

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO - PUNO

FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA



**MODELO UNIVARIANTE PARA LA PREDICCIÓN DE LA
DESNUTRICIÓN CRÓNICA DE LOS NIÑOS MENORES DE CINCO
AÑOS EN EL HOSPITAL REGIONAL MANUEL NUÑEZ BUTRÓN,**

PUNO 2012 - 2016

TESIS

PRESENTADA POR:

Bach. CLEVER URIEL MACHACA QUISPE

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ESTADÍSTICO E INFORMÁTICO

PUNO – PERÚ

2017

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO - PUNO
FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

MODELO UNIVARIANTE PARA LA PREDICCIÓN DE LA DESNUTRICIÓN CRÓNICA DE LOS NIÑOS MENORES DE CINCO AÑOS EN EL HOSPITAL REGIONAL MANUEL NUÑEZ BUTRÓN,

PUNO 2012 - 2016

TESIS PRESENTADA POR:

Bach. CLEVER URIEL MACHACA QUISPE

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ESTADÍSTICO E INFORMÁTICO

APROBADA POR EL JURADO REVISOR CONFORMADO POR:



PRESIDENTE:

Dr. JUAN REYNALDO PAREDES QUISPE

PRIMER MIEMBRO:

Dr. EDGAR ELOY CARPIO VARGAS

SEGUNDO MIEMBRO:

Lic. FAUSTINO MURILLO MAMANI

DIRECTOR / ASESOR:

Dr. VLADIMIRO IBAÑEZ QUISPE

Área : ESTADISTICA, CIENCIAS DE ESTADÍSTICA
Tema : SERIES DE TIEMPO
Fecha de Sustentación : 26/12/2017

DEDICATORIA

*A mis padres Uriel Machaca Calliri
y Herminia Quispe Guevara por su
apoyo, invaluable amor y sacrificio,
y su constante apoyo incondicional en
mi formación Humana y Profesional.*

*A mis hermanos por las motivaciones
que me brindan con cada uno de sus
consejos*

*A mi hijo Thiago Mark y Esposa ellos
son mi inspiración y fortaleza para
realizar todas mis metas.*

CLEVER URIEL MACHACA QUISPE

AGRADECIMIENTO

*A la Universidad Nacional del Altiplano,
por acogerme y permitir culminar mis
estudios superiores, y encaminarme en mi
formación profesional.*

*A mis padres, que siempre me han dado su
apoyo incondicional y a quienes debo este
triunfo profesional, por todo su trabajo y
dedicación para darme una formación
académica.*

*A la facultad de Ingeniería Estadística e Informática y a todos mis
docentes de la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e
Informática por su gran apoyo y motivación para la culminación
de mis estudios profesionales y para la elaboración de esta tesis.*

CLEVER URIEL MACHACA QUISPE

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS.....	8
ÍNDICE DE TABLAS.....	9
ÍNDICE DE ACRÓNIMOS	10
RESUMEN.....	11
ABSTRACT	12
CAPÍTULO I.....	13
INTRODUCCIÓN	13
1.1 GENERALIDADES	13
1.2 JUSTIFICACIÓN	14
1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	15
1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	16
1.4.1 Objetivo General	16
1.4.2 Objetivos Específicos.....	16
1.5 LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN	16
CAPÍTULO II	17
REVISIÓN DE LITERATURA.....	17
2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	17
2.2 BASE TEÓRICA	19
2.3 CLASIFICACIÓN DESCRIPTIVA DE LAS SERIES TEMPORALES	20
2.4 FUNCIONES DE UN PROCESO ESTOCÁSTICO ESTACIONARIO.....	20
2.5 FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN PARCIAL.....	21
2.6 SERIES DE TIEMPO.	22
2.7 MODELOS DE SERIES TEMPORALES	23
2.8 MODELO UNIVARIANTE.	23

2.9	MODELO UNIVARIANTE NO INTEGRADO.....	24
2.10	ELABORACIÓN DE MODELOS AR, MA, ARMA Y ARIMA.....	24
2.11	MODELOS LINEALES ESTACIONARIOS.....	25
2.11.1	Modelos Autorregresivos (ar)	25
2.11.2	Modelos de Medias Móviles (ma).	26
2.11.3	Modelo Autorregresivo De Media Móvil.	27
2.12	MODELOS DE AJUSTE (FITTING MODELS).....	28
2.13	MODELOS LINEALES NO ESTACIONARIOS.	29
2.14	TRANSFORMACIONES BOX COX.	30
2.15	MODELOS ARIMA ESTACIONALES.....	31
2.16	METODOLOGÍA DE BOX-JENKINS.	32
2.17	MODELO AUTORREGRESIVO.....	32
2.18	MODELO DE PROMEDIOS MÓVILES	33
2.19	DICKEY-FULLER AMPLIADO (TEST ADF).	33
2.20	LA ESTACIONARIEDAD DE LAS SERIES TEMPORALES EN LA REALIDAD.....	35
2.21	MODELO ARIMA (P, D, Q) SARIMA (P, D, Q)	40
2.22	PROCESO ESTOCÁSTICO ESTACIONARIO LINEAL DISCRETO.....	42
2.23	NECESIDAD DE PRONOSTICAR	50
2.24	DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS.....	60
2.25	OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.....	64
	CAPÍTULO III.....	65
	MATERIALES Y MÉTODOS	65
3.1	LOCALIZACIÓN	65
3.2	MATERIALES Y EQUIPOS	65
3.3	POBLACIÓN.....	65
3.4	MUESTRA	65
3.5	UNIDAD MUESTRAL	65

3.6	MÉTODO DE RECOLECCIÓN DE DATOS	66
3.7	METODOLOGÍA	66
3.8	MÉTODO DE ANÁLISIS DE DATOS	66
3.9	MÉTODO DE BOX-JENKINS (TEORÍA DE WIENER-KOLMOGOROV)	67
3.10	FASES DE LA METODOLOGÍA BOX-JENKINS	69
CAPÍTULO IV		72
RESULTADOS Y DISCUSIÓN		72
4.1	ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LA SERIE TIEMPO (ESTUDIO EXPLORATORIO)	74
4.1.1	Fase de Identificación del Modelo	74
4.1.2	Transformación de la Serie	80
4.1.3	Identificación de la Forma del Modelo a Utilizar	83
4.1.4	Fase de Estimación del Modelo	84
4.1.5	Fase de Evaluación o Validación del Modelo	85
CAPÍTULO V		90
CONCLUSIONES		90
CAPÍTULO VI		91
RECOMENDACIONES		91
REFERENCIAS		92
ANEXOS		95

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 : COEFICIENTE DE AUTOCORRELACIÓN Y DE AUTOCORRELACIÓN PARCIAL DE LOS MODELOS AR (1) Y AR (2).....	57
FIGURA 2: COEFICIENTE DE AUTOCORRELACIÓN Y DE AUTOCORRELACIÓN PARCIAL DE LOS MODELOS MA (1) Y MA (2).....	58
FIGURA 3: COEFICIENTES DE AUTOCORRELACIÓN Y AUTOCORRELACIÓN PARCIAL DE UN MODELO ARMA (1, 1).	59
FIGURA 4: METODOLOGÍA DEL ENFOQUE BOX-JENKINS.....	68
FIGURA 5: NÚMERO DE DESNUTRICIÓN CRÓNICA MENOS DE 5 AÑOS EN EL HOSPITAL REGIONAL MANUEL NÚÑEZ BUTRON PUNO, PERIODO 2012-2016.	74
FIGURA 6: HISTOGRAMA DE SERIE DE TIEMPO DEL NÚMERO DE DESNUTRICIÓN CRÓNICA.....	75
FIGURA 7: SERIE NÚMERO DESNUTRICIÓN CRÓNICA POR AÑOS.....	77
FIGURA 8: MEDIA Y VARIANZA DEL NÚMERO DE DESNUTRICIÓN CRÓNICA POR AÑOS.	78
FIGURA 9: CORRELOGRAMAS DE FAC Y FACP DE LA SERIE DEL NÚMERO DE DESNUTRICIÓN CRÓNICA.	79
FIGURA 10: PRIMERA DIFERENCIA REGULAR DE LA SERIE DEL NÚMERO DE DESNUTRICIÓN CRÓNICA.....	80
FIGURA 11: NORMALIDAD DE LA SERIE DEL NÚMERO DE DESNUTRICIONES CRÓNICAS TRANSFORMADAS.....	81
FIGURA 12: Q-QPLOT CUARTILES NORMALES DE LA SERIE DESNUTRICIÓN CRÓNICA TRANSFORMADAS.....	82
FIGURA 13 : PRONÓSTICO DE NÚMERO DE DESNUTRICIÓN CRÓNICA NIÑOS MENORES DE 5 AÑOS EN HOSPITAL REGIONAL MANUEL NÚÑEZ BUTRON PUNO.....	87

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1 IDENTIFICACIÓN DE VARIABLES CORRESPONDIENTES A LA DESNUTRICIÓN CRÓNICA EN MENORES DE 5 AÑOS, EN EL PERÍODO 2012-2016.	64
TABLA 2: CASOS DE DESNUTRICIÓN CRÓNICA EN NIÑOS MENORES DE 5 AÑOS DEL HOSPITAL REGIONAL MANUEL NÚÑEZ BUTRÓN – PUNO DEL PERIODO 2012 – 2016	73
TABLA 3: COMPARATIVO DE MODELOS ESTIMADOS DE LA SERIE DESNUTRICIÓN CRÓNICA.	84
TABLA 4: PRONÓSTICO DE LA SERIE DESNUTRICIÓN CRÓNICA.....	88

ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

- CENAN : Centro Nacional de Alimentación y Nutrición
- MAM : Desnutrición Aguda Moderada
- MAS : Desnutrición Aguda Severa
- OMS : Organización Mundial de la Salud
- EsSalud : El Seguro Social de Salud
- DIRESA : Dirección Regional de Salud
- HRMNB : Hospital Regional Manuel Núñez Butron
- NUGAG : Nutrition Guidance Expert Advisory Group (Grupo asesor de expertos de orientación sobre la nutrición)
- INEI : Instituto Nacional de Estadística e Informática
- MINSA : Ministerio de Salud
- Fe : Hierro
- PAN : Plan Articulado Nutricional
- ENDES : Encuesta Demografía y de Salud Familiar
- ARIMA : modelo autorregresivo integrado de promedio móvil
- FACP : Autocorrelación parcial
- FAC : función de autocorrelación
- ARIMA : modelo autorregresivo integrado de promedio móvil
- SARIMA : modelos estacionarios multiplicativos

RESUMEN

El presente trabajo de investigación se desarrolló en el Hospital Manuel Núñez Butron Puno, a fin de realizar proyecciones en las variaciones de la desnutrición crónica en niños menores de 5 años de edad el objetivo fue Determinar el mejor modelo Univariante, La metodología para el análisis fue la Metodología de Box–Jenkins que consiste en el uso de la representación gráfica de la serie histórica, estimación de la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial, proceso de identificación del modelo, proceso de estimación del modelo identificado, elección de la serie, proceso de verificación del modelo. Y el proceso de predicción. Los Modelos de predicción mensual que mejor se ajusta para decidir y predecir el comportamiento de la serie de tiempo desnutrición crónica es: ARIMA (0, 0,1) (0,0, 1)12. Cuya ecuación de pronóstico es: $\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} - 0.98Y_{t-12} - 0.15Y_{t-13} + \varepsilon_t + 0.26\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-12}$

Los resultados predictivos evaluados para la serie de número de Desnutrición Crónica niños menores de 5 años en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, revelan una réplica bastante buena y proporcionan una alternativa eficaz para describir y predecir el comportamiento futuro.

Para la predicción de la serie analizada se hizo, uso del mejor modelo estimado y se obtuvieron predicciones para el año 2017, comparando con los datos existentes y así comprobar el mínimo error.

Palabras clave

Desnutrición crónica, modelo univariante, hospital, niños.

ABSTRACT

The present research work is carried out in the Manuel Núñez Butron Puno hospital, in order to make projections in the variations of chronic malnutrition in children under 5 years of age the objective was to determine the best Univariate model, The function for the analysis was The Methodology of the Box - Jenkins consisting of the use of the graphic representation of the historical series, the function of the autocorrelation function and the function of the partial autocorrelation function, the process of identification of the model, the process of qualification of the model, the choice of the series, process of verification of the model. And the prediction process. The monthly prediction models that best fit to decide and predict the behavior of the chronic malnutrition time series are: ARIMA (0, 0.1) (0.0, 1) 12. Whose forecast equation is: $\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} - 0.98Y_{t-12} - 0.15Y_{t-13} + \varepsilon_t + 0.26\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-12}$ The predictive results evaluated for the series of numbers of Chronic Denutrition children under 5 years in the Regional Hospital Manuel Núñez Butron Puno, reveal a fairly good response and an effective alternative to describe and predict future behavior.

For the prediction of the series analyzed, a better model was used and predictions were obtained for the year 2017, comparing with the existing data and so on the minimum error.

Keywords

Chronic malnutrition, univariate model, hospital, children.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 GENERALIDADES

Uno de los problemas en el futuro será indiscutiblemente, la falta de conocimiento del número de niños menores de 5 años con desnutrición crónica, ya que no existen trabajos de investigación que describan su comportamiento en el futuro. Por cuanto el estudio de series de tiempo constituye una herramienta imprescindible para efectuar el modelamiento y las predicciones, y estos ayudaran a proveer recursos humanos, de infraestructura, equipamiento, tecnológicos y financieros que, organizados adecuadamente, deben solucionar las necesidades de salud de la población en los diferentes hospitales de la región.

Por lo tanto, el estudio de las series de tiempo, dentro de ellos los modelos univariantes constituye una necesidad imprescindible para efectuar predicciones, aunque solo se trata de determinar la estructura probabilista del futuro.

El comportamiento de la serie de tiempo es analizado con métodos estadísticos cuya variable de respuesta es una función de su misma variable de respuesta.

Y concuerdo con la opinión de (Cutipa, 2010) “La realización de predicciones a futuro, conlleva a que el Hospital Regional Manuel Núñez Butrón – Puno, tome precauciones previendo los sucesos que ocurren en el transcurso de los años, para luego obtener resultados confiables”.

Como también comparto con la opinión de (Centeno, 2013) “la importancia para el Hospital de Apoyo de SANDIA en conocer pronósticos y así poder proveer un determinado presupuesto para el año siguiente”.

En el presente trabajo, se desarrolló con la metodología de Box-Jenkins, tomando como base de datos, el número de niños menores de 5 años con desnutrición crónica más frecuentes desde enero del 2012 a diciembre del 2016, para realizar pronósticos del número de niños menores de 5 años con desnutrición crónica. más frecuentes, considerando las etapas que se requiere para su tratamiento. Para el procesamiento de la información, se utilizó Gretel 1.10.1 específicamente diseñado para series temporales. Las cuales hacen conocer el comportamiento o la tendencia que estas siguen.

1.2 JUSTIFICACIÓN

La presente investigación se realiza por la creciente dependencia de calidad de servicio. Por lo tanto, la presente investigación beneficiará al Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, en donde permitirá conocer a futuro el comportamiento de las variaciones del número de niños menores de 5 años con desnutrición crónica más frecuentes para prever un presupuesto a futuro y así satisfacer las necesidades con el servicio que brinda el

El Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno a la población de la Región de Puno, La desnutrición produce reducción en la capacidad física e intelectual, así como también influye sobre patrones de comportamiento durante la adultez, los niños con enanismo tienen una menor capacidad de aprendizaje, por lo que su rendimiento escolar disminuye, reduciendo el retorno de la inversión educativa contribuyentes.

Además, el presente trabajo de investigación tiene como propósito mostrar la capacidad de realizar pronósticos en series de tiempo siguiendo la metodología Box- Jenkins, con el fin de conocer el comportamiento del número de casos de desnutrición en menores de 5 años en el Hospital Manuel Núñez Butron Puno,

para que los gobiernos locales y regionales puedan diseñar programas estratégicos y tomar medidas correspondientes frente a esta situación,

Esta investigación beneficiara mayormente a los hospitales, postas, centros clínicos.

1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación se realiza por la creciente dependencia de calidad de servicio. Por lo tanto, la presente investigación beneficiará al Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, en donde permitirá conocer a futuro el comportamiento de las variaciones del número de niños menores de 5 años con desnutrición crónica más frecuentes para prever un presupuesto a futuro y así satisfacer las necesidades con el servicio que brinda el

El Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno a la población de la Región de Puno, La desnutrición produce reducción en la capacidad física e intelectual, así como también influye sobre patrones de comportamiento durante la adultez, los niños con enanismo tienen una menor capacidad de aprendizaje, por lo que su rendimiento escolar disminuye, reduciendo el retorno de la inversión educativa contribuyentes.

Además, el presente trabajo de investigación tiene como propósito mostrar la capacidad de realizar pronósticos en series de tiempo siguiendo la metodología Box- Jenkins, con el fin de conocer el comportamiento del número de casos de desnutrición en menores de 5 años en el Hospital Manuel Núñez Butron Puno, para que los gobiernos locales y regionales puedan diseñar programas estratégicos y tomar medidas correspondientes frente a esta situación, Esta investigación beneficiara mayormente a los hospitales, postas, centros clínicos.

1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.4.1 Objetivo General

- Determinar el mejor modelo Univariante para la predicción de la desnutrición crónica de los niños menores de 5 años en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, 2012 – 2016.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Identificar, estimar y validar el mejor modelo de predicción para el número de niños menores de 5 años con desnutrición crónica en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno.
- Pronosticar con el modelo estimado el número de niños menores de 5 años con desnutrición crónica en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno.

1.5 LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Una de las limitaciones que se tuvo en el presente trabajo de investigación es la recopilación de información de los datos de periodo 2012 – 2016, de niños con desnutrición crónica menores de cinco años en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron, los que serán recopilados de la Oficina La Oficina de Estadística e Informática de la Dirección Regional de salud Puno.

presente trabajo que se investiga se desarrollara únicamente para un modelo de caso de desnutrición crónica en niños menores de cinco años en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron.

CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

(Melo Mayta, 2016) concluye que el modelo de predicción mensual que mejor se ajusta para decidir y predecir el comportamiento de la serie de tiempo del número de mortalidad intrahospitalaria es: SARIMA (2,1,0) (0,01,1)₁₂.

(Merlin.W., 2015) concluye que los Modelos de predicción mensual que mejor se ajusta para decidir y predecir el comportamiento de la serie de tiempo Los Modelos de predicción mensual que mejor se ajusta para decidir y predecir el comportamiento de la serie de tiempo del número de unidades de transfusión de sangre es: SARIMA (0, 1,1) (1, 1,0)₁₂. Cuya ecuación de pronóstico es: $\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} - 0.36Y_{t-12} - 0.36Y_{t-13} + \varepsilon_t + 0.89\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-12} + \varepsilon_{t-13}$

(Valdez Tichuanca, 2015) concluye que los modelos de predicción mensual que mejor se ajustan para decidir y predecir el comportamiento de la serie de tiempo del número de intervenciones quirúrgicas más frecuentes son cesáreas SARIMA (2,1,0) (0,1,0)₁₂, Aborto SARIMA (1,1,1) (0,1,1)₁₂. Laparotomía SARIMA (1,1,2) (0,1,1)₁₂. COLECISTECTOMIA SARIMA (0.1.1) (1,1,0)₁₂. Apendicetomía SARIMA (2,1,0)(0,1,0)₁₂.

Huacantara (2010) concluye que los modelos univariantes integrados de Box-Jenkins proporcionan un mejor ajuste para describir y predecir el comportamiento de las variaciones de niveles medios de agua de Lago Titicaca de la región de Puno del periodo 1984-2008. El modelo univariante integrado que

mejor se ajusta para describir y predecir el comportamiento de la serie de tiempo de niveles medios mensuales de agua de Lago Titicaca del periodo 1984-2008 es un SARIMA (1,1,0) *(2,1,1),

Cutipa (2010), Reporta que el mejor modelo que se ajusta para predecirlas Atenciones por Emergencia en la Provincia de Puno, según servicio es: ARIMA (6,1,6) para la serie de atenciones de Medicina General, ARIMA (1,2,1) para la serie de atenciones de Cirugía General, ARIMA (1,2,1) para la serie de atenciones de Pediatría, ARIMA (1,2,1) para la serie de atenciones de Gineco-Obstetriz.

Colque (2012). Concluye que el mejor modelo que se ajusta para predecir el número de casos de iras en menores de 5 años de la provincia de Lampa, con el modelo SARIMA (1,1,0) *(0,1,1).

Centeno, (2013). Reporta que el mejor modelo que se ajusta para estimar el proceso de atenciones en el Hospital de apoyo SANDIA, es SARIMA (1,0,0) *(0,1,1).

2.2 BASE TEÓRICA

2.2.1 componentes de una serie temporal

2.2.2 la tendencia

Es un componente de una serie temporal que refleja su evolución a largo plazo. Puede ser de naturaleza estacionaria o constante (se representa con una recta paralela al eje de las abscisas), de naturaleza lineal, parabólica, exponencial (Hamilton, 1994).

2.2.3 las variaciones cíclicas

Es un componente de la serie que recoge oscilaciones periódicas de amplitud superior a un año. Estas oscilaciones periódicas no son regulares y se presentan en los fenómenos económicos cuando se dan de forma alternativa, etapas de prosperidad o de depresión (Anderson, 1995).

2.2.4 las variaciones estacionales

Es un componente de la serie que recoge oscilaciones que se producen alrededor de la tendencia, de forma repetitiva y en periodos iguales o inferiores a un año. Por ejemplo, el clima afecta a la venta de una serie de productos, los helados y refrescos se venden fundamentalmente en verano y la ropa de abrigo en invierno, entre los factores más importantes que originan variaciones estacionales, se encuentran las condiciones climáticas, las costumbres sociales y las fiestas religiosas (Hamilton, 1994).

2.2.5 las variaciones accidentales y/o irregulares

(Aznar & Trivez, 1993) menciona que: “Es una componente de la serie que recoge movimientos provocados por factores imprevisibles (un pedido

inesperado a nuestra empresa, una huelga, también se conoce con el nombre de variaciones irregulares, residuales o erráticas)”.

2.3 CLASIFICACIÓN DESCRIPTIVA DE LAS SERIES TEMPORALES

2.3.1 Estacionarias

Una serie es estacionaria cuando es estable a lo largo del tiempo, es decir, cuando la media y varianza son constantes en el tiempo. Esto se refleja gráficamente en que los valores de la serie tienden a oscilar alrededor de una media constante y la variabilidad con respecto a esa media también permanece constante en el tiempo (Uriel, 1985).

2.3.2 No Estacionarias

Son series en las cuales la tendencia y/o variabilidad cambian en el tiempo. Los cambios en la media determinan una tendencia a crecer o decrecer a largo plazo, por lo que la serie no oscila alrededor de un valor constante (Uriel, 1985).

2.4 FUNCIONES DE UN PROCESO ESTOCÁSTICO ESTACIONARIO

Definido un proceso estocástico como estacionario (ya sea de forma débil o fuerte), ya se ha comentado que, si cumple las condiciones en sentido estricto, también cumple las condiciones en sentido débil. Siendo así, el proceso estaría perfectamente definido si conociéramos su media constante (μ), su varianza constante (σ) y la covarianza entre cada par de momentos diferentes en el tiempo.

Dicho esto:

La función de autocovarianza vendrá definida por los distintos valores que tomaría dicha covarianza cuando cambiamos el lapso temporal entre las observaciones de la serie que manejamos.

Analíticamente, se podría expresar como:

$$\gamma_j = Cov(y_t, y_{t-j}) = E[(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu)]$$

Donde, evidentemente, cuando el valor de "j" es cero, tendríamos la varianza de la función:

$$\gamma_0 = Cov(y_t, y_{t-0}) = E[(y_t - \mu)^2] = \sigma^2$$

La función de autocorrelación se define igualmente como:

$$\rho_j = \frac{Cov(y_t, y_{t-j})}{\sqrt{var(y_t)}\sqrt{var(y_{t-j})}}$$

Como nos encontramos ante un proceso definido como estacionario, la varianza es constante, por lo que podemos escribir:

$$\rho_j = \frac{\gamma_j}{\gamma_0}$$

2.5 FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN PARCIAL

Con el fin de tener en cuenta los valores de correlación entre dos variables aleatorias separadas entre sí "j" períodos y en función de los valores intermedios entre ellas.

Es decir:

$$\Pi_j = corr(y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-j+1})$$

Si planteamos las mejores predicciones de y_t e y_{t-j} como los resultantes de plantear Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) siendo el primero de ellos del siguiente modo:

$$\hat{y}_t = \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_{j-1} y_{t-j+1}$$

Se puede escribir la función de autocorrelación parcial, si la media es nula, como:

$$\Pi_j = \frac{\text{cov}[(y_t - \hat{y}_t)(y_{t-j} - \hat{y}_{t-j})]}{\sqrt{\text{var}(y_t - \hat{y}_t)}\sqrt{\text{var}(y_{t-j} - \hat{y}_{t-j})}}$$

Pudiendo demostrarse que:

$$\Pi_j = \frac{\rho_j - \alpha_1\rho_{j-1} - \alpha_2\rho_{j-2} - \dots - \alpha_{j-1}\rho_1}{1 - \alpha_1\rho_1 - \alpha_2\rho_2 - \dots - \alpha_{j-1}\rho_{j-1}}$$

2.6 SERIES DE TIEMPO.

Una serie de tiempo consta de datos que se reúnen, registran u observan sobre incrementos sucesivos de tiempo, en el análisis de series de tiempo de datos, una tendencia inmediata consiste en intentar explicar o contabilizar el comportamiento de las series. La tendencia de una serie de tiempo es el componente de largo plazo que representa el crecimiento o disminución en la serie sobre un periodo amplio, el componente estacional es un patrón de cambio que se repite a si mismo año tras año, el componente, mide la variabilidad de las series de tiempo después de retirar los otros componentes (Grass & Ferrer, 1994).

Define la serie temporal al modelo que se supone anda sobre las relaciones causales que afecta a las variables en estudio, consiste en examinar el comportamiento de la serie en el pasado para luego inferir el comportamiento futuro (PINDYCK ROBERT & RUBINFELD DANIEL,2003).

La planificación racional exige prever los sucesos del futuro que probablemente vayan a ocurrir, la previsión a su vez se suele basar en lo que ha ocurrido en el pasado, se tiene pues un nuevo tipo de inferencia estadística que se hace acerca del futuro de alguna variable o compuesto de variables basándose en sucesos pasados, la técnica más importante hacer inferencia sobre el futuro con base en lo ocurrido en el pasado es el análisis de series de tiempo.

Son innumerables las aplicaciones que se pueden citar, en distintas áreas del conocimiento, tales como en economía, física, geofísica, química, electricidad, demografía, marketing, telecomunicaciones, transporte, etc. (ARELLANO, 2011).

2.7 MODELOS DE SERIES TEMPORALES

Variables Temporales: Variables que se observan a lo largo del tiempo. Y_t indica la variable Y en el momento t .

Serie Temporal: Conjunto de T observaciones, una observación por cada una de las variables Y_1, Y_2, \dots, Y_t Sinónimo: serie cronológica.

A las observaciones de una variable temporal se denomina realizaciones. Son los resultados de un proceso estocástico.

(Uriel, 1985) En gran parte de las variables temporales propias del análisis económico se detecta un patrón de comportamiento en el tiempo. Las series presentan movimientos sistemáticos (repetitivos). En la evolución en el tiempo se observa una realidad. Esta regularidad de las series temporales es, en general, estocástica y no determinística. Es decir, esa regularidad no admite una formulación funcional determinista, sino que es función de variables aleatorias. Estimado tal regularidad, el analista construye un mecanismo explicativo que recibe el nombre de modelo.

2.8 MODELO UNIVARIANTE.

Los Modelos Univariantes en una serie de tiempo $\{Y_t\}$, son todos aquellos que solamente tienen una variable observada en el tiempo. Estos tipos de modelos se expresan en forma polinomial.

Son técnicas univariantes: el modelo autorregresivo de primer orden, el modelo de tendencia lineal o exponencial, entre otros.

Las técnicas más rigurosas para la predicción univariante son las denominadas técnicas o modelos Box-Jenkins, o más concretamente modelos ARIMA, pues las técnicas Box-Jenkins constituyen un conjunto más amplio, dentro del cual los modelos ARIMA univariantes son solo una parte.

2.9 MODELO UNIVARIANTE NO INTEGRADO.

Los Procesos Autorregresivos $AR(p)$, de Medias Móviles $MA(q)$ y procesos mixtos $ARMA(p,q)$ son considerados como los modelos no integrados debido a que no interviene el grado de diferenciación y la estacionalidad de la serie.

Modelo Univariante Integrado.

Son aquellos modelos que se pueden obtener mediante suma o integración de un proceso estacionario. A estos modelos se les denomina también modelos no estacionarios homogéneos.

Los procesos mixtos integrados $ARIMA(p,d,q)$, los procesos estacionarios mixtos integrados $SARIMA(p,d,q)*(P,D,Q)$, procesos de medias móviles integrado IMA, proceso de medias móviles exponenciales EWMA, y los procesos de autoregresión, son considerados como los modelos integrados debido a que si interviene el grado de diferenciación y la estacionalidad de la serie.

2.10 ELABORACIÓN DE MODELOS AR, MA, ARMA Y ARIMA.

Los modelos ARIMA o modelos de promedio móvil autoregresivo integrado son un tipo general de los modelos de Box-Jenkins para series de tiempo estacionarias. Una serie histórica estacionaria es aquella cuyo valor promedio no cambia a través del tiempo. Este grupo incluye a los modelos AR solo con

términos autoregresivo, los modelos MA solo con términos de promedio móvil y los modelos ARIMA que comprenden tanto términos autorregresivos como de promedio móvil. La metodología de Box-Jenkins permite al analista seleccionar el modelo que mejor se ajuste a sus datos. Dado el concepto de proceso estacionario anteriormente definido, los modelos de pronóstico se dividen en:

2.11 MODELOS LINEALES ESTACIONARIOS.

2.11.1 Modelos Autorregresivos (ar)

Se realizan tantas regresiones múltiples escalonadas como sea posible en las series combinadas con demora que hagan falta, hasta que las series adicionales con demora carezcan de poder explicar

La ecuación en prueba es

$$X_t = a_1 X_{t-1} + \dots + a_p X_{t-p} + e_t$$

Donde e_t es el residuo o término de error, al que se supone una media igual a cero. El número de períodos de demora p que requiere se determinará cuando se llegue a la estabilidad de los coeficientes. Si resulta que p es 12 para datos mensuales, el modelo autorregresivo establece un modelo de índices estacionales que son los coeficientes estimados. Como se mencionó previamente, puede eliminarse el propio patrón estacional para investigar si hay otro modelo que abarca varios años, o si el modelo se extiende a un plazo más largo. Naturalmente, el modelo autorregresivo puede también revelar variaciones cíclicas menores de doce meses. El analista debe prestar atención a estos ciclos más cortos, eliminarlos de los datos, o no tenerlos en cuenta.

La notación AR(p) se refiere a un Modelo Autorregresivo de orden p . Un modelo AR(p) puede escribirse como

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + e_t$$

Donde ϕ_1, \dots, ϕ_p son los parámetros del modelo, c es una constante y e_t es un término de error. El término constante es omitido por muchos autores para simplificar. Un Modelo Autorregresivo es esencialmente un filtro de respuesta infinita al impulso IIR, con determinada interpretación adicional. Se debe tener en cuenta que es necesario imponer ciertas restricciones a los valores de los parámetros de este modelo para que funcione correctamente estacionario. Por ejemplo, en un modelo AR (1), si $|\phi| > 1$ el modelo no tendrá un buen comportamiento.

Un proceso AR (1)

Un AR (1) Proceso está dado por

$$X_t = c + \phi X_{t-1} + e_t$$

Donde e_t es un proceso de ruido blanco con media cero y varianza σ^2 .

El proceso es de covarianza estacionaria es $|\phi| < 1$. Si $\phi = 1$ entonces X_t tiene una raíz unitaria.

2.11.2 Modelos de Medias Móviles (ma).

Este modelo de Box-Jenkins propone que una serie de tiempo tiene su explicación en una combinación de eventos aleatorios que se remontan a períodos del pasado.

Ningún fenómeno terrestre está libre de eventos aleatorios. Por ejemplo, la venta de productos está afectada por la introducción de otros nuevos y diferentes, o el mercado de acciones sufre un continuo bombardeo de nueva información aleatoria. Cuanto más tiempo haya pasado desde el suceso, menos influencia tendrá en las observaciones actuales. Como antes, q se escoge de manera que los

coeficientes sean estables y que no se consiga mayor poder de explicar después de rebasar este valor.

La notación MA(q) se refiere a un modelo de media móvil de orden q.

$$X_t = \varepsilon_t + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

Donde $\theta_1, \dots, \theta_q$ son los parámetros del modelo y $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots$ son, de nuevo, los términos de error. Un modelo de medias móviles esencialmente un filtro de respuesta finita al impulso FIR, con cierta interpretación adicional.

2.11.3 Modelo Autorregresivo De Media Móvil.

La notación ARMA (p, q) se refiere a un modelo con p términos autorregresivo y q términos de media móvil. Este modelo combina los modelos AR y MA

$$X_t = \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

Nota sobre los términos de error

Los términos de error ε_t se asume normalmente que son variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas tomadas de una muestra con distribución normal de media cero: $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ donde σ^2 es la varianza. Estas suposiciones pueden ser frágiles y si no se cumplen pueden cambiar las propiedades del modelo. De hecho, un cambio en la suposición de independencia y distribución idéntica podría dar lugar a una diferencia substancial.

Especificación en términos del operador retardo (lag operator)

En algunos textos los modelos son especificados en términos del operador retardo L. En estos términos, el modelo AR(p) viene dado por

$$\varepsilon_t = \left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i\right) X_t = \phi X_t$$

Donde ϕ representa el polinomio.

$$\phi = 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i.$$

Un modelo MA(q) viene dado por

$$X_t = \left(1 + \sum_{i=1}^q \theta_i L^i\right) \varepsilon_t = \theta \varepsilon_t$$

Donde θ representa el polinomio

$$\theta = 1 + \sum_{i=1}^q \theta_i L^i.$$

Por último, el modelo combinatorio ARMA viene dado por

$$\left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i\right) X_t = \left(1 + \sum_{i=1}^q \theta_i L^i\right) \varepsilon_t$$

O de forma más concisa, $\phi X_t = \theta \varepsilon_t$.

2.12 MODELOS DE AJUSTE (FITTING MODELS).

Los modelos ARMA en general pueden, tras seleccionar p y q, ser ajustados mediante regresión de mínimos cuadrados para encontrar los valores de los parámetros que minimizan el término de error. Se considera generalmente una buena práctica, encontrar los valores menores de p y q que proporcionan un ajuste aceptable a los datos. Para un modelo puro AR se deben utilizar las ecuaciones Yule-Walker para proporcionar un ajuste.

Generalizaciones La dependencia de X_t en valores pasados y en los términos de error ε_t se asume que es lineal, salvo que se especifique lo contrario. Si la dependencia no es lineal, el modelo es específicamente llamado modelo de

media móvil no lineal (NMA), autorregresivo no lineal (NAR), autorregresivo de media móvil no lineal (NARMA).

Los Modelos Autorregresivos de media móvil pueden generalizarse con otros métodos. Véase también los modelos ARCH (modelos de heterocedasticidad condicional autorregresivos) y los Modelos autorregresivos integrados de medias móviles ARIMA (modelos autorregresivos integrados de medias móviles). Si tenemos que ajustar múltiples series temporales, entonces se puede ajustar un modelo vectorial ARIMA (VARIMA). Si las series temporales en cuestión muestran una memoria lejana, entonces es apropiado un modelo ARIMA fraccional (FARIMA, a veces llamado ARFIMA). De pensar que los datos presentan estacionalidad, entonces debe usar un modelo SARIMA

2.13 MODELOS LINEALES NO ESTACIONARIOS.

Modelos De Promedio Móvil Autorregresivo Integrado: ARIMA (p,d,q).

Es un modelo que permite describir un valor como una función lineal de datos anteriores y errores debidos al azar. Se analiza sobre una serie estacionaria. Los modelos de promedio móvil autoregresivo integrado (ARIMA: Autoregressive integrated moving-average) son una clase especializada de técnicas de filtración que ignoran por completo a las variables independientes en la formulación de pronósticos. Estos modelos son dispositivos altamente refinados de ajuste de curvas que utilizan valores reales y anteriores de la variable dependiente, para producir pronósticos precisos de corto plazo.

En 1970, Box y Jenkins desarrollaron un cuerpo metodológico destinado a identificar, estimar y diagnosticar modelos dinámicos de series temporales en los que la variable de tiempo juega un papel fundamental. Podemos decir que la consideración exclusiva de los valores pasados de una determinada variable para

explicar su evolución presente y futura supone, al mismo tiempo una ventaja y un inconveniente:

La ventaja radica en el hecho de no necesitar distintas series de datos (distintas variables) referida al mismo periodo de tiempo (característica común a todos los modelos univariantes) y, al mismo tiempo, ahorramos la Identificación y especificación del modelo en el sentido de la estadística tradicional

El inconveniente es que, al renunciar a la inclusión de un conjunto más amplio de variables explicativas, no atendemos a las relaciones que sin duda existen entre casi todas las variables económicas perdiendo capacidad de análisis de tiempo que renunciamos, implícitamente, al estudio teórico previo del fenómeno y a su indudable utilidad.

2.14 TRANSFORMACIONES BOX COX.

La familia de transformaciones de Box-Cox arregla problemas de normalidad y heterocedasticidad (no homogeneidad de varianzas). Suponga que tenemos los datos $(Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n)$ para una variable respuesta Y . Si el cociente entre el valor más grande observado de Y y la más pequeña es considerablemente grande, por decir, 10 o más, se debe considerar la posibilidad de transformar la variable respuesta Y . Existen muchos tipos de transformaciones:

Método 1.

Una idea útil en muchas aplicaciones es considerar transformar los datos de la respuesta Y en la potencia Y^λ , por decir, y encontrar el mejor valor de λ , pero si el mejor valor de λ fuera $\lambda = 0$, entonces $Y^0 = 1$, lo cual produciría que al transformar los datos, todos serían iguales, lo cual no es deseable. Por esto este método no es recomendado

Método 2.

Otro método consiste en transformar la variable Y en la variable W .

$$W = \begin{cases} \frac{Y^{\lambda-1}}{\lambda}, \dots \text{si} \dots \lambda \neq 0 \\ \ln Y, \dots \text{si} \dots \lambda = 0 \end{cases}$$

Así el problema $\lambda=0$ en el método 1, ya no se tiene, porque $\ln Y$ es el apropiado límite, cuando λ tiende a cero, y así la familia es continua en λ .

2.15 MODELOS ARIMA ESTACIONALES.

Los modelos ARIMA adquieren su mayor protagonismo en la predicción a corto plazo de series de frecuencia inferior a la anual (trimestral, mensual o incluso diaria). Por ello el tratamiento de la estacionalidad tiene un papel central en la metodología.

- En series con estacionalidad no sólo hay que modelizar la componente regular (o no estacional) sino también la componente estacional.
- En esos casos, lo normal es manejar un modelo producto de dos: ARIMA(p,d,q)*SARIMA(P,D,Q) Donde la primera parte corresponde a la parte regular, y la segunda a la estacional
- Un procesos SARIMA(p,d,q)(P,D,Q) se define así.

$$\phi_p(L)\Phi_p(L^S)(1-L)^d(1-L^S)^D Y_t = \theta_q(L)\Theta_q(L^S)\varepsilon_t$$

$$\text{Donde: } \phi_p(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$$

$$\theta_q(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q$$

$$\Phi_p(L^S) = 1 - \Phi_1 L^S - \Phi_2 L^{2S} - \dots - \Phi_p L^{pS}$$

$$\Theta_q(L^S) = 1 - \Theta_1 L^S - \Theta_2 L^{2S} - \dots - \Theta_p L^{pS}$$

2.16 METODOLOGÍA DE BOX-JENKINS.

Análisis de series de tiempo según Box-Jenkins Se investigan generalmente tres patrones: autoregresión, promedios móviles y tendencias. También pueden existir observaciones erráticas ocasionales, o "disturbios" que deben ser eliminados o corregidos. El procedimiento requiere una secuencia de tres pasos:

Identificación, en el que se ensayan los diferentes modelos citados.

Estimación, en el que se registran en una secuencia temporal los valores estimados de los coeficientes.

Diagnóstico, en el que se verifica la conveniencia del ajuste para ver si es el adecuado. Si es insuficiente, el procedimiento se vuelve a comenzar.

2.17 MODELO AUTORREGRESIVO

Se realizan tantas regresiones múltiples escalonadas como sea posible en las series combinadas con demora que hagan falta, hasta que las series adicionales con demora carezcan de poder explicar. La ecuación en prueba es

$$Y_t = a_1 Y_{t-1} + \dots + a_p Y_{t-p} + e_t$$

Donde e_t es el residuo o término de error, al que se supone una media igual a cero.

El número de períodos de demora p que Y requiere se determinará cuando se llegue a la estabilidad de los coeficientes. Es decir, si se realizan las regresiones con Y retardado más allá de p , los coeficientes permanecen constantes, lo que prueba que ningún Y adicional con retardo tiene poder explicar la adicional más allá de p .

Si resulta que p es 12 para datos mensuales, el modelo autorregresivo establece un modelo de índices estacionales que son los coeficientes estimados. Como se mencionó previamente, puede eliminarse el propio patrón estacional para investigar si hay otro modelo que abarca varios años, o si el modelo se extiende a un plazo más largo. Naturalmente, el modelo autorregresivo puede también revelar variaciones cíclicas menores de doce meses. El analista debe prestar atención a estos ciclos más cortos, eliminarlos de los datos, o no tenerlos en cuenta.

2.18 MODELO DE PROMEDIOS MÓVILES

Este modelo de Box-Jenkins propone que una serie de tiempo tiene su explicación en una combinación de eventos aleatorios que se remontan a q períodos del pasado.

$$Y_t = b_1 e_{t-1} + \dots + b_p e_{t-q} + e_t$$

Donde e_t es, como se dijo antes, una variable aleatoria seriamente independiente, de media igual a cero.

Ningún fenómeno terrestre está libre de eventos aleatorios. Por ejemplo, la venta de productos está afectada por la introducción de otros nuevos y diferentes, o el mercado de acciones sufre un continuo bombardeo de nueva información aleatoria. Cuanto más tiempo haya pasado desde el suceso, menos influencia tendrá en las observaciones actuales. Como antes, q se escoge de manera que los coeficientes sean estables y que no se consiga mayor poder explicar después de rebasar este valor.

2.19 DICKEY-FULLER AMPLIADO (TEST ADF).

Pruebas Formales: La prueba de Dickey-Fuller

Dickey y Fuller (1979, 1981) diseñaron un procedimiento para probar formalmente la presencia de Raíces Unitarias. La prueba comienza por suponer que la serie t sigue un proceso autoregresivo de primer orden AR(1), de la forma

Definición básica del contraste:

$$H_1 : Y_t = a_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$H_0 : Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

La distribución de probabilidad asintótica del parámetro estimado " a_1 " presenta una discontinuidad cuando $a_1 = 1$ dada la no estacionariedad en varianza de y_t . Debemos usar las tablas de Dickey (1976) y Fuller (1976) ó Mackinnon (1991).

Generador de datos elegido:

$$y_t - y_{t-1} = a_0 + a_1 y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = a_0 + (a_1 - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$H_0 : \gamma = 0 \text{ frente a } H_1 : \gamma < 0$$

Los valores de referencia para el contraste del parámetro γ dependen del proceso

Generador de datos elegido:

$$\text{Modelo 1 (simple)}(\tau) : \Delta y_t = \gamma \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{Modelo 2 (con const)}(\tau_\mu) : \Delta y_t = a_0 + \gamma \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{Modelo 3 (con const y tend.)}(\tau_\tau) : \Delta y_t = a_0 + \gamma \cdot y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$$

Puede además contrastarse alguna hipótesis conjunta de parámetros

$$\Phi_{1,2,3} = \frac{(SCR_{mr} - SCR_{mnr})/r}{SCR_{mnr}/n - k}$$

Por último, cabe la posibilidad de contrastar la nulidad de los parámetros.

Debe pensarse siempre en la posibilidad de la existencia de más de una raíz unitaria.

2.20 LA ESTACIONARIEDAD DE LAS SERIES TEMPORALES EN LA REALIDAD

(Universidad Autónoma de Madrid, 2015) Queda clara que la aproximación a los procesos estocásticos con modelos AR o MA está restringida, en términos generales, a aquellos procesos estocásticos que cumplan, al menos de forma débil, la restricción de estacionariedad. Cuando, en la realidad, queremos inferir a partir de una serie temporal (muestra) la estructura del proceso estocástico mediante modelos AR ó MA, debemos cubrir dos etapas:

de que la serie temporal, como muestra del proceso estocástico, es estacionaria y, si no lo es.

Transformar la serie temporal original de forma que la nueva serie transformada si lo sea.

¿cómo verificamos si la serie a analizar es estacionaria en media? ¿Cómo lograr que lo sea? ¿Filtrado de la serie original?

(Universidad Autónoma de Madrid, 2015) Para resolver la primera cuestión existen diversos métodos de aproximación y, de entre ellos. Podríamos subdividir la serie temporal en varios períodos de, aproximadamente, la misma longitud, y calcular su media. El proceso sería estacionario en el caso en que dichos estadísticos fueran prácticamente iguales para todos los subperíodos analizados. En la mayoría de los casos, un simple *Figura* sirve para observar si existe o no una clara tendencia y, por tanto, si la serie es estacionaria o no.

Habitualmente, cuando una serie muestra tendencia, se subdivide dicha serie en dos componentes: una primera, la estimación de dicha tendencia, y, la

segunda, el residuo o error que se comete cuando se utiliza dicha tendencia como valor estimado de la serie original.

$$y_t = T_t + r_t$$

Una vez estimada la tendencia, aproximada con una regresión lineal, parabólica, exponencial que sea más conveniente; trabajaremos con la serie del residuo, que entonces no mostrara tendencia y podremos decir que es estacionaria en media. Es sobre este residuo sobre el que llevaremos a cabo todo el proceso descrito como metodología de identificación ARIMA, sumando finalmente el valor de la tendencia estimada si queremos dar resultados de estimación de la serie original. Es decir:

La identificación del proceso ARIMA se hará sobre esta serie del residuo $r_t = y_t - T_t$, estimada previamente la tendencia del modo más adecuado.

Para obtener valores estimados de la serie original, sumaremos el componente tendencial al valor estimado del residuo mediante el modelo ARIMA $y_t = T_t + r_t$.

A este procedimiento se le conoce con el nombre de filtrado de la tendencia de la serie. Por supuesto, existen muy variadas formas de aplicar un filtro, siendo la que aquí hemos enunciado la más sencilla.

¿Cómo se comprueba si una serie es estacionaria en varianza? Orden de integración

Sin duda alguna, el test más habitual a la hora de determinar la estacionariedad de una serie temporal, consiste en la aplicación del conocido como test de Dickey–Fuller (Test DF) o Dickey-Fuller Ampliado (Test ADF) (Universidad Autónoma de Madrid, 2015). Éste es un contraste de “No

estacionariedad” ya que la hipótesis nula es precisamente la presencia de una raíz unitaria en el proceso generador de datos de la serie analizada.

Vamos a suponer inicialmente, como modelo de partida para el análisis de una determinada serie Y_t , el de un proceso estacionario autorregresivo de orden uno:

$$Y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{Ec. 1})$$

Frente a este modelo se plantea, como hipótesis nula H_0 , el modelo alternativo de un paseo aleatorio no estacionario del tipo:

$$Y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{Ec. 2})$$

Se trata por tanto de contrastar si el coeficiente φ_1 es igual a la unidad o distinto de ella.

Sin embargo, para contrastar la nulidad del coeficiente φ_1 , no podemos utilizar el contraste “t” habitual sobre una estimación por MCO del primer modelo. La razón es que la hipótesis nula que habitualmente se contrasta y, a partir de la cual se deriva la expresión y propiedades del test “t”, es la de nulidad del parámetro ($\varphi_1=0$) de la (Ec.2), sin embargo, en nuestro caso, necesitaríamos contrastar $H_0: \varphi_1=1$. Si la hipótesis nula fuera cierta, la varianza de Y_t no sería estacionaria, sino que crecería con los valores de “t” según la expresión de la varianza de un paseo aleatorio con deriva:

$$Var(y_t) = t\sigma_\varepsilon^2$$

La estimación de a_1 en $y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varepsilon$ será siempre consistente, sin embargo, su distribución variará según los valores que tome la estimación. La distribución de probabilidad asintótica del estimador de MCO del modelo AR(1) presenta una “discontinuidad” cuando $a_1=1$ y, como sustituto, deberán utilizarse

las distribuciones derivadas de forma empírica mediante un procedimiento de Montecarlo realizado por Dickey.

En la práctica, se obtiene restando a uno y otro lado el término y_{t-1} :

$$y_t - y_{t-1} = a_0 + a_1 y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = a_0 + (a_1 - 1) y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{Ec. 2})$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Por tanto, la hipótesis nula inicial para la (Ec. 2), se transforma ahora en $H_0: \gamma = 0$ frente a $H_1: \gamma < 0$. Decir que γ es nulo es lo mismo que decir que $\varphi_1=1$, o sea, que existe una raíz unitaria, decir que es menor que cero equivale a decir que a_1 es menor que la unidad (proceso autorregresivo estacionario) ó sea, no se considera el caso de procesos autorregresivos explosivos en que $\varphi_1 > 1$.

El procedimiento básico para la aplicación simple del test DF es, a partir de aquí, aparentemente sencillo. Se estima el modelo propuesto y se calcula el valor estimado de la “t” del parámetro analizado. Una vez calculado se compara con el valor empírico de referencia obtenido con las tablas de Dickey y Fuller o de MacKinnon. Si el valor estimado para γ es inferior en valor absoluto al tabulado dado un determinado nivel de confianza, admitiremos la hipótesis nula, o sea, la presencia de una raíz unitaria.

El modelo expuesto hasta el momento es el más simple posible, pero cabe que el modelo más adecuado a la realidad incluya otros términos, como una constante y/o una tendencia (O'Connell, Bowerman & koehler, 2007). Propusieron, entre otros autores, seguir un proceso en etapas a fin de garantizar el éxito en la elección del modelo de referencia en el mayor número de ocasiones:

En primer lugar, se estimaría el modelo menos restringido (con término constante y tendencia determinista).

Dado que el principal error de esta táctica inicial consistiría en la escasa potencia del contraste para el rechazo de la hipótesis nula por inclusión de variables irrelevantes, si los valores críticos indican rechazo (ausencia de raíz unitaria), terminaríamos el procedimiento.

En el caso de no rechazarse la hipótesis nula de presencia de una raíz unitaria, es decir, en el caso en que admitamos la presencia de una raíz unitaria ($H_0: \gamma = 0$) pasaríamos ahora a examinar la significatividad del parámetro tendencial determinista a_2 . Dado que, en este punto, estaríamos bajo la hipótesis ya admitida de que $\gamma = 0$, utilizaríamos el valor de referencia de $\tau_{\beta\tau}$ e incluso, para mayor seguridad, también el contraste conjunto Φ_3 ($a_2 = \gamma = 0$).

Si el término tendencial resulta significativo ($a_2 \neq 0$) contrastaremos de nuevo la presencia de una raíz unitaria ($H_0: \gamma = 0$) pero utilizando entonces las tablas de una normal estandarizada. Sea cual sea el resultado del test con las nuevas tablas finalizaríamos aquí el contraste admitiendo o rechazando la presencia de una raíz unitaria.

Si el término tendencial es no significativo, deberá replantearse el modelo inicialmente estimado pasándose a examinar otro con término constante, pero sin esta tendencia determinista. Con este modelo se vuelve a analizar la presencia de una raíz unitaria ($\gamma = 0$).

En el caso en que, nuevamente, se sostenga la presencia de una raíz unitaria, se contrastará entonces la adecuación del término independiente a_0 bien con el contraste $\tau_{\alpha\mu}$, bien con Φ_1 . Si el término independiente resulta significativo usamos de nuevo las tablas de una normal para contrastar la presencia de la raíz unitaria, concluyendo de nuevo aquí el contraste.

Sólo si entonces la constante a_0 es no significativa se utiliza el modelo más simple como modelo de referencia contrastándose, de nuevo, la presencia de raíz unitaria. En este caso, no tiene cabida el uso de la distribución normal estandarizada.

(Universidad Autónoma de Madrid, 2015) Está claro que lo expuesto hasta este momento permite contrastar la presencia de una o más raíces unitarias en una determinada serie temporal para la que se supone un proceso AR (1). Sin embargo, muchas series temporales se ajustan más adecuadamente a procesos autorregresivos de orden superior AR (2) o AR (3). No parece, por tanto, muy correcto, contrastar la presencia de una o más raíces unitarias utilizando siempre la estructura de un modelo AR (1) ya que las raíces unitarias pueden aparecer también en estructuras más complejas. Este problema da lugar a lo que se conoce como test de raíces unitarias de Dickey-Fuller Ampliado (DFA): si se quiere contrastar la presencia de una raíz unitaria en una serie que sigue un proceso AR(p), deberá aplicarse el procedimiento expuesto para el caso simple AR(1), pero suponiendo ahora del modelo:

$$\Delta y_t = \varphi_0 + \gamma \cdot y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

Dónde:

$$\gamma = -(1 - \sum_{i=1}^p e_i) \quad \text{y} \quad \beta_i = \sum_{j=1}^p e_j$$

2.21 MODELO ARIMA (p, d, q) SARIMA (P, D, Q)

En su forma más general el modelo ARIMA (p, d, q) ARIMA (P, D, Q) S podría escribirse como:

$$Y_T = \phi_1 Y_{T-1} + \phi_2 Y_{T-2} + \dots + \phi_{P_S+p+D_S+d} Y_{T-P_S-p-S_D-d} + \delta + U_T + \theta_1 U_{T-1} + \dots + \theta_{Q_S+q} U_{T-S_Q-q}$$

Entendiendo que puede haber más de un proceso generador de la serie (en la parte regular y en la estacional) y escribiendo una combinación de los modelos MA(q) y AR(p) que han precisado de una serie de diferenciaciones "d" en la parte regular o "D" en la parte estacional para que fueran estacionarios.

APLICACIÓN DE LAS FUNCIONES A MUESTRAS CONCRETAS

En este apartado se pretender especificar estimaciones de los valores que caracterizan el proceso estacionario. Habrá que estimar la media (μ), para lo que usaremos la media muestral; la varianza (γ_0) y la función de autocovarianza (γ_j), para lo que emplearemos la fórmula de la covarianza muestral) y la función de autocorrelación (ρ_j) (Universidad Autónoma de Madrid, 2015).

Media muestral.

Como ya se ha dicho, el estimador $\mu = E(y_t)$ será la media muestral:

$$\bar{y} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t$$

Dicho estimador cumplirá dos propiedades:

Insesgadez. - la esperanza de la media de la serie será igual a μ .

Esto se demuestra ya que:

$$E(\bar{y}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E(y_t) = \frac{1}{T} \cdot T \cdot \mu = \mu$$

Consistencia. - es decir, la varianza se anula cuando ampliamos la muestra a la población siendo el estimador insesgado, propiedad que se cumplirá siempre que se dé la siguiente condición, que no desarrollamos:

Función de autocovarianza muestral.

El estimador de γ_j se obtendrá según la siguiente expresión:

$$C_j = \frac{1}{T-j} \sum_{t=j+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-j} - \bar{y})$$

Que, a pesar de ser sesgado, dicho sesgo será determinable y cada vez más reducido según se aumente la muestra.

Función de autocorrelación muestral.

Para su cálculo se recurrirá al cociente de funciones de autocovarianza del siguiente modo:

$$r_j = \frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \frac{C_j}{C_0}$$

El estimador para la función de autocorrelación parcial

Para a emplear se calculará según el método recursivo de Durbin del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{11} &= r_1 \\ \hat{\phi}_{i+1,j+1} &= \frac{r_{j+1} - \sum_{i=1}^j \hat{\phi}_{ji} r_{j+1-i}}{1 - \sum_{i=1}^j \hat{\phi}_{ji} r_i} \\ \hat{\phi}_{ji}, i &= \hat{\phi}_{ji} - \hat{\phi}_{j+i,i+1} \hat{\phi}_{j,j+1+i} / i=1 \dots j \end{aligned}$$

2.22 PROCESO ESTOCÁSTICO ESTACIONARIO LINEAL DISCRETO

Vamos a definir un nuevo caso especial de un proceso estocástico que nos permita luego intentar encontrar algo parecido en la realidad y que sea fácilmente identificable (Universidad Autónoma de Madrid, 2015).

Se conoce por proceso estocástico estacionario lineal y discreto a aquel que puede expresarse como:

$$y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots$$

Dónde:

Es lineal porque puede escribirse como combinación lineal de los errores.

e_t es ruido blanco (esperanza y covarianza nulas y varianza constante).

Es discreto porque los lapsos temporales considerados son uniformes (no hay saltos temporales distintos entre las variables consideradas).

El siguiente paso será especificar las condiciones que nos aseguran que este proceso es estacionario, es decir que tiene media y varianza constantes y que su covarianza sólo varía cuando lo hace el espacio temporal que separa las observaciones empleadas para calcularla. Para ver estas condiciones, calcularemos los momentos de primer y segundo orden asegurando la estacionariedad en sentido débil.

Media constante:

$$E(y_t) = E(\mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \dots) = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i E(e_t) \quad / \quad \theta_0 = 1 \text{ y } \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i = k < \infty$$

Es decir, la media será constante en la medida en que exista la segunda parte del sumando que, al quedar multiplicada por la esperanza del "ruido blanco" será finalmente cero, y la media quedará igual a μ .

Varianza constante:

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= E(y_t - \mu)^2 = E(\mu - \mu^2 + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots)^2 = \\ &E(e_t^2 + \theta_1^2 e_{t-1}^2 + \dots + 2\theta_1 e_t e_{t-1} + 2\theta_2 e_t e_{t-2} + \dots) = \\ &\sigma_e^2 (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + 0) = \\ &\sigma_e^2 \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i^2 \quad / \quad \theta_0 = 1 \end{aligned}$$

Siendo entonces condición necesaria para que la varianza exista que el último sumatorio sea calculable (converja).

Covarianza constante:

$$\begin{aligned} \gamma_j &= E[(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu)] = \\ &E[(e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots)(e_{t-j} + \theta_1 e_{t-j-1} + \theta_2 e_{t-j-2} + \dots)] = \end{aligned}$$

$$\theta_j E((e_{t-j}^2 + \theta_1 \theta_{j-1} E(e_{t-j-1}^2 + \theta_2 \theta_{j+2} E(e_{t-j-2}^2)) + \dots =$$

$$\sigma_e^2 (\theta_j + \theta_1 \theta_{j+1} + \theta_2 \theta_{j+2} + \dots) = \sigma_e^2 \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i \theta_{i+j}$$

Luego el proceso será estacionario en la medida en que se cumplan estas tres condiciones:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \theta_i E(e_t) \quad / \theta_0 = 1 \quad y \quad \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i = K < \infty$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \theta_i^2 < \infty \quad / \theta_0 = 1$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \theta_i \theta_{i+j} < \infty$$

Ventajas

- Una vez definido este proceso particular, vamos a ver resumidamente sus ventajas respecto a no contar con él.
- En principio, si quisiéramos definir un proceso estocástico en general, tendríamos, al menos, que definir sus momentos de primer y segundo orden, para lo cual sería necesario estimar T varianzas, T esperanzas y $(T^2 - T) / 2$ covarianzas, lo que nos es imposible si sólo contamos con T datos. Si el proceso fuera estacionario, ya sólo tendríamos que estimar una esperanza y una varianza (media y una varianza constantes) y (T-1) covarianzas ($cov(y_t, y_{t-1}), cov(y_t, y_{t-2}), \dots$); En total $1+1+(T-1)=T+1$ parámetros, lo que tampoco es posible.
- Si estamos ante un proceso estocástico estacionario lineal discreto, sólo necesitaremos contar con:

$$T > p + q + 2$$

Siendo "p" y "q" los órdenes de los retardos de los modelos autorregresivos y de medias móviles que ya hemos definido anteriormente.

MODELOS MA (1)

Una vez tenemos definidas las ventajas de contar con un proceso estocástico estacionario lineal y discreto, y que podemos calcular las funciones de autocovarianza y autocorrelación, puede resultar interesante ver que valores toman éstas en aquellos casos sencillos que luego nos permitan comprobar si series generales pueden tener un comportamiento similar, simplemente acudiendo a la comparación de sus correlogramas (de la función de autocorrelación total y parcial).

El primer caso a analizar será el modelo de medias móviles de orden uno, que se define como:

$$y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1}$$

Este modelo también se puede escribir en función del operador retardo, ya comentado, del siguiente modo:

$$y_t = \mu + \theta(L)e_t$$

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L$$

Se dice que un modelo MA(q) es invertible en la medida en que se pueda escribir como un proceso autorregresivo de orden infinito. Para que esta circunstancia pueda darse, será condición necesaria que las raíces de:

$$1 - \theta(L) = 0$$

Caigan fuera del círculo unitario, lo que se cumplirá siempre que $|\theta| < 1$.

(Hanke & Reitsh, 2006) Esta situación proviene de la conversión del modelo de medias móviles en modelo autorregresivo. Si escribimos el MA (1) como:

$$y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1}$$

Podemos hacer sucesivas sustituciones hasta llegar al modelo autorregresivo:

$$e_{t-1} = y_{t-1} - \mu - \theta_1 e_{t-2}$$

$$y_t = \mu + (y_{t-1} - \mu - \theta_1 e_{t-2}) + e_t$$

$$\theta_1 y_{t-1} - \theta_1^2 y_{t-2} + \dots + \mu(1 + \theta_1 + \theta_1^2 + \theta_1^3 + \dots + \theta_1^{n-1}) + e_t - \theta_1^n e_{t-n}$$

Si $n \rightarrow \infty$:

$$y_t = \theta_1 y_{t-1} + \theta_1^2 y_{t-2} + \dots + \mu \frac{1}{1 - \theta_1} + e_t$$

Donde es necesario que $|\theta| < 1$ para que la progresión geométrica que se produce sobre los parámetros θ sea calculable y no explosiva.

El siguiente paso, una vez definida la condición de invertibilidad, es definir las funciones que se han descrito para los procesos estocásticos en general para el caso del modelo MA (1).

Esperanza:

$$E(y_t) = E(\mu + e_t + \theta_1 e_{t-1}) = E(\mu) + E(e_t) + \theta_1 E(e_{t-1}) = \mu$$

Varianza:

$$\begin{aligned} var(y_t) &= E(y_t - \mu)^2 = E(\mu + e_t + \theta_1 e_{t-1} - \mu)^2 \\ &= E(e_t^2 + \theta_1^2 e_{t-1}^2 + 2\theta_1 e_t e_{t-1}) = \\ &= \sigma_e^2 + \theta_1^2 \sigma_e^2 + 0 \end{aligned}$$

Función de autocovarianza:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= cov(y_t, y_{t-1}) = E((y_t - \mu)(y_{t-1} - \mu)) = \\ &= E((e_t + \theta_1 e_{t-1})(e_{t-1} + \theta_1 e_{t-2})) \\ &= E(e_t e_{t-1} + \theta_1 e_t e_{t-2} + \theta_1 e_{t-1} e_{t-1} + \theta_1^2 e_{t-1} e_{t-2}) \\ &= \theta_1 E(e_{t-1})^2 = \theta_1 \sigma_e^2 \end{aligned}$$

$$\gamma_j = cov(y_t, y_{t-j}) = E((y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu)) =$$

$$E \left((e_t + \theta_1 e_{t-1})(e_{t-j} + \theta_1 e_{t-j-1}) \right) =$$

$$E(e_t e_{t-j} + \theta_1 e_{t-1} e_{t-j} + \theta_1 e_t e_{t-j-1} + \theta_1^2 e_{t-1} e_{t-j-1})$$

$$E(e_t e_{t-j} + \theta_1 e_{t-1} e_{t-j} + \theta_1 e_t e_{t-j-1} + \theta_1^2 e_{t-1} e_{t-j-1}) = 0 = \gamma_j$$

Luego la función de autocovarianza se anula para valores de "j" mayores que uno y es una fracción de la varianza del error para el valor de j=1.

Función de autocorrelación

(Hanke & Reitsh, 2006) Calculada como cociente entre la función de autocovarianza y la varianza, tal y como ya se vio antes, tendríamos:

$$\rho_j = \frac{\gamma_j}{\gamma_0}$$

$$\rho_j = \frac{\theta_1 \sigma_a^2}{(1 - \theta_1^2) \sigma_a^2} = \frac{\theta_1}{(1 - \theta_1^2)}$$

$$\rho_j = 0 \quad j > 1$$

La función de autocorrelación parcial

Se calcularía siguiendo la siguiente expresión, que no demostramos:

$$\hat{\phi}_{jj} = \frac{\theta_1^j (1 - \theta_1^2)}{1 - \theta_1^{2(j+1)}}$$

Definidas las funciones características de los procesos estocásticos para el caso concreto del MA (1), podemos enunciar las siguientes particularidades de este tipo de proceso:

Siempre es estacionario.

Para ser invertible, es necesario que $|\theta| < 1$.

La ρ_j sólo tiene un punto significativo. El modelo "olvida" la correlación con períodos distintos al inmediatamente anterior y el correlogramas sólo tendrá un punto significativo.

La función de autocorrelación parcial no se anula, pero tendrá un comportamiento amortiguado hacia cero.

MODELOS AR (1)

Definido el modelo AR (1) como:

$$y_t = \theta_0 + \theta_1 y_{t-1} + e_t$$

Que también puede escribirse como:

$$\theta(L)y_t = \theta_0 + e_t$$

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L$$

A diferencia de los modelos de medias móviles, los autorregresivos no son estacionarios por definición y, para que lo sean, ha de cumplirse que las raíces de la siguiente ecuación sean mayores que uno:

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L = 0$$

Lo que nos permitiría escribirlo como un modelo de medias móviles y, en definitiva, esto supone que los coeficientes $|\theta|$ han de ser menores que 1.

Pasamos a describir las funciones definidas:

Esperanza matemática:

$$\begin{aligned} E(y_t) &= E(\theta_1 y_{t-1} + \theta_0 + e_t) = \\ &\theta_1 E(y_{t-1} + \theta_0 + 0) \end{aligned}$$

Donde, como el proceso es estacionario, las esperanzas

$$E(y_t) = E(y_{t-1}) = \dots = E(y_{t-j}) = \mu$$

Y se puede escribir:

$$E(y_t) = \mu = \theta_1 \mu + \theta_0$$

$$\mu = \frac{\theta_0}{1 - \theta_1}$$

Varianza:

Para hacer los cálculos con mayor facilidad es conveniente poner el modelo autorregresivo en desviaciones a la media, sin que ello suponga ningún cambio en éste (se puede hacer la prueba escribiendo el modelo en desviaciones y llegando al modelo normal).

El modelo en desviaciones a la media lo definiremos como:

$$\tilde{y}_t = \theta_1 \tilde{y}_{t-1} + e_t$$

Dónde:

$$\tilde{y}_{t-j} = y_{t-j} - \mu = y_{tj} - \frac{\theta_0}{1 - \theta_1}$$

Para calcular la varianza, escribimos el momento de segundo orden:

$$\begin{aligned} \text{var}(y_t) &= \gamma_p = E(\theta_1 \tilde{y}_{t-1} + e_t)^2 \\ &= E(\theta_1^2 \tilde{y}_{t-1}^2 + e_t^2 + 2\theta_1 \tilde{y}_{t-1} e_t) = \\ &= \theta_1^2 E(\tilde{y}_{t-1})^2 + E(e_t)^2 + 2\theta_1 E(\tilde{y}_{t-1} e_t) \end{aligned}$$

Dado que el proceso es estacionario:

$$E(\tilde{y}_t)^2 = E(\tilde{y}_{t-1})^2 = \gamma_0$$

$$E(e_t)^2 = \sigma_e^2$$

Como el proceso en desviaciones a la media se puede escribir como un proceso de medias móviles y por lo que hemos visto anteriormente, podríamos escribir:

$$E(e_t \tilde{y}_{t-h}) = \sigma_e^2 \quad / \quad h = 0 \quad \text{y} \quad 0 \quad \text{si} \quad h > 0$$

Por todo lo cual:

$$\gamma_0 = \theta_1^2 \gamma_0 + \sigma_e^2$$

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_e^2}{1 - \theta_1^2}$$

Función de autocovarianza:

$$\gamma_1 = cov(\tilde{y}_t \tilde{y}_{t-1}) = E(\tilde{y}_{t-1}(\theta_1 \tilde{y}_{t-1} + e_t)) =$$

$$\theta_1 \gamma_0 = \theta_1 \frac{\sigma_e^2}{1 - \theta_1^2}$$

$$\gamma_2 = cov(\tilde{y}_t \tilde{y}_{t-2}) = E(\tilde{y}_{t-2}(\theta_1 \tilde{y}_{t-1} + e_t))$$

$$\theta \gamma_1 = \theta_1^2 \gamma_0 = \theta_1^2 \frac{\sigma_e^2}{1 - \theta_1^2}$$

Lo que, generalizando, se podría escribir como:

$$\gamma_j = \frac{\sigma_e^2}{1 - \theta_1^2} \theta_1^j$$

Función de autocorrelación total

$$\sigma_j = \theta_1^j / j \geq 1$$

Función de autocorrelación parcial

$$\theta_{jj} = \rho_1 / j=1 \quad \text{y } 0 \text{ si } j>1$$

Definidas todas estas funciones, podemos caracterizar el proceso autorregresivo del siguiente modo:

Siempre es invertible (está directamente invertido).

Para ser estacionario, ha de cumplirse que $|\theta| < 1$.

La función de autocorrelación total no se anula, pero se va amortiguando hacia cero.

La función de autocorrelación parcial se anula para retardos superiores a uno.

2.23 NECESIDAD DE PRONOSTICAR

Debido a que siempre ha sido cambiante el mundo en el que operan las organizaciones, siempre ha existido la necesidad de hacer pronósticos. Sin embargo, en los últimos años se ha incrementado la confianza en las técnicas que abarcan una compleja manipulación de datos.

computadoras, junto con las técnicas cuantitativas que hacen posible, se han vuelto más que recomendables en las organizaciones modernas; se han vuelto esenciales.

¿Quién requiere hacer pronósticos? Casi cualquier organización, grande y pequeña, pública y privada, utiliza el pronóstico debido a que casi todas las organizaciones deben planear como enfrentar las condiciones futuras de las cuales tiene un conocimiento imperfecto. Además, la necesidad de hacer pronósticos cruza todas las líneas funcionales, lo mismo que todo tipo de organizaciones.

TÉCNICAS DE PRONÓSTICOS.

Se pueden emplear dos técnicas básicas de pronósticos: Las técnicas de pronóstico cualitativas y cuantitativas.

Técnicas de pronósticos cualitativas.

Este método es apropiado cuando los datos confiables son escasos o difíciles de emplear. Se basan en el juicio humano y en la intuición, más que en la manipulación de datos históricos anteriores. Las técnicas cualitativas comunes incluyen al método Delphi, curvas de crecimiento, escritura de escenarios, investigación de mercado y grupos de enfoque

Técnicas de pronóstico cuantitativas.

Las técnicas de pronóstico cuantitativas se utilizan cuando existen suficientes datos históricos disponibles y cuando se juzga que estos datos son representativos de un futuro desconocido. Trabajan con modelos cuantitativos o modelos matemáticos que se basan en datos históricos, bajo el supuesto de que

son relevantes para el futuro. Estos modelos se pueden utilizar con series de tiempo.

PRONOSTICOS SEGÚN PLAZOS.

Los pronósticos a largo plazo son necesarios para establecer el curso general de la organización para un largo periodo, sirven para tomar decisiones estratégicas y por lo general abarcan de tres a cinco años. Los pronósticos a mediano plazo abarcan de uno a dos años. Los pronósticos a corto plazo se utilizan para diseñar estrategias inmediatas que ayuden en la toma de decisiones, solo abarcan meses. Las técnicas más complejas de Box-Jenkins resultan apropiadas para pronósticos de corto y mediano plazos

IDENTIFICACIÓN DEL MODELO

Aunque podríamos seguir definiendo las características de otros procesos ARIMA de órdenes mayores, no tiene mayor interés una vez se ha entendido el procedimiento y sí interesa precisar la forma que adoptarían los correlogramas de estas funciones porque, fruto de su comparación con los que obtendremos con nuestras series de interés, podremos asociar a nuestra serie temporal de estudio un proceso ARIMA que identifique su proceso generador de datos, tanto a pasado como a futuro.

Los correlogramas o funciones de autocorrelación total y parcial están en la figura 1, 2, 3 también disponibles en el libro de (Hanke & Reitsh, 2006).

De forma muy poco académica, el proceso de identificación consistirá en calcular las funciones de autocorrelación total y parcial de nuestra serie (una vez estamos seguros de que ésta cumple las condiciones que definen un proceso estocástico estacionario) y comparar sus correlogramas con los correspondientes a los modelos teóricos $AR(p)$, $MA(q)$ ó $ARMA(p, q)$.

En principio, si el proceso está bien identificado, procederemos a su estimación y, si analizamos los correlogramas de los residuos obtenidos en la estimación, serán "ruido blanco". Si esto no es así, habrá que realizar una nueva estimación incorporando la estructura más parecida al modelo teórico que podamos intuir con la comparación con los modelos teóricos.

Para saber cuándo estamos ante un "ruido blanco", se pueden hacer las siguientes comprobaciones:

Media nula

(Universidad Autónoma de Madrid, 2015) Puede observarse en el Figurate de residuos si el error se mueve en torno al valor cero o bien calcularse el cociente entre la media y la varianza muestral de los residuos. Si esa ratio es inferior a 2, podemos concluir (con un $\varepsilon=0,05$) que la media no es significativamente distinta de cero.

Varianza constante

(Universidad Autónoma de Madrid, 2015) Observando el Figurate de los residuos puede analizarse la constancia de la varianza del error. En caso de heterocedasticidad y es recomendable una transformación logarítmica en la serie original.

Incorrelación

Deben observarse los coeficientes de autocorrelación muestral de los residuos y comprobar que ninguno de ellos supera el valor de las bandas de significatividad al 5% ($\pm 1,96 (1/T^{1/2})$). El valor $T^{1/2}$ es una aproximación de la varianza asintótica, pero resulta sólo adecuada para valores grandes de "el estudio de las funciones de

autocorrelación muestral y autocorrelación parcial muestral de los residuos, pueden servirnos fácilmente para el replanteamiento del modelo inicial.

El contraste de la "Q" de Box-Pierce analiza la hipótesis nula de que:

$$H_0: \rho_1(a) = \rho_2(a) = \rho_3(a) = \dots = \rho_M(a) = 0$$

Suponiendo que la expresión:

$$Q = T \sum_{j=1}^M r_j^2(\hat{a})_t$$

O la alternativa propuesta por Ljung-Box:

$$Q^* = T(T+2) \sum_{j=1}^M (T-j)^{-1} r_j^2(\hat{e})_t$$

Se distribuye como una chi-cuadrado con M-k grados de libertad.

PROCESOS ARMA

(Uriel, 1985) La presentación de procesos AR y MA da lugar a los procesos mixtos ARMA. La formulación general de un proceso ARMA, ARMA (p, q), es:

$$Y_t = c + \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q}$$

ARMA (1,1)

Un proceso ARMA (1,1) (se excluye la constante por simplicidad):

$$Y_i = \varphi_1 Y_{i-1} + e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

MODELO DE MEDIAS MÓVILES

Un modelo de los denominados de medias móviles es aquel que explica el valor de una determinada variable en un período t en función de un término independiente y una sucesión de errores correspondientes a períodos precedentes, ponderados convenientemente. Estos modelos se denotan normalmente con las siglas MA, seguidos, como en el caso de los modelos autorregresivos, del orden

entre paréntesis. Así, un modelo con q términos de error MA (q) respondería a la siguiente expresión (Uriel, 1985):

$$Y_t = c + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots + \theta_q e_{t-q}$$

Que de nuevo puede abreviarse utilizando el polinomio de retardos (como en caso de los modelos AR):

$$Y_t = \theta_q(L)e_t + \mu$$

Al igual que en el caso de los modelos autorregresivos, el orden de los modelos de medias móviles suele ser bajo MA (1), MA (2) o corresponderse con la periodicidad de los datos analizados MA (4), para series trimestrales, o MA (12) para series mensuales.

INTERPRETACIÓN DE UN MODELO DE MEDIAS MÓVILES

(Universidad Autónoma de Madrid, 2015) Así como un modelo autorregresivo es intuitivamente sencillo de comprender, la formulación de un modelo de medias móviles resulta sorprendente para el no iniciado. ¿Qué significa que una variable aleatoria se explique en función de los errores cometidos en períodos precedentes?, ¿De dónde proceden esos errores?, ¿Cuál es la justificación de un modelo de este tipo?

En realidad, un modelo de medias móviles puede obtenerse a partir de un modelo autorregresivo sin más que realizar sucesivas sustituciones.

MODELOS MA (1)

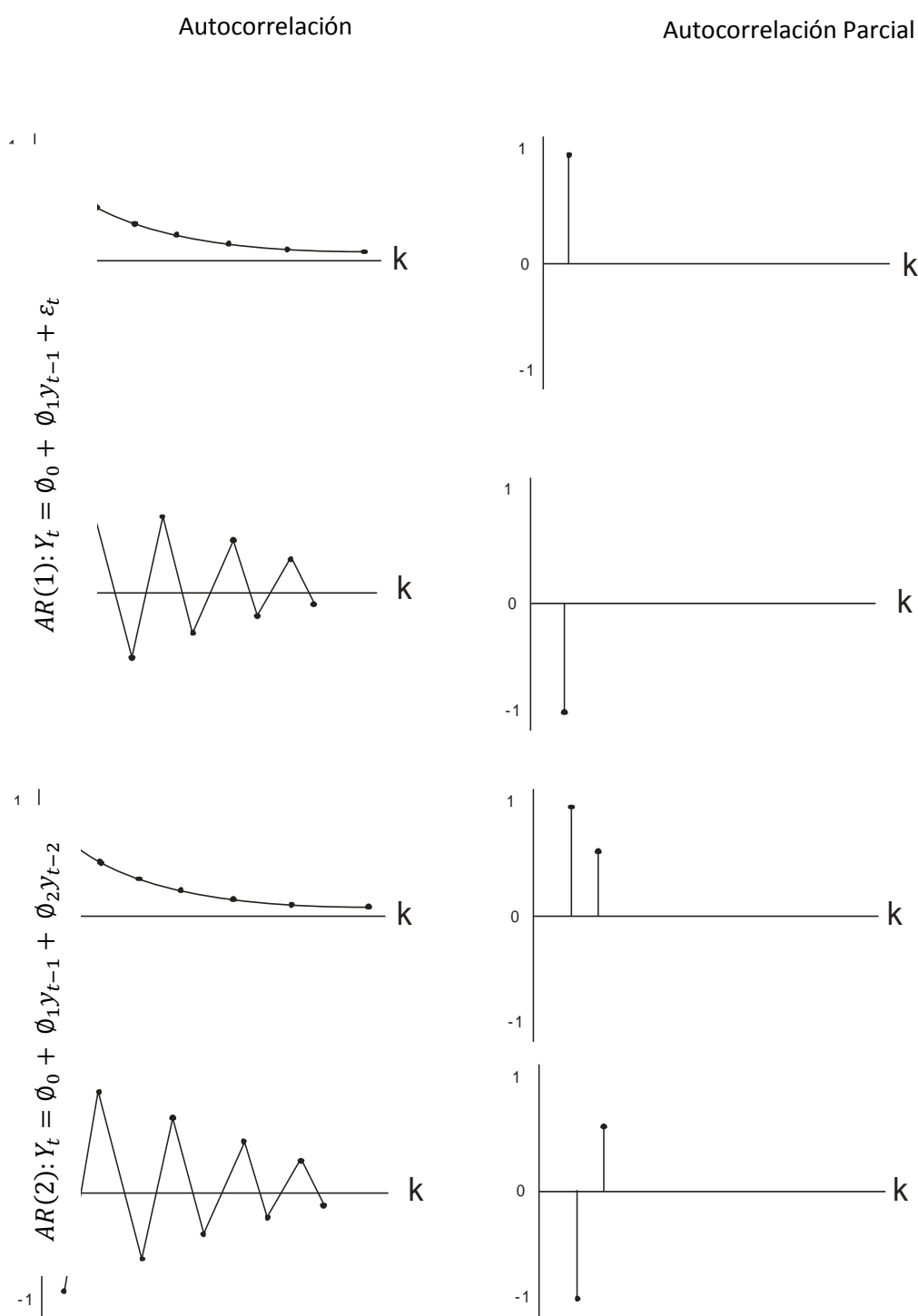
Una vez tenemos definidas las ventajas de contar con un proceso estocástico estacionario lineal y discreto, y que podemos calcular las funciones de autocovarianza y autocorrelación, puede resultar interesante ver que valores toman éstas en aquellos casos sencillos que luego nos permitan comprobar si series económicas generales pueden tener un comportamiento similar,

simplemente acudiendo a la comparación de sus correlogramas (de la función de autocorrelación total y parcial) (Espaza & Cancelo, 1993).

El primer caso a analizar será el modelo de medias móviles de orden uno, que se define como:

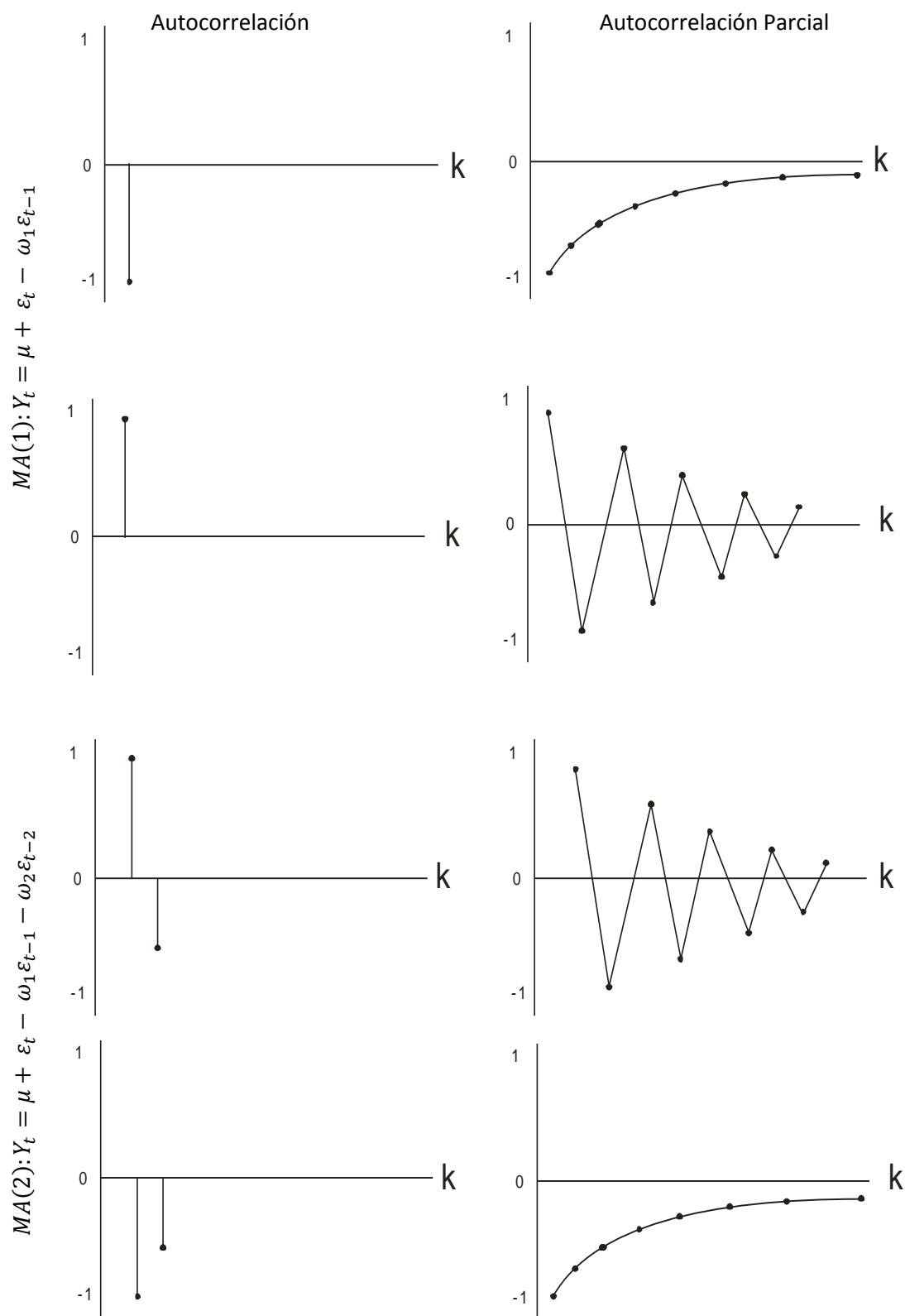
$$Y_t = \mu + e_t + \theta_1 e_{t-1}$$

Figura 1 : Coeficiente de autocorrelación y de autocorrelación parcial de los modelos AR (1) y AR (2).



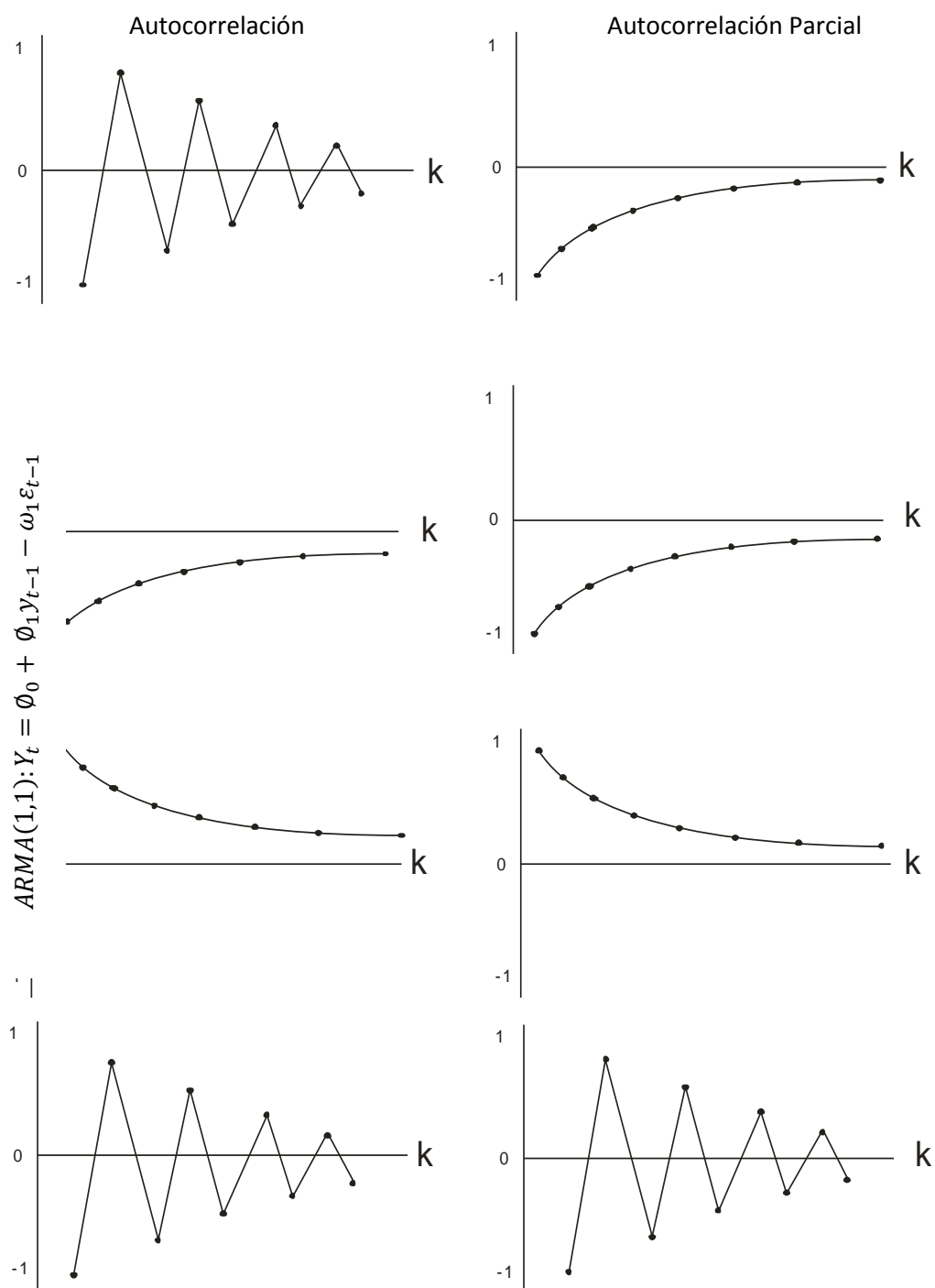
Fuente: (Hanke & Reitsh, 2006). Pronósticos en los negocios (p. 433).

Figura 2: Coeficiente de autocorrelación y de autocorrelación parcial de los modelos MA (1) y MA (2).



Fuente: (Hanke & Reitsh, 2006). Pronósticos en los negocios (p. 434).

Figura 3: Coeficientes de autocorrelación y autocorrelación parcial de un modelo ARMA (1, 1).



Fuente: (Hanke & Reitsh, 2006). Pronósticos en los negocios (p. 435).

2.24 DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS

- **malnutrición**

Estado patológico debido a la diferencia, el exceso o la mala asimilación de los alimentos.

- **desnutrición**

Estado patológico resultante de una dieta deficiente en uno o varios nutrientes esenciales o de una mala asimilación de los alimentos.

Hay 3 tipos de desnutrición

1.- Desnutrición aguda: deficiencia de, pero para altura (P/A). delgadez extrema.

Resulta de una pérdida de peso asociada con periodos recientes

de hambruna o enfermedad que se desarrolla muy rápidamente y es *limitada en el tiempo*.

2.- Desnutrición crónica: retardo de altura para edad (A/E). asociada normalmente a situaciones de pobreza, con consecuencias para el aprendizaje y menos desempeño económico.

3.- Desnutrición global: Deficiencia de peso para la edad insuficiencia ponderal.

Índice compuesto de los anteriores ($P/A \times A/E = P/E$) que se usa para dar seguimiento a los objetivos del Milenio.

practicarse cuando un parto vaginal podría conducir a complicaciones médicas.

Es una cirugía que se hace con el propósito de abrir, explorar y examinar para tratar los problemas que se presenten en el abdomen.

- **modelo de predicción**

Se entiende por predicción, anunciar algo que ha de suceder de un fenómeno físico dentro de un periodo de tiempo. Se incluye el estudio de datos históricos, para descubrir sus patrones y tendencia fundamentalmente, este conocimiento se utiliza para proyectar los datos a periodos futuros como pronóstico.

- **modelo box-Jenkins**

El modelo Box-Jenkins es uno de los métodos predicativos y se fundamente en la estimación eficiente de los parámetros por medio de los procesos iterativos.

- **modelo univariante de box-Jenkins**

Es una serie de tiempo Y_t , basado en la información existente en el pasado.

- **modelo univariante de box-Jenkins no integrado**

Son los procesos de Medias Móviles MA (q), Autorregresivos AR (p) y Procesos Mixtos ARMA (p, q) se les considera como los modelos no integrados en vista de que no invierte la estacionalidad de las series observada.

- **modelo univariante de box-Jenkins integrado**

A los procesos mixtos integrados ARIMA (p, d, q), proceso estacional mixto integrado SARIMA (p, d, q) *(P, D, Q), proceso de medias móviles exponenciales porque interviene la estacionalidad de la serie en estudio.

- **variable**

Es una expresión que sirve para determinar una característica de los elementos de un conjunto de los cuales se asocia.

- **variable dependiente**

Son variables que influyen en el conjunto de relaciones y a su vez están influenciados por las variables independientes.

- **variable independiente**

Variables que influyen en el conjunto de relaciones, pero no están influenciados por ella.

- **serie**

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones ordenadas en el tiempo (o en alguna otra dimensión).

- **paseo aleatorio**

Un proceso aleatorio es un proceso estocástico Y_t cuyas primeras diferencias toman un proceso de ruido blanco.

- **ruido blanco**

Es un proceso puramente aleatorio en donde las variables son distribuidas con media cero, varianza constante y ausencia de autocorrelación entre observaciones.

- **función de autocorrelación parcial**

PACF: La autocorrelación parcial en el lapso determinado. El PACF variara entre -1 y +1, con valores cercanos ± 1 , que indica fuerte correlación. El PACF elimina el efecto de la autocorrelación retraso menor de la estimación de la correlación a mayores rezagos. Este cálculo solo es válido con un decimal.

- **correlograma**

Es una representación gráfica de los valores individuales de la función de autocorrelación total y parcial respecto a los rezagos.

- **estacionariedad**

Es una serie de tiempo, decimos que la serie es estacionaria si $f(Y_t) = f(Y_{t+k})$, es decir el comportamiento de la variable en el tiempo es el mismo si se produce un desplazamiento de la serie.

- **estacionalidad**

Puede definirse como la repetición de un cierto patrón de comportamiento en forma periódica; por ejemplo, se puede repetir cada 3 meses, 6 meses, cada año, cada 4 años, etc.

- **población**

Se define población como la colección completa de elementos acerca de los cuales se desea conocer información.

2.25 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Tabla 1: Identificación de variables correspondientes a la desnutrición crónica en menores de 5 años, en el Período 2012-2016.

VARIABLES	INDICADORES	ÍNDICE
Variable dependiente		
Niños con desnutrición crónica en menores de 5 años, para cada uno de los años en el periodo 2012 – 2016	Meses	N.º de casos
Variable Independiente		
Tiempo	Meses	N.º de casos

Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 LOCALIZACIÓN

El presente trabajo de investigación se realizó en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, Provincia y Departamento de Puno a 3819 m.s.n.m.

3.2 MATERIALES Y EQUIPOS

Para el presente trabajo de investigación se obtuvo la información de la Oficina de Estadística e Informática de la Dirección Regional de Salud Puno, periodo 2012 – 2016.

Se usó equipos de cómputo como: laptop Core i5, Epson 1565 y para el cálculo y procedimientos de datos software libre estadístico como, Gretl 1.10.

3.3 POBLACIÓN

La población está conformada por todos los casos de desnutrición crónica en niños menores de 5 años desde el periodo 2012 – 2016 en el hospital Manuel Núñez Butron - Puno

3.4 MUESTRA

La muestra está conformada por los casos de desnutrición crónica en niños menores de 5 años en el periodo 2012-2016, de las micro redes de salud Puno.

3.5 UNIDAD MUESTRAL

Número de casos de desnutrición crónica de los niños menores de 5 años

3.6 MÉTODO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Con la finalidad de asegurar la efectividad y originalidad de los datos, estos fueron recopilados directamente de la relación de pacientes niños menores de 5 años con casos de desnutrición crónica, que se encuentran datos recopilados mensualmente en Dirección Regional de Salud Puno periodo 2012 – 2016.

3.7 METODOLOGÍA

El presente trabajo de investigación es aplicativo - descriptivo; este método es de gran importancia, ya que está presente en todas las fases del desarrollo de los modelos.

3.8 MÉTODO DE ANÁLISIS DE DATOS

En el presente trabajo de investigación se utilizó la teoría de WIENER-KOLMOGOROV, más conocido como el enfoque de Box-Jenkins en las series de tiempo.

Los pasos a seguir en la obtención del modelo univariante por el método Box-Jenkins fueron:

Representación gráfica de las series

Cálculo de la función autocorrelación (F.A.C.) y función de autocorrelación parcial (F.A.C.P.).

Proceso de identificación.

Estimación de parámetros.

Proceso de verificación y

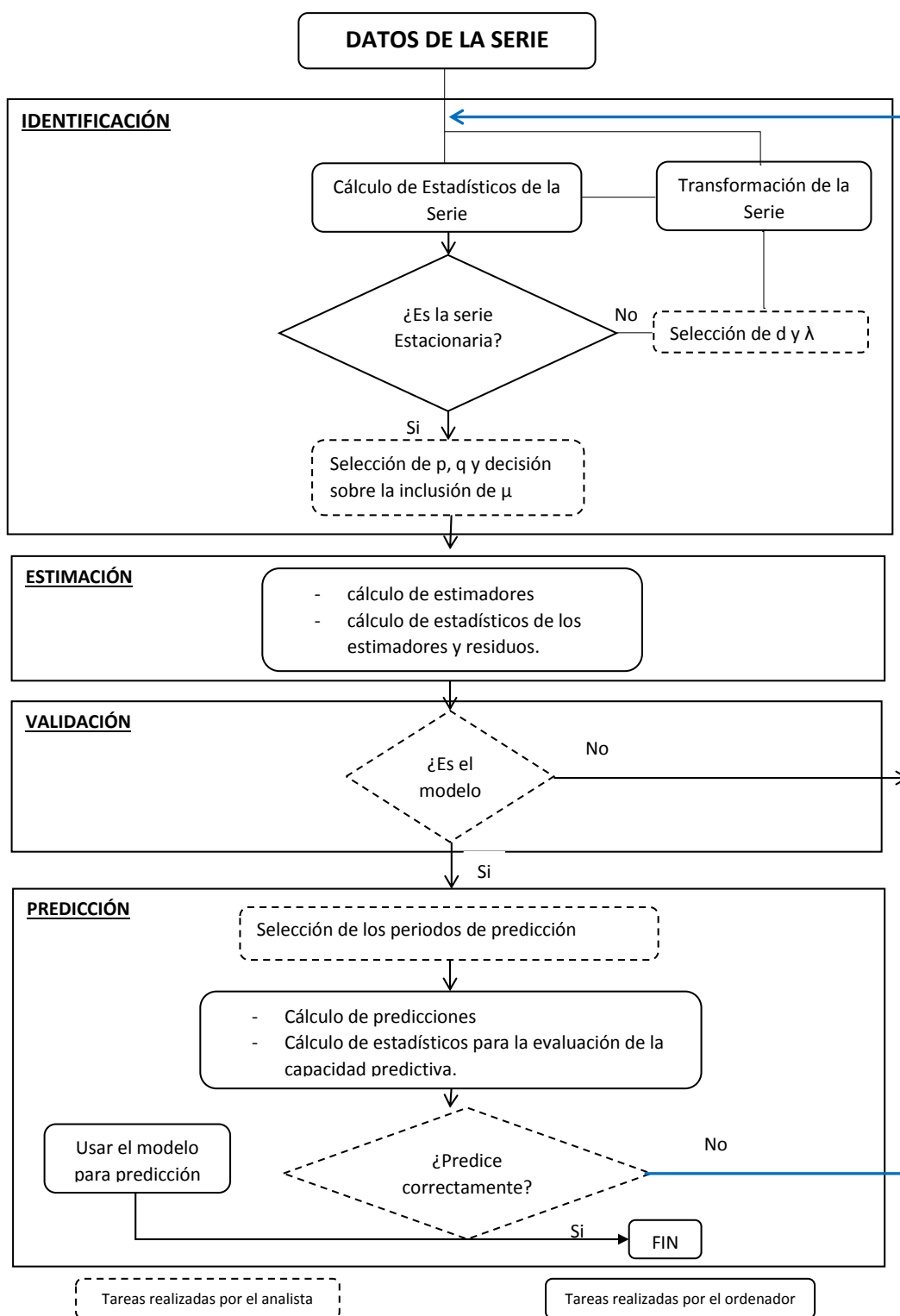
Proceso de predicción.

3.9 MÉTODO DE BOX-JENKINS (Teoría de WIENER-KOLMOGOROV).

La metodología de Box-Jenkins sigue un proceso que consta de cuatro fases, las cuales son:

1. **Identificación.** - Se trata de elegir uno o varios modelos ARIMA como posibles candidatos para explicar el comportamiento de la serie.
2. **Estimación.** - Se realiza la estimación de los parámetros de los modelos seleccionados.
3. **Verificación o Validación.** - Se comprueba la adecuación del modelo estimado y se verifica que cumpla las propiedades respectivas.
4. **Pronóstico y predicción.** - Si el modelo elegido es satisfactorio se realizan las predicciones de la variable.

Figura 4: Metodología del enfoque Box-Jenkins



Fuente: (Uriel, 1985) Análisis de series temporales Modelos ARIMA

3.10 FASES DE LA METODOLOGÍA BOX-JENKINS

FASE 1: IDENTIFICACIÓN DE MODELOS

Primero, consideramos que el modelo ARIMA puede ser identificado para un caso donde se proporciona una adecuada representación de los procesos generados de una serie de tiempo Y_1, \dots, Y_N . La media de la serie, la varianza, la F.A.C. y la F.A.C.P. son calculados, y la inspección de r_k y ϕ_{kk} debiera indicar el(los) modelo(s) a ser disparejos (entretenido) (Anderson, 1985).

El orden de integración (o grado de diferenciación), denotado por $I(d)$, se refiere al número de veces que una serie sea diferenciada para optar una serie estacionaria. El orden de integración define el parámetro “d” del modelo ARIMA. Se trata de la determinación de estacionariedad de la serie (d y λ) y a continuación el número de parámetros (p) y la media móvil (q), es decir si el modelo de la media varia a través del tiempo, se trata de series no estacionarias se aplica las transformaciones adecuadas con la finalidad de convertir en estacionarias e invertibles, especificando el grado de diferenciación y el algoritmo de Box-Jenkins haciendo el uso siguiente.

Representación gráfica de la serie; se visualiza fluctuaciones respecto a la media para confirmar la estacionariedad de la serie.

Estimación de la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial; se demuestra la significancia de los r_k y ϕ_{kk} confirmar que ninguno de los parámetros estimados sea superior a 1 ni menor a $(q-1)$.

Calcular las raíces de la ecuación característica; en el proceso de identificación se comprueba la estacionariedad de la serie, solamente si las raíces caen dentro del círculo unitario, es conveniente realizar esta inspección. Para esto se utiliza la prueba de Dickey Fuller o de raíces unitarias en la cual la hipótesis a verificar es:

H_0 : Hay raíz unitaria (proceso no estacionario).

H_1 : No hay raíz unitaria (proceso estacionario).

El estadístico de prueba es: $T_u = \frac{a}{\hat{s}(\hat{a}_0)}$

Donde:

\hat{a}_0 : Estimación mínimo cuadrado de a . La regla de decisión a considerar será:

Rechazar H_0 si $T_u > T_t$ y por tanto el proceso es estacionario. El estadístico T_u sigue una distribución T de Students que se tabula por Dickey y Fuller.

FASE 2: ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Una vez seleccionado el modelo tentativo, habiendo identificado los valores apropiados de p , d y q se procede a estimar los valores de parámetros de los términos autorregresivos y media móvil incluidos en el modelo, a través del uso de los mínimos cuadrados no lineales que minimizan la suma de los cuadrados de los residuos.

FASE 3: VALIDACIÓN O VERIFICACIÓN

La finalidad de esta fase consiste en analizar la adecuación entre el modelo y los datos, o dicho de otra forma en que medida se cumple lo siguiente:

Los residuos del modelo estimado se aproximan al comportamiento de un ruido blanco.

El modelo estimado es estacionario e invertible.

Los coeficientes son estadísticamente significativos.

El grado de ajuste es elevado en comparación al de otros modelos alternativos.

Una de las formas para detectar violaciones a los supuestos es a través del análisis de los residuales, que presentan la parte de las observaciones que no es explicada por el modelo (uso del estadístico de Box-Pierce).

Conviene señalar que es esencial que se cumpla el requisito a). Pues en caso contrario el modelo debe ser rechazado.

FASE 4: PREDICCIÓN O PRONÓSTICO

Una vez que se encontró un modelo adecuado se puede utilizar predicciones para uno o varios periodos de futuro.

Al haber más datos disponibles, se puede utilizar el mismo modelo para las predicciones, selección de otro periodo de origen.

Si la serie parece cambiar a través del tiempo como pudiera ser necesario de calcular los parámetros o incluso desarrollar un modelo nuevo por completo.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para el análisis de datos, se ha utilizado información de los casos de desnutrición crónica de niños menores de 5 años periodo 2012-2016, los cuales fueron obtenidos de la Oficina de Estadística e Informática de la Dirección regional de Salud Puno. Se muestra los datos originales de los casos de desnutrición crónica en menores de 5 años referido en números, del periodo 2012-2016.

Tabla 2: Casos de desnutrición crónica en niños menores de 5 años del Hospital Regional Manuel Núñez Butrón – Puno del periodo 2012 – 2016

mes/año	2012	2013	2014	2015	2016
ENERO	436	526	688	649	574
FEBRERO	492	652	651	682	597
MARZO	634	492	578	563	830
ABRIL	576	728	664	681	645
MAYO	682	658	828	816	597
JUNIO	786	492	788	588	868
JULIO	812	785	631	782	821
AGOSTO	628	820	775	652	851
SETIEMBRE	751	492	709	538	843
OCTUBRE	498	654	841	603	572
NOVIEMBRE	651	721	816	775	788
DICIEMBRE	486	846	854	591	707

Fuente: Datos obtenidos de la Oficina De Estadística E Informática de las redes del Hospital Manuel Núñez Butrón Puno.

4.1 ANALISIS ESTADÍSTICO DE LA SERIE TIEMPO (ESTUDIO EXPLORATORIO)

4.1.1 Fase de Identificación del Modelo

siguiendo la metodología Box – Jenkins para la modelización de series univariantes se dispone de datos mensuales de la serie histórica del número de niños menores de 5 años con desnutrición crónica al periodo 2012 -2016

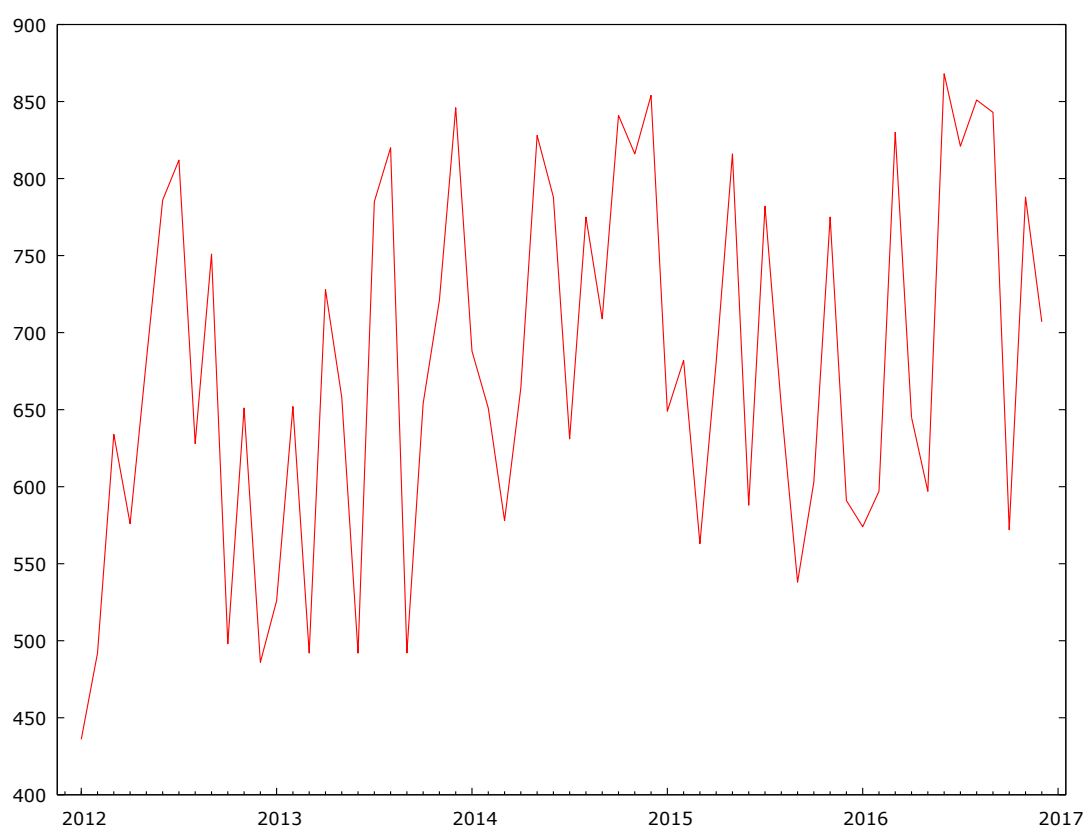


Figura 5: número de Desnutrición Crónica menores de 5 años en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, periodo 2012-2016.

Fuente: Elaboración propia en base a datos del hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno (Anexo 01)

Del Figura N° 5, Se puede afirmar que la serie presenta picos altos y bajos los cuales parece no estar espaciados uniformemente lo cual quiere decir que la serie no es estacionaria ha sido obtenido del software libre Gretl versión 1.10.1.

El modelo univariante de la serie de número de Desnutrición Crónica en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, 2012 - 2016, del Figura N°1, podemos afirmar que la serie muestra muchos picos, los cuales parecen estar espaciados uniformemente con una tendencia lineal creciente, sugiriendo la presencia de un componente periódico de la serie.

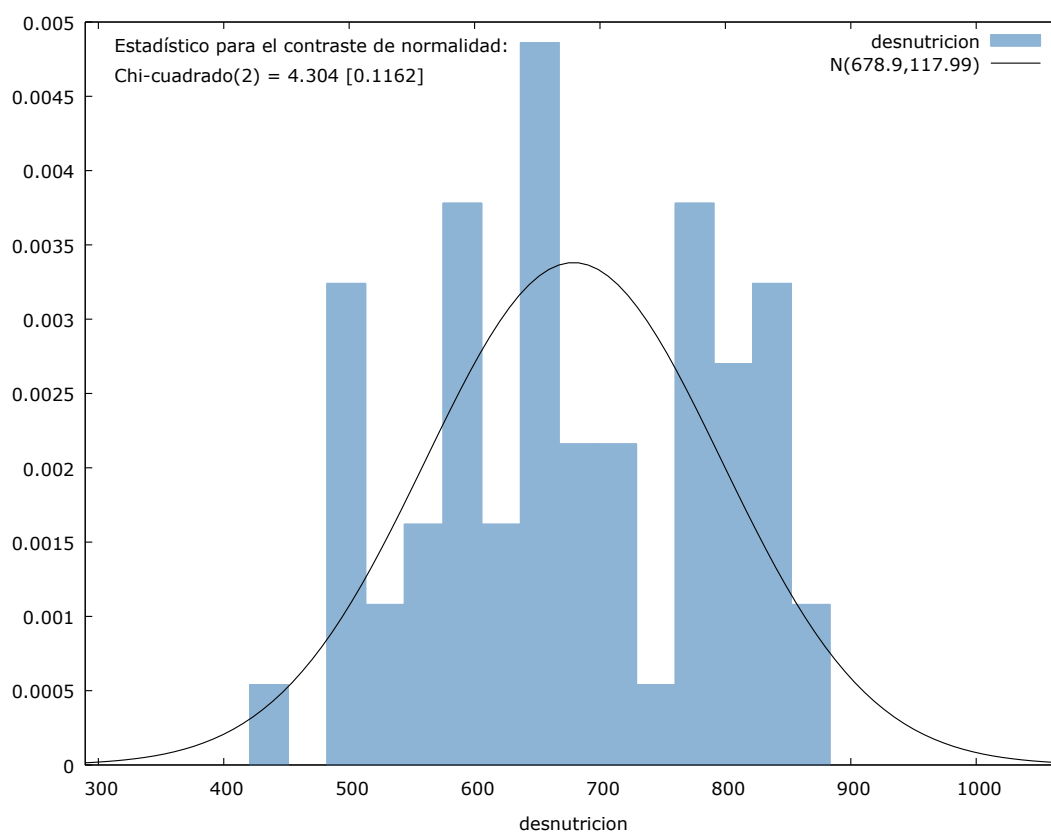


Figura 6: Histograma de Serie de tiempo del número de Desnutrición Crónica.

Fuente: Elaboración propia en base a datos del hospital Regional Manuel

Núñez Butron Puno (Anexo 01)

En la figura N° 6, se observa el histograma de la serie del número de Desnutrición Crónica del Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, 2012-2016, ha sido obtenido del software libre Gretl versión 1.10.1. no se distribuye según una distribución normal. Y podemos afirmar que los valores individuales de la serie no giran en torno a su valor medio, por lo tanto, la serie no es estacionaria esto nos indica que se debe de realizar la transformación de la serie.

Mientras que (Cutipa, 2010) indica que la serie de atenciones por emergencia de Cirugía General no es estacionaria en el nivel puesto que los valores se distribuyen debajo de la media, también la serie representa una no estacionariedad de manera que se produce un crecimiento o decrecimiento en algunos periodos, esto indica que se debe de realizar la transformación de la serie.

Como ambas son similares, decir que los niños menos de 5 años presentan con desnutrición severa por falta de alimentación adecuada, sea por alimentación, etc. Además, coincidimos en la tendencia que presenta esta serie, por el crecimiento de la población.

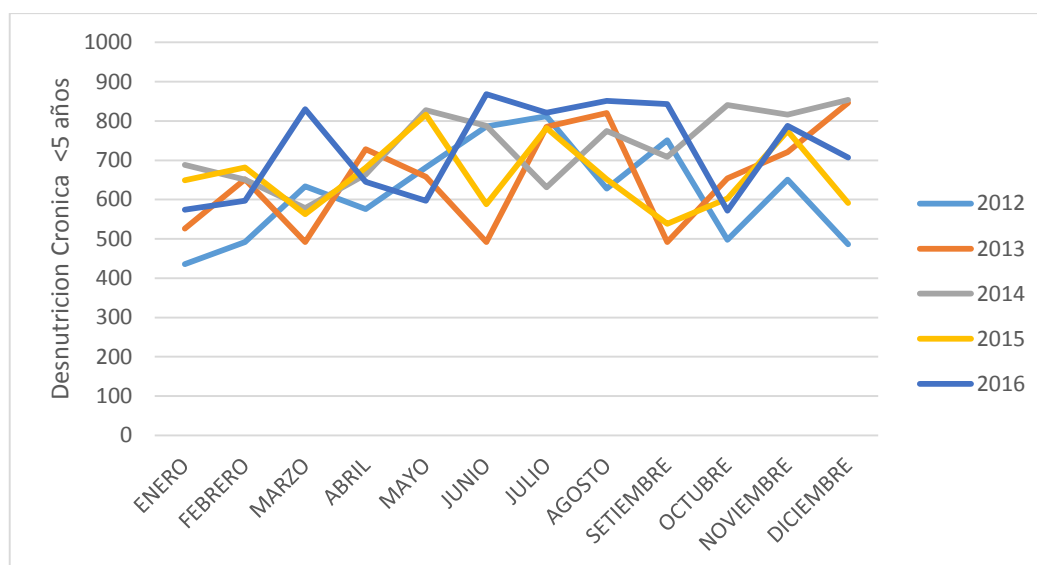


Figura 7: Serie número Desnutrición crónica por años

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la oficina de estadística e informática del Hospital Regional Manuel Núñez Butron - Puno (Anexo 01)

La Figura N°7, serie de número desnutrición crónica en niños menores de 5 años obtenidas de Google Drive.

Observamos que la serie tiene valores individuales, es decir no giran en torno a su nivel medio y aparentemente la serie de desnutrición crónica tiene máximos y mínimos que se repiten con frecuencia para cada año, se estaría hablando de una serie estacional.

Mientras que (Centeno, 2013) la serie de Atendidos del Hospital de Apoyo de Sandía no tiene máximos ni mínimos que se repiten con frecuencia para cada año, mientras que, en la serie de número de desnutrición crónica, tiene un crecimiento respecto al año anterior, considero que es debido a crecimiento de la población.

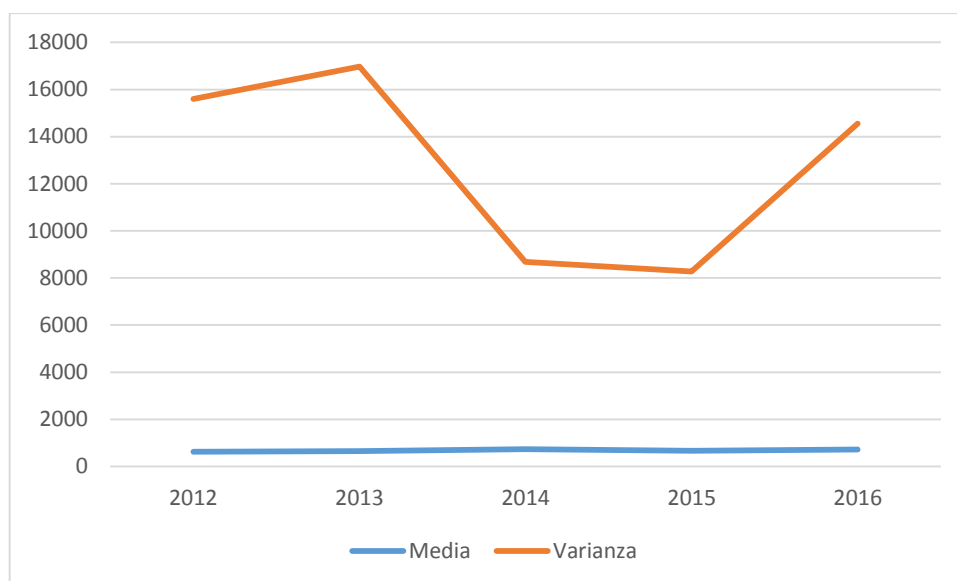


Figura 8: Media y Varianza del número de Desnutrición Crónica por años.

Fuente: Elaboración propia en base a datos del Hospital Regional Manuel Núñez
Butron - Puno (Anexo 01)

En la **Figura N°8**, se observa que es estacionaria en media por la tendencia lineal creciente que presenta y no es estacionaria en varianza, por lo tanto, se necesita realizar transformaciones.

Mientras que (Valdez, 2015) indica que la serie intervenciones quirúrgicas por aborto no es estacionaria en media por la tendencia positiva y es estacionaria en varianza, coincidimos en la tendencia que presenta esta serie, por el crecimiento de la población y el lugar de trabajo de investigación.

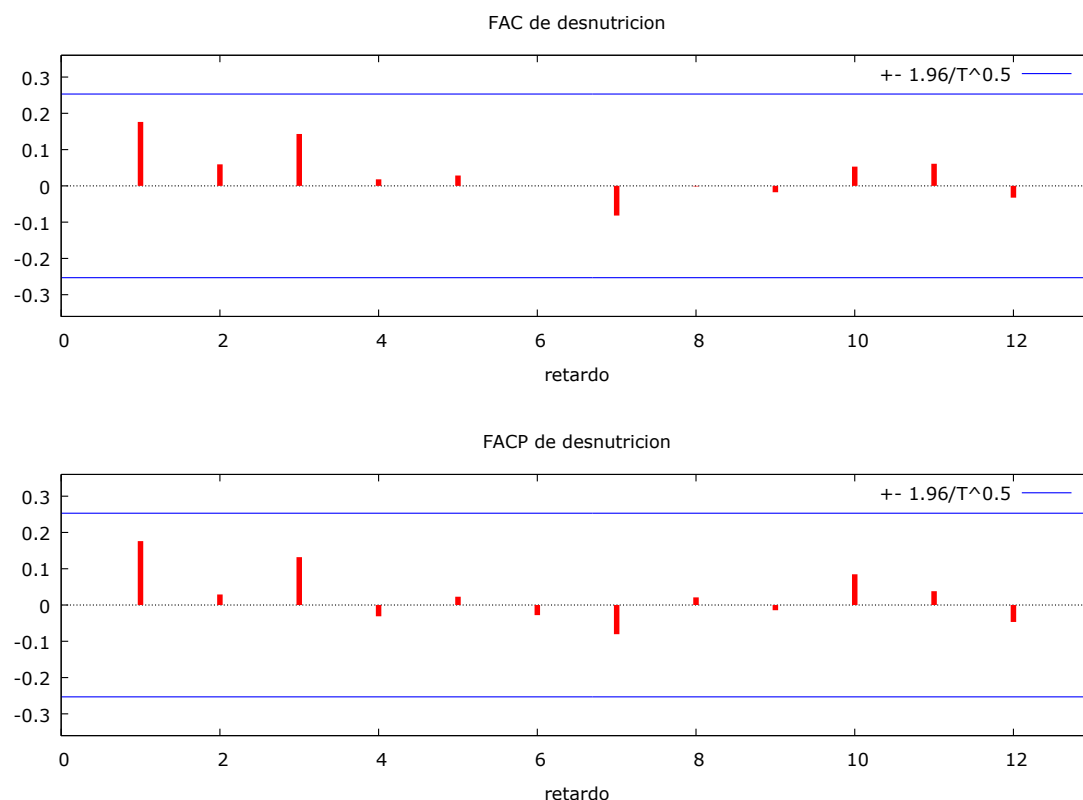


Figura 9: Correlogramas de FAC y FACP de la serie del número de Desnutrición Crónica.

Fuente: Elaboración propia en base a datos del Hospital Regional Manuel Núñez Butron - Puno (Anexo 01).

En la figura N°9, se obtienen las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial estimadas obtenidas de software libre Gretl 1.10.1.

En el Figura N° 9, podemos observar que la función de autocorrelación no muestra picos altos ni bajos por lo tanto estaríamos afirmado de un auto regresivo. También, se observa que las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial estimadas también validan los periodos estacionarios, porque los coeficientes de autocorrelación para retardos múltiplos del periodo estacional de la serie son significativamente distintos de cero.

La estructura ARIMA estacional (modelo SARIMA) puede representar alguna combinación de componentes de integración, Autorregresivos y de media móvil. De acuerdo a estudios confirmatorios, con base al test estadístico de Box-Piere-Ljung, hay evidencia suficiente como para abonar la conclusión general de que la serie del número de Desnutrición crónica en Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, periodo 2012 – 2016 es estacionaria en media.

4.1.2 Transformación de la Serie

Para que la serie del número de Desnutrición en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, periodo 2012 – 2016, sea estacionaria en media, se debe de transformar con la primera diferencia regular a la serie y tenemos como resultado lo siguiente:

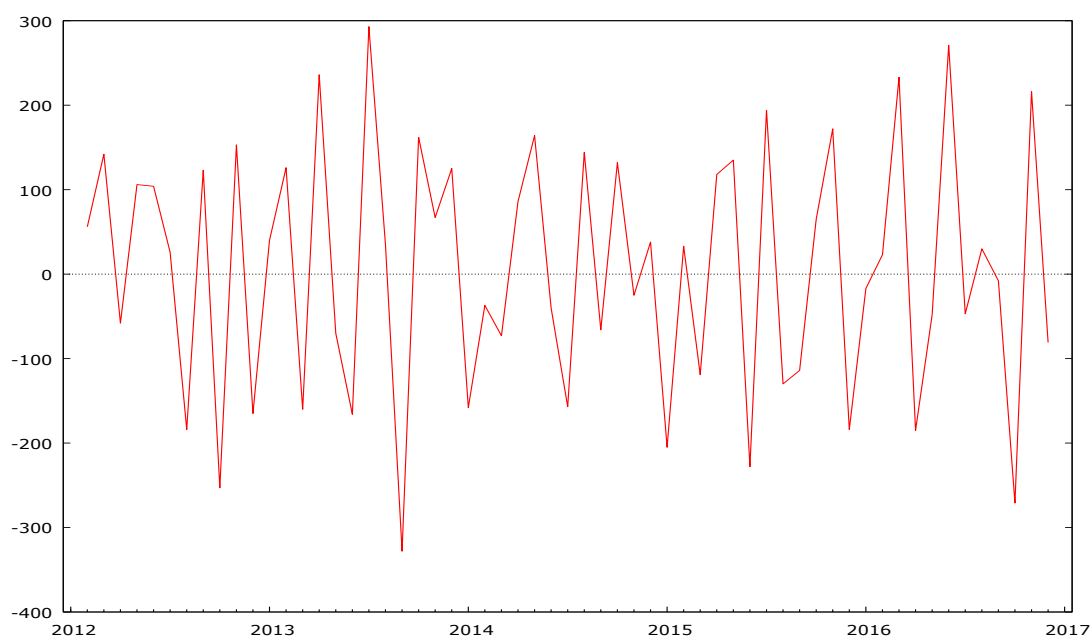


Figura 10: Primera diferencia regular de la serie del número de Desnutrición Crónica.

Fuente: Elaboración propia en base a datos del Hospital Regional Manuel Núñez Butron - Puno (Anexo 01)

En la Figura N° 10, la primera diferencia regular de la serie del Desnutrición Crónica de niños menos de 5 años, obtenida de software libre Gretl 1.10.1.

Prueba de normalidad de la serie del número de desnutrición crónica transformadas.

H_0 : La serie del número Desnutrición Crónica de niños menos de 5 años se distribuyen según una distribución normal.

H_1 : La serie del número de Desnutrición Crónica de niños menos de 5 años no se distribuyen según una distribución normal.

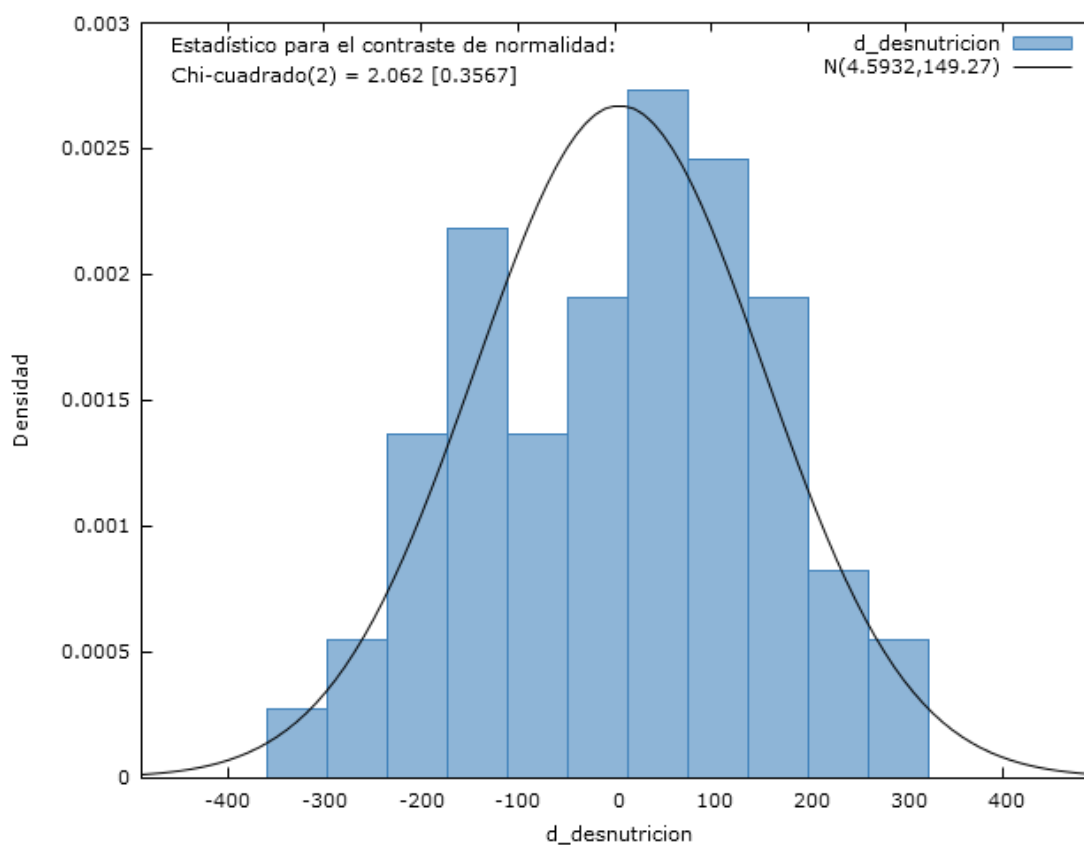


Figura 11: Normalidad de la serie del número de desnutriciones crónicas transformadas.

Fuente: Elaboración propia en base a datos del HRMÑB- Puno (Anexo 01)

En la Figura N° 11, de la normalidad se la serie desnutrición crónica, ha sido obtenida de software libre Gretl 1.10.1.

Observando el figura N° 11, el valor de $p > 0.05$, como el valor de P es mayor se acepta la hipótesis nula, entonces confirmamos que la serie desnutrición crónica se distribuyen según una distribución normal y confirmamos que los valores individuales de la serie giran en torno a su valor media, entonces la serie desnutrición crónica en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, periodo 2012 - 2016, es estacionaria.

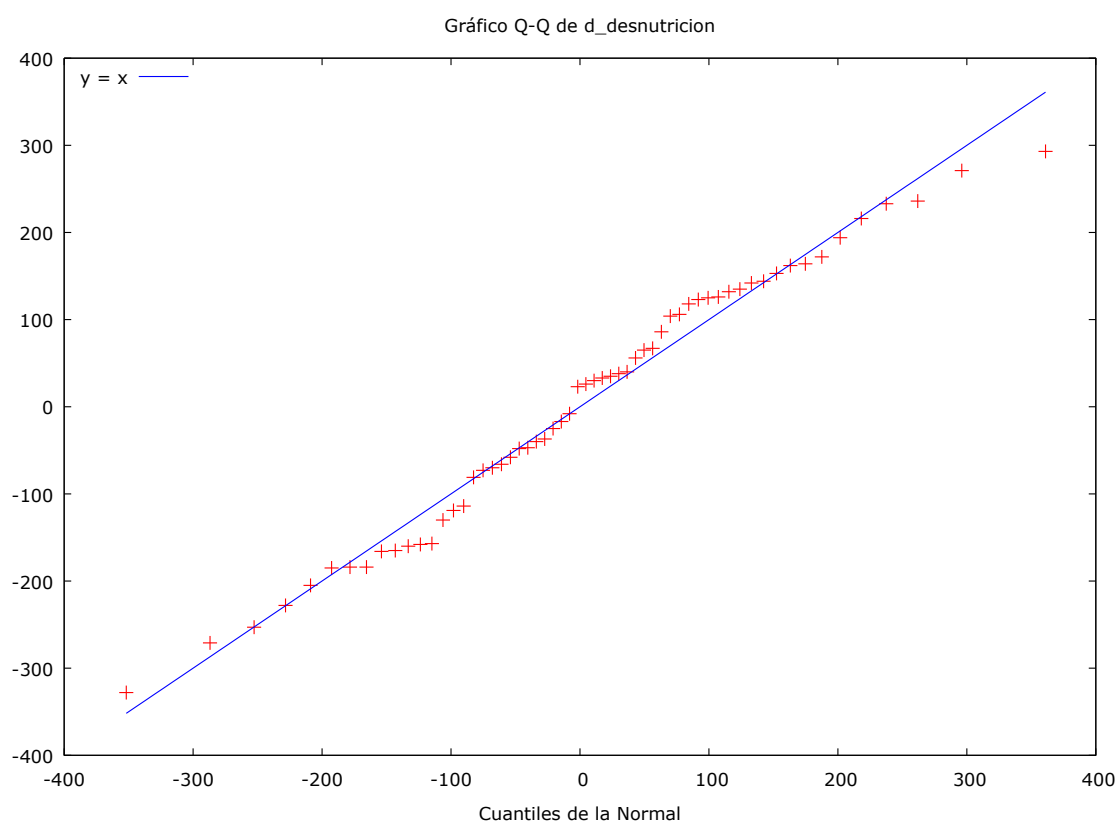


Figura 12: Q-Qplot Cuartiles normales de la serie desnutrición crónica transformadas.

Fuente: Elaboración propia en base a datos del Hospital Regional Manuel

Núñez Butron - Puno (Anexo 01)

En la Figura N° 12, Cuartiles normales se la serie desnutrición crónica, ha sido obtenida de software libre Gretl 1.10.1.

De acuerdo a estudios confirmatorios de la prueba de Dickey Fuller y prueba de Phillips Perron para la serie es estacionaria y procedimiento de estadístico Pierce de Q' Ljung-Box para estacionalidad.

4.1.3 Identificación de la Forma del Modelo a Utilizar

En la fase de identificación de modelo se procede a identificar los valores del parte autorregresivo (p) y de la parte de medias móviles (q) y parte estacional de un modelo AR (1).

Conforme se observa en el Figura de la parte regular se obtiene (p, d, q). La parte AR (1) proviene del decrecimiento rápido inicial de la función de autocorrelación parcial. Así mismo la parte MA (1) proviene que la función de autocorrelación presenta 1 retardo significativo en la mayoría de periodos.

Con sus respectivos correlogramas, para las autocorrelaciones simples y parciales, que genera este modelo, en los que se puede apreciar su comportamiento.

Los modelos sugeridos para esta serie son modelos estacionales:

ARMA (1,0,0) (0,0,1)¹²

Cuya ecuación es respectivamente:

$$(Y_t - Y_{t-1}) = (\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})$$

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + \varphi_{12} Y_{t-12} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

ARMA (1,0,0) (0,0,2)¹²

Cuya ecuación es respectivamente:

$$(Y_t - Y_{t-1}) - (\varphi_{12} Y_{t-12} - \varphi_{13} Y_{t-13}) = (\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}) - (\varepsilon_{t-12} - \varepsilon_{t-13})$$

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} + \varphi_{12}Y_{t-12} + \varphi_{13}Y_{t-13} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-12} + \varepsilon_{t-13}$$

4.1.4 Fase de Estimación del Modelo

En la fase de estimación de modelos, continuamos con la metodología Box-Jenkins el paso a seguir es la especificación del modelo, en el mismo que se analizó la significancia tanto individual como global de sus parámetros, esto lo hace el ordenador con el software libre Gretl 1.10.1.

Tabla 3: Comparativo de modelos estimados de la serie desnutrición crónica.

Modelo:			Modelo:					
ARIMA (1,0,0) (0,0,1)12			ARIMA (1,0,0) (0,0,2)12					
Modelo general: $\phi_p(L)\varphi_{PS}(L)\Delta^d\Delta_S^D Y_t = \theta_q(L)\omega_{QS}(L)\varepsilon_t + \delta$								
$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + 0.98Y_{t-12}$			$\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} - 0.98Y_{t-12}$					
$- 0.15Y_{t-13} + \varepsilon_t$			$- 0.1593Y_{t-13} + \varepsilon_t$					
$+ 0.26\varepsilon_{t-1}$			$+ 0.26\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-12}$					
			$+ \varepsilon_{t-13}$					
Coefficiente	Z	Valor p	Coefficiente	Z	Valor p			
Phi_1	0.98	52.190	0.0001 ***	Phi_1	0.9812	-3.573	0.00001	

theta_1	-0.152	-1.110	0.0266 ***	theta_1	-0.1593	-15.94	0.0026 *	
			theta_2			0.00593	-15.94	0.096
Criterio de Akaike		776.9150	Criterio de Akaike		778.9136			
Criterio de Schwartz		783.1981	Criterio de Schwartz		787.2910			

Fuente: Elaboración propia en base a datos del HRMNB - PUNO (Anexo 01)

En tabla N° 2, comparativo de modelos estimados de la serie desnutrición crónica ha sido obtenido de software libre Gretl 1.10.1.

Según la hipótesis de:

$$H_0: \phi_1 = 0 \quad P > 0.05$$

$$H_1: \phi_1 \neq 0 \quad P < 0.05$$

Para el coeficiente de Phi (1), $p=0.0005$ es menor que 0.05, se acepta la hipótesis alterna, por lo tanto, el coeficiente es diferente de cero, por lo cual el modelo es adecuado para el pronóstico.

También se tiene que para el segundo modelo $p=0.0001$ menor que 0.05. Entonces se acepta la hipótesis alterna, por lo que el modelo también es adecuado para el pronóstico, entonces los dos modelos son adecuados para el pronóstico.

Para la selección del mejor modelo de estimación se ha computado para cada una de las series consideradas los criterios de información, por cada criterio se utilizó aquel modelo que minimiza el criterio de información el de mejor ajuste.

Como se observa en la tabla N° 5, los criterios de información Akaike y Schwarz disminuyen de 776.91 a 778.90 y de 783.94 a 787.29 respectivamente, aunque los errores tienen comportamiento ruido blanco de los modelos.

Por lo tanto, el que mejor describe a la serie analizada es el modelo ARIMA (0, 0,1) (0, 0,1)12. Siendo cuya ecuación: $\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} + \phi_{12}Y_{t-12} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-12}$

4.1.5 Fase de Evaluación o Validación del Modelo

En esta etapa de evaluación del modelo vamos a ver la adecuación entre el modelo y los datos, o dicho de otra forma veremos en qué medida los residuos del modelo estimado se aproximan al comportamiento de un ruido blanco. Como se

sabe, la función de autocorrelación de los residuales toma valores dentro de las bandas, por lo que podemos admitir que los residuos que hemos obtenido se comportan como un ruido blanco.

Análisis de los residuos (ruido blanco)

La interpretación del estadístico Q' Ljung-Box Pierce es más favorable al ruido blanco cuanto mayor sea la probabilidad p valor. Si se utiliza al nivel de confianza habitual del 95%, entonces los residuos son ruido blanco siempre que el p- valor sea superior a 0.05, para el coeficiente de autocorrelación de que los residuos forman una secuencia aleatoria, se realizó las siguientes comparaciones.

$H_0: p > \alpha$ Los residuales son ruido blanco.

$H_1: p < \alpha$ Los residuales no son ruido blanco.

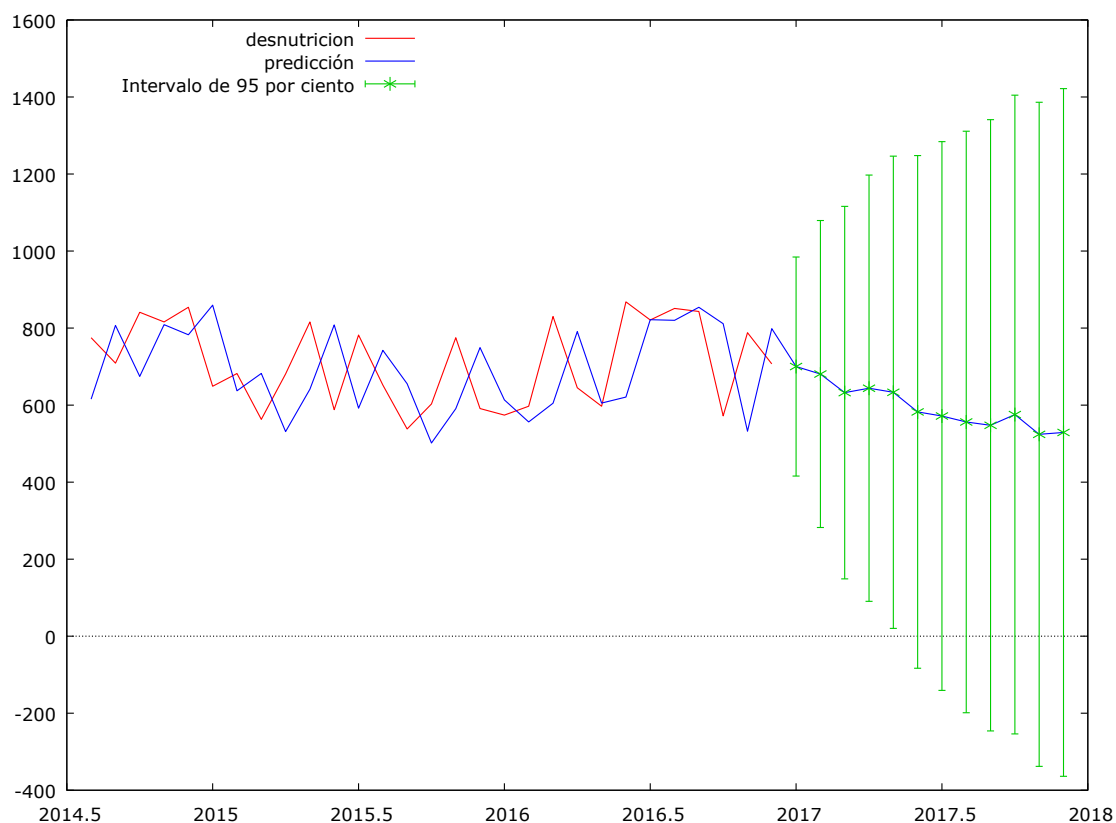


Figura 13 : Pronóstico de número de Desnutrición crónica niños menores de 5 años en Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno.

Fuente: Elaboración propia en base a datos del Hospital Regional Manuel Núñez Butron - Puno (Anexo 01)

En el Figura N° 13, Pronostico de numero de desnutrición crónica de niños menores de 5 años en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, obtenida de software libre Gretl 1.10.1.

Tabla 4: Pronóstico de la serie desnutrición crónica.

Pronósticos con el Modelo ARIMA (0,0,1) (0,0,1)[12]				
para intervalos de confianza 95%, z (0.025) =1.96				
Año	Mes	Pronostico N° de Desnutrición Crónica	Intervalos de confianza	
			Inferior	Superior
2017	Enero	700	(415.759	984.594)
	Febrero	681	(282.225	1079.27)
	Marzo	632	(148.789	1116.03)
	Abril	644	(90.4986	1197.21)
	Mayo	633	(20.1811	1246.33)
	Junio	582	(-83.2468	1247.87)
	Julio	572	(-140.817	1284.12)
	Agosto	556	(-198.739	1311.07)
	Setiembre	548	(-246.045	1341.24)
	Octubre	575	(-253.806	1404.70)
	Noviembre	524	(-337.982	1386.35)
	Diciembre	529	(-363.713	1421.73)

Fuente: Elaboración propia en base a datos del Hospital Regional Manuel Núñez Butron - Puno (Anexo 01)

En la tabla N°3, Pronostico de la serie de Número Desnutrición Crónica, se ha obtenido del software Gretl 1.10.1.

Los resultados proyectados en la tabla N° 2 y el FiguraN°9 desnutrición crónica en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno se muestran pronósticos con

un límite inferior y superior del intervalo de confianza del 95%, entonces en el mes de diciembre del año 2017, se tendrá la cantidad de 529 niños con desnutrición crónica en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno.

Mientras que (Valdez, 2015), concluye que predicción mensual que mejor se ajustan para predecir el comportamiento de la serie de tiempo del número de intervenciones quirúrgicas más frecuentes son : cesárea SARIMA (2.1.0)(0.1.0)12
 Aborto SARIMA (1.1.1)(0.1.1)12 Laparotomía SARIMA (1.1.2)(0.1.0)12
 colecistectomía SARIMA (0.1.1)(1.1.0)12 apendicetomía SARIMA (2.1.0)
 (0.1.0)12

Además (Merlín, 2015), concluye que la predicción mensual que mejor se ajusta para decidir y predecir el comportamiento de la serie de tiempo del número de unidades de transfusión de sangre es: SARIMA (0, 1,1) (1, 1,0)12. Cuya ecuación de pronóstico es: $Y_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} - 0.36Y_{t-12} - 0.36Y_{t-13} + \varepsilon_t + 0.89\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-12} + \varepsilon_{t-13}$

Centeno, D. (2013), reporta que el mejor modelo que se ajusta para estimar el proceso de atenciones en el Hospital de apoyo Sandia, es SARIMA (1, 0,0) *(0, 1,1).

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES

- ❖ Los Modelos de predicción mensual que mejor se ajusta para decidir y predecir el comportamiento de la serie de tiempo desnutrición crónica es: ARIMA (0, 0,1) (0,0, 1)12. Cuya ecuación de pronóstico es: $\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} - 0.98Y_{t-12} - 0.15Y_{t-13} + \varepsilon_t + 0.26\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-12}$
- ❖ Los resultados predictivos evaluados para la serie de número de Desnutrición Crónica niños menores de 5 años en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno, revelan una réplica bastante buena y proporcionan una alternativa eficaz para describir y predecir el comportamiento futuro.
- ❖ Para la predicción de la serie analizada se hizo, uso del mejor modelo estimado y se obtuvieron predicciones para el año 2017, comparando con los datos existentes y así comprobar el mínimo error.

CAPÍTULO VI

RECOMENDACIONES

- ❖ En primer lugar, se recomienda usar de modo general la metodología de Box-Jenkins, que fundamentan la teoría de procesos estocásticos, cuya naturaleza es caracterizada mediante un modelo.
- ❖ En el segundo lugar se estimó los parámetros con las herramientas necesarias para comprobar la estacionariedad e invertibilidad del proceso, de preferencia la estacionariedad.
- ❖ Evitar la sobre diferenciación y parametrización, debido a que nos conducen a obtención de modelos erróneos.
- ❖ Comparar el grado de eficiencia de la predicción de serie temporal entre redes neuronales y series de tiempo utilizando el software libre Gretl 1.10.1.
- ❖ Al final se recomienda a la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática. Que siendo profesionales en el área de informática implementar un software estadístico libre para realizar estos tipos de trabajo de investigación.

REFERENCIAS

Tesis

- (Merlin.W., 2015) concluye que los Modelos de predicción mensual que mejor se ajusta para decidir y predecir el comportamiento de la serie de tiempo Los Modelos de predicción mensual que mejor se ajusta para decidir y predecir el comportamiento de la serie de tiempo del número de unidades de transfusión de sangre es: SARIMA (0, 1,1) (1, 1,0)12. Cuya ecuación de pronóstico es: $\hat{Y}_t = Y_{t-1} + Y_{t-2} - 0.36Y_{t-12} - 0.36Y_{t-13} + \varepsilon_t + 0.89\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-12} + \varepsilon_{t-13}$
- Centeno, D. (2013).** "Modelo Univariante para estimar el proceso de atenciones en el Hospital de apoyo SANDIA 2013". (Tesis pregrado). Universidad Nacional del Altiplano. Puno - Perú.
- Colque, Y. M. (2012).** "Modelo Univariante para predecir el número de casos de iras en menores de 5 años de la provincia de Lampa, periodo 2000-2011". (Tesis pregrado). Universidad Nacional del Altiplano. Puno-Peru.
- Cutipá, Y. (2010).** "Modelo de Series de Tiempo para predecir las atenciones por emergencia, según servicios del Hospital Regional Manuel Núñez Butrón - Puno 2004 - 2007". (Tesis pregrado). Universidad Nacional del Altiplano. Puno-Peru.
- Huacantara, K.C. (2010)** "Modelo uniecuacional para describir y predecir el comportamiento de los niveles medios de agua del lago Titicaca, periodo 1984 – 2008, Puno", Tesis de Pregrado de la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática de la Universidad Nacional del Altiplano, Perú.

Libros

- ANDERSON, O. D. (1985).** "Times Series Analisis and Forecasting". 1ra Edicion Editorial.

- Arellano, M. (2011).** "Introducción al Análisis Clásico de Series de Tiempo".
- Aznar Grasa, Antonio; García Ferrer, Antonio; Martín Arroyo, Antonio. (1994).**
"Ejercicios de Econometría I". Ediciones Pirámide S.A.
- Aznar, A., & Trivez, F. (1993).** "Métodos de predicción en Economía II. Analisis de series de temporales". Barcelona: Ariel Economía.
- BRUCE L. BOWERMAN, R. T. (2007).** "pronosticos series de tiempo y regresion".
Ceagage Learning.
- CHATFIELD, C. (1978).** "the analysis of time series: Theory and practice". Londres:
Chapman and hall.
- Choque Sarmiento, J. (04 de 06 de 2015).** www.diresapuno.gob.pe. Obtenido de
diresapuno: <http://diresapuno.gob.pe/web/planeamiento-estrategico/>
- Espaza, A., & Cancelo, J. (1993).** "Metodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura
Economica". Madrid: Alianza.
- GRASS, G. (2013).** "Guia practica para la elaboracion de tesis y trabajos de
investigacion". Riobamba: Editorial Freire.
- Guerrero Guzman, V. M. (2003).** "Análisis Estadístico de Series de Tiempo
Economicas". Mexico: Thomson Editores.
- GUERRERO, V. M. (1993).** "Analisis Estadistico de series de Tiempo Economicas".
Barcelona: Ariel Economia.
- Hanke, J. E., & Reitsh, A. G. (2006).** "Pronosticos en los negocios". Mexico:
Atlacomulco.
- O'Connell, R. T., Bowerman, B. L., & koehler, A. B. (2007).** "Pronósticos, Series de
Teimpo y Regresión". Mexico: Thomson Editores.
- Pindyck Robert, S., & Rubinfeld Daniel, L. (2003).** "Econometría, Modelos y
Pronosticos". Madrid: McGraw-Hill.

SERGIO, C. D. (2009). "Metodologia de la Investigacion Cientifica". Editorial San Marcos .

Unicef. (2013). la desnutricion cronica infantil. 26.

Unicef. (2016). Reducir desnutricion cronica y anemia. 15.

Universidad Autónoma de Madrid. (09 de 06 de 2015). Instituto Universitario de Predicción Económica. Obtenido de <http://www.uam.es/otroscentros/klein/>

Uriel Jimenez, E. (1985). "Análisis de Series Temporales - Modelos Arima". Paraninfo.

YUPANQUI, C. M. (2010). "Como Hacer Tesis de Investigacion". Lima: Editorial yupanqui.

ANEXOS

ANEXO 1: serie original del número de Desnutrición Crónica niños menores de 5 años
en el Hospital Regional Manuel Núñez Butron Puno 2012-2016

Tabla 1

MES/AÑO	2012	2013	2014	2015	2016
ENERO	436	526	688	649	574
FEBRERO	492	652	651	682	597
MARZO	634	492	578	563	830
ABRIL	576	728	664	681	645
MAYO	682	658	828	816	597
JUNIO	786	492	788	588	868
JULIO	812	785	631	782	821
AGOSTO	628	820	775	652	851
SETIEMBRE	751	492	709	538	843
OCTUBRE	498	654	841	603	572
NOVIEMBRE	651	721	816	775	788
DICIEMBRE	486	846	854	591	707

ANEXO 2: Pronóstico de la serie desnutrición crónica.

Pronósticos con el Modelo ARIMA (0,0,1) (0,0,1)[12]

para intervalos de confianza 95%, $z(0.025) = 1.96$

Año	Mes	Pronostico N° de Desnutrición Crónica	Intervalos de confianza	
			Inferior	Superior
2017	Enero	700	(415.759	984.594)
	Febrero	681	(282.225	1079.27)
	Marzo	632	(148.789	1116.03)
	Abril	644	(90.4986	1197.21)
	Mayo	633	(20.1811	1246.33)
	Junio	582	(-83.2468	1247.87)
	Julio	572	(-140.817	1284.12)
	Agosto	556	(-198.739	1311.07)
	Setiembre	548	(-246.045	1341.24)
	Octubre	575	(-253.806	1404.70)
	Noviembre	524	(-337.982	1386.35)
	Diciembre	529	(-363.713	1421.73)

ANEXO 3: Modelo 2: MCO, usando las observaciones 2012:01-2016:12 (T = 60)
Variable dependiente: v1

	<i>Coficiente</i>	<i>Desv. Típica</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>valor p</i>	
const	678.900	15.2324	44.57	<0.0001	***
Media de la vble. dep.	678.9000	D.T. de la vble. dep.		117.9898	
Suma de cuad. residuos	821373.4	D.T. de la regresión		117.9898	
R-cuadrado	0.000000	R-cuadrado corregido		0.000000	
Log-verosimilitud	-370.8680	Criterio de Akaike		743.7359	
Criterio de Schwarz	745.8303	Crit. de Hannan-Quinn		744.5551	
rho	0.176333	Durbin-Watson		1.574881	

ANEXO 4: ARMA, usando las observaciones 2012:01-2016:12 (T = 60)
Estimated using AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: l_v1

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	<i>Coficiente</i>	<i>Desv. Típica</i>	<i>z</i>	<i>valor p</i>	
const	6.50087	0.0349351	186.1	0.0000	***
phi_1	0.712044	0.336213	2.118	0.0342	**
theta_1	-0.547281	0.387586	-1.412	0.1579	

Media de la vble. dep.	6.504965	D.T. de la vble. dep.	0.179793
media innovaciones	0.004444	D.T. innovaciones	0.174336
Log-verosimilitud	19.63217	Criterio de Akaike	-31.26434
Criterio de Schwarz	-22.88697	Crit. de Hannan-Quinn	-27.98749

	<i>Real</i>	<i>Imaginaria</i>	<i>Módulo</i>	<i>Frecuencia</i>
AR				
Raíz 1	1.4044	0.0000	1.4044	0.0000
MA				
Raíz 1	1.8272	0.0000	1.8272	0.0000