2006). Evolutionary dynamics of social dilemmas in structured heterogeneous populations. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 103(9), 3490-3494.
- Staatz, J. M. (1989). Farmer cooperative theory: recent developments (No. 52017).

- Thorp, R., Stewart, F., & Heyer, A. (2005). When and how far is group formation a route out of chronic poverty?. *World development*, 33(6), 907-920.
- Weinberger, K., & Jütting, J. P. (2001). Women's participation in local organizations: conditions and constraints. *World Development*, 29(8), 1391-1404.
- Winter, E. (2002). The shapley value. *Handbook of game theory with economic applications*, 3, 2025-2054.
- Xu, L., Cui, N., Qualls, W., & Zhang, L. (2017). How socialization tactics affect supplier-buyer co-development performance in exploratory and exploitative projects: The mediating effects of cooperation and collaboration. *Journal of Business Research*.

# ANEXO

**Anexo A:**

**Tabla 1: Cálculo del valor Shapley con todas las posibles permutaciones de la gran coalición**

Permutaciones	A	B	C	D	E
ABCDE	13.238,84	4.548,23	30.186,42	9.685,22	11.012,64
ABCED	13.238,84	4.548,23	30.186,42	9.685,22	11.012,64
ABDCE	13.238,84	4.548,23	30.186,42	9.685,22	11.012,64
ABDEC	13.238,84	4.548,23	30.186,42	9.685,22	11.012,64
ABECD	13.238,84	4.548,23	30.186,42	9.685,22	11.012,64
ABEDC	13.238,84	4.548,23	30.186,42	9.685,22	11.012,64
ACBDE	13.238,84	8.013,66	26.720,99	9.685,22	11.012,64
ACBED	13.238,84	8.013,66	26.720,99	9.685,22	11.012,64
ACDBE	13.238,84	8.013,66	26.720,99	9.685,22	11.012,64
ACDEB	13.238,84	8.013,66	26.720,99	9.685,22	11.012,64
ACEBD	13.238,84	8.013,66	26.720,99	9.685,22	11.012,64
ACEDB	13.238,84	8.013,66	26.720,99	9.685,22	11.012,64
ADBCE	13.238,84	8.013,66	30.186,42	6.219,79	11.012,64
ADBEC	13.238,84	8.013,66	30.186,42	6.219,79	11.012,64
ADCBE	13.238,84	8.013,66	30.186,42	6.219,79	11.012,64
ADCEB	13.238,84	8.013,66	30.186,42	6.219,79	11.012,64
ADEBC	13.238,84	8.013,66	30.186,42	6.219,79	11.012,64
ADECB	13.238,84	8.013,66	30.186,42	6.219,79	11.012,64
AEBDC	13.238,84	8.013,66	30.186,42	9.685,22	7.547,21
AEBDC	13.238,84	8.013,66	30.186,42	9.685,22	7.547,21
AECBD	13.238,84	8.013,66	30.186,42	9.685,22	7.547,21
AECDB	13.238,84	8.013,66	30.186,42	9.685,22	7.547,21
AEDBC	13.238,84	8.013,66	30.186,42	9.685,22	7.547,21
AEDCB	13.238,84	8.013,66	30.186,42	9.685,22	7.547,21
BACDE	13.555,83	4.231,24	30.186,42	9.685,22	11.012,64
BACED	13.555,83	4.231,24	30.186,42	9.685,22	11.012,64
BADCE	13.555,83	4.231,24	30.186,42	9.685,22	11.012,64
BADEC	13.555,83	4.231,24	30.186,42	9.685,22	11.012,64
BAECD	13.555,83	4.231,24	30.186,42	9.685,22	11.012,64
BAEDC	13.555,83	4.231,24	30.186,42	9.685,22	11.012,64
BCADE	25.073,41	4.231,24	18.668,84	9.685,22	11.012,64
BCAED	25.073,41	4.231,24	18.668,84	9.685,22	11.012,64
BCDAE	25.073,41	4.231,24	18.668,84	9.685,22	11.012,64
BCDEA	25.073,41	4.231,24	18.668,84	9.685,22	11.012,64
BCEAD	50.523,65	4.231,24	18.668,84	9.685,22	-14.437,61
BCEDA	25.073,41	4.231,24	18.668,84	35.135,46	-14.437,61
BDACE	25.073,41	4.231,24	30.186,42	-1.832,36	11.012,64
BDAEC	25.073,41	4.231,24	30.186,42	-1.832,36	11.012,64
BDCAE	25.073,41	4.231,24	30.186,42	-1.832,36	11.012,64
BDCEA	25.073,41	4.231,24	30.186,42	-1.832,36	11.012,64
BDEAC	25.073,41	4.231,24	30.186,42	-1.832,36	11.012,64
BDECA	25.073,41	4.231,24	30.186,42	-1.832,36	11.012,64
BEACD	25.073,41	4.231,24	30.186,42	9.685,22	-504,94
BEADC	25.073,41	4.231,24	30.186,42	9.685,22	-504,94
BECAD	25.073,41	4.231,24	30.186,42	9.685,22	-504,94
BECDA	25.073,41	4.231,24	30.186,42	9.685,22	-504,94
BEDAC	25.073,41	4.231,24	30.186,42	9.685,22	-504,94

BEDCA	25.073,41	4.231,24	30.186,42	9.685,22	-504,94
CABDE	24.021,31	8.013,66	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CABED	24.021,31	8.013,66	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CADBE	24.021,31	8.013,66	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CADEB	24.021,31	8.013,66	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CAEBD	24.021,31	8.013,66	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CAEDB	24.021,31	8.013,66	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CBADE	25.073,41	6.961,55	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CBAED	25.073,41	6.961,55	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CBDAE	25.073,41	6.961,55	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CBDEA	25.073,41	6.961,55	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CBEAD	25.073,41	6.961,55	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CBEDA	25.073,41	6.961,55	15.938,53	9.685,22	11.012,64
CDABE	25.073,41	8.013,66	15.938,53	8.633,11	11.012,64
CDAEB	25.073,41	8.013,66	15.938,53	8.633,11	11.012,64
CDBAE	25.073,41	8.013,66	15.938,53	8.633,11	11.012,64
CDBEA	25.073,41	8.013,66	15.938,53	8.633,11	11.012,64
CDEAB	25.073,41	8.013,66	15.938,53	8.633,11	11.012,64
CDEBA	25.073,41	8.013,66	15.938,53	8.633,11	11.012,64
CEABD	25.073,41	8.013,66	15.938,53	9.685,22	9.960,53
CEADB	25.073,41	8.013,66	15.938,53	9.685,22	9.960,53
CEBAD	25.073,41	8.013,66	15.938,53	9.685,22	9.960,53
CEBDA	25.073,41	8.013,66	15.938,53	9.685,22	9.960,53
CEDAB	25.073,41	8.013,66	15.938,53	9.685,22	9.960,53
CEDBA	25.073,41	8.013,66	15.938,53	9.685,22	9.960,53
DABCE	14.344,80	8.013,66	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DABEC	14.344,80	8.013,66	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DACBE	14.344,80	8.013,66	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DACEB	14.344,80	8.013,66	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DAEBC	14.344,80	8.013,66	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DAECB	14.344,80	8.013,66	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DBACE	25.073,41	-2.714,95	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DBAEC	25.073,41	-2.714,95	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DBCAE	25.073,41	-2.714,95	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DBCEA	25.073,41	-2.714,95	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DBEAC	25.073,41	-2.714,95	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DBECA	25.073,41	-2.714,95	30.186,42	5.113,83	11.012,64
DCABE	25.073,41	8.013,66	19.457,81	5.113,83	11.012,64
DCAEB	25.073,41	8.013,66	19.457,81	5.113,83	11.012,64
DCBAE	25.073,41	8.013,66	19.457,81	5.113,83	11.012,64
DCBEA	25.073,41	8.013,66	19.457,81	5.113,83	11.012,64
DCEAB	25.073,41	8.013,66	19.457,81	5.113,83	11.012,64
DCEBA	25.073,41	8.013,66	19.457,81	5.113,83	11.012,64
DEABC	25.073,41	8.013,66	30.186,42	5.113,83	284,03
DEACB	25.073,41	8.013,66	30.186,42	5.113,83	284,03
DEBAC	25.073,41	8.013,66	30.186,42	5.113,83	284,03
DEBCA	25.073,41	8.013,66	30.186,42	5.113,83	284,03
DECAB	25.073,41	8.013,66	30.186,42	5.113,83	284,03
DECBA	25.073,41	8.013,66	30.186,42	5.113,83	284,03
EABCD	14.971,34	8.013,66	30.186,42	9.685,22	5.814,71
EABDC	14.971,34	8.013,66	30.186,42	9.685,22	5.814,71
EACBD	14.971,34	8.013,66	30.186,42	9.685,22	5.814,71
EACDB	14.971,34	8.013,66	30.186,42	9.685,22	5.814,71
EADBC	14.971,34	8.013,66	30.186,42	9.685,22	5.814,71

EADCB	14.971,34	8.013,66	30.186,42	9.685,22	5.814,71
EBACD	25.073,41	-2.088,41	30.186,42	9.685,22	5.814,71
EBADC	25.073,41	-2.088,41	30.186,42	9.685,22	5.814,71
EBCAD	25.073,41	-2.088,41	30.186,42	9.685,22	5.814,71
EBCDA	25.073,41	-2.088,41	30.186,42	9.685,22	5.814,71
EBDAC	25.073,41	-2.088,41	30.186,42	9.685,22	5.814,71
EBDCA	25.073,41	-2.088,41	30.186,42	9.685,22	5.814,71
ECABD	25.073,41	8.013,66	20.084,35	9.685,22	5.814,71
ECADB	25.073,41	8.013,66	20.084,35	9.685,22	5.814,71
ECBAD	25.073,41	8.013,66	20.084,35	9.685,22	5.814,71
ECBDA	25.073,41	8.013,66	20.084,35	9.685,22	5.814,71
ECDAB	25.073,41	8.013,66	20.084,35	9.685,22	5.814,71
ECDBA	25.073,41	8.013,66	20.084,35	9.685,22	5.814,71
EDABC	25.073,41	8.013,66	30.186,42	-416,85	5.814,71
EDACB	25.073,41	8.013,66	30.186,42	-416,85	5.814,71
EDBAC	25.073,41	8.013,66	30.186,42	-416,85	5.814,71
EDBCA	25.073,41	8.013,66	30.186,42	-416,85	5.814,71
EDCAB	25.073,41	8.013,66	30.186,42	-416,85	5.814,71
EDCBA	25.073,41	8.013,66	30.186,42	-416,85	5.814,71
$\phi_i(v)$	21.315,87	6.001,88	25.507,16	7.659,28	8.187,15