

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN



TESIS

**SITUACIONES DIDÁCTICAS SOBRE ECUACIONES DE PRIMER GRADO,
PARA DESARROLLAR CAPACIDADES DE LOS ESTUDIANTES DE
SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA.**

PRESENTADA POR:

VALENTÍN BERDUSCO QUENTASI

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

**MAGISTER SCIENTIAE EN EDUCACIÓN
MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

PUNO, PERÚ

2018

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

TESIS



**SITUACIONES DIDÁCTICAS SOBRE ECUACIONES DE PRIMER GRADO,
PARA DESARROLLAR CAPACIDADES DE LOS ESTUDIANTES DE
SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA.**

PRESENTADA POR:

VALENTÍN BERDUSCO QUENTASI

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

**MAGISTER SCIENTIAE EN EDUCACIÓN
MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

PRESIDENTE


.....
Dr. FELIPE GUTIÉRREZ OSCO

PRIMER MIEMBRO


.....
M.Sc. GODOFREDO HUAMAN MONROY

SEGUNDO MIEMBRO


.....
M.Sc. ROBERTO ANACLETO AGUILAR VELÁSQUEZ

ASESOR DE TESIS


.....
Dr. JULIO ADALBERTO TUMI QUISPE

Puno, 02 de agosto de 2018

ÁREA: Logros de aprendizaje de la matemática.**TEMA:** Matemática secundaria.**LÍNEA:** Características de aprendizajes logrados en la matemática.

DEDICATORIA

A Andrés Alejandro Berdusco Hualla
y Rosa Quentasi Lima, mis amados
padres. Gracias por haberme inculcado
siempre a la responsabilidad y al progreso.

A Nydia Rutgavy,
Velya Dyaneth y
Geidy Lyzkely. Mis
lindas hijas que son mi razón
de existir y luchar por la vida

A Ederd, Pedro y GCQ,
Quienes en todo momento me
levantaron la moral para
la mención y hacer realidad.

AGRADECIMIENTOS

- A la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, por darme la oportunidad de formar parte de la EPG de la maestría en Educación, en mención didáctica de la matemática.
- Un profundo reconocimiento al Dr. Julio Adalberto Tumi Quispe, mi asesor, por su dedicación y sus valiosas y efectivas orientaciones en la realización de esta investigación.
- A todos mis profesores de la Maestría en Didáctica de la Matemática de la Escuela de Postgrado, por enseñarme el verdadero papel de un educador en didáctica de la matemática.
- A mis compañeros de la Maestría en Didáctica de la Matemática de la EPG – UNA, quienes también han sido participes en el desarrollo de este trabajo dándome claros consejos e información valiosa.
- A los trabajadores administrativos que de alguna manera han sido verdaderos amigos, ya que ellos me apoyaron en todo el camino para hacer la documentación.

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA	i
AGRADECIMIENTOS	ii
ÍNDICE GENERAL	iii
ÍNDICE DE TABLAS	vi
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
ÍNDICE DE ANEXOS	viii
RESUMEN	ix
ABSTRACT	x
INTRODUCCIÓN	1

CAPÍTULO I**REVISIÓN DE LITERATURA**

1.1	Antecedentes	3
1.1.1	Antecedentes internacionales	3
1.1.2	Antecedentes nacionales	6
1.2	Sustento Teórico	7
1.2.1	Concepto y Características de la Teoría de Situaciones Didácticas	7
1.2.2	Fases de las situaciones didácticas de Brousseau	8
1.2.2.1	Acción	8
1.2.2.2	Formulación	10
1.2.2.3	Validación	11
1.2.2.4	Institucionalización	12
1.2.3	Concepto y características de la ingeniería didáctica	13
1.2.4	El aprendizaje de la Matemática en la propuesta del MINEDU	15
1.2.4.1	Enfoque, características y capacidades	15
1.2.5	Enfoque centrado en la resolución de problemas	17
1.2.6	Ecuaciones de primer grado	19
1.2.6.1	Definición	19
1.2.6.2	Ecuaciones equivalentes	20
1.2.6.3	Clasificación de las ecuaciones	21
1.2.6.4	Axiomas fundamentales de las ecuaciones	21
1.2.7	Ecuaciones en los libros de texto del Minedu	23

1.2.7.1	Historia de ecuaciones lineales	23
1.3	Definición de términos básicos	25
1.3.1	Ecuaciones de primer grado	25
1.3.2	Situaciones didácticas	25

CAPÍTULO II

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1	Descripción del problema.	26
2.1.1	Enunciado del problema	27
2.1.2	Enunciados específicos	27
2.2	Justificación	28
2.3	Objetivos	28
2.3.1	Objetivo general	28
2.3.2	Objetivos específicos	29

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1	Sistema de líneas de análisis	30
3.1.1	Unidades de análisis	30
3.2	Diseño metodológico	31
3.2.1	La investigación cualitativa	31
3.3	La ingeniería didáctica	32
3.4	Población y muestra de la investigación	34
3.5	Técnicas e instrumentos de recolección de datos para investigación cualitativa.	35
3.5.1	La observación (guía de observación)	35
3.5.2	Actividades (prueba escrita)	35
3.6	Plan de análisis e interpretación lógico de datos	35

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1	Diagnóstico de las capacidades en la resolución de problemas	37
4.1.1	Análisis de resultados de los ítems de la prueba de diagnóstico de capacidades.	39
4.2	Análisis de la sesión aplicando la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau	49
4.2.1	Diseño y aplicación de la secuencia didáctica	49

4.3	Análisis de los resultados de la prueba de la actividad 3	56
4.3.1	Análisis de resultados de la prueba de actividad 3 de capacidades.	56
4.3.2	Análisis de los resultados de los ítems de la prueba de actividad 3 de capacidades.	57
	CONCLUSIONES	64
	RECOMENDACIONES	65
	BIBLIOGRAFÍA	66
	ANEXOS	71

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
1. Muestra	34
2. Puntaje logrado y porcentaje de la prueba de diagnóstico	37
3. Nivel de éxito en la resolución de la Prueba de Diagnóstico	39
4. Puntaje logrado y porcentaje de la prueba de Actividad 3	56
5. Resultados de Actividad 03	57

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
1. Porcentaje de la prueba de diagnóstico	38
2. Porcentaje de la prueba de Actividad 3	56

ÍNDICE DE ANEXOS

	Pág.
1. Módulo de aprendizaje	72
2. Actividad de diagnostico	75
3. Planificación de la sesión de aprendizaje	79
4. Transportando ecuaciones	82
5. Transportando ecuaciones 2	89

RESUMEN

El trabajo de investigación tiene como objetivo analizar el desarrollo de capacidades de resolución de problemas de ecuaciones de primer grado mediante la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau, en estudiantes de segundo grado de secundaria de una institución pública. Se enmarca en el enfoque cualitativo e investigación descriptiva, y se desarrolló con la metodología de investigación de la Ingeniería Didáctica de Michele Artigue. La secuencia didáctica se aplicó a una muestra intencional de 30 estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa Nuestra Señora de Alta Gracia, ubicado en la UGEL Melgar de la Región Puno. Los resultados más importantes son elaboración, aplicación y análisis de resultados de una secuencia didáctica teniendo en cuenta la Teoría de Situaciones Didácticas, cuyas actividades propuestas de resolver problemas en ecuaciones lineales, orientan al estudiante a pasar por situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización. El diagnóstico de ecuaciones lineales no es satisfactorio, dado que el 77% de los estudiantes están en la escala de calificación vigesimal de notas menor a 11, y después de desarrollar la secuencia didáctica fue satisfactorio, porque el 87% de estudiantes están en la escala de calificación de proceso a logro destacado, que corresponde a la escala vigesimal de notas mayo a 10 puntos. La conclusión más relevante considera que el proceso de aprendizaje con la teoría de situaciones didácticas para el desarrollo de capacidades de resolución de problemas de ecuaciones de primer grado es satisfactorio en estudiantes de educación secundaria.

Palabras claves: capacidades en matemáticas, ecuaciones de primer grado, estudiantes de secundaria, situaciones didácticas, teoría didáctica, desarrollo cognitivo.

ABSTRACT

The aim of the research work is to analyze the development of problem-solving skills in first-degree equations by means of Guy Brousseau's theory of didactic situations, in secondary school students of a public institution. It is part of the qualitative approach and descriptive research, and was developed with the research methodology of the Didactic Engineering of Michele Artigue. The didactic sequence was applied to an intentional sample of 30 students of the second grade of secondary school of the Educational Institution of Our Lady of Alta Gracia, located in the Melgar UGEL of the Puno Region. The most important results are elaboration, application and analysis of results of a didactic sequence taking into account the Theory of Didactic Situations, whose proposed activities to solve problems in linear equations, guide the student to go through situations of action, formulation, validation and institutionalization. The diagnosis of linear equations is not satisfactory, given that 77% of the students are on the vigesimal grade scale of grades less than 11, and after developing the didactic sequence it was satisfactory, because 87% of students are on the scale of qualification of process to outstanding achievement, that corresponds to the vigesimal scale of notes May to 10 points. The most relevant conclusion considers that the process of learning with the theory of didactic situations for the development of abilities of resolution of problems of equations of first degree is satisfactory in students of secondary education.

Keywords: cognitive development, didactic situations, didactic theory, first-degree equations, high school students and skills in mathematics.

INTRODUCCIÓN

Diversas investigaciones que intentan explicar los fenómenos ligados al aprendizaje de la Matemática muestran lo complejo que puede ser la adquisición de conocimientos del área. Año tras año observamos en los estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria, que presentan muchas dificultades en el desarrollo de las capacidades del área de matemática. En este trabajo nos interesa reflexionar sobre la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado. Son numerosas sus aplicaciones, ya sea en otras ramas de la Matemática, ya que muchos fenómenos naturales pueden ser modelados a través de ecuaciones.

Es tarea de los docentes el realizar y dar propuestas teóricas con instrumentación metodológica que se fundamenten en investigaciones científicas en Educación Matemática. A partir de una reflexión sobre la labor docente como profesores de Matemáticas en una institución educativa, es importante recalcar que la participación activa del estudiante en su proceso de aprendizaje y su motivación para hacerlo es indispensable para lograr no solo que lleguen a entender las Matemáticas sino también, a disfrutar al hacerlo.

Pretendemos, a través de este trabajo, resaltar la importancia que debe tener la dimensión didáctica en la concepción de una propuesta de enseñanza; es por ello que consideramos que la Teoría de Situaciones Didácticas desarrollada por Brousseau, es el marco teórico idóneo para desarrollar a través de una ingeniería didáctica una situación didáctica que permita, la interacción entre el alumno, el concepto matemático y el maestro.

Este trabajo de investigación está distribuido en cuatro capítulos, divididos en dos partes: aspectos teóricos y el desarrollo de la ingeniería didáctica en la investigación.

En los capítulos I y II se describen los aspectos teóricos de la investigación donde se presentan: el problema de investigación, que incluye los antecedentes, la definición del problema y los objetivos; los lineamientos más relevantes de la Teoría de las Situaciones Didácticas, usada como marco teórico y las principales concepciones de la Ingeniería didáctica para el desarrollo de las sesiones y actividades.

El capítulo III tomaremos en cuenta la metodología de la investigación y el análisis a priori, donde se definen las variables didácticas, los comportamientos esperados y las cuatro actividades diseñadas.

En el capítulo IV tendremos en cuenta los resultados y su discusión, el desarrollo de la fase de la secuencia didáctica, donde se presentan los resultados de la aplicación, se describen las acciones tomadas, los comportamientos, los logros y dificultades de los estudiantes en el desarrollo de las actividades.

Finaliza la investigación con las conclusiones obtenidas en relación a los objetivos planteados y se proponen algunas recomendaciones y perspectivas para abordar otras investigaciones relacionadas al tema.

CAPÍTULO I

REVISIÓN DE LITERATURA

1.1 Antecedentes

Los antecedentes que enmarcan este trabajo de investigación, los más relacionados, son los que se describe a continuación:

1.1.1 Antecedentes internacionales

Pozas (2005) en una investigación sobre el lenguaje algebraico y resolución de ecuaciones, concluye que, los alumnos pueden realizar una correcta resolución algebraica de ecuaciones lineales con una incógnita pero no de ecuaciones de sistemas lineales. Asimismo, presentan dificultades para plantear ecuaciones a partir de un problema algebraico verbal. A un número significativo de estudiantes resuelven ecuaciones por el método formal, es decir, trasponiendo términos de un miembro a otro o aplicando la misma operación en ambos miembros de la ecuación. Decimos entonces que manifiestan un manejo adecuado o formal de las ecuaciones de primer grado, considerando el nivel de escolaridad en que se encuentran. No obstante, el pasar de expresiones verbales a expresiones algebraicas pareció ser el “gran obstáculo” a sortear para llegar a la solución correcta en todas las ecuaciones involucradas en las investigaciones.

Maffey (2006) en su estudio descriptivo cuyo objetivo fue determinar la percepción que los escolares tienen de su propio aprendizaje, la apreciación que los profesores asumen de su enseñanza y los libros de texto que emplea como apoyo a su labor. Se concluyó que por lo general la enseñanza de las ecuaciones lineales se realiza con una secuencia que en la mayoría de los casos es:

Planteamiento de definiciones y propiedades, resolución de diversas ecuaciones y resolución de algunos problemas, por tanto el aprendizaje logrado por los estudiantes bajo este sistema es pobre, tienen dificultad para resolver un problema sencillo mediante una ecuación de primer grado y no logran resolver cualquier ecuación que se les plantee, la investigación permite indicar que si es factible el trabajo didáctico de las ecuaciones de primer grado partiendo de problemas concretos y no de definiciones, pues los resultados de aprendizaje obtenidos revelaron un avance en los conocimientos e interés de aplicabilidad por parte de los estudiantes.

Caballero (2010) en su tesis hace referencia sobre el aprendizaje de ecuaciones: “A pesar de que las ecuaciones son estudiadas durante prácticamente toda la vida escolar de los estudiantes, se han documentado dificultades y errores en el aprendizaje de este concepto. El manejo del signo igual, el uso de las propiedades simétricas de la ecuación y el significado de las literales son de los errores más comunes entre los educandos” (p.3).

Labrador y Maita (2011) en su estudio de tipo cuasi-experimental cuyo objetivo fue proponer las actividades lúdicas como estrategia didáctica y estudiar su eficiencia en el aprendizaje de ecuaciones de primer grado, en donde concluyó que las actividades lúdicas son una estrategia sencilla, novedosa y amena de presentar contenidos, permitiendo estimular la participación, tanto individual como grupal, así como la curiosidad de los estudiantes, para su programación se requiere de materiales de muy bajo costo, lo que indica que no se demanda de gran inversión para renovar la práctica docente e ir más allá del uso exclusivo del pizarrón, el cual no es sustituido por los juegos, si no por el contrario es un complemento de los mismos para desarrollar las clases de Matemática. Donde su principal recomendación fue sugerir la utilización de estrategias lúdicas de manera que los estudiantes puedan trabajar de forma individual o grupal y que sus actividades favorezcan a la interacción y el aprendizaje colaborativo.

Moreno (2012) en su estudio de tipo correlacional cuyo objetivo fue averiguar cómo influye la enseñanza basada en la resolución de problemas en el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado en los escolares, concluyó que los estilos tradicionales de enseñanza de las ecuaciones de primer grado no contribuyen a un

aprendizaje significativo, porque se limita en la memorización de hechos, definiciones y teoremas, por tanto su aprendizaje es mecánico debido a la aplicación de ciertas técnicas y procedimientos, en tal sentido se propone la resolución de problemas para el aprendizaje de ecuaciones de primer grado, esto constituye un reto, un desafío para el estudiante que intenta resolverlo donde no dispone de un recurso expedito por el cual, debe buscar, ensayar, establecer relaciones, analizar sus efectos, elaborar conjeturas, probar y validar sus procedimientos.

Cifuentes, Dimaté, Rincón y Velásquez (2012) en su estudio de tipo cuasi-experimental cuyo objetivo fue investigar las dificultades que presentan los estudiantes en la traducción de frases de la cotidianidad al lenguaje algebraico que deben ser utilizadas para plantear, construir y crear ecuaciones, realizaron cuestionarios como instrumentos principales de la investigación aplicando el pre y post test, que consistió en una prueba diagnóstica, el examen final y las rúbricas, los que permitieron facilitar la recogida de información sobre el desempeño de cada estudiante, la prueba diagnóstica con el fin de verificar si los estudiantes poseían las capacidades previas necesarias para abordar la unidad didáctica, la rúbrica porque permite evaluar el proceso en la que el estudiante alcanza un objetivo. Concluyeron que la mayoría de los educandos presentaron limitaciones que se relacionan a las ecuaciones de primer grado, tales como: Confundir un polinomio con una ecuación, aplicar de manera incorrecta la ley de los signos, no relacionar expresiones semejantes que estén entre paréntesis con otras que estén fuera, confundir la reducción de términos semejantes, y otros.

Muñoz, Erazo y Marmolejo (2013), se pretende aportar elementos que permitan a los profesores de matemáticas reconocer las clases de conversión presentes en los libros de texto al construir conocimiento matemático, aspecto de vital importancia, pues, sin la presencia de este tipo de transformación no es posible movilizar conocimiento matemático en el aula de clases; con ello se trata de identificar los grados de congruencia inmersos en problemas algebraicos referentes a las ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita y analizar la correspondencia que existe entre el enunciado del problema y la producción de la ecuación. Con este artículo se da a conocer la importancia de identificar en un libro de texto la presencia de las categorías de análisis que permiten comprender

los fenómenos asociados al cambio de registro lengua natural-escritura algebraica, específicamente en lo relacionado a ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita. Para ello es importante saber convertir un enunciado del problema en ecuación o sistema de ecuaciones, así mismo la designación de las cantidades conocidas y desconocidas, es decir, elegir una incógnita, seguidamente se procede a relacionar los objetos teniendo en cuenta la información inicial del problema.

1.1.2 Antecedentes nacionales

Reaño (2011) realizó el trabajo de investigación, detalla la construcción, aplicación y análisis de resultados de una secuencia didáctica que contribuye a que los alumnos usen comprensivamente los sistemas de inecuaciones lineales con dos variables y sus aplicaciones a la Programación Lineal (P.L). Aunque este tema está presente en los diseños curriculares escolares y reaparece en los cursos iniciales de varias carreras universitarias, su desarrollo generalmente está basado en el manejo de algoritmos o reglas, desaprovechando oportunidades de interrelacionar lo intuitivo con lo formal y de transitar por los diversos registros de representación. las conclusiones encontradas fueron las siguientes: Los libros usados en la enseñanza de la P.L. al tratar el método gráfico para la resolución de problemas de Programación Lineal con dos variables, no plantean preguntas que induzcan al alumno a interpretar qué ocurre en distintos puntos de la región factible. En general, se plantean situaciones donde se pide hallar el óptimo utilizando el método gráfico, sin hacer preguntas que favorezcan una aproximación intuitiva a la solución del problema de P.L. Adicionalmente, las preguntas planteadas inducen al alumno a resolver los problemas de P.L. usando un algoritmo de manera mecánica, desaprovechando la oportunidad de promover el tránsito y coordinación entre el registro verbal, algebraico y gráfico. Adicionalmente, no brindan ocasiones de ejercitar el lenguaje formal para justificar respuestas. Resulta un obstáculo para el proceso de enseñanza aprendizaje de los sistemas inecuaciones lineales con dos variables, el hecho que los alumnos relacionaban la resolución de un sistema de inecuaciones con el hallazgo de valores específicos como solución. Esto se debe a su experiencia previa en el contexto de la solución de sistemas de ecuaciones, dificultando el poder entender un conjunto solución como una región del plano cartesiano.

Figuroa (2013) investigó sobre: Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la Teoría de Situaciones Didácticas. El objetivo de esta investigación fue diseñar y proponer una situación didáctica que favorezca el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales en los estudiantes del cuarto año de educación secundaria. Una vez ejecutada la tesis se concluyó que la situación didáctica presentada ayudó notablemente en la mejora de la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales. Ello se hace evidente al tener en cuenta los resultados de la prueba de requisitos previos donde el 73% de los estudiantes tuvo deficiencias, luego con el pasar de las actividades se puede notar como esto va cambiando de manera positiva. Ello se ve en los resultados de la actividad 1 y 2. Las actividades contribuyeron a fomentar la creatividad de los estudiante ello se traduce en habilidades como la creación de enunciados de problemas.

1.2 Sustento Teórico

En este capítulo se presenta los aspectos de la Teoría de Teoría de Situaciones Didácticas propuesto por Brousseau, que se emplea en la presente investigación.

1.2.1 Concepto y Características de la Teoría de Situaciones Didácticas

La Teoría de Situaciones Didácticas tuvo sus orígenes en Francia y fue establecida por Guy Brousseau aproximadamente a fines de la década del sesenta del siglo XX. Esta teoría propone un modelo para abordar la enseñanza de la matemática centrándose en los procesos de producción de los conocimientos matemáticos.

La Didáctica de la Matemática estudia las actividades didácticas, es decir las actividades que tienen por objeto la enseñanza de la Matemática. La presente investigación se enmarca en el campo de la didáctica y tiene como sustento teórico a las situaciones didácticas de Brousseau. Cabe mencionar que él considera al profesor no como un simple facilitador sino principalmente como un intelectual. Ello lo evidencia Brousseau (1989) al expresar lo siguiente: “Un profesor es también un intelectual. Necesita reflexionar sobre su práctica, encontrar explicaciones a los hechos más allá de sus sensaciones, fundamentar sus decisiones, desnaturalizar los órdenes preestablecidos” (p. 23)

La noción fundamental de la teoría de situaciones didácticas está basada en este concepto, es así que Brousseau (1986) la define del siguiente modo “es (...) un sistema de interacciones del alumno con los problemas que él (enseñante) le ha planteado” (p. 14)

De lo dicho líneas arriba, se deduce que una situación didáctica es el resultado de la interacción de tres elementos: el primer elemento que se menciona es el estudiante quien requiere adquirir los conocimientos en juego, tal elemento es la representación de la componente cognitiva, el segundo elemento son los problemas que se le encomiendan al estudiante y representarían a la componente epistemológica, el tercer elemento es el profesor quien actúa como facilitador en la construcción del nuevo conocimiento, este último elemento representa a la componente didáctica.

Panizza (1995) señala que: “se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea” (p. 60). Igualmente, afirma que dentro de la disciplina, la Didáctica de la Matemática de la escuela francesa, Guy Brousseau desarrolla la “Teoría de Situaciones Didácticas”, en ella sostiene que se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea.

La Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1986) está sustentada en una concepción constructivista en el sentido piagetiano del aprendizaje, “el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios; un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje” (p. 14).

1.2.2 Fases de las situaciones didácticas de Brousseau

1.2.2.1 Acción

Consiste básicamente en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber. Es decir, el estudiante individualmente interactúa con

el medio didáctico, para llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de conocimientos.

Son aquellos momentos en los que el estudiante en forma individual y grupal haciendo uso de sus conocimientos previos, hace contacto con el problema matemático realizando intentos de familiarización con él. Utiliza acciones que implican operaciones que ya conoce y realiza de manera mecánica.

Esta situación debe permitir al estudiante juzgar el resultado de su acción, ajustarla, sin intervención del profesor, gracias a la información que recibe de la misma situación. Panizza (1995) afirma que “en las situaciones de acción el alumno debe actuar sobre un medio (material, o simbólico); la situación requiere solamente la puesta en acto de conocimientos implícitos” (p. 9).

Según Gómez (2003), la enseñanza de las Matemáticas debe permitir al alumno hacerse cargo de un problema: emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos adaptarlos, rechazarlos o hacerlos evolucionar, automatizar los que son más solicitados y ejercer un control sobre los resultados obtenidos.

Dicho de otro modo, las características de una situación de acción son:

- El alumno actúa sobre el medio, formula, prevé y explica la situación.
- Organiza las estrategias a fin de construir una representación de la situación que le sirva de modelo y le ayude a tomar decisiones.

Las retroacciones proporcionadas por el medio funcionan como sanciones de sus acciones. Movilización y creación de modelos implícitos. (Gómez, 2003)

Según Chávez (2013), no se trata de una situación de manipulación libre o según un orden preestablecido; ésta fase debe permitir al alumno juzgar el resultado de su acción y ajustar esta acción, sin la intervención del profesor, gracias a la retroalimentación por parte del medio de la situación.

En esta fase se genera una interacción entre los estudiantes y su medio físico haciendo que ellos tomen las decisiones que hagan falta para resolver el problema planteado, es decir, organizar estrategias a fin de construir una representación de la situación que le sirva de modelo y le ayude a tomar decisiones.

La interacción entre el alumno y su entorno (los otros estudiantes, la situación problemática, el profesor), a través del cual se plantearon las hipótesis de las primeras estrategias, se llama acción dialéctica. A través de este diálogo con la acción, el estudiante adopta de forma intuitiva o racional una estrategia, rechaza lo anterior, hace pruebas con las experiencias, él la acepta o rechaza; de hecho, se construye un modelo implícito, que es un conjunto de informes o reglas bajo las que toma sus decisiones sin darse cuenta y luego no formularlas.

La situación de acción es el proceso por el cual el estudiante elabora estrategias, es decir aprender un método de resolución de la situación problemática que se tiene. Los estudiantes actúan sobre la situación problema, iniciando a formular.

1.2.2.2 Formulación

Consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes, compartir experiencias en la construcción del conocimiento. Por lo que en este proceso es importante el control de la comunicación de las ideas.

Este tipo de situaciones propicia que el estudiante intercambie y comunique información verbal o escrita en lenguaje matemático. Aquí el alumno empieza a expresar sus propias ideas, pero reconoce y utiliza las nociones como instrumentos para resolver cuestiones matemáticas, pero no como objeto de estudio en ellos mismos.

Panizza (1995) sostiene que: En las situaciones de formulación un estudiante (o grupo de alumnos) emisor debe formular explícitamente un mensaje destinado a otro estudiante (o grupo de alumnos) receptor que debe comprender el mensaje y actuar (sobre un medio, material o

simbólico) en base al conocimiento contenido en el mensaje. (p.9). Este autor, hace énfasis en el carácter implícito del mensaje y que para que esta formulación tenga sentido para él, tiene que poder usarla para obtener o hacer obtener a alguien un resultado.

Por su parte, Reaño (2011) afirma que este tipo de situaciones propicia que el estudiante intercambie y comunique información verbal o escrita en lenguaje matemático. Aquí el alumno empieza a expresar sus propias ideas, pero reconoce y utiliza las nociones como instrumentos para resolver cuestiones matemáticas, pero no como objeto de estudio en ellos mismos.

De otro lado, Chávez (2013) afirma que en esta fase los estudiantes se comunican entre ellos e intercambian informaciones así como también entre estudiantes y el docente. Estas comunicaciones conllevan a contradicciones y asimilaciones, lo que significa que deben formular enunciados y modelos que intercambian entre ellos. Es decir, el modelo implícito lo utiliza para obtener un resultado a partir del intercambio de información con uno o varios de sus compañeros de clase, quienes le devuelven la información. El resultado de esta dialéctica permite crear un modelo explícito que es redactado en lenguaje matemático.

La formulación de un conocimiento se refleja en la capacidad del sujeto a reprimir, reconocer, identificar, descomponer, reconstruir tal conocimiento al interno de un sistema lingüístico. En esta fase justo el estudiante está motivado de la situación a formular el propio modelo implícito, a verbalizar sus propias estrategias, a argumentar y defender, todo en modo que sean hechos propios de los otros estudiantes. El inicio de cada estudiante es la elaboración progresiva de un lenguaje que puede ser comprendido por todos y que a través del cambio comunicativo entre estudiantes, debe llevarlos a la formulación de la estrategia.

1.2.2.3 Validación

Una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal con el medio didáctico, se pone a juicio de un

interlocutor el producto obtenido de esta interacción. Es decir, se valida lo que se ha trabajado.

En estas situaciones el estudiante debe probar la exactitud y la pertinencia de su mensaje matemático ante un interlocutor, quien puede pedir explicaciones.

El estudiante en estas situaciones empieza a justificar lo que hizo, identificar sus errores y corregirlos, es el propio alumno quien valida sus conocimientos. Así las nociones matemáticas se convierten en objetos de estudio en sí mismas, así como instrumentos para estudiar otros objetos.

Panizza (1995) sostiene que “las afirmaciones propuestas por cada grupo (proponente) son sometidas a la consideración del otro grupo (oponente), que debe tener la capacidad de “sancionarlas”, es decir, aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas, u oponer otras aserciones” (p.9)

También por su parte, Chávez (2013) sostiene que en esta fase el alumno tratará de convencer a uno o varios interlocutores acerca de la validez de las afirmaciones que hace sin tener que recurrir a la ayuda del profesor. En este caso los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones, es decir, el estudiante demostrará por qué el modelo que ha creado es válido, creando una situación en la que debe convencer a sus compañeros de clase u otra persona.

1.2.2.4 Institucionalización

En esta fase el alumno ha desarrollado la llamada génesis artificial de dicho conocimiento; ha jugado el papel de aquel que descubre un nuevo conocimiento a través de intervenciones, pruebas, formulaciones, construcción de modelos, lenguajes, conceptos, teorías, su interacción con otros, reconocimiento de la veracidad de sus conjeturas y reconocimientos, etc., esto es a través de una actividad matemática en un amplio sentido de la palabra.

Posterior a esta actividad el alumno debe identificar el nuevo conocimiento con un objeto matemático cuya funcionalidad es independiente del

contexto que le dio origen, el profesor interviene en una situación cuyo fin es que el conjunto de alumnos asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido construido por ellos en situaciones e acción, de formulación y validación. Esta situación destinada a establecer convenciones sociales recibe el nombre de situaciones didácticas de institucionalización. Por otra parte, Brousseau (1986) afirma que: La consideración “oficial” del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento constituye el objeto de la institucionalización.

El término institucionalización lo asociamos a la acción de la institución, entendida ésta como un sistema que resguarda el orden social y cultural y que tiene funciones normativas, una característica relevante es que trasciende a las voluntades individuales ya que existe un bien social que debe ser preservado; en este sentido, la escuela, el profesor y el conocimiento son institución. Consiste también en relacionar las producciones de los alumnos y el saber cultural. No debe ser solo una presentación del saber desvinculado del trabajo anterior en el aula, sino que se debe sacar conclusiones a partir de sus producciones, recapitular, sistematizar, ordenar, vincular lo trabajado en diferentes momentos, etc.

Específicamente en el aula, la institucionalización opera con una versión de los saberes escolares provenientes de fuentes de conocimiento escolares, tales como los libros de texto, programas de estudio y guías, así que las características del conocimiento en cuanto al tipo de actividades asociadas, problemas, ejercicios, definiciones, etc., tienen un enfoque o perspectiva muy específica, dada por el tratamiento didáctico de la matemática en las fuentes que usa el profesor para estructurar su clase.

1.2.3 Concepto y características de la ingeniería didáctica

Es la metodología que hace uso la teoría de situaciones didácticas para su aplicación. Ella se puede entender de dos formas como metodología de investigación y como producción de situaciones enseñanza aprendizaje. “Tal polisemia de la expresión ingeniería didáctica....” (Lezama, 1990, p. 8)

Sobre la Ingeniería Didáctica como producción de situaciones de enseñanza (Douady, 1996, p. 241) ha señalado que: “el término Ingeniería Didáctica designa un conjunto de secuencias de clase diseñadas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para lograr un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático, dado para un grupo específico de alumnos. A lo largo de los intercambios entre el profesor y los alumnos, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor. Así, la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso, resultante de una adaptación de la puesta en funcionamiento de un producto acorde con las condiciones dinámicas de una clase”.

Sobre la ingeniería didáctica como metodología de investigación, Artigué señala “como metodología de investigación, la ingeniería didáctica se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza”. Una característica que distingue a la Ingeniería Didáctica es la metodología, en comparación con otros tipos de investigación basados en la experimentación en clase, por el registro en el cual se ubica y por las formas de validación a las que está asociada”. (Artigué, 1978, pp. 36 - 37)

La ingeniería didáctica surge asociada a la teoría de situaciones didácticas y a la teoría de la transposición de Chevallard (1991). Ello es mencionado por Ferrari (2001): Dos son las teorías que sustentan a la Ingeniería Didáctica, a saber, la teoría de transposición didáctica de Chevallard, y la teoría de situaciones didácticas de Brosseau. Estas teorías surgen en una necesidad de crear acercamientos teóricos menos simplistas que los proporcionados por otras disciplinas como la pedagogía, la psicología, la sociología, la matemática misma, integrando los aportes de todas ellas en un esfuerzo por crear explicaciones propias y por tanto generar una disciplina que atienda la problemática particular que produce el tratamiento de entes matemáticos en un ambiente áulico y los fenómenos inherentes a esta actividad.

1.2.4 El aprendizaje de la Matemática en la propuesta del MINEDU

1.2.4.1 Enfoque, características y capacidades

Hablar del área de Matemáticas es y ha sido muchas veces causa de incomodidad en diversas personas que de alguna manera no han tenido una buena experiencia con este curso. En el Perú también se presenta esta situación aunque si muchas veces notamos que todo en la realidad está relacionado con las matemáticas desde un fenómenos natural hasta una simple compra en un mercado. Nuestro objetivo es corroborar si el estudiante logra mejorar su desempeño en las matemáticas, más propiamente dicho en el tema específico de sistema de inecuaciones lineales. Para ello, usaremos las cuatro capacidades propuestas por el MINEDU (2015), cada una de estas a su vez se traducirán en indicadores que luego pasaremos a detallar.

A continuación se presentan algunas definiciones de las cuatro capacidades dadas por el MINEDU (2015).

Capacidad 1: Matematiza Situaciones

Es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo Matemático. Se presentamos a continuación los indicadores:

- Observa e identifica las variables y sus relaciones no explícitas en situaciones de igualdad.
- Representa una ecuación lineal a partir de un problema de su entorno.
- Expresa un sistema de ecuaciones a partir de un problema con condiciones reales.

Capacidad 2: Comunica y representa ideas matemáticas

Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas,

símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra. Tenemos a continuación el indicador correspondiente:

- Describe una ecuación lineal reconociendo y relacionando los miembros, términos, incógnitas y su solución.

Capacidad 3: Elabora y usa estrategias

Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de llegar a la meta. Asimismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima. Se presenta a continuación los indicadores:

- Reconoce la forma general de ecuaciones lineales.
- Plantea diversas representaciones de una misma idea matemática.

Capacidad 4: Razona y argumenta generando ideas matemáticas.

Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos.

Los estudiantes usan su razonamiento cuando ellos se involucran en argumentación matemática, un proceso que involucra plantear y justificar afirmaciones matemáticas. La demostración, una forma especializada de argumentación, es un proceso que muestra que una afirmación es siempre verdadera (o falsa), regida por normas disciplinarias estableciendo modos de razonamiento y formas de representación que son apropiadas para una demostración válida.

1.2.5 Enfoque centrado en la resolución de problemas

Luceño (1999), se refiere a la visión de la resolución de problemas que ha variado desde la tradicional enseñanza “para” resolver problemas (enseñanza de una gran variedad de problemas, dirigida a que los estudiantes resuelvan gran cantidad y variedad de problemas a fin de que pudieran resolver los problemas planteados en los libros y los exámenes), pasando luego por los importantes aportes de la enseñanza “sobre” la resolución de problemas (en la que se incorpora el aprendizaje de las estrategias heurísticas), hasta la enseñanza “a través” de la resolución de problemas (en la que la función que desempeña el problema varía determinadamente, al convertirse en el contexto ideal para la presentación, justificación, construcción y robustecimiento de las nociones matemáticas, dejando de lado ese limitado rol de “problema de aplicación” del contenido previamente enseñado). Esta tercera visión se ha visto complementada con las propuestas de Schoenfeld, quién resalta la importancia del quehacer matemático como parte fundamental de la educación matemática que debe formar a todos los futuros ciudadanos.

Según el Ministerio de Educación del Perú (2013b) este enfoque consiste en promover formas de enseñanza-aprendizaje que den respuesta a situaciones problemáticas cercanas a la vida real. Para eso recurre a tareas y actividades matemáticas de progresiva dificultad, que plantean demandas cognitivas crecientes a los estudiantes, con pertinencia a sus diferencias socioculturales. El enfoque pone énfasis en un saber actuar pertinente ante una situación problemática, presentada en un contexto particular preciso, que moviliza una serie de recursos o saberes, a través de actividades que satisfagan determinados criterios de calidad.

Asimismo presenta los rasgos más importantes de este enfoque:

- i. La resolución de problemas debe impregnar íntegramente el currículo de matemática; es decir, la resolución de problemas no es un tema específico, ni tampoco una parte diferenciada del currículo de matemática. La resolución de problemas es el eje vertebrador alrededor del cual se organiza la enseñanza, aprendizaje y evaluación de la matemática.

- ii. La matemática se enseña y se aprende resolviendo problemas; esto quiere decir que, la resolución de problemas sirve de contexto para que los estudiantes construyan nuevos conceptos matemáticos, descubran relaciones entre entidades matemáticas y elaboren procedimientos matemáticos.
- iii. Las situaciones problemáticas deben plantearse en contextos de la vida real o en contextos científicos; es decir, los estudiantes se interesan en el conocimiento matemático, le encuentran significado, lo valoran más y mejor, cuando pueden establecer relaciones de funcionalidad matemática con situaciones de la vida real o de un contexto científico. En el futuro ellos necesitarán aplicar cada vez más matemática durante el transcurso de su vida.
- iv. Los problemas deben responder a los intereses y necesidades de los estudiantes; esto es que, los problemas deben ser interesantes para los estudiantes, planteándoles desafíos que impliquen el desarrollo de capacidades y que los involucren realmente en la búsqueda de soluciones.
- v. La resolución de problemas sirve de contexto para desarrollar capacidades matemáticas. Es a través de la resolución de problemas que los estudiantes desarrollan sus capacidades matemáticas tales como: la matematización, representación, comunicación, argumentación, razonamiento, etc.

Añade el Ministerio de Educación del Perú (2013b) que el enfoque centrado en la resolución de problemas logra que el estudiante:

- Se involucre en un problema (tarea o actividad matemática) para resolverlo con iniciativa y entusiasmo.
- Comunique y explique el proceso de resolución del problema.
- Razone de manera efectiva, adecuada y creativa durante todo el proceso de resolución del problema, partiendo de un conocimiento integrado, flexible y utilizable.
- Busque información y utilice los recursos que promuevan un aprendizaje significativo.

- Sea capaz de evaluar su propia capacidad de resolver la situación problemática presentada.
- Reconozca sus fallas en el proceso de construcción de sus conocimientos matemáticos y resolución del problema.
- Colabore de manera efectiva como parte de un equipo que trabaja de manera conjunta para lograr una meta común.

Asimismo, como lo señala el Ministerio de Educación del Perú (2013b) en enfoque centrado en la resolución de problemas contribuye al desarrollo de actitudes de los estudiantes debido a que eleva el grado de la actividad mental, propicia el desarrollo del pensamiento creativo y contribuye al desarrollo de personalidad. El enfoque de resolución de problemas constituye entonces una vía potente y eficaz para desarrollar actitudes positivas hacia las matemáticas. Permite que cada estudiante se sienta capaz de resolver situaciones problemáticas y de aprender matemáticas, considerándola útil y con sentido para la vida. La posibilidad que ofrezcamos a los estudiantes para enfrentarse a situaciones problemáticas con diferentes niveles de exigencia matemática, junto al trabajo grupal, favorecerán el desarrollo de actitudes positivas hacia la matemática, una aspiración que la sociedad contemporánea le plantea a la escuela peruana.

1.2.6 Ecuaciones de primer grado

1.2.6.1 Definición

Corrales y Obando (2004) indican que una ecuación de primer grado con una incógnita es una expresión algebraica de la forma $ax+b=0$ con $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $b \in \mathbb{R}$, y donde x es la variable o incógnita.

Flores (2006) define la ecuación de primer grado con una incógnita como aquella igualdad que, después de efectuadas todas las reducciones posibles el exponente de la incógnita es 1. Así mismo indica que la ecuación está compuesta por un conjunto de términos dividido en dos partes separados por el signo igual, en donde los términos del lado izquierdo forman el primer miembro y los términos del lado derecho el segundo miembro.

Lazaro (2004) afirma que una ecuación de primer grado con una incógnita es una igualdad de la forma $ax+b = c$ donde (a, b, c son números conocidos) compuesto por dos miembros separados por el signo igual, $ax + b =$ primer miembro y $c =$ segundo miembro.

1.2.6.2 Ecuaciones equivalentes

Miller, Hereen y Hornsby (2006) indican que las ecuaciones equivalentes son aquellas que tienen el mismo conjunto solución. Generalmente las ecuaciones se resuelven empezando con una ecuación inicial dada y generan una serie de ecuaciones más sencillas o equivalentes. Por ejemplo,

$$8x + 1 = 17, \quad 8x = 16 \quad \text{y} \quad 16x + 2 = 34$$

Son ecuaciones equivalentes, ya que cada una tiene el mismo conjunto solución, [2]. Para producir ecuaciones equivalentes se usan las propiedades de la adición o multiplicación.

Haeussler y Paul (2004) afirman que resolver una ecuación puede implicar la realización de operaciones en ella. Es preferible que al aplicar cualquiera de tales operaciones se obtenga otra ecuación con exactamente las mismas soluciones que la ecuación original, cuando esto ocurre, se dice que las ecuaciones son equivalentes. Así mismo sostienen que existen operaciones que garantizan la equivalencia:

Ejemplo: Si $-5x = 5 - 6x$, se le suma $6x$ a ambos miembros se obtiene una ecuación equivalente $-5x + 6x = 5 - 6x + 6x$, y el conjunto solución es $x = 5$.

Ejemplo: Si $3x + 4 = 5$, se multiplica por cualquier número real -6 ($3x + 4 = 5$),

$-18x - 24 = -30$, y el conjunto solución es $x = 1/3$.

1.2.6.3 Clasificación de las ecuaciones

Miller, Hereen y Hornsby (2006) señalan tres tipos de ecuaciones de primer grado, basados por su conjunto solución.

Ecuación condicional

Es la ecuación con un número finito de soluciones (distinto de 0). Es decir que tiene una sola solución.

Ejemplo: $5x-9=4(x-3)$

Ecuación contradictoria

Es un caso de ecuación que no tiene solución, y su conjunto solución es \emptyset .

Ejemplo: $5x-15=5(x-4)$

Ecuación identidad

Es posible que una ecuación tenga un número infinito de soluciones y satisfice con cada número en ambos lados de la ecuación.

Ejemplo: $5x-15 = 5(x-3)$

Ambos lados de la ecuación son exactamente lo mismo, por lo que cualquier número real haría que la ecuación sea verdadera. Por esta razón es una identidad.

Ambos lados de la ecuación son exactamente lo mismo, por lo que cualquier número real haría que la ecuación sea verdadera. Por esta razón es una identidad.

1.2.6.4 Axiomas fundamentales de las ecuaciones

Palmer, Bibb, Jarvis y Mrachek (2004) afirman que un axioma es una verdad que se acepta sin demostración. De la misma forma sostienen los axiomas siguientes que se usan con frecuencia en la resolución de ecuaciones de primer grado.

Axioma fundamental de las ecuaciones: “Si con cantidades iguales, se verifican operaciones iguales, los resultados serán iguales”. De donde se derivan reglas muy importantes para la resolución de ecuaciones de primer grado.

- Si a los dos miembros de una igualdad se suma números iguales, resulta otra igualdad.
- Si a los dos miembros de una igualdad se resta números iguales, resulta otra igualdad.
- Si a los dos miembros de una igualdad se multiplica por números iguales, resulta otra igualdad.
- Si a los dos miembros de una igualdad se divide por dos números iguales, (que no sean ceros), resulta otra igualdad.
- Si a los dos miembros de una igualdad se elevan a exponentes iguales, resulta otra igualdad.
- Si a los dos miembros de una igualdad se extrae raíces de índices iguales, resulta otra igualdad.

Pastor, Escobar, Mayoral y Ruíz (2011) sostienen que los axiomas fundamentales de igualdad son la adición, la sustracción, la multiplicación y la división, y señalan que cuando ambos miembros de una ecuación se operan con cualquiera de estas, se obtiene una ecuación equivalente, y por consiguiente la igualdad subsiste.

Así mismo afirman que de los axiomas fundamentales de la igualdad se deriva la regla de la transposición de términos que consiste en cambiar un término de una ecuación de un miembro al otro miembro cambiando de operación: si un término está sumando en un miembro pasa al otro miembro a restar o viceversa, si un término está multiplicando en un miembro pasa al otro miembro a dividir. Ejemplo:

$$ax + b - c = d$$

$$ax + b - c + c = d + c$$

$$ax + b - b = d + c - b$$

$$ax = d + c - b$$

1.2.7 Ecuaciones en los libros de texto del Minedu

Revisando los textos del Ministerio de Educación, en el texto de 3ro de secundaria Galvez (2008), se tiene:

1.2.7.1 Historia de ecuaciones lineales

La primera fase, que comprende el periodo de 1700 a. de C. a 1700 d. de C., se caracterizó por la invención gradual de símbolos y la resolución de ecuaciones. Dentro de esta fase encontramos un álgebra desarrollada por los griegos (300 a. de C.), llamada álgebra geométrica, rica en métodos geométricos para resolver ecuaciones algebraicas.

La introducción de la notación simbólica asociada a Viète (1540-1603), marca el inicio de una nueva etapa en la cual Descartes (1596-1650) contribuye de forma importante al desarrollo de dicha notación. En este momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones. Posteriormente, Euler (1707-1783) la define como la teoría de los "cálculos con cantidades de distintas clases" (cálculos con números racionales enteros, fracciones ordinarias, raíces cuadradas y cúbicas, progresiones y todo tipo de ecuaciones).

Para llegar al actual proceso de resolución de la ecuación $ax + b = c$ han pasado más de 3.000 años.

Los egipcios nos dejaron en sus papiros (sobre todo en el de Rhind -1.650 a. de C- y el de Moscú -1.850 a, de C.-) multitud de problemas matemáticos resueltos. La mayoría de ellos son de tipo aritmético y respondían a situaciones concretas de la vida diaria; sin embargo, encontramos algunos que podemos clasificar como algebraicos, pues no se refiere a ningún objeto concreto. En éstos, de una forma retórica, obtenían una solución realizando operaciones con los datos de forma análoga a como hoy resolvemos dichas ecuaciones.

Las ecuaciones más utilizadas por los egipcios eran de la forma:

$$x + ax = b$$

$$x + ax + bx = 0$$

Donde a , b y c eran números conocidos y x la incógnita que ellos denominaban *aha* o *montón*.

Una ecuación lineal que aparece en el papiro de Rhind responde al problema siguiente:

"Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24".

En notación moderna, la ecuación sería: $x + 1/7 x = 24$

La solución la obtenía por un método que hoy conocemos con el nombre de "método de la falsa posición" o "regula falsi". Consiste en tomar un valor concreto para la incógnita, probamos con él y si se verifica la igualdad ya tenemos la solución, si no, mediante cálculos obtendremos la solución exacta.

Supongamos que fuera 7 la solución, al sustituir en la x nos daría: $7 + 1/7 \cdot 7 = 8$, y como nuestra solución es 24 , es decir, $8 \cdot 3$, la solución es $21 = 3 \cdot 7$, ya que $3 \cdot (7 + 1/7 \cdot 7) = 24$.

Generalmente, el cálculo de la solución correcta no era tan fácil como en este caso e implicaba numerosas operaciones con fracciones unitarias (fracciones con numerador la unidad), cuyo uso dominaban los egipcios. En cuanto al simbolismo, solamente en algunas ocasiones utilizaban el dibujo de un par de piernas andando en dirección de la escritura o invertidas, para representar la suma y resta, respectivamente.

Los babilonios (el mayor número de documentos corresponde al periodo 600 a. de C. a 300 d. de C.) casi no le prestaron atención a las ecuaciones lineales, quizás por considerarlas demasiado elementales, y trabajaron más los sistemas de ecuaciones lineales y las ecuaciones de segundo grado.

1.3 Definición de términos básicos

1.3.1 Ecuaciones de primer grado

La Biblia de las Matemáticas (2007) define que la ecuación es una igualdad con una o varias variables desconocidas llamadas incógnitas y que solo se verifica o es verdadera para determinados valores de las incógnitas $ax+b = c$. Dichas variables se representan por las últimas letras del alfabeto: u, v, w, x, y, z.

1.3.2 Situaciones didácticas

Desde la visión sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática es una construcción colaborativa de una comunidad educativa que permite «comprender las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden»

CAPÍTULO II

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Descripción del problema.

En la ECE 2016 (Minedu, 2017), en la que sobresalen avances significativos en el aprendizaje en el área de matemáticas en segundo de secundaria en el año 2016 con respecto al 2015. A nivel nacional en satisfactorio mejoró de 9.5% a 11.5%, en proceso también mejoró de 12,7% al 16,9%, en inicio disminuyó de 40,2% al 39,3% y pre inicio también disminuyó de 37,6% a 32,3%. En el departamento de Puno estos resultados son semejantes a la nacional, en satisfactorio de 5.1% a 8.2%, en proceso también mejoró de 8,6% al 13,2%, en inicio disminuyó de 37,5% al 37,2% y pre inicio también disminuyó de 48,8% a 41,3%. En la provincia de Melgar estos resultados son parecidos a la nacional, en satisfactorio mejoró de 3,1% a 5,7%, en proceso también mejoró de 6,4% al 11,2%, en inicio aumentó de 34,9% al 36,3% y pre inicio disminuyó de 55,7% a 46,8%. Estos resultados en matemáticas constituyen una buena noticia pero no tan expectantes, sin embargo, la información disponible (y esa es una de las limitaciones de usar pruebas censales) no nos brinda muchas luces acerca de cómo se ha logrado esta mejora.

En la última publicación del Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA. 2015) analiza el rendimiento de los alumnos de 15 años en asignaturas como matemática, lectura y ciencias. En el año 2012, de los 65 países (miembros y socios) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), que representan el 80% de la población mundial, el Perú se ubica en la última posición en matemática, ciencias y comprensión lectora. Mientras que en PISA 2015 el Perú se ubica en el puesto 64 de un total de 70, un puesto mejor respecto a la prueba de 2012. En esta edición, se sumaron 5 países más, todos ubicados debajo de Perú. (MINEDU, 2017)

Los resultados de Perú en las pruebas PISA por niveles de desempeño de los ciclos 2009, 2012 y 2015, no se observan variaciones significativas por niveles de desempeño entre los años 2009 y 2012. A diferencia de esto, en el año 2015 sí se logra observar una disminución de la cantidad de estudiantes por debajo del nivel 1 (en 9,3 puntos porcentuales) respecto al ciclo anterior, lo cual incrementó el porcentaje en el nivel 2 (en 4,9 puntos porcentuales), nivel 3 (en 3,1 puntos porcentuales) y nivel 4 (en 0,6 puntos porcentuales). Aunque, en el 2015 hay una menor cantidad de estudiantes en el nivel debajo del nivel 1, en comparación con 2012, en el nivel 1 se incrementó en 0,8 puntos porcentuales.

En consecuencia, los diversos problemas que hemos descrito en párrafos anteriores, evidencian objetivamente el problema y la importancia para realizar la investigación, surgiendo el interés por diseñar una secuencia didáctica que permita una construcción más sólida y usar adecuadamente el concepto de ecuaciones de primer grado con una variable en problemas contextualizados.

Y respecto a tema de ecuaciones lineales, existe la creencia que se descuida el proceso de contextualización en las sesiones de aprendizaje en el nivel de educación secundaria, omitiendo así la posibilidad de que los alumnos en sus actividades y tareas matemáticas, analicen diversas situaciones de su vida cotidiana y propongan soluciones a las mismas, aplicando sus conocimientos previos de matemáticas, utilizando distintos lenguajes (verbal, gráfico, simbólico, etc.).

2.1.1 Enunciado del problema

¿De qué manera los estudiantes del segundo grado de educación secundaria, mediante la aplicación de situaciones didácticas sobre ecuaciones de primer grado, desarrollan capacidades en la resolución de problemas de matemática?

2.1.2 Enunciados específicos

- ¿Qué características presentan en los aprendizajes los estudiantes del segundo grado de educación secundaria antes de aplicar las secuencias de actividades de la Teoría de Situaciones Didácticas?

- ¿Cómo logran desarrollar las capacidades en la resolución de problemas los estudiantes de segundo grado de educación secundaria con la aplicación de la secuencia de actividades de la Teoría de Situaciones Didácticas?

2.2 Justificación

Los modelos lineales permiten resolver aquellos problemas de la ciencia que se comportan linealmente y aproximar otros cuya modelación es no lineal. Generalmente se hace uso de las ecuaciones lineales, (aun cuando el ser humano no se da cuenta), en el manejo de cifras numéricas en correspondencia con otra, debido a que se está usando subconjuntos de los números reales. Las ecuaciones son de mucho valor y utilidad para resolver problemas de la vida diaria.

Cada uno de los sistemas de ecuaciones lineales descansa firmemente sobre conceptos que tienen interpretación gráfica, muchos problemas no los pueden resolver porque no han aprendido a explotar esas representaciones asociadas con los conceptos. Para los alumnos la elección de una representación para resolver un problema depende del problema mismo como de preferencias personales. Dominantemente el transitar del pensamiento sintético-geométrico al analítico-aritmético es más difícil porque de esta forma desde la primaria no los han enseñado a pensar sino a mecanizar existiendo una gran resistencia a este cambio.

En el área matemática el estudio del Álgebra gira alrededor de las ecuaciones y la resolución de problemas; asimismo, las ecuaciones son estudiadas durante prácticamente toda la vida escolar, desde primaria hasta la universidad, sin embargo, se han documentado dificultades y errores en el aprendizaje de este concepto. El manejo del signo igual, el uso de las propiedades simétricas de la ecuación y el significado de las literales son de los errores más comunes cometidos por los estudiantes.

2.3 Objetivos

2.3.1 Objetivo general

Analizar el desarrollo de capacidades de la resolución de problemas en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria, por medio de situaciones didácticas sobre ecuaciones de primer grado.

2.3.2 Objetivos específicos

- Determinar las características de los aprendizajes que presentan los estudiantes del segundo grado de educación secundaria antes de las secuencias de actividades de la Teoría de Situaciones Didácticas.
- Describir el desarrollo de capacidades de la resolución de problemas en los estudiantes de segundo grado de educación secundaria cuando se aplica una secuencia de actividades con la Teoría de Situaciones Didácticas sobre ecuaciones de primer grado.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1 Sistema de líneas de análisis

3.1.1 Unidades de análisis

Categorización del desarrollo de capacidades de los estudiantes del segundo grado de educación secundaria, por medio de situaciones didácticas sobre ecuaciones de primer grado.

Ejes de unidades de análisis

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	ESCALA
Situaciones didácticas de Brousseau	Situación de acción	Analiza el problema Factibilidad de solución	Nominal
	Situación de formulación	Concibe la solución Intercambio de información	
	Situación de validación	Presentación de resultados confrontación	
	Situación de institucionalización	Explicación Síntesis conceptual Generalización	
Resuelve problemas de ecuaciones	Matematiza situaciones	Identifica variables y relaciones no explícitas en situaciones diversas referidas a ecuaciones.	Inicio 0 a 10
	Comunica y representa ideas matemáticas	Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla.	Proceso 11 a 13
	Elabora y usa estrategias	Usa terminologías, reglas y convenciones al expresar su comprensión sobre propiedades y relaciones matemáticas. Diseña y ejecuta un plan orientado a la resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas, simplificar expresiones algebraicas empleando propiedades de las operaciones, con apoyo de diversos recursos.	Logro esperado 14 a 17
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas		Logro destacado 18 a 20

3.2 Diseño metodológico

3.2.1 La investigación cualitativa

Esta investigación se centró en el diseño de una secuencia didáctica desde un enfoque cualitativo, bajo la corriente descriptiva - interpretativa, inspirada en la teoría de las situaciones didácticas planteada por Brousseau (1986). Para el desarrollo de la investigación se toman en consideración los aspectos planteados en la metodología de la ingeniería didáctica para un estudio de caso, resaltando que bajo esta metodología es de gran valor el análisis del comportamiento de los estudiantes frente a un conocimiento específico, en este caso, la enseñanza de ecuaciones de primer grado en un medio que integra un Ambiente de expresión algebraica; en este sentido, es importante resaltar que la validación de esta metodología es interna, basada en la confrontación del análisis a priori y a posteriori fundamentada en tres importantes dimensiones: la histórico - epistemológica, cognitiva y didáctica.

Para cumplir los objetivos propuestos, se decidió trabajar con una muestra ocasional de 30 estudiantes de segundo año de secundaria del Colegio Nuestra Señora de Alta Gracia, teniendo en cuenta las facilidades que podíamos disponer para las experiencias didácticas.

Una primera actividad fue revisar algunos libros en los que se trata el tema de ecuaciones de primer grado, con énfasis en la presentación matemática; luego, se hizo una revisión crítica sobre la forma de presentar este tema en el texto que usan los estudiantes de la muestra.

Con la información obtenida y los criterios recogidos del enfoque cognitivo y didáctico dado por Duval (2004), se procedió a elaborar una actividad de diagnóstico. Con base en los resultados obtenidos, se elaboró una lista de problemas con dificultades graduadas, que se consideró deberían resolver los estudiantes, Una parte inicial fue considerar ítems sobre la conversión específica de registros verbales a algebraicos y viceversa.

Antes de la aplicación de la lista de problemas, se tuvo una sesión de aprendizaje, con el fin de orientar a los estudiantes para las conversiones entre los registros verbal y algebraico, así como para los tratamientos, sobre todo en los registros

algebraico y verbal. Luego de la aplicación de la prueba y del análisis de los resultados, se elaboró una segunda lista de cuestiones, a partir de un problema, poniendo énfasis en la conversión de un registro algebraico al verbal. Antes de proponer la solución de estas cuestiones a los estudiantes, se tuvo otra sesión de aprendizaje, previo diseño, en el que se enfatizó la conversión de un registro algebraico a uno verbal, en el marco de la creación de problemas.

Según Bogdan & Biklen (1994), una investigación cualitativa se caracteriza porque la fuente de los datos se dan en un ambiente natural y estos datos recogidos son a través de las palabras y las imágenes y no con números, se interesa más por el proceso que por los resultados o productos obtenidos, analiza sus datos de manera inductiva donde planea utilizar parte del estudio para percibir cuales son las cuestiones más importantes. En el caso del investigador en educación es quien está siempre interesado de sus sujetos de investigación, de saber aquello que experimentan, como interpretan sus experiencias y como ellos estructuran su propio mundo social donde viven.

La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los sujetos participantes de la investigación, a través de aspectos subjetivos como sus emociones, experiencias, prioridades, etc. El investigador o investigadora recaba información a través del lenguaje escrito, verbal y no verbal, también del visual, los cuales describe y analiza. Para ello, el investigador o investigadora emplea técnicas para la recolección de datos como son: la observación no estructurada, las entrevistas abiertas, la revisión de documentos, la discusión en grupo, la evaluación de experiencias personales, entre otras. Evalúa el desarrollo natural de los sucesos y no hay manipulación ni estimulación con respecto a la realidad.

3.3 La ingeniería didáctica

En esta investigación se utilizará como metodología aspectos de la Ingeniería Didáctica definida por Artigue (1995). La Ingeniería Didáctica, como metodología de investigación, se caracteriza por ser experimental, así se basa en secuencias didácticas desarrolladas en clase, las cuales debieron ser planificadas, implementadas, observadas y analizadas. La validación interna se obtiene por la confrontación de los análisis a priori y a posteriori de los conocimientos puestos en juego y de las variables de control de la situación

experimental diseñada. Se ocupa por entender y presentar los problemas ligados a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el sistema educativo. Por ello, la Ingeniería Didáctica como metodología de investigación se aplica a los productos de enseñanza basados o derivados de ella.

El proceso experimental de la ingeniería didáctica distingue cuatro fases: (Artigue, y otros 1995).

- Primera fase: Análisis preliminares.
- Segunda fase: Concepción y el análisis a priori.
- Tercera fase: Experimentación.
- Cuarta fase: Análisis a posteriori y la validación.

Fase de análisis preliminar. En la que se busca profundizar sobre: el análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza; el análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos; el análisis de las concepciones, de las dificultades y de los obstáculos que determinan su evaluación y, finalmente, de las restricciones donde se va a situar la acción didáctica. Michel Artigue y otros (1995, p. 34) destacan que “los estudios preliminares tan solo mantienen su calidad de preliminares en su primer nivel de elaboración”. Posteriormente van tomando distintos lugares y funciones en la investigación.

Fase de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas. En la que se busca identificar las variables macro y micro didácticas relacionadas con el estudio y el tipo de actividad propuesta a los estudiantes. El análisis a priori, se convierte en un análisis de control de significado “comprende una parte descriptiva y una predictiva, centradas en las características de las situación diseñada y que se pretende presentar en la clase a los estudiantes” (Artigue, 1995). El análisis micro didáctico se obtiene fundamentalmente mediante el análisis de las tareas.

Fase de experimentación. En la que se ejecutan los diseños y se recogen los datos que informan sobre los fenómenos identificados en el análisis a priori.

Fase de análisis a posteriori y evaluación. Se basa en el conjunto de datos recogidos en la experimentación. El análisis se fundamenta en un análisis de contenido de los datos obtenidos en la implementación, para la confrontación con el análisis a priori.

Como se observa desde la perspectiva anterior, el corazón de la ingeniería didáctica como metodología de investigación del aula, lo constituye el análisis de tareas. “La noción de tarea que se construye desde este modelo de investigación, se constituye como un sistema propuesto para el desarrollo de los aprendizajes de los estudiantes, que se articula en los niveles macro (curricular y didáctico) y micro (de la interacción con el conocimiento y con los interlocutores del aula), niveles que se han de tener en cuenta en los respectivos análisis” (Calderón, 2005, p. 212). Además, se trata de considerar tal análisis en una perspectiva sistémica, particular, sincrónica y de carácter constitutivo. Es decir, bajo la consideración de que un criterio didáctico fundamental es el establecimiento y la articulación de los distintos factores que necesariamente se involucran en el diseño didáctico y en la ejecución de las tareas. Tales factores incorporan aspectos de tipo curricular, epistemológico, cognitivo, comunicativo y sociocultural.

3.4 Población y muestra de la investigación

La población de estudio está constituido por 320 estudiantes de segundo grado, de las 10 secciones de la Institución Educativa Nuestra Señora de Alta Gracia del Nivel Secundario, de la modalidad de menores correspondiente a la variante Ciencias y Humanidades de la ciudad de Ayaviri del año escolar 2016.

Tabla 1
Muestra

SECCIONES	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	TOTAL
N° de Est.	34	32	31	30	32	33	34	31	32	31	320
%	10,6	10	9,7	9,4	10	10,3	10,6	9,7	10	9,7	100

La muestra es no probabilística, se seleccionó a los estudiantes que tenían disponibilidad de tiempo del segundo grado sección D.

3.5 Técnicas e instrumentos de recolección de datos para investigación cualitativa.

3.5.1 La observación (guía de observación)

Es probablemente uno de los instrumentos más utilizados y antiguos dentro de la investigación científica. Es el medio preferido de los investigadores sociales, aunque también para los psicólogos es una herramienta importante en los procesos de introspección y extrospección. Pero independientemente de las preferencias y tendencias que existan entre las diferentes disciplinas, podemos afirmar que el acto de observar y de percibir se constituye en los principales vehículos del conocimiento humano, ya que por medio de la vida tenemos acceso a todo el complejo mundo objetivo que nos rodea. Prácticamente la ciencia inicia su procedimiento de conocimiento por medio de la observación, ya que es la forma más directa e inmediata de conocerlos fenómenos y las cosas.

3.5.2 Actividades (prueba escrita)

Se refiere a los instrumentos de recolección de datos vinculados con las estimaciones sobre el desempeño, rendimiento y/o ejecución. Su característica fundamental alude a que su construcción emplea el uso de reactivos (preguntas) cuyas respuestas no dejan lugar a dudas respecto a su corrección o incorrección. Peñaloza (2005). Es un instrumento de evaluación que permite la comprobación de los objetivos trazados en la investigación a través del tratamiento de los resultados. En la presente investigación utilizaremos:

Prueba de diagnóstico con la finalidad de caracterizar el aprendizaje de resolución de problemas de ecuaciones de primer grado.

Prueba de salida aplicado la situación didáctica de Brousseau en el aprendizaje de ecuaciones de primer grado.

3.6 Plan de análisis e interpretación lógico de datos

Según Huberman y Miles (1994) citado por Coffey y Atkinson (2003), el análisis de los datos cualitativos en este estudio pasa por tres sub-procesos relacionados entre sí:

- a. Reducir los datos, implica la selección y condensación de la información, aquí se resume, codifica y descompone en grupos y categorías.
- b. Exponer los datos: aquí se describe las formas cómo los datos reducidos se despliegan en formas visuales, por medio de diagramas o de cuadros, a fin de mostrar lo que implican, es así que para Huberman y Miles la exposición de datos es como un “ensamblaje organizado y comprimido de información que permite sacar conclusiones o actuar”.
- c. Sacar y verificar las conclusiones: aquí se interpreta los datos antes expuestos y se extrae sus significados. Las tácticas a emplearse son: buscar casos contrastantes y comparativos; observación y exploración de temas, identificación de patrones y regularidades, usando metáforas.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Diagnóstico de las capacidades en la resolución de problemas

4.1.1 Análisis de resultados de la prueba de diagnóstico de capacidades

Valorando la prueba de diagnóstico en escala vigesimal, de los resultados de estudiantes de la muestra motivo de la siguiente investigación, se tiene las puntuaciones siguientes:

7 10 12 10 6 9 6 9 12 11 14 8 12 8 9 9 8 9 8 6
6 9 6 9 6 6 5 6 14 14

Tabla 2

Puntaje logrado y porcentaje de la prueba de diagnóstico

Escala literal	Intervalos	Frecuencia	Porcentaje
Inicio	0 a 10	23	77
Proceso	11 a 13	04	13
Logro esperado	14 a 17	03	10
Logro destacado	18 a 20	00	00
Total		30	100

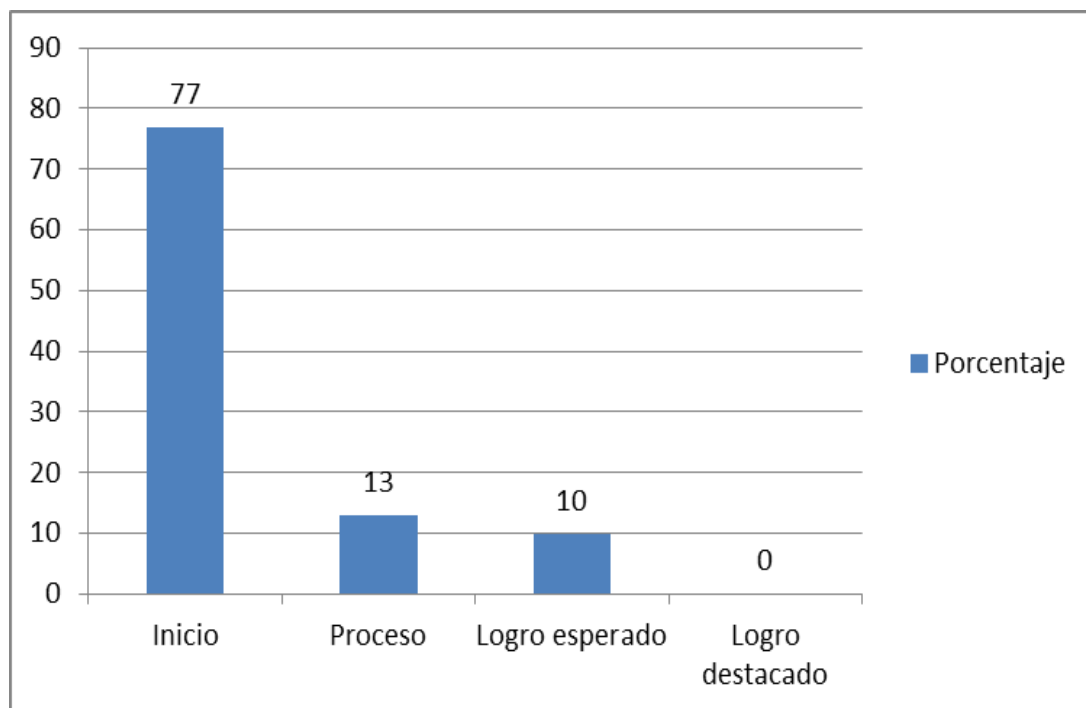


Figura 1. Porcentaje de la prueba de diagnóstico

En la tabla 2 y figura 1 se observa que: el 77% de los estudiantes están en escala literal de calificación INICIO, 13% en PROCESO y 10% en logro esperado. Esto indica que el mayor porcentaje de estudiantes están en INICIO, motivo de preocupación de docentes de matemática para cambiar esta realidad.

Los puntajes mínimo y máximo son: mínimo es 6 y máximo es 14.

El promedio ponderado es: $264/30=8,8$ puntos que corresponde a la escala literal INICIO.

La varianza de las puntuaciones es: 6,99

La desviación estándar es: 2,64

4.1.1 Análisis de resultados de los ítems de la prueba de diagnóstico de capacidades.

Tabla 3

Nivel de éxito en la resolución de la Prueba de Diagnóstico

Pregunta	Responde correctamente		Responde con errores		No responde o responde incorrectamente	
	Cantidad	%	Cantidad	%	Cantidad	%
1a	4	13	0	0	26	87
1b	10	33	0	0	20	67
1c	5	17	0	0	25	83
1d	27	90	0	0	3	10
1e	12	40	0	0	18	60
1f	23	77	0	0	7	23
2.1	1	3	11	37	18	60
2.2	1	3	11	37	18	60
2.3	1	3	11	37	18	60
2.4	1	3	11	37	18	60
2.5	1	3	11	37	18	60
3a	30	100	0	0	0	0
3b	6	20	0	0	24	80
3c	5	17	0	0	25	83
3d	30	100	0	0	0	0
3e	29	97	0	0	1	3
3f	9	30	0	0	21	70
4a	15	50	0	0	15	50
4b	23	77	0	0	7	23
4c	18	60	0	0	12	40
4d	16	53	0	0	14	47
4e	20	67	0	0	10	33
4f	15	50	0	0	15	50
5a	17	57	0	0	13	43
5b	20	67	0	0	10	33
5c	13	43	0	0	17	57
5d	17	57	0	0	13	43
5e	0	0	0	0	30	100
5f	20	67	0	0	10	33
6a	11	37	0	0	19	63
6b	0	0	2	7	28	93
6c	1	3	0	0	29	97
7a	5	17	0	0	25	83
7b	22	73	0	0	8	27

Situación de acción, los estudiantes respondieron las preguntas según sus conocimientos previos en forma individual.

Pregunta 1a:

En este ítem el 13% de los estudiantes relacionó correctamente con el significado, mientras que el 87% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes no entienden o tienen dificultades para relacionar el significado de la ecuación.

Se sugiere que los estudiantes se familiaricen con el término “ecuación en matemática”, los estudiantes deben construir el significado de ecuación, que es “Igualdad entre dos expresiones que contiene una o más variables” según el diccionario de la Lengua Española.

Pregunta 1b:

En este ítem el 33% de los estudiantes relacionó correctamente con el significado, mientras que el 67% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes no entienden o tienen dificultades para relacionar el significado de variable.

Se sugiere que los estudiantes se familiaricen con el término “variable en matemática” y utilizar los sinónimos como “incógnita”, los estudiantes deben construir el significado de variable, que es “Símbolo que representa el conjunto de valores que puede tomar una determinada magnitud” según el diccionario de la Lengua Española.

Pregunta 1c:

En este ítem el 05% de los estudiantes relacionó correctamente con el significado, mientras que el 95% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes no entienden o tienen dificultades para relacionar el significado de término.

Se sugiere que los estudiantes se familiaricen con la palabra “término en matemática”, los estudiantes deben construir el significado de término, que es “los

sumandos que forman los miembros de una ecuación” según el diccionario de matemática.

Pregunta 1d:

En este ítem el 27% de los estudiantes relacionó correctamente con el significado, mientras que el 73% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes no entienden o tienen dificultades para relacionar el significado de igualdad.

Se sugiere que los estudiantes se familiaricen con el término “igualdad en matemática”, los estudiantes deben construir el significado de igualdad, que es “es una equivalencia de dos expresiones o cantidades” según el diccionario de la lengua española.

Pregunta 1e:

En este ítem el 40% de los estudiantes relacionó correctamente con el significado, mientras que el 60% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes no entienden o tienen dificultades para relacionar el significado de coeficiente.

Se sugiere que los estudiantes se familiaricen con el término “coeficiente en matemática”, los estudiantes deben construir el significado de coeficiente, que es “el número constante que se encuentra a la izquierda de una variable o incógnita y la multiplica” según el diccionario de la lengua española.

Pregunta 1f:

En este ítem el 77% de los estudiantes relacionó correctamente con el significado, mientras que el 23% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes no entienden o tienen dificultades para relacionar el significado de operación matemática.

Se sugiere que los estudiantes se familiaricen con el término “operación en matemática”, los estudiantes deben construir el significado de operación, que es “el número constante que se encuentra a la izquierda de una variable o incógnita y la multiplica” según el diccionario de la lengua española.

Consideramos analizar el desarrollo de este problema de dos estudiantes:

1. Empareje los términos con sus respectivas definiciones (escribe las letras de la primera columna en los paréntesis de la segunda columna):

a) Ecuación	(d) Signo de equivalencia (=) ✓
b) Variable	(c) Número que acompaña a la variable ✓
c) Término	(f) Suma, resta, multiplicación, división, etc ✓
d) Igualdad	(a) Incógnita cuyo valor se desconoce ✗
e) Coeficiente	(b) Igualdad que se verifica para ciertas variables ✗
d) Operación matemática	(e) Expresión que tiene coeficiente y variable. ✗

El estudiante relacionó correctamente la mitad y la otra mitad de equivocó.

1. Empareje los términos con sus respectivas definiciones (escribe las letras de la primera columna en los paréntesis de la segunda columna):

a) Ecuación	(d) Signo de equivalencia (=) ✓
b) Variable	(f) Número que acompaña a la variable ✗
c) Término	(A) Suma, resta, multiplicación, división, etc ✗
d) Igualdad	(c) Incógnita cuyo valor se desconoce ✗
e) Coeficiente	(e) Igualdad que se verifica para ciertas variables ✗
f) Operación matemática	(b) Expresión que tiene coeficiente y variable. ✗

Aquí el estudiante sólo una relacionó correctamente.

Pregunta 2: en las cinco sub preguntas

En los casilleros de toda las sub preguntas solo el 3% responde correctamente, el 37% responde con errores y 60% no responde o responde incorrectamente. Esto indica que la mayoría de los estudiantes no identifica el número de términos variables y coeficientes.

Se sugiere que los estudiantes deben construir el significado de los elementos de una ecuación matemática, asociando con su experiencia cotidiana.

Consideramos analizar el desarrollo de este problema de dos estudiantes:

2. Identifique e indique la cantidad de términos, las variables y los coeficientes en las siguientes expresiones de la tabla:

EXPRESIONES	Número de términos	Las variables	Los coeficientes
$5x+3z$			
$15xyz-7x+3w-y$			
$2x^2+3x-2$			
$3x+3=4y-1$			
$3ab+2cd=5$			

El estudiante dejó en blanco.

2. Identifique e indique la cantidad de términos, las variables y los coeficientes en las siguientes expresiones de la tabla:

EXPRESIONES	Número de términos	Las variables	Los coeficientes
$5x+3z$	1	$x+z$	$5+3$
$15xyz-7x+3w-y$	1	$xyz-x+w-y$	$15-7+3$
$2x^2+3x-2$		$x+x$	$2+3-2$
$3x+3=4y-1$		$x=y$	$3+3=4-1$
$3ab+2cd=5$		$ab+cd$	$3+2=5$

Aquí el estudiante no identifica número de términos, no enumeran las variables, tampoco enumeran correctamente los coeficientes.

Pregunta 3a y 3d:

En estos ítems el 100% de los estudiantes relacionó correctamente la expresión verbal con su representación algebraica. Esto significa que si identifican todo los estudiantes las expresiones sencillas verbales a expresiones algébricas.

Pregunta 3b y 3c:

En estos ítems el 20% y 17% respectivamente, de los estudiantes relacionó correctamente la expresión verbal con su representación algebraica, mientras que el 80% y 83% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes se confunde cuando la variable está acompañada de un coeficiente.

Se sugiere que los estudiantes deben construir el significado de doble, mitad y tercio, que son términos que acompañan a las variables.

Pregunta 3e:

En este ítem el 97% de los estudiantes relacionó correctamente la expresión verbal con su representación algebraica, mientras que el 3% de los estudiantes se equivocó. Esto es un caso particular que la mayoría de los estudiantes identificó su expresión algebraica, seguro por el menos dos.

Pregunta 3f:

En este ítem el 30% de los estudiantes relacionó correctamente la expresión verbal con su representación algebraica, mientras que el 70% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes no entienden o tienen dificultades para expresar en forma algebraica números consecutivos.

Se sugiere que los estudiantes deben construir expresiones algebraicas a partir de expresiones verbales, la familiarización será de suma importancia para plantear y resolver problemas.

Consideramos analizar el desarrollo de este problema de dos estudiantes:

3. Empareje los enunciados con sus respectivas expresiones (escribe las letras de la primera columna en los paréntesis):

- | | |
|---|--------------------------------------|
| a) Un número disminuido en cinco | (f) $\frac{x}{2} + 1$ ✗ |
| b) El doble o duplo de un número | (e) $x, x+1$ ✗ |
| c) La mitad de un número aumentado en uno | (a) $y - 5$ ✓ |
| d) Un número al cuadrado | (b) $2y$ ✓ |
| e) Un tercio de un número disminuido en dos | (d) z^2 ✓ |
| f) Dos números consecutivos | (e) $\frac{y}{3} - 2$ ✓ |

El estudiante se equivocó solo en dos.

3. Empareje los enunciados con sus respectivas expresiones (escribe las letras de la primera columna en los paréntesis):

- | | |
|---|-------------------------|
| a) Un número disminuido en cinco | (c) $\frac{x}{2} + 1$ |
| b) El doble o duplo de un número | (f) $x, x+1$ |
| c) La mitad de un número aumentado en uno | (A) $y - 5$ |
| d) Un número al cuadrado | (b) $2y$ |
| e) Un tercio de un número disminuido en dos | (d) z^2 |
| f) Dos números consecutivos | (-) $\frac{y}{3} - 2$ |

Aquí el estudiante relacionó correctamente todas.

Pregunta 4b, 4c y 4e:

En estos ítems el 77%, 60% y 67% respectivamente, de los estudiantes indican que las expresiones dadas representan a ecuaciones, mientras que el 23%, 40% y 33% de los estudiantes indican que las expresiones dadas no representan a ecuaciones. Esto indica que la mayoría de las estudiantes si identifica a expresiones que representan a ecuaciones.

Pregunta 4a, 4d y 4f:

En estos ítems el 50%, 53% y 50% respectivamente, de los estudiantes indican que las expresiones dadas no representan a ecuaciones, mientras que el 50%, 47% y 50% de los estudiantes indican que las expresiones dadas representan a ecuaciones. Esto indica que la mitad de las estudiantes si identifica a expresiones que no representan a ecuaciones.

Se sugiere que los estudiantes deben construir cuándo una expresión algebraica representa a una ecuación, de acuerdo al análisis del grupo de preguntas 4 la mitad de los estudiantes está confundida con la representación de ecuaciones.

Consideramos analizar el desarrollo de este problema de dos estudiantes:

4. Señale si las expresiones representan o no a ecuaciones:

- | | | | |
|---------------|-----------|--------------|-------------|
| a) $2x^2+3-x$ | <u>No</u> | b) $3x+5=2$ | <u>SI</u> |
| c) $y=2x+3$ | <u>SI</u> | d) $3x+4y>2$ | <u>SI</u> ✗ |
| e) $0=2x-8$ | <u>SI</u> | f) $7-2x+5$ | <u>NO</u> |

El estudiante se equivocó solo en una.

4. Señale si las expresiones representan o no a ecuaciones:

- | | | | |
|---------------|-------------|--------------|-----------|
| a) $2x^2+3-x$ | <u>SI</u> ✓ | b) $3x+5=2$ | <u>SI</u> |
| c) $y=2x+3$ | <u>SI</u> | d) $3x+4y>2$ | <u>NO</u> |
| e) $0=2x-8$ | <u>SI</u> | f) $7-2x+5$ | <u>No</u> |

El estudiante se equivocó solo en una.

Pregunta 5a, 5c y 5e:

En estos ítems el 57%, 47% y 00% respectivamente, de los estudiantes representan correctamente las expresiones verbales a expresiones algebraicas, mientras que el 43%, 53% y 100% de los estudiantes no representan correctamente o dejan en blanco. Esto indica que en los dos primeros ítems casi la mitad de estudiantes representan expresiones verbales a algebraicas, pero el ítem 5e, es un ítem de alta demanda cognitiva por eso la totalidad de estudiantes no representaron correctamente.

Se sugiere que los estudiantes deben familiarizarse con los cambios de registros de representación, ya que esto será de mucha utilidad para plantear y resolver problemas.

Pregunta 5b, 5d y 5f:

En estos ítems el 67%, 57% y 67% respectivamente, de los estudiantes representan correctamente las expresiones algebraicas a expresiones verbales, mientras que el 33%, 43% y 33% de los estudiantes no representan correctamente las expresiones algebraicas a expresiones verbales o dejan en blanco.

Se sugiere que los estudiantes deben familiarizarse con los cambios de registros de representación, ya que esto será de mucha utilidad para plantear y resolver problemas.

5. Completa la siguiente tabla, ya sea en forma verbal o algebraica:

Nº	Lenguaje verbal	Lenguaje algebraico
a	El doble de un número aumentado en 7 es 23	$4^2 + 7 = 23$
b		$3x + 7 = 52$
c	El triple de la edad de Nátaly dentro de 5 años será 50.	$3x + 5 = 50$
d		$\frac{x}{2} + 3 = 7$
e	El perímetro de un rectángulo mide 28 cm y su base mide el triple de su altura.	
f	el doble de un número disminuido en 4 es igual a 16	$2y - 4 = 16$

5. Completa la siguiente tabla, ya sea en forma verbal o algebraica.

Nº	Lenguaje verbal	Lenguaje algebraico
a	El doble de un número aumentado en 7 es 23	
b	Un número multiplicado por 7 salga 52	$3x + 7 = 52$
c	El triple de la edad de Nátaly dentro de 5 años será 50.	
d		$\frac{x}{2} + 3 = 7$
e	El perímetro de un rectángulo mide 28 cm y su base mide el triple de su altura.	
f	el valor de un número que está a sea 16	$2y - 4 = 16$

Pregunta 6a, 6b y 6c:

En estos ítems el 37%, 00% y 03% respectivamente, de los estudiantes respondió correctamente las dos primeras y resolvió en la tercera, mientras que el 63%, 100% y 97% de los estudiantes no respondió correctamente las preguntas. Se observa que la mayoría

La pregunta 6 es una situación problemática para inducir a los estudiantes en la familiarización con los pasos de las situaciones didácticas de Brousseau. De acuerdo a esta Teoría de, a la mayoría de las estudiantes les fue difícil un tratamiento en el registro algebraico. Esto demuestra que la mayoría de las estudiantes no realizan la solución completa del problema porque no comprenden lo que se les pide hacer.

6. Responde las preguntas referidos al problema:
 Pedrito juega a las canicas, en el primer juego pierde $\frac{3}{5}$ de sus canicas, en el segundo juego pierde 7 canicas, quedándole la sexta parte de las canicas que tenía antes de empezar a jugar. ¿Con cuántas canicas empezó a jugar pedrito?
 a) La variable del problema es: _____
 b) ¿Qué datos conoces? yo conozco que en el primer juego perdio $\frac{3}{5}$ y en el segundo perdio 7 canicas.
 c) Plantea el problema algebraicamente y resuelve: _____

6. Responde las preguntas referidos al problema:
 Pedrito juega a las canicas, en el primer juego pierde $\frac{3}{5}$ de sus canicas, en el segundo juego pierde 7 canicas, quedándole la sexta parte de las canicas que tenía antes de empezar a jugar. ¿Con cuántas canicas empezó a jugar pedrito?
 a) La variable del problema es: _____
 b) ¿Qué datos conoces? perde $\frac{3}{5}$ de sus canicas y pierde 7
 c) Plantea el problema algebraicamente y resuelve: _____

Pregunta 7a:

En este ítem el 17% de los estudiantes resuelve la ecuación planteada, mientras que el 83% no la resuelve o deja en blanco. Esto indica que la mayoría de los estudiantes no pueden resolver ecuaciones que contienen signos de agrupación.

Pregunta 7b:

En este ítem el 73% de los estudiantes resuelve la ecuación planteada, mientras que el 27% no la resuelve o deja en blanco. Esto indica que la mayoría de los estudiantes si pueden resolver ecuaciones simples.

De acuerdo a las preguntas 7, los estudiantes no resuelven bien las ecuaciones lineales, porque utilizan en forma errónea las expresiones equivalentes, se equivocan al transponer términos o no operan fracciones correctamente.

7. Calcular el valor de "x" en las siguientes ecuaciones:

a. $7x+14=2(2x+3) - 1$

$$7x+14=4x+3 - 1$$

$$7x-4x=3-1-14$$

$$3x = -12$$

$$x = \frac{-12}{3}$$

b. $3y+4y+2=16$

$$3y+4y=16-2$$

$$7y = 14$$

$$y = \frac{14}{7}$$

$$y = 2$$

7. Calcular el valor de "x" en las siguientes ecuaciones:

a. $7x+14=2(2x+3) - 1$

b. $3y+4y+2=16$

4.2 Análisis de la sesión aplicando la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau

4.2.1 Diseño y aplicación de la secuencia didáctica

La secuencia didáctica ha sido elaborada de acuerdo a la Teoría de Situaciones Didácticas. Se presentan problemas contextualizados donde los alumnos en forma individual y grupal, partiendo de sus conocimientos previos, deberán enfrentar nuevas situaciones.

La secuencia didáctica consiste de dos actividades relacionadas, usando las variables micro didácticas descritas. En la dos primera se resolverán problemas contextualizados relacionados a balanzas, en la segunda se resolverá las situaciones problemáticas.

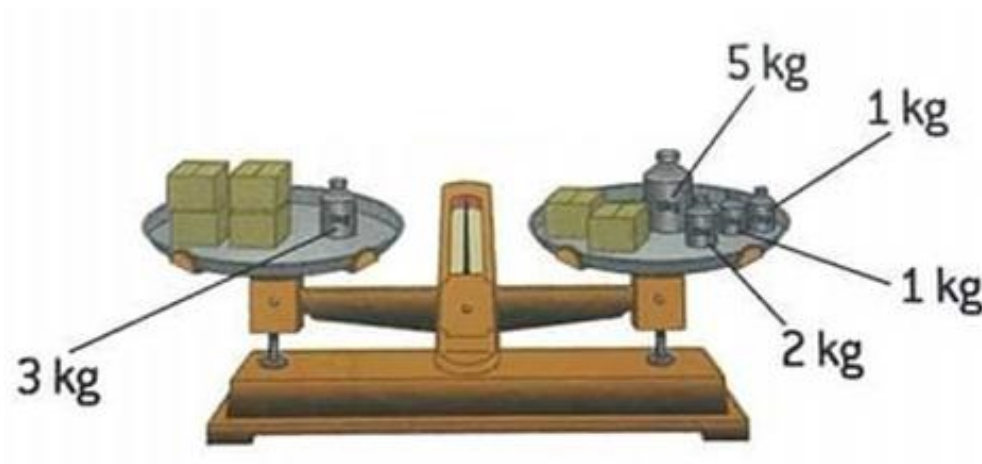
Cabe mencionar que el diseño de las actividades propuestas, inducen a pasar progresivamente por situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización.

Actividad 2

SITUACIÓN 1: RETOS CON LA BALANZA

El Profesor Valentin, presenta a sus estudiantes pesas y bloques en una balanza equilibrada. Les da la siguiente indicación: "Todos los bloques tienen el mismo

peso, los pesos de la pasas se indican”, retándolos a responder la cantidad de kg de cada bloque.



SECUENCIA DIDÁCTICA

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué entiendes cuando te indican que la balanza está equilibrada?

Situación de acción, se espera que los estudiantes individualmente escriban, ambos lados de la balanza tiene igual peso.

2. ¿Cuántos cubos hay en cada platillo y con qué letra representarías el peso que tiene cada cubo?

Situación de acción, se espera que los estudiantes individualmente escriban, en el primer lado hay 4 cubos y en el segundo lado hay 2 cubos, el peso de cada cubo lo represento con la letra “x”.

3. Escribe una ecuación que represente la situación.

Situación de formulación, se espera que los estudiantes escriban la representación algebraica de la situación: $4x+3=2x+9$ y comparen sus respuestas con sus compañeros.

4. Verifica tu respuesta, dando solución a la ecuación que escribiste.
-

Situación de formulación, se espera que los estudiantes resuelvan la ecuación: $4x+3=2x+9$, y comparen sus respuestas y procedimientos con sus compañeros.

Aquí el desarrollo de dos estudiantes de esta actividad

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué entiendes cuando te indican que la balanza está equilibrada?
es cuando los platillos pesan iguales.
2. ¿Cuántos cubos hay en cada platillo?
en cada platillo hay cuatro cubos
3. Escribe una ecuación que represente la situación.
 $3x+x = 9x+2$
4. Verifica tu respuesta, dando solución a la ecuación que escribiste.
mi respuesta es $4x = 11x$

$$3x+x = 9x+2$$

$$4x = 11x$$

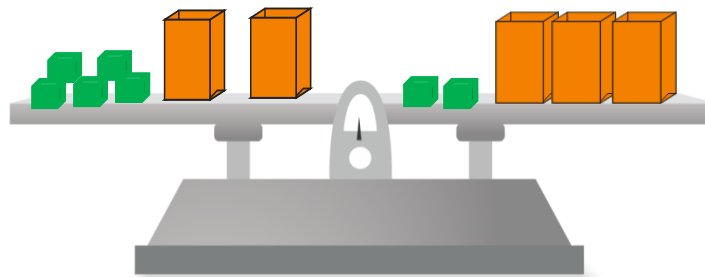
Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué entiendes cuando te indican que la balanza está equilibrada?
que lo que pesa en la primera balanza es igual a lo que pesa la segunda
2. ¿Cuántos cubos hay en cada platillo?
en el primero hay 4 y en el segundo hay 2
3. Escribe una ecuación que represente la situación.
 $4x + 3 = 2x + 5 + 1 + 1 + 2$
4. Verifica tu respuesta, dando solución a la ecuación que escribiste.
la respuesta es que cada cubo pesa 3 Kg

$$\begin{aligned}
 4x + 3 &= 2x + 5 + 1 + 1 + 2 \\
 4x - 2x &= 5 + 2 + 2 - 3 \\
 2x &= 9 - 3 \\
 2x &= 6 \\
 x &= 3 //
 \end{aligned}$$

SITUACIÓN 2.

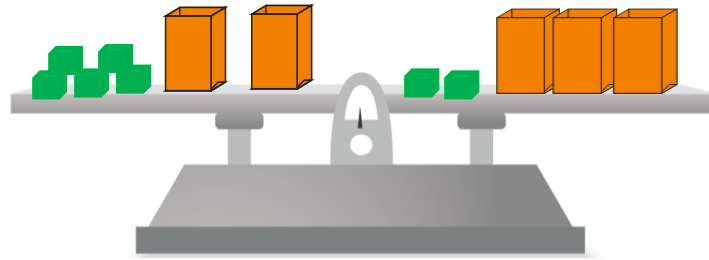
Si la siguiente balanza está equilibrada y cada bolsa contiene la misma cantidad de cubitos, determina la ecuación que representa la situación y halla la cantidad de cubitos que contiene cada bolsa.



SECUENCIA DIDÁCTICA:

Se utiliza una de las propiedades de la igualdad, que consiste en sumar o restar a cada miembro de la ecuación una misma cantidad. En este caso, se le retira a cada lado de la balanza el mismo peso para que siga en equilibrio.

Señale los objetos que vas a retirar de cada lado de la balanza, con un aspa (x):



Dibuja lo que queda en cada lado de la balanza:



La respuesta, los cubitos que contiene la bolsa, es: _____

Situación de validación, se espera que los estudiantes individualmente retiren objetos iguales, realicen el dibujo en el primer lado tres cubitos y en el segundo lado una bolsa, y escriban como respuesta el número tres. Discutan con sus pares sus procedimientos y respuesta, para luego socializar a todo el salón mediante la técnica de museo.

Se utiliza una de las propiedades de la igualdad, que consiste en sumar o restar a cada miembro de la ecuación una misma cantidad. En este caso, se le retira a cada lado de la balanza el mismo peso para que siga en equilibrio.

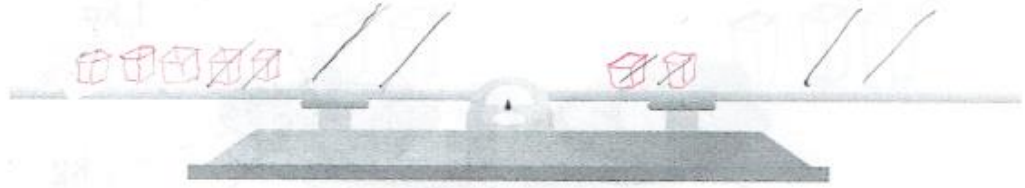


Se quita de cada lado de la balanza, objetos iguales, quedando:



La respuesta es: 3 = 3 quedaron iguales

Se utiliza una de las propiedades de la igualdad, que consiste en sumar o restar a cada miembro de la ecuación una misma cantidad. En este caso, se le retira a cada lado de la balanza el mismo peso para que siga en equilibrio.



Se quita de cada lado de la balanza, objetos iguales, quedando:



La respuesta es: 3 = x

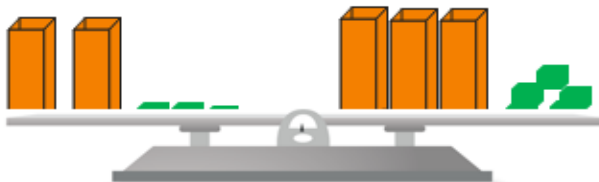
SITUACIÓN 3

Si cada bolsa es la incógnita y los cubos son constantes (unidad), determina la ecuación que corresponde a cada balanza en equilibrio y halla su conjunto solución.

BALANZA EQUILIBRADA

ECUACIÓN LINEAL







Situación de institucionalización, se espera que los estudiantes escriban la representación algebraica de cada balanza, proceden a resolver la ecuación planteada o proceden como en la situación 2, y comparan sus respuestas y procedimientos con sus compañeros de grupo, para luego socializar mediante una exposición en papelotes para todos sus compañeros y sacan sus conclusiones.

2) Si cada bolsa es la incógnita y los cubos son constantes, determina la ecuación que corresponde a cada balanza en equilibrio y halla su conjunto solución.

BALANZA EQUILIBRADA	ECUACIÓN LINEAL
	$x + 4 = x + 18$
	$2x + 3 = 3x + 5$
	$x + 15 = 3x + 1$

2) Si cada bolsa es la incógnita y los cubos son constantes, determina la ecuación que corresponde a cada balanza en equilibrio y halla su conjunto solución.

BALANZA EQUILIBRADA	ECUACIÓN LINEAL
	$x + 4 = 18 \cdot C.S. = \{14\}$
	$2x + 3 < 3x + 5 \cdot C.S. = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ $-2 < x$
	$x + 15 = 3x + 1 \cdot C.S. = \{7\}$

4.3 Análisis de los resultados de la prueba de la actividad 3

4.3.1 Análisis de resultados de la prueba de actividad 3 de capacidades.

Valorando la prueba de la actividad 3 en escala vigesimal, de los resultados de estudiantes de la muestra motivo de la siguiente investigación, se tiene las puntuaciones siguientes:

18 15 13 10 11 8 12 15 16 11 14 13 12 13 13 12 15 11 6
15 17 12 12 14 11 13 11 7 11 19

Tabla 4
Puntaje logrado y porcentaje de la prueba de Actividad 3

Escala literal	Intervalos	Frecuencia	Porcentaje
Inicio	0 a 10	04	13
Proceso	11 a 13	15	50
Logro esperado	14 a 17	10	33
Logro destacado	18 a 20	02	07
Total		30	100

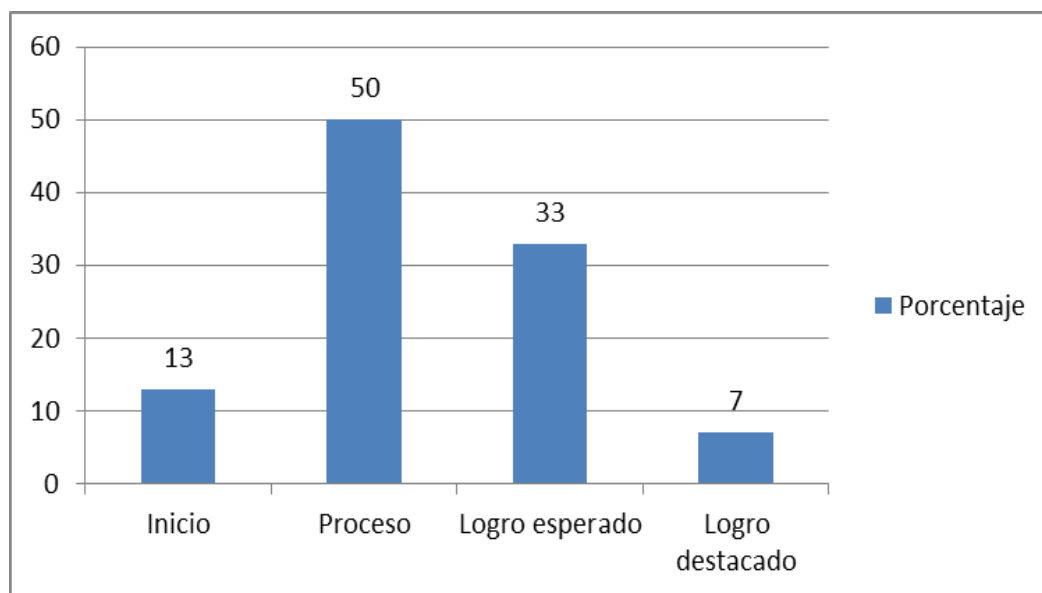


Figura 2. Porcentaje de la prueba de Actividad 3

En la tabla 03 y gráfico 02 se observa que: el 13% de los estudiantes están en escala literal de calificación INICIO, 50% en PROCESO, 33% en LOGRO ESPERADO y 07% en LOGRO DESTACADO. Esto indica que el mayor porcentaje de estudiantes están en PROCESO, y sólo un menor porcentaje está in inicio.

Los puntajes mínimo y máximo son: mínimo es 06 y máximo es 19.

El promedio ponderado es: $380/30=12,67$ puntos que corresponde a la escala literal PROCESO.

La varianza de las puntuaciones es: 8,57

La desviación estándar es: 2,93

4.3.2 Análisis de los resultados de los ítems de la prueba de actividad 3 de capacidades.

En las situaciones que continúan se les presenta a los estudiantes la balanza con unas figuras de pesos conocidos y desconocidos ubicados en los platillos, dificultad para que los estudiantes pongan a prueba sus conocimientos. Es importante resaltar la importancia de esta sección, puesto que permite a los estudiantes dar cuenta de las operaciones (inversas) que deben realizar para solucionar una ecuación.

Tabla 5
Resultados de Actividad 03

Pregunta	Responde correctamente		Responde con errores		No responde o responde incorrectamente	
	Cantidad	%	Cantidad	%	Cantidad	%
1	24	80	4	13	2	07
2	18	60	0	00	12	40
3	20	67	0	00	10	33
4	2	07	0	00	28	93
5	11	37	7	23	12	40
6	1	03	5	17	24	80

Situación de Institucionalización, se espera que los estudiantes escriban la representación algebraica de la balanza, ejercicio y/o situación, luego proceden a

resolver la ecuación planteada o proceden como en la actividad 2, y comparan sus respuestas y procedimientos con sus compañeros de grupo, para luego socializar mediante una exposición en papelotes para todos sus compañeros y sacan sus conclusiones.

Pregunta 1:

En este ítem el 80% de los estudiantes procedió correctamente con la resolución de la situación, mientras que el 13% resolvió con errores y 7% de los estudiantes resolvió se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes entienden o les ha servido la experiencia para resolver situaciones de esta naturaleza.

Se sugiere a los estudiantes que respondieron o no respondieron se familiaricen con la construcción de los procesos de una secuencia didáctica.

¿Cuánto pesa cada lata? pesa 2kg

Explica razonadamente cómo lo has averiguado.
lo he averiguado haciendo la ecuación

Plantea una ecuación y resuelve:

$$\begin{aligned}
 x + 5 &= 3x + 1 \\
 x - 3x &= 1 - 5 \\
 -2x &= -4 \\
 x &= \frac{-4}{-2} \\
 x &= 2
 \end{aligned}$$

¿Cuánto pesa cada lata? 2

Explica razonadamente cómo lo has averiguado.
lo he resuelto algebraicamente y también lo he hecho haciendo

Plantea una ecuación y resuelve:

$$\begin{aligned}
 x + 5 &= 3x + 1 \\
 5 - 1 &= 3x - x \\
 4 &= 2x \\
 2 &= x
 \end{aligned}$$

Pregunta 2 y 3:

En estos ítems el 60% y 67% respectivamente de los estudiantes procedió correctamente con la resolución de las situaciones, mientras que el 40% y 33% de los estudiantes resolvió con errores o se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes entienden o les ha servido la experiencia para resolver situaciones de esta naturaleza.

2.- Esta balanza está en equilibrio. Las bolas pesan todas igual. Ten en cuenta que las operaciones que hagas con la balanza deben mantenerla en equilibrio. ¿Cuánto pesará cada bola? Plantea la ecuación y resuelve:

$$5x + 10 = 3x + 16$$

$$6x - 3x = 16 - 10$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

Rpta: cada bola pesara 3 kg

3.- Esta balanza está en equilibrio. ¿Cuánto pesa una botella? Plantea la ecuación y resuelve:

$$2x + 3 = 3x + x$$

$$2x - 3x = x - 3$$

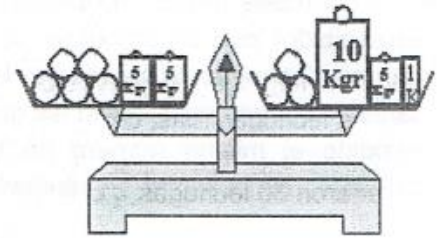
$$-x = -3$$

$$x = \frac{-3}{-1}$$

$$x = 3$$

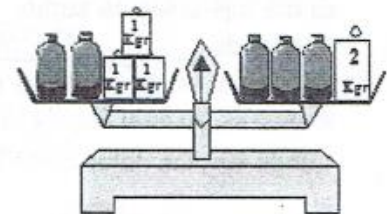
2.- Esta balanza está en equilibrio. Las bolas pesan todas igual. Ten en cuenta que las operaciones que hagas con la balanza deben mantenerla en equilibrio. ¿Cuánto pesará cada bola? Plantea la ecuación y resuelve:

$$\begin{aligned}
 5x + 5 + 5 &= 3x + 10 + 5 + 1 \\
 5x + 10 &= 3x + 16 \\
 5x - 3x &= 16 - 10 \\
 2x &= 6 \\
 x &= \frac{6}{2} \\
 x &= 3
 \end{aligned}$$



3.- Esta balanza está en equilibrio. ¿Cuánto pesa una botella? Plantea la ecuación y resuelve:

$$\begin{aligned}
 2x + 3 &= 3x + 2 \\
 3 - 2 &= 3x - 2x \\
 1 &= x
 \end{aligned}$$



Pregunta 4:

En este ítem el 07% de los estudiantes resolvió correctamente la situación, mientras que el 93% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que la mayoría de las estudiantes no entienden o tienen dificultades para resolver ecuaciones lineales.

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones, quitando primero paréntesis:

<p>a) $2x + 5(3x - 1) = x - 13$</p> $2x + 5(3x) = x - 13$ $2x + 15x = x - 13$ $17x = -13$ $x = \frac{-13}{17}$ $x = -\frac{13}{17}$	<p>b) $5 - 4(2x - 3) = 2x + 7$</p> $5 - 4(-1x) = 9x$ $5 + 4x = 9x$ $5 = 9x - 4$ $5 = 5x$ $x = \frac{5}{5}$ $x = 1$	<p>c) $3x + 2(4x - 1) = x + 18$</p> $3x + 2(3x) = x + 18$ $3x + 6x = 18x$ $9x = 18x$ $x = \frac{18}{9}$ $x = 2$
--	---	--

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones, quitando primero paréntesis:

a) $2x + 5(3x - 1) = x - 13$ b) $5 - 4(2x - 3) = 2x + 7$ c) $3x + 2(4x - 1) = x + 18$

$2x + 15x - 5 = x - 13$ $5 - 8x + 12 = 2x + 7$ $3x + 8x - 2 = x + 18$

$17x - 5 = x - 13$ $17 - 8x = 2x + 7$ $11x - 2 = x + 18$

$16x = -8$ $17 - 7 = 10x$ $10x = +18 + 2$

$x = \frac{-8}{16}$ $10 = 10x$ $10x = 20$

$x = -\frac{1}{2}$ $1 = x$ $x = 2$

Pregunta 5:

En este ítem el 37% de los estudiantes siguió correctamente con los procesos de situaciones didácticas, el 23% resolvió con errores y el 40% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que casi la mitad de los estudiantes no entienden o tienen dificultades para seguir los pasos de situaciones didácticas.

5.- Juanita llena botellas iguales, con agua de un bidón. Después de llenar dos botellas, quedó 7 litros de agua en el bidón. Luego vertió el agua de las botellas nuevamente en el bidón, y seguidamente llenó cuatro botellas, quedando 2 litros de agua en el bidón.

Responde las siguientes preguntas:

a) Determina la ecuación que permita calcular la capacidad de las botellas.

$2x + 7 = 4x + 2$

$2x - 4x = 2 - 7$

$-2x = -5$

$x = \frac{5}{2} \quad x = 2,5$

b) ¿Qué capacidad tienen las botellas?

tiene la capacidad de 2,5

c) ¿Cuántos litros de agua contiene el bidón?

contiene 10 litros de Agua



5.- Juanita llena botellas iguales, con agua de un bidón. Después de llenar dos botellas, quedó 7 litros de agua en el bidón. Luego vertió el agua de las botellas nuevamente en el bidón, y seguidamente llenó cuatro botellas, quedando 2 litros de agua en el bidón.

Responde las siguientes preguntas:

a) Determina la ecuación que permita calcular la capacidad de las botellas.

$$2 \boxed{x} + \boxed{7} = 4 \boxed{x} + \boxed{2}$$

$$7 - 2 = 4x - 2x$$

$$5 = 2x$$

$$\frac{5}{2} = x$$

b) ¿Qué capacidad tienen las botellas?

tiene la capacidad de $\frac{5}{2} = 2,5$

c) ¿Cuántos litros de agua contiene el bidón?

tiene 12 litros



Pregunta 6:

En este ítem el 03% de los estudiantes siguió correctamente con los procesos de situaciones didácticas, el 17% resolvió con errores y el 80% de los estudiantes se equivocó. Esto indica que casi la totalidad de los estudiantes no entienden o tienen dificultades para seguir los pasos de situaciones didácticas, debido que esta situación es de alta demanda cognitiva.

Se sugiere a los estudiantes que respondieron o no respondieron se familiaricen con la construcción de los procesos de una secuencia didáctica.

Resolución:

Sea "x" el número de lechuga que se vendió el miércoles.

El día miércoles se surtió: 90 lechugas., ese día se vendió 60, quedando 30 lechugas.

El jueves en la mañana el encargado del almacén decidió reponer 30 lechugas. Al final del día se vendió 30 lechugas.

Luego con los datos, planteamos la siguiente ecuación: $180 - \boxed{90} - \boxed{30} = 30$

Resolviendo $x = \boxed{2}$

$$90 - 30 = 30$$

$$60 = 30$$

$$\frac{60}{30} = 2$$

Respuesta: se quedaron 2 lechugas

Resolución:

Sea "x" el número de lechuga que se vendió el miércoles.

El día miércoles se surtió: 90 lechugas., ese día se vendió X, quedando 90-X.

El jueves en la mañana el encargado del almacén decidió reponer 90-X-120 = 60 lechugas. Al final del día se vendió 90-X lechugas.

Luego con los datos, planteamos la siguiente ecuación: $180 - \boxed{x} - \boxed{120} = 30$

Resolviendo $x = \boxed{30}$

Respuesta: 30

CONCLUSIONES

- Según el análisis de los aprendizajes del grupo de investigación, en los resultados de la prueba de diagnóstico de ecuaciones lineales no fue satisfactorio en los estudiantes del 2° Grado de Educación Secundaria Nuestra señora de Alta Gracia de la Región Puno. Dado que el 77% de los estudiantes están en la escala de calificación en inicio, corresponde a la escala vigesimal notas menor a 11, significa estudiantes con calificativos desaprobados.
- La aplicación de las situaciones didácticas de Brousseau mejora el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado en los estudiantes del 2° Grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Secundaria Nuestra señora de Alta Gracia de la Región Puno. En la fase de acción los estudiantes comprenden el problema, en la fase de formulación aplican alguna estrategia de resolución que conocen, en la fase de validación discuten con sus pares defendiendo su posición y en la fase de institucionalización fijan conocimientos con la ayuda del docente.
- El nivel de aprendizaje del grupo investigación, en los resultados de la prueba de proceso de desarrollo de secuencia didáctica sobre ecuaciones de primer grado fue satisfactorio en los estudiantes del 2° Grado de Educación Secundaria Nuestra señora de Alta Gracia de la Región Puno. En la actividad 3 se observa que el 87% de los estudiantes están en la escala de calificación de proceso a logro destacado, corresponde a la escala vigesimal notas mayo a 10, significa estudiantes con calificativos aprobados.

RECOMENDACIONES

- Brindar a los docentes orientaciones sobre la aplicación de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, ello les permitirá desarrollar, organizar y mejorar su labor docente en aula día a día.
- La aplicación del módulo de la situación didáctica de Brousseau permitió a los estudiantes mejorar en la resolución de problemas que involucran ecuaciones primer grado, mediante sesiones de problemas contextualizados en estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa Secundaria Nuestra Señora de Alta Gracia. Por lo tanto, recomendamos a los docentes hacer uso de la situación didáctica de Brousseau en desarrollo de las sesiones de aprendizaje de matemática.
- Incentivar y capacitar a los profesores de la Institución Educativa Secundaria Nuestra Señora de Alta Gracia, en el desarrollo de los temas usando las situaciones didácticas de Brousseau.
- Repetir las situaciones didácticas planteadas en esta tesis en diferentes contextos, estudiantes y niveles. Para así estudiar el fenómeno de reproducibilidad de situaciones didácticas. Así como Crear más situaciones de aprendizaje relativas a los sistemas de ecuaciones lineales.

BIBLIOGRAFÍA

- Advíncula, C. y Elizabeth, M. (2010). *Una Situación didáctica para la enseñanza de la función exponencial, dirigida a estudiantes de las carreras de humanidades*. Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.
- Alsina, C. (2000). *Invitación a la Didáctica de la geometría*. España: Editorial Síntesis, S.A.
- Arcà, M., Guidoni, P., y Mazzoli, P. (1990). *Enseñar ciencia. Cómo empezar: reflexiones para una educación científica de base*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Arenas, S. y Bibiana, S. (2013). *Las ecuaciones lineales, desde situaciones cotidianas* (Tesis de maestría). Facultad de Ciencias, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia.
- Artigue, M. (1985). *Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*.
- Artigue, M. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial IBEROAMÉRICA S.A
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Grupo editorial Iberoamericano
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (1998). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá, Colombia: Editorial Thomson.
- Avanzini, G. (1998). *La pedagogía desde el siglo XVII hasta nuestros días*. México D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Bogdan, R. y Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Portugal: Porto Editora, Ltda.

- Brousseau, G. (1978). *Los diferentes roles del maestro*. En Parra, C. y Saiz, I. (Eds.): Didáctica de las matemáticas. Buenos Aires: Paidós.
- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas*. Universidad de Burdeos. (Traducción de J. Centeno y otros). Francia.
- Brousseau, G. (1989). *Fundamentos de didáctica de la matemática*. Universidad de Zaragoza. Zaragoza, España.
- Brousseau, G. (1992). *La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática*. Universidad de Burdeos su contribución teórica esencial al campo de la Didáctica de la Matemática.
- Brousseau, G. (1994). *Los diferentes roles del maestro*. En Parra, C. y Saiz, I. (Eds.): Didáctica de las matemáticas. (p. 65-95) Buenos Aires: Paidós.
- Caballero, M. (2010). *Concepciones y enseñanza del concepto ecuación lineal. Un estudio con profesores de bachillerato* (Tesis de licenciatura). Universidad Autónoma de Yucatán. Mérida, Yucatán, México.
- Cardona, M. (2007). *Desarrollando el pensamiento algebraico a través de la resolución de problemas* (Tesis de maestría). Recuperada de http://www.upnfm.edu.hn/bibliod/images/stories/Tesis/manuel_antonio_cardona_marquez.pdf.
- Chávez, C. y León A. (2007). *La Biblia de las matemáticas*. España: Ediciones Cartoné.
- Chavez, J. (2013). *Propuesta de una secuencia didáctica para la enseñanza de porcentajes a estudiantes de administración y sistemas* (Tesis de maestría). Escuela de Posgrado, Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (2005). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. España: Editorial Horsori.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. AIQUE, Argentina.
- Cifuentes, A., Dimaté L., Rincón, A. y Velásquez, J. (2012). *Análisis didáctico en la práctica de la formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria. Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD 1* (pp. 85-1152). Bogotá: Universidad de los Andes. Recuperada de http://funes.uniandes.edu.co/1891/1/Capitulo3_G2_EcuacionesLinealesUnaIncognita_.pdf
- Coffey, A. y Atkinson, P. (2003). *Encontrar El Sentido a Los Datos Cualitativos*. Colombia: Universidad Nacional de Antioquia.

- Corrales, M. y Obando, A. (2004). *Matemática introductoria. Educación a distancia*. (Tomo I). San José, Costa Rica: Asociación de editoriales universitarias de América Latina y el Caribe, EULAC.
- Douady, R. (1996). *Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde*. En Barbin, E., Douady, R. (Eds.). Enseñanza de las matemáticas: Relación entre saberes, programas y prácticas. Francia. Topiques éditions. Publicación del I.R.E.M.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano*. Colombia: Universidad del Valle. Grupo de Educación Matemática.
- Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo*. (Tesis de Maestría no publicada). Área de Educación Superior, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav IPN, México.
- Figuroa, R. (2013). *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas* (Tesis de maestría). Escuela de Posgrado, Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.
- Flores, A. (2006). *Álgebra*. México. D. F.: Progreso S. A. de C. V.
- Goodman, A. & Hirsch, L. (1996). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México D.F. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.
- Gálvez, R. (2008). *Matemática. Tercero de secundaria – MINEDU*. Lima: Ediciones El Nosedal.
- Gómez, M. (2003). *Estudio teórico, desarrollo, implementación y evaluación de un entorno de enseñanza colaborativa con soporte informático (CSCL) para matemáticas* (Tesis de Doctorado). Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.
- Haeussler, E. F. y Paul, R. S. (2004). *Matemáticas para Administración y Economía*; (11va Ed.). México: Edit. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Labrador, D. y Maita, M. (2011). *Una experiencia didáctica: El aprendizaje de ecuaciones de primer grado usando actividades lúdicas*. Investigaciones interactivas Cobaind. Recuperada de <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/35435/1/experienciadidáctica.pdf>.
- Lazaro, F. (2004.). La enseñanza de las matemáticas, ¿en camino de transformación? *Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 2(6): 80-106. 2.

- Lezaman, J. (1994). Un estudio de reproducibilidad de situaciones didácticas: un enfoque sistémico. *Acta Latinoamericana De Matemática Educativa* (17).
- Luceño, J. (1999). *Resolución de problemas aritméticos en el aula*. Málaga. España: Ediciones Aljibe.
- Maffey, S. (2006). *Estudio sobre la meta cognición y competencia de profesores y estudiantes en relación al tema de Las ecuaciones lineales* (Tesis para obtener el grado de maestro en ciencias en matemática educativa). Recuperada de http://www.matedu.cicata.ipn.mxtesis/maestria/maffey_2006.pdf.
- Miller C., Heeren V. y Hornsby J. (2006). *Matemática razonamiento y aplicaciones*. (10ma Ed.). México, S.A.: C.V. Pearson Educación.
- Monereo, C. y Castelló, M. (1997). *Las estrategias de aprendizaje. Cómo incorporarlas a la práctica educativa*. Barcelona: Edebé.
- Moreno, R. (2012). *La influencia de la resolución de problemas en el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado en la escuela secundaria* (Tesis para obtener el grado de maestro en educación). Recuperada de http://www.upd.edu.mx/docprueba/publicaciones/tesis_maestria/influencia_resolucion_problemas.pdf
- Muñoz, J., Erazo, L. y Marmolejo, G. (2013). La conversión en la resolución de ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita. Un análisis semiótico de libros de texto. *Revista científica y tecnológica, edición especial*. Recuperada de <http://biblioteca.udenar.edu.co:8085/atenea/biblioteca/90511.pdf>
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM
- Panizza, M., Sadovsky, P. y Sessa, C. (1995). *Los primeros aprendizajes de las herramientas algebraicas. Cuando las letras entran en la clase de matemática. Comunicación realizada a la sección REM de la reunión anual de la Unión Matemática*. Córdoba, Argentina.
- Palmer C., Bibb S., Jarvis J. y Mrachek A. (2004). *Matemáticas prácticas*. (2da Ed.) España: Reverté, S.A.
- Pastor, A., Escobar, D., Mayoral, E. y Ruíz, F. (2011). *Matemática. Cultura General*. Nivel II. Madrid, España. Ediciones Paraninfo, S.A.
- Perú (2013). *Mapas de progreso*. Ministerio de Educación del Perú. Lima.
- Perú (2015). *Rutas de Aprendizaje*. Ministerio de Educación del Perú. Lima.
- Perú (2017). *Unidad de Medición de Calidad Educativa*. Ministerio de Educación del Perú. Lima.

- Pozas, D. y Guevara, M. (2009). La construcción del lenguaje algebraico desde la resolución de problemas. *Revista Novedades Educativas*: 60-63. Lima, Perú.
- Reaño, C. (2011). *Sistemas de Inecuaciones lineales con dos incógnitas y problemas de programación lineal. Una mirada desde la teoría de Situaciones Didácticas* (Tesis de maestría). Escuela de Posgrado, Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.

ANEXOS

Anexo 1. Módulo de aprendizaje**Las ecuaciones en nuestra vida cotidiana****I. Datos Generales.-**

Área : Matemática

Grado : 2do

Duración: 12 hrs pedagógicas

Docente : Valentin Berdusco Quentasí

II. Justificación.-

A nivel de todos los estudiantes se encuentra que la mayoría no logran desarrollar el dominio de ecuaciones lineales por ello se pretende dar realce con las situaciones didácticas de Brousseau para el logro de aprendizaje de ecuaciones lineales.

III. Competencia.-

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad equivalencia y cambio.

IV. Capacidades específicas.-

- Matematiza situaciones.
- Comunica y representa ideas matemáticas
- Elabora y Usa estrategias
- Razona y argumenta generando ideas matemáticas

V. Contenidos específicos.-

- Ecuación lineal
- Identificación de ecuaciones lineales
- Planteo de ecuaciones lineales
- Resolución de problemas de ecuaciones lineales.

VI. Estrategias.-

- Conversan acerca de cómo podría ser un método para reconocer una ecuación lineal.
- Utilizando diversos programas para identificar ecuaciones lineales.
- Trabajando con material concreto, indagan acerca de las características de las ecuaciones lineales.

a lograr		Materiales	po	
Identifica la ecuación lineal.	<ul style="list-style-type: none"> • Observan y describen formas de ecuaciones lineales en la balanza. • Conversan sobre qué formas conocen, qué métodos conocen para resolver dichos ejercicios propuestos con las balanzas. 	Hoja de Lectura	40 m	Matematiza Identifica relaciones no explícitas en condiciones de igualdad al expresar modelos relacionados a ecuaciones lineales con una incógnita.
Identifica elementos de una ecuación lineal.	<ul style="list-style-type: none"> • Asocian un repertorio de resolución de ecuaciones que les proporciona el docente (fichas prácticas) • De un conjunto de problemas de ecuaciones lineales, eligen una cualquiera y buscan resolver lo más parecida posible a la forma elegida. 	Pc Computadoras.	40 m 40 m	Selecciona y usa modelos referidos a ecuaciones lineales al plantear y resolver problemas. Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema.
Resuelve problemas de la vida cotidiana que impliquen las ecuaciones.	<ul style="list-style-type: none"> • Explican por qué les parece más fácil resolver dicho problema. • Definen una ecuación lineal y sus elementos. • Manipula y señala los tipos de balanzas en la computadora. 	Plumones Cartulina	40 m 40 m	Comunica Describe una ecuación lineal reconociendo y relacionando los miembros, términos, incógnitas y su solución.
	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican problemas relacionados de ecuaciones lineales de su entorno. 	Tijera	40 m	Emplea gráficas, tablas que expresan ecuaciones lineales de una incógnita para llegar a conclusiones.
	<ul style="list-style-type: none"> • Realizan actividades para clasificar ecuaciones lineales. 	Goma	40 m	Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas.
	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajando en grupos, resuelven problemas de ecuaciones lineales que represente diversos temas relacionándolo con los componentes de álgebra, estadística, etc. 	Cajas	40m	Elabora y Usa estrategia Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas de ecuaciones lineales expresadas con decimales o enteros.
	<ul style="list-style-type: none"> • Guiados por el docente comentan sobre los problemas resueltos de modo de corregir posibles errores. 	Botellas	40 m	Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema.
	<ul style="list-style-type: none"> • Se concluyen el módulo se realiza la retroalimentación de: 	Pelotas	70m	Razona y argumenta
	<ol style="list-style-type: none"> 1) Las ecuaciones lineales sus elementos y características. 2) Resuelven problemas relacionados con su entorno. 	Esferas		Plantea conjeturas a partir de reconocer pares ordenados que sean solución de ecuaciones lineales de dos incógnitas.
	<ol style="list-style-type: none"> 3) Se aplica práctica calificativa 4) Ficha de coevaluación, metacognición y autoevaluación. 	Multimedia		Prueba las propiedades aditivas y multiplicativas subyacentes en las transformaciones de equivalencia.
		PC		Identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otro

VII. Indicadores actitud ante el área

VALOR	Indicadores	Instrumentos
RESPECTO	<ul style="list-style-type: none"> • Respeto a los demás y es flexible frente a la diferencia de procedimientos para resolver un mismo problema. • Cumple con las tareas en grupo. • Se interesa por la búsqueda de soluciones propias a las ecuaciones lineales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ficha de actitud ante el área.

VIII. METODOLOGÍA

- LINEAMIENTOS METODOLÓGICOS
 - Aprender en colaboración.
 - Organizarse. Trabajar en forma grupal.
 - Fomentar el debate y la crítica.
 - Aprender a partir del juego.
 - Desarrollar la confianza, la autonomía, y la experiencia directa.
 - Utilizar la potencialidad de representación activa del conocimiento:
 - La interpretación de mapas conceptuales, diagramas y gráficos
 - Presentaciones en computadoras (por ejemplo, en el programa con las balanzas)

*** TÉCNICAS Y PROCEDIMIENTOS**

- Diálogo
- Lluvia de ideas
- Dinámica grupal
- Observación
- Torbellino de ideas
- Experimentación y discusión.

*** TÉCNICAS COGNITIVAS**

- Mapas conceptuales
- Mapas semánticos
- Organizadores visuales
- Cuadros comparativos

IX. Instrumentos de evaluación

TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
Observación	Lista de cotejo
Prueba Oral	Fichas de observación
Encuesta	Prueba escrita
Exposición de un tema	Fichas de trabajo individual y grupal.
Trabajo práctico individual y grupal	Fichas de autoevaluación, coevaluación y metacognición.
Trabajo de investigación	

X. Bibliografía

PARA EL ALUMNO:

- Libro de Matemática IV del MED
- MANUEL COVEÑAS: Matemática V. Lima: Editorial Bruño, 2008

PARA EL DOCENTE:

- Departamento Editorial Santillana, MATEMÁTICA V (INNOVA). Lima: Santillana S.A.; 2008.

Anexo 2. Actividad de diagnóstico

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE
“ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICO”

Módulo	01
Sesión	01

Área	Grado	Sección	Docente	Duración	Fecha
Matemática	segundo	Única	Valentin Berdusco Quentasi	120 min	28-09-2016

APRENDIZAJES ESPERADOS *¿qué lograré en esta sesión?*

Competencia	Indicador
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Identifica relaciones no explicitas en condiciones de igualdad al expresar modelos relacionados a ecuaciones lineales con una incógnita.
	Selecciona y usa modelos referidos a ecuaciones lineales al plantear y resolver problemas
	Describe una ecuación lineal reconociendo y relacionando los miembros, términos, incógnitas y su solución.
	Emplea gráficas, tablas que expresan ecuaciones lineales de una incógnita para llegar a conclusiones.
	Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas de ecuaciones lineales expresadas con decimales o enteros.
	Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema
Prueba las propiedades aditivas y multiplicativas subyacentes en las transformaciones de equivalencia.	

EVALUACIÓN *¿Cómo verificaré que están aprendiendo?*

Tipo	Técnica	Escala de observación. examen	Instrumento	
Heteroevaluación	<i>¿Cómo voy a evaluar?</i>		<i>¿Con qué voy a evaluar?</i>	-Ficha de observación -Prueba.

RECURSOS *¿Qué recursos utilizaré como apoyo para lograr los aprendizajes esperados?*

Materiales	Escenarios	Aula de la Institución educativa.	Actores	
<i>¿Qué utilizaré?</i>	<i>¿Dónde desarrollaré?</i>		<i>¿Quiénes participarán?</i>	Estudiantes

SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN

ESTRATEGIAS /ACTIVIDADES
¿Qué acciones desarrollar para el logro y desarrollo de las competencias y capacidades en los estudiantes?

Inicio		25 min.
	Motivación, evaluación y desarrollo de actitudes permanente El docente saluda a los estudiantes, consensuan las normas de convivencia, inicia la sesión mencionando el título de la sesión y el aprendizaje a trabajar, luego comenta lo siguiente: “El docente ingresa al aula, saluda a los estudiantes y promueve que estos se saluden. En seguida el docente indica el propósito de esta sesión:” Resolver una ficha de diagnóstico” El docente presenta los instrumentos con los que serán evaluados los estudiantes (anexos 1).	
Desarrollo	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes de manera personal resuelven la ficha de diagnóstico, el docente les da un tiempo. Finalizada la actividad, el docente solicita a tres parejas a compartir sus respuestas, argumentando procedimientos y propiedades aplicadas, para ser validadas por sus compañeros y el docente. 	75 minutos
Cierre	Motivación, evaluación y desarrollo de actitudes permanente	10 minutos

	<p>El docente induce a los estudiantes a que reflexionen mediante las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué procesos te ayudó para resolver dichas preguntas? • ¿Qué dificultades encontraste al resolver la ficha? • ¿Qué te agradó más de la ficha? • ¿Fue difícil encontrar errores en la argumentación de tu compañero? ¿Por qué? • ¿Cómo harías para saber si un número es la solución de la ecuación? • ¿Qué te agradó más sobre el tema? ¿Por qué? 	
--	---	--

TAREA O TRABAJO EN CASA:

El docente menciona que para la próxima sesión investiguen a cerca de una ecuación.

¿Cumplí con los propósitos?	Si	No	¿Se aclararon las dudas?	Si	No
¿Mis alumnos mostraron interés?	Si	No	¿Participo la mayoría?	Si	No
¿Es necesario replanificar la sesión?	Si	No	Otros		

Materiales y Recursos

Texto escolar. Matemática 2.

Manual para el docente. Matemática 2.

Papelotes, papeles, cinta adhesiva, plumones, tizas y pizarra.

Ficha diagnostico (anexo 1).

Docente del área

V°B° (de la autoridad)

Ficha de observación

Docente: _____ grado: _____

Escribe en cada indicador el logro de aprendizaje del estudiante de acuerdo a la siguiente escala.

C: en inicio B: en proceso A: logrado AD: logro destacado

APELLIDOS Y NOMBRES	Interpreta datos y los expresa mediante una ecuación al resolver problemas que involucren el uso de las propiedades de igualdad.	identifica errores en los argumentos de sus compañeros	Justifica sus procedimientos teniendo en cuenta los criterios de equivalencia

Anexo 1
ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICO

Estudiante: _____ Grado: ____ Sección: _____

Responde los siguientes ítems desde tus conocimientos previos. La idea es ayudar a tu profesor a tener una idea clara sobre lo que conoces de las ecuaciones.

- Empareje los términos con sus respectivas definiciones (escribe las letras de la primera columna en los paréntesis de la segunda columna):
 - a) Ecuación () Signo de equivalencia (=)
 - b) Variable () Número que acompaña a la variable
 - c) Término () Suma, resta, multiplicación, división, etc
 - d) Igualdad () Incógnita cuyo valor se desconoce
 - e) Coeficiente () Igualdad que se verifica para ciertas variables
 - f) Operación matemática () Expresión que tiene coeficiente y variable.

- Identifique e indique la cantidad de términos, las variables y los coeficientes en las siguientes expresiones de la tabla:

EXPRESIONES	Número de términos	Las variables	Los coeficientes
$5x+3z$			
$15xyz-7x+3w-y$			
$2x^2+3x-2$			
$3x+3=4y-1$			
$3ab+2cd=5$			

- Empareje los enunciados con sus respectivas expresiones (escribe las letras de la primera columna en los paréntesis):

- a) Un número disminuido en cinco () $\frac{x}{2} + 1$
- b) El doble o duplo de un número () $x, x+1$
- c) La mitad de un número aumentado en uno () $y - 5$
- d) Un número al cuadrado () $2y$
- e) Un tercio de un número disminuido en dos () z^2
- f) Dos números consecutivos () $\frac{y}{3} - 2$

- Señale si las expresiones representan o no a ecuaciones:

- a) $2x^2+3-x$ ___
- b) $3x+5=2$ ___
- c) $y=2x+3$ ___
- d) $3x+4y>2$ ___
- e) $0=2x-8$ ___
- f) $7-2x+5$ ___

¿Por qué representan a ecuaciones? _____

- Completa la siguiente tabla, ya sea en forma verbal o algebraica:

Nº	Lenguaje verbal	Lenguaje algebraico

a	El doble de un número aumentado en 7 es 23	
b		$3x+7=52$
c	El triple de la edad de Nátaly dentro de 5 años será 50.	
d		$\frac{x}{2} + 3 = 7$
e	El perímetro de un rectángulo mide 28 cm y su base mide el triple de su altura.	
f		$2y-4=16$

6. Responde las preguntas referidos al problema:

Pedrito juega a las canicas, en el primer juego pierde $\frac{3}{5}$ de sus canicas, en el segundo juego pierde 7 canicas, quedándole la sexta parte de las canicas que tenía antes de empezar a jugar. ¿Con cuántas canicas empezó a jugar pedrito?

a) La variable del problema es: _____

b) ¿Qué datos conoces? _____

c) Plantea el problema algebraicamente y resuelve: _____

7. Calcular el valor de "x" en las siguientes ecuaciones:

a. $7x+14=2(2x+3) - 1$

b. $3y+4y+2=16$

Anexo 3. Planificación de la sesión de aprendizaje

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

Grado: Segundo

Duración: 2 horas pedagógicas

MODULO
NÚMERO DE SESIÓN
01/02

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

Balanceando expresiones y descubriendo incógnitas

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y	Matematiza situaciones	<ul style="list-style-type: none"> Identifica relaciones no explícitas en condiciones de igualdad al expresar modelos relacionados a ecuaciones lineales con una incógnita.
	Comunica y representa ideas matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> Describe una ecuación lineal reconociendo y relacionando los miembros, términos, incógnitas y su solución.

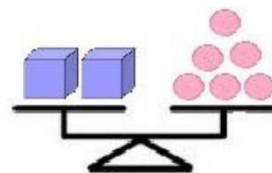
III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (20 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes, les recuerda las normas de convivencia del aula y de la institución educativa.
- Luego les presenta, dos situaciones:



Situación 1



Situación 2

- El docente plantea algunas interrogantes a los estudiantes para recoger sus saberes previos:
 - ¿Existe equilibrio en las figuras mostradas?
 - ¿Qué aspecto me indica que está en equilibrio?
 - ¿Cómo identificas un desequilibrio?
- A continuación, les señala que el propósito de la sesión: "Describir una ecuación lineal reconociendo sus miembros y términos"
- Los estudiantes responden; el docente toma nota de las intervenciones.
- El docente invita a los estudiantes a interactuar en la siguiente dirección de web:



<http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=224145>, la cual corresponde a balanzas de equilibrio.

El docente concede un tiempo prudente a fin de que los estudiantes se familiaricen con las nociones, a su vez, los orienta y guía sus aprendizajes.

Finalizada esta actividad, el docente forma equipos de 4 estudiantes y plantea las siguientes preguntas:

- ✓ ¿Cómo llegaron a determinar el equilibrio en cada una de las situaciones mostradas?
- ✓ ¿Qué expresión matemática nos ayuda a determinar el equilibrio o igualdad entre dos cantidades?

El objetivo de esta primera actividad, es que los estudiantes reconozcan por observación situaciones de equilibrio o desequilibrio.

- ✓ Si regresamos a las situaciones 1 y 2, ¿cómo platearían la expresión matemática para la situación 2?
- ✓ Por tanto: ¿Cuántas esferas serán necesarias para encontrar el equilibrio en la situación 1?
- ✓ ¿Cuántas esferas equivalen a un cubo?



- Los estudiantes intervienen y el docente orienta los aprendizajes.
- A continuación, el docente escribe el propósito de la sesión.
- Los estudiantes regresan a sus lugares para seguir las actividades en forma individual.

Desarrollo: (45 minutos)

- El docente retoma algunas actividades que ya trabajaron en la dirección web: <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=224145>, a fin de hacer notar el aprendizaje sobre ecuaciones equivalentes. Para ello, les presenta las siguientes imágenes:



Figura 1



Figura 2

- Partiendo de las imágenes, el docente pregunta:
 - ❖ ¿Cuántas esferas necesito -en cada caso- para determinar el equilibrio?
 - ❖ ¿Cuáles son los resultados para la figura 1 y figura 2?
- El docente solicita que observen como son las ecuaciones que se han generado para cada caso, luego interroga: ¿Tienen la misma expresión?, hace notar que, sin embargo, tiene la misma solución.
- El docente aclara las dudas e induce a los estudiantes a definir con sus propias palabras lo siguiente: ¿Qué son ecuaciones equivalentes? ¿Qué son ecuaciones lineales? Para ello, siempre recurre al ejemplo propuesto con las balanzas.

Ecuaciones equivalentes: Dos o más ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones.

Una ecuación lineal o de primer grado es aquella que involucra solamente sumas y restas de variables elevadas a la primera potencia (elevadas a uno, que no se escribe). Son llamadas lineales por que se pueden representar como rectas en el sistema cartesiano

- Luego, el docente propone la actividad: “¿Quién tiene...? Yo tengo”, la cual consiste en ejecutar una dinámica para reconocer las ecuaciones que son equivalentes y, en otros casos, para hallar la solución de una ecuación planteada.
- El docente hace entrega de una (1) tarjeta de trabajo (anexo 1) a cada estudiante, previamente elaborada, la cual tiene el siguiente diseño.

En el anverso, se escribe una ecuación.

En el reverso, se escribe la solución o una equivalencia, distinta a la propuesta en el anverso.

- La actividad consiste en que el docente solicitará que un estudiante anuncie la información que hay en el anverso. Para ello, dirá: ¿Quién tiene...el equivalente/ la solución de...? Los otros estudiantes buscarán en el reverso la solución o la equivalencia de la expresión. Una vez hallada, un estudiante responderá: “Yo tengo”. A continuación, este mismo estudiante hace la interrogante usando su tarjeta. La siguiente respuesta será de otro estudiante distinto al anterior, quien proseguirá con la dinámica.
- Durante la actividad, el docente hace notar que hay respuestas que son solución de algunas ecuaciones lineales, pero también existen respuestas que conllevan a buscar ecuaciones equivalentes.
- Para construir este aprendizaje, el docente recuerda a los estudiantes las situaciones trabajadas con el recurso virtual y aquellas trabajadas con las fichas de correspondencia.
- El docente solicita a los estudiantes que desarrollen -en forma individual- la situación de la pág. 140 del texto Resolvamos 1.

Cierre: (25 minutos)

- Nótese que en esta actividad todos los estudiantes participan, el docente va motivando y orientando a los estudiantes a lograr los cálculos. Al finalizar la actividad, el docente orienta a los estudiantes para llegar a las siguientes conclusiones:

- Existe una diferencia entre una equivalencia o igualdad como ecuación y una equivalencia como una identidad.
Identidad es una igualdad que se cumple para todo valor, por ejemplo:
 $(x+4)(x-4) = x^2 - 16$
- **Una ecuación** es una igualdad que se cumple para algunos valores de la variable.
Toda ecuación tiene dos miembros o elementos.

$$2x - 5 = 35$$

$\underbrace{\hspace{2em}}$
 Primer miembro

$\underbrace{\hspace{2em}}$
 Segundo miembro
- **Ecuaciones son equivalentes: Cuando tienen las mismas soluciones.**
 La ecuación $2x - 6 = 0$ tiene solución 3 y la ecuación $4x = 12$, también tiene solución 3.
 Por tanto, estas ecuaciones son equivalentes.
 ✓ Así mismo, pone énfasis sobre las reglas que transforman una ecuación en otra equivalente. Sumar o restar a los dos miembros un mismo número
 ✓ Multiplicar o dividir los dos miembros por un mismo número (distinto de cero).

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes que elaboren 5 tarjetas con 5 parejas de ecuaciones equivalentes para utilizar en otras oportunidades.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Fichas de actividades.
- Cartulinas u hojas cuadrículadas, tijeras, plumones, tiza y pizarra.
- <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=224145>

Anexo 4. Transportando ecuaciones

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

“Transportando ecuaciones ”

Módulo	01
Sesión	03

Área	Grado	Sección	Docente	Duración	Fecha
Matemática	segundo	Única	Valentin Berdusco Quentasi	150 min	12-10- 2016

APRENDIZAJES ESPERADOS *¿qué lograré en esta sesión?*

Competencia	Indicador
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Identifica relaciones no explícitas en condiciones de igualdad al expresar modelos relacionados a ecuaciones lineales con una incógnita.
	Selecciona y usa modelos referidos a ecuaciones lineales al plantear y resolver problemas. Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema.
	Describe una ecuación lineal reconociendo y relacionando los miembros, términos, incógnitas y su solución.
	Emplea gráficas, tablas que expresan ecuaciones lineales de una incógnita para llegar a conclusiones.
	Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas.

EVALUACIÓN *¿Cómo verificaré que están aprendiendo?*

Tipo	Heteroevaluación	Técnica <i>¿Cómo voy a evaluar?</i>	Escala de observación. examen	Instrumento <i>¿Con qué voy a evaluar?</i>	Ficha de observación Prueba.

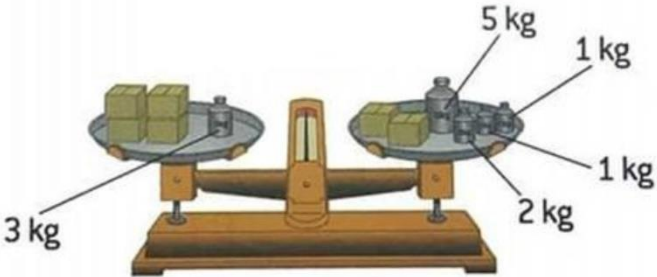
RECURSOS *¿Qué recursos utilizaré como apoyo para lograr los aprendizajes esperados?*

Materiales <i>¿Que utilizaré?</i>	Fichas	Escenarios <i>¿Dónde desarrollaré?</i>	Aula de la Institución educativa.	Actores <i>¿Quiénes participarán?</i>	Estudiantes

SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN

ESTRATEGIAS /ACTIVIDADES

¿Qué acciones desarrollar para el logro y desarrollo de las competencias y capacidades en los estudiantes?

Inicio	Motivación, evaluación y desarrollo de actitudes permanente	25 min.
	<p>El docente saluda a los estudiantes, consensuan las normas de convivencia, inicia la sesión mencionando el título de la sesión y el aprendizaje a trabajar, proponiendo formar equipos de trabajo de 3 a 4 integrantes, luego comenta lo siguiente: “El docente ingresa al aula, saluda a los estudiantes y promueve que estos se saluden. En seguida El docente pega un papelote en la pizarra, la que contiene una situación problemática: SITUACIÓN:</p> <p>RETOS CON LA BALANZA El Profesor Valentin, presenta a sus estudiantes pesas y bloques en una balanza equilibrada. Les da la siguiente indicación: “Todos los bloques tienen el mismo peso, los pesos de la pasas se indican”, retándolos a responder la cantidad de kg de cada bloque.</p> <p>SECUENCIA DIDÁCTICA</p>  <p>Responde las siguientes preguntas:</p>	

	<p>1. ¿Qué entiendes cuando te indican que la balanza está equilibrada?</p> <p>_____</p> <p>2. ¿Cuántos cubos hay en cada platillo y con qué letra representarías el peso que tiene cada cubo? _____</p> <p>_____</p> <p>3. Escribe una ecuación que represente la situación.</p> <p>_____</p> <p>4. Verifica tu respuesta, dando solución a la ecuación que escribiste.</p> <p>_____</p> <p>El docente pide voluntarios para que respondan las preguntas planteando sus puntos de vista. La docente escribe en la pizarra las ideas fuerza. En seguida, indica el propósito de esta sesión: " Argumentar las propiedades de igualdad al resolver problemas sobre ecuaciones." En seguida el docente orienta para que formen los grupos y propone las siguientes pautas de trabajo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comunicar y argumentar sus procesos y resultados en plenaria. • Participar aportando ideas en la resolución de los problemas. • Se valorará sus desempeños, mediante un instrumento de evaluación. • Evaluarse entre parejas. <p>El docente presenta los instrumentos con los que serán evaluados los estudiantes (actividad 2 y 3). Hace entrega a las parejas de la ficha de coevaluación y orienta sobre su uso y su aplicación.</p>	
Desarrollo		100 minutos
	<p>El docente realiza el acompañamiento y monitoreo en cada equipo de trabajo realizando preguntas.</p> <p>Los estudiantes en equipos retoman la situación problemática, el docente les da un tiempo</p> <p>Máximo de 12 minutos para que planteen una alternativa de solución al problema y justifiquen sus procedimientos.</p> <p>Los equipos exponen sus trabajos e intercambian sus planteamientos argumentado cómo y por qué proponen "tal tipo" de solución. Debe generarse una discusión e identificar algún error en la argumentación de su compañero.</p> <p>El docente registra los posibles errores, enseguida invita a los estudiantes, a fin de consolidar su aprendizaje y hacer la corrección de los errores detectados.</p> <p>Finalizada la actividad, el docente solicita compartir sus respuestas, argumentando procedimientos y propiedades aplicadas, para ser validadas por sus compañeros y el docente.</p> <p>Al finalizar la revisión de sus papelotes, el docente extrae las ideas fuerza de las propiedades encontradas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Al sumar o restar a los dos miembros de la ecuación una misma cantidad, la igualdad se mantiene. 2. Al dividir o multiplicar por un mismo número a los dos miembros de la ecuación, la igualdad se mantiene. <p>Luego el docente, junto con los estudiantes, plantea el posible modelo de solución al problema.</p> <p>Después de la actividad, el docente pregunta: ¿De qué otra manera podríamos resolver ecuaciones? Los estudiantes dan algunas alternativas y el docente les da un tiempo para desarrollar el problema anterior.</p>	

	Luego el docente les indica que hay una forma práctica de resolver las ecuaciones, por transposición de términos. Los estudiantes observan que obtienen el mismo resultado.	
Cierre	Motivación, evaluación y desarrollo de actitudes permanente	25 minutos
	<p>El docente orienta para llegar a las conclusiones:</p> <p>Posteriormente resuelven cada estudiante la situación 2 y 3 El docente induce a los estudiantes a que reflexionen mediante las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué proceso sigues para resolver una ecuación? • ¿Qué propiedades aplicaron en la resolución de las ecuaciones? • ¿Fue difícil encontrar errores en la argumentación de tu compañero? ¿Por qué? • ¿Cómo harías para saber si un número es la solución de la ecuación? • ¿Qué te agradó más sobre el tema? ¿Por qué? 	

TAREA O TRABAJO EN CASA:

La docente solicita que desarrollen la actividad 12 de la p. 58 del *Módulo de resolución de problemas, "Resolvamos 1"*.

¿Cumplí con los propósitos?	Si	No	¿Se aclararon las dudas?	Si	No
¿Mis alumnos mostraron interés?	Si	No	¿Participo la mayoría?	Si	No
¿Es necesario replanificar la sesión?	Si	No	Otros		

Materiales y recursos

Texto escolar. Matemática 2.

Manual para el docente. Matemática 2.

Módulo de resolución de problemas "Resolvamos 1".

Papelotes, papeles, cinta adhesiva, plumones, tizas y pizarra.

Escala de observación (anexo 1).

Lista de cotejo de coevaluación (anexo 2).

Imágenes recuperadas de https://xoomclips.com/more_clip.php?id=26rG_Wz2nfl.

Docente del área

V*B* (de la autoridad)

Ficha de observación

Docente: _____ grado: _____

Escribe en cada indicador el logro de aprendizaje del estudiante de acuerdo a la siguiente escala.

C: en inicio B: en proceso A: logrado AD: logro destacado

APELLIDOS Y NOMBRES	Interpreta datos y los expresa mediante una ecuación al resolver problemas que involucren el uso de las propiedades de igualdad.	identifica condiciones de igualdad al expresar modelos relacionados con ecuaciones lineales con una incógnita	Describe una ecuación lineal reconociendo los miembros, términos, incógnitas y su solución

Lista de cotejo

N°	Estudiante	Indicadores	Participó aportando ideas en la resolución de los problemas.	Comparte sus procesos y resultados

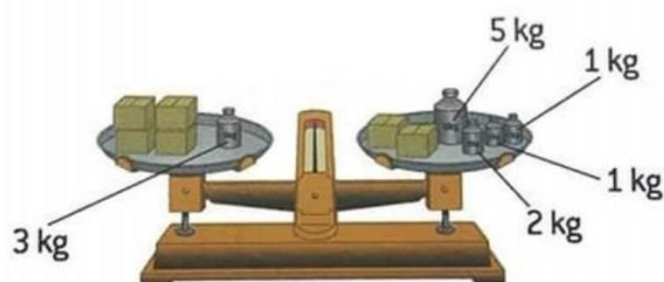
ACTIVIDAD 2

SITUACIÓN:

RETOS CON LA BALANZA

El Profesor Valentin, presenta a sus estudiantes pesas y bloques en una balanza equilibrada. Les da la siguiente indicación: “Todos los bloques tienen el mismo peso, los pesos de la pasas se indican”, retándolos a responder la cantidad de kg de cada bloque.

SECUENCIA DIDÁCTICA



Responde las siguientes preguntas:

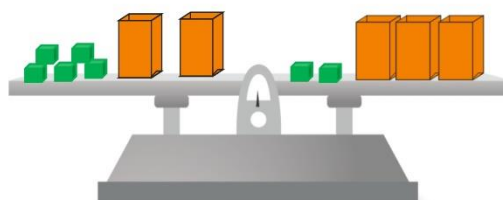
1. ¿Qué entiendes cuando te indican que la balanza está equilibrada?

2. ¿Cuántos cubos hay en cada platillo y con qué letra representarías el peso que tiene cada cubo? _____
3. Escribe una ecuación que represente la situación.

4. Verifica tu respuesta, dando solución a la ecuación que escribiste.

SITUACION 2.

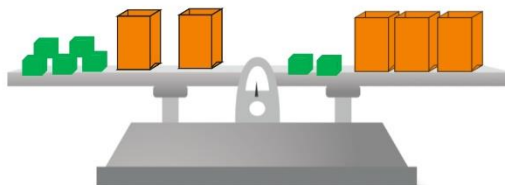
Si la siguiente balanza está equilibrada y cada bolsa contiene la misma cantidad de cubitos, determina la ecuación que representa la situación y halla la cantidad de cubitos que contiene cada bolsa.



Resolución:

Se utiliza una de las propiedades de la igualdad, que consiste en sumar o restar a cada miembro de la ecuación una misma cantidad. En este caso, se le retira a cada lado de la balanza el mismo peso para que siga en equilibrio.

Señale los objetos que vas a retirar de cada lado de la balanza, con un aspa (x):



Dibuja lo que queda en cada lado de la balanza:



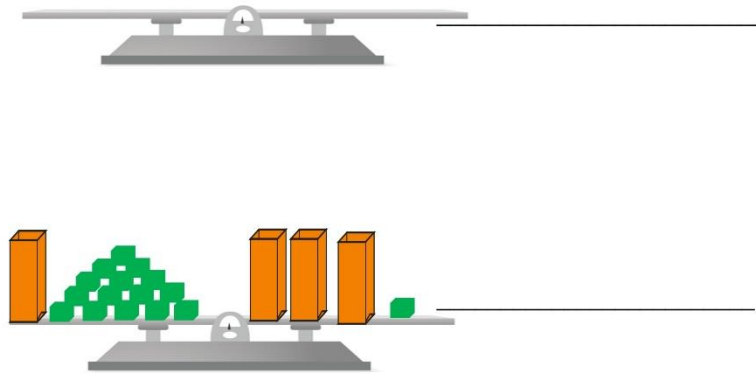
La respuesta, los cubitos que contiene la bolsa, es: _____

SITUACION 3.

Si cada bolsa es la incógnita y los cubos son constantes, determina la ecuación que corresponde a cada balanza en equilibrio y halla su conjunto solución.

BALANZA EQUILIBRADA
ECUACIÓN LINEAL





Anexo 5. Transportando ecuaciones 2

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

“Transportando ecuaciones”

Módulo	01
Sesión	04

Área	Grado	Sección	Docente	Duración	Fecha
Matemática	segundo	Única	Valentin Berdusco Quentasi	150 min	26-10-2016

APRENDIZAJES ESPERADOS *¿qué lograré en esta sesión?*

Competencia	Indicador
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas de ecuaciones lineales expresadas con decimales o enteros. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema. Plantea conjeturas a partir de reconocer pares ordenados que sean solución de ecuaciones lineales de dos incógnitas. Prueba las propiedades aditivas y multiplicativas subyacentes en las transformaciones de equivalencia. Identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.

EVALUACIÓN *¿Cómo verificaré que están aprendiendo?*

Tipo	Técnica	Escala de observación.	Instrumento	
Heteroevaluación	<i>¿Cómo voy a evaluar?</i>	examen	<i>¿Con qué voy a evaluar?</i>	Ficha de observación Prueba.

RECURSOS *¿Qué recursos utilizaré como apoyo para lograr los aprendizajes esperados?*

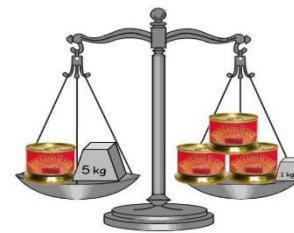
Materiales	Escenarios	Aula de la Institución educativa.	Actores	
<i>¿Qué utilizaré?</i>	<i>¿Dónde desarrollaré?</i>		<i>¿Quiénes participarán?</i>	Estudiantes

SECUENCIA DIDÁCTICA DE LA SESIÓN

ESTRATEGIAS /ACTIVIDADES

¿Qué acciones desarrollar para el logro y desarrollo de las competencias y capacidades en los estudiantes?

Inicio		30 min.
	<p>Motivación, evaluación y desarrollo de actitudes permanente</p> <p>El docente saluda a los estudiantes, consensuan las normas de convivencia, inicia la sesión mencionando el título de la sesión y el aprendizaje a trabajar, proponiendo formar equipos de trabajo de 3 a 4 integrantes, luego comenta lo siguiente: “El docente ingresa al aula, saluda a los estudiantes y promueve que estos se saluden. En seguida el docente pega un papelote en la pizarra, la que contiene una situación problemática: .- Para enviar por una empresa de transportes estas cuatro latas de membrillo iguales, necesito saber su peso. Con ayuda de unas pesas consigo equilibrar la balanza como se ve en la figura (5kg y 1 kg).</p> <p>¿Cuánto pesa cada lata? _____</p> <p>Explica razonadamente cómo lo has averiguado. _____</p> <p>Plantea una ecuación y resuelve:</p> <p>El docente pide voluntarios para que respondan las preguntas planteando sus puntos de vista. La docente escribe en la pizarra las ideas fuerza. En seguida, indica el propósito de esta sesión: “Resolver problemas de ecuaciones lineales</p>	



	<p>expresadas con decimales y enteros.” En seguida el docente orienta para que formen los grupos y propone las siguientes pautas de trabajo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dinamizar el trabajo en grupo y la participación de todos. • Acordar la estrategia apropiada para comunicar y argumentar los procesos y resultados • Demostrar responsabilidad en el cumplimiento de las actividades. <p>El docente presenta los instrumentos con los que serán evaluados los estudiantes (anexos 1 y 2).</p>	
Desarrollo		90 minutos
	<p>El docente realiza el acompañamiento y monitoreo en cada equipo de trabajo realizando preguntas.</p> <p>Los estudiantes en equipos retoman la situación problemática propuesta, el docente les da un tiempo máximo de 20 minutos para que planteen una alternativa de solución al problema y justifiquen sus procedimientos.</p> <p>Los equipos exponen sus trabajos e intercambian sus planteamientos argumentado cómo y por qué proponen "tal tipo" de solución. Debe generarse una discusión e identificar algún error en la argumentación de su compañero.</p> <p>El docente registra los posibles errores, en seguida invita a los estudiantes a fin de consolidar su aprendizaje y hacer la corrección de los errores detectados. Al finalizar la revisión del texto, el docente extrae las ideas fuerza de las propiedades encontradas: Luego el docente, junto con los estudiantes, plantea el posible modelo de solución al problema.</p> <p>Después de la actividad, el docente pregunta: ¿De qué otra manera podríamos resolver ecuaciones? Los estudiantes dan algunas alternativas y el docente les da un tiempo para desarrollar el problema anterior.</p> <p>Finalizada la actividad, el docente solicita a tres parejas a compartir sus respuestas, argumentando procedimientos y propiedades aplicadas, para ser validadas por sus compañeros y el docente.</p>	
Cierre	<i>Motivación, evaluación y desarrollo de actitudes permanente</i>	30 minutos
	<p>El docente orienta para llegar a las conclusiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Las ecuaciones lineales tienen la siguiente forma general: $ax + b = 0$; $a \neq 0$ - Resolver la ecuación lineal consiste básicamente en despejar la variable. - Las ecuaciones lineales pueden ser de coeficientes enteros y decimales. - El conjunto solución de una ecuación lineal es unitario. <p>Posteriormente resuelven cada estudiante la situación 2, las actividades 2,3,4,5, y 6</p> <p>El docente induce a los estudiantes a que reflexionen mediante las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué proceso sigues para resolver una ecuación? • ¿Qué propiedades aplicaron en la resolución de las ecuaciones? • ¿Fue difícil encontrar errores en la argumentación de tu compañero? ¿Por qué? • ¿Cómo harías para saber si un número es la solución de la ecuación? • ¿Qué te agradó más sobre el tema? ¿Por qué? 	

TAREA O TRABAJO EN CASA:

La docente solicita que desarrollen la actividad 2

¿Cumplí con los propósitos?	Si	No	¿Se aclararon las dudas?	Si	No
¿Mis alumnos mostraron interés?	Si	No	¿Participo la mayoría?	Si	No

¿Es necesario replanificar la sesión?	Si	No	Otros	
---------------------------------------	----	----	-------	--

Materiales y recursos

- Texto escolar. Matemática 2.
- Manual para el docente. Matemática 2.
- Módulo de resolución de problemas "Resolvamos 1".
- Papelotes, papeles, cinta adhesiva, plumones, tizas y pizarra.
- Escala de observación (anexo 1).
- Lista de cotejo de coevaluación (anexo 2).

Docente del área

V*B* (de la autoridad)

Ficha de observación

Docente: _____ grado: _____

Escribe en cada indicador el logro de aprendizaje del estudiante de acuerdo a la siguiente escala.

C: en inicio B: en proceso A: logrado AD: logro destacado

APELLIDOS Y NOMBRES	Emplea estrategias heurísticas al resolver problemas de ecuaciones lineales	Plantea conjeturas a partir de la solución de ecuaciones lineales de dos incógnitas

Lista de cotejo

N°	Estudiante	Indicadores	Participó aportando ideas en la resolución de los problemas.	Comparte sus procesos y resultados

ACTIVIDAD 3

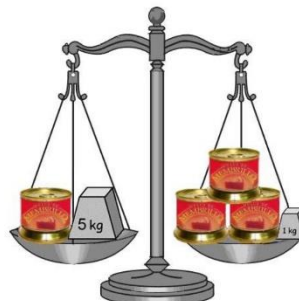
SITUACIÓN: **ECUACIONES DE PRIMER GRADO**

1.- Para enviar por una empresa de transportes estas cuatro latas de membrillo iguales, necesito saber su peso. Con ayuda de unas pesas consigo equilibrar la balanza como se ve en la figura (5kg y 1 kg).

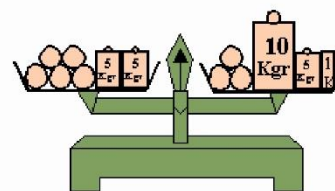
¿Cuánto pesa cada lata? _____

Explica razonadamente cómo lo has averiguado.

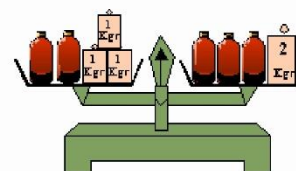
Plantea una ecuación y resuelve:



2.- Esta balanza está en equilibrio. Las bolas pesan todas igual. Ten en cuenta que las operaciones que hagas con la balanza deben mantenerla en equilibrio. ¿Cuánto pesará cada bola? Plantea la ecuación y resuelve:



3.- Esta balanza está en equilibrio. ¿Cuánto pesa una botella? Plantea la ecuación y resuelve:



4.- Resuelve las siguientes ecuaciones, quitando primero paréntesis:
 a) $2x + 5(3x - 1) = x - 13$ b) $5 - 4(2x - 3) = 2x + 7$

5.- Juanita llena botellas iguales, con agua de un bidón. Después de llenar dos botellas, quedó 7 litros de agua en el bidón. Luego vertió el agua de las botellas nuevamente en el bidón, y seguidamente llenó cuatro botellas, quedando 2 litros de agua en el bidón.

Responde las siguientes preguntas:

a) Determina la ecuación que permita calcular la capacidad de las botellas.

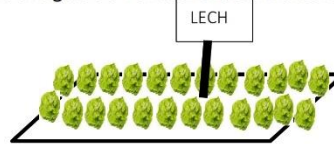
$$2 \square + \square = 4 \square + \dots$$

b) ¿Qué capacidad tienen las botellas?

c) ¿Cuántos litros de agua contiene el bidón?



6.- El miércoles pasado, el encargado del almacén del mercado “Todo Barato” surtió el exhibidor con 90 lechugas. Al final del día miércoles, ya habían sido vendidas algunas lechugas. El jueves por la mañana, el encargado del almacén decidió poner tantas lechugas más, como las que habían quedado. Al final del día jueves, se había vendido el mismo número de lechugas que se vendieron el día miércoles. Si quedaron 30 lechugas, ¿cuántas lechugas se vendió el día miércoles?



Resolución:

Sea “x” el número de lechuga que se vendió el miércoles.

El día miércoles se surtió: _____ lechugas., ese día se vendió _____, quedando _____.

El jueves en la mañana el encargado del almacén decidió reponer _____ lechugas. Al final del día se vendió _____ lechugas.

Luego con los datos, planteamos la siguiente ecuación: $180 - \square - \square = 30$

Resolviendo $x = \square$

Respuesta: _____.